

Wat deed een Egyptenaar 4000 jaar geleden met een 'differentiaalvergelijking?'

J. Huisjes/J. Langeland
RU Groningen

Vooraf

Het antwoord op de in de titel gestelde vraag luidt: Niets. Er bestonden toen helemaal nog geen differentiaalvergelijkingen. Mogelijkerwijs komen er nu twee vragen bij u op. Ten eerste, wat wisten deze Egyptenaren dan wel van de wiskunde? Kunnen we misschien nog iets van hen leren? En ten tweede, vanaf wanneer waren er eigenlijk differentiaalvergelijkingen?

In het verlengde hiervan is onze vraag of docenten in het voortgezet onderwijs de geschiedenis van de wiskunde belangrijk genoeg vinden om deze tijdens de wiskundelessen aan de orde te stellen. En zo ja, komt deze dan ook terug in de door hen gegeven lessen?

Alhoewel sommige docenten het misschien de moeite waard vinden, gebruiken ze toch geen historisch materiaal in hun lessen. Waar ligt dat aan? En hoe ziet zo'n wiskundeles eruit, als men wel aandacht besteedt aan dit aspect van de wiskunde? Kortom, wat wordt er op dit moment met de geschiedenis van de wiskunde gedaan en waar hebben docenten eventueel belangstelling voor?

In het kader van ons afstudeerproject wiskunde, in de richting Educatief Ontwerpen, aan de Rijksuniversiteit Groningen, hebben we geprobeerd een antwoord te krijgen op bovenstaande vragen. Dit hebben we gedaan door het houden van een enquête onder zeshonderd leraren aan honderdtwintig scholen, variërend van lbo tot vwo. Verder zijn we bezig met het maken van lesmateriaal over de geschiedenis van de wiskunde op lbo/mavo-niveau.

Opvallende uitspraken uit de enquête

- Er is onder leraren niet veel bekend over de geschiedenis van de wiskunde. Uit de enquête blijkt dat ongeveer 40% van de docenten weleens iets uit de geschiedenis van de wiskunde vertelt. Dit varieert van losse opmerkingen tijdens de lessen tot een wat diepere studie naar de achtergrond van de wiskunde.
- De meest genoemde redenen voor het weglaten van historische achtergronden in de wiskundeles zijn gebrek aan tijd en kennis.
- Een groot aantal docenten dat nu nog geen aandacht aan de geschiedenis van de wiskunde besteedt, zou

dat in de toekomst wel graag willen doen. Voorwaarde hiervoor is dat er goed lesmateriaal beschikbaar is.

- Docenten die nu al wel geschiedenis van de wiskunde geven, doen dat vaak als inleiding op een nieuw onderwerp of gebruiken dit als illustratie of achtergrondinformatie.
- Er blijkt dat veel leraren meer geïnteresseerd zijn in de leuke kanten van de geschiedenis, anekdotes en leuke verhalen over beroemde wiskundigen, dan in de wiskundige achtergrond zelf.

Waarom geschiedenis van de wiskunde in de klas?

De eerdergenoemde 40% is van mening dat naast het feit dat het een beetje leuk moet zijn, om zo de leerling meer te motiveren, het ook van belang is dat de leerlingen weten hoe de wiskunde is ontstaan. Op deze manier is het mogelijk het vak te verbreden.

Een mooi voorbeeld hiervan is het volgende.

Het is niet voor iedereen vanzelfsprekend dat een cirkel 360° heeft. In de landmeetkunde bijvoorbeeld is het gebruikelijk om het aantal graden in een cirkel op 400 in plaats van 360 te stellen. De oorsprong van 360° ligt in het feit dat er ongeveer 360 dagen in een jaar zitten.

Wiskunde is niet zo vanzelfsprekend als we vaak denken.

Geschiedenis van de wiskunde brengt vaak leuke dingen aan het licht. Iedereen kent wel de uitdrukking: 'Iedereen moet z'n steentje bijdragen.' Bijna niemand weet dat ook deze uitdrukking een wiskundige achtergrond heeft.

Toen de mens nog niet in staat was om te tellen zoals we nu doen, bedacht men allerlei manieren om hoeveelheden aan te geven. Krijgsmannen die 's ochtends op pad gingen om een naburig dorp aan te vallen, namen ieder een steentje en legden die allemaal op een hoop. Deze hoop steentjes stond voor de hoeveelheid mannen die 's ochtends was vertrokken. Na een dag plunderen en oorlog voeren, kwamen ze 's avonds terug en dan nam ieder weer een steentje van de hoop. De steentjes die bleven liggen, gaven de hoeveelheid gesneuvelde mannen weer. 's Ochtends droeg iedereen letterlijk z'n steentje bij en

's avonds kon je zien hoeveel er niet waren teruggekeerd.

Uit de enquête blijkt dat docenten hebben gemerkt dat leukere lessen vaak leiden tot een betere motivatie. Geschiedenis van de wiskunde bereikt niet alleen de betere leerling, die eerder geïnteresseerd is in de wiskunde en het leuk vindt om uit te zoeken hoe mensen vroeger een vraagstuk oplosten. Ook bereikt het de wat minder goede leerling, doordat de leerstof meer betekenis krijgt. De vraag 'Waar heb je dit nu weer voor nodig', die een docent toch vaak te horen krijgt, kan meestal beantwoord worden als je kijkt naar de geschiedenis. Onderwerpen die nu toch vaak een beetje uit de lucht komen vallen, vallen dan meer op hun plaats.

Bij zo'n onderwerp kan men bijvoorbeeld denken aan de integraalrekening, die in de achttiende eeuw werd ontwikkeld. Tot dan toe rekende men de oppervlakte onder een kromme uit door middel van een benadering met rechthoekjes. Om van oneindig veel rechthoekjes de oppervlakten bij elkaar op te tellen, had men oneindige reeksen nodig. Dit was in die tijd niet zo eenvoudig. Het viel dus niet mee om van functies de oppervlakte onder de bijbehorende kromme te bepalen. Als leerlingen weten dat er eeuwen geleden mensen ontzettend lang hebben geworsteld met integralen geven ze zelf misschien ook minder snel de moed op.

Veel leraren hebben het erg druk met het reguliere programma en hebben dus geen tijd om leuke dingen te doen. Dit is een veel gehoorde klacht. Toch kun je alleen al met een opmerking de lessen levendiger maken en de leerlingen er meer bij betrekken. Hiervoor leent de geschiedenis van de wiskunde zich uitstekend.

Voorbeelden van geschiedenis van de wiskunde in de klas

Uit de enquête blijkt dat veel docenten op zoek zijn naar leuke verhalen en anekdotes uit de geschiedenis van de wiskunde. In ons lessenpakket *Archimedes en de omtrek van de cirkel* hebben we een verhaal in de docentenhandleiding opgenomen over de persoon Archimedes. De docent zou dit verhaal kunnen gebruiken om de les te verlevendigen. Hier volgt een gedeelte daarvan:

Archimedes was de grootste wiskundige van de oudheid. Hij leefde ongeveer van 287-212 voor Christus in Syracuse, een Griekse stad op Sicilië. Een bekende kreet van Archimedes is 'Eureka'. Het verhaal gaat dat Archimedes een opdracht van koning Hiëro van Syracuse kreeg. De koning had een goudsmid opdracht gegeven een kroon voor hem te maken. Toen deze klaar was, verdacht de koning de goudsmid ervan een gedeelte van het meegekregen goud door zilver te hebben vervangen. Hij vroeg toen aan Archimedes dit aan te tonen zonder de kroon hierbij te beschadigen. Geheel in beslag genomen door dit probleem bezocht Archimedes een badhuis en hij ontdekte daar dat bij het in bad stappen 'de hoeveelheid water die over de rand gutste gelijk was aan de hoeveelheid lichaam die werd onderge-

dompeld'. Meteen rende hij, nog nat en naakt, naar huis, onder het roepen van 'Heureka!'. (Dit is Grieks voor: 'Ik heb het gevonden'). Wat had Archimedes nu gevonden? Hij had een manier gevonden om het volume van een voorwerp, hoe grillig van vorm ook, te bepalen. Men neme een bad dat tot de rand toe gevuld is, dompelt het voorwerp geheel onder water en meet de hoeveelheid water die over de rand is gelopen. Dit volume was nodig om te bepalen of het soortelijk gewicht van de kroon wel dat van zuiver goud was. Omdat zilver een lagere dichtheid (gewicht per volume) heeft dan goud zou de kroon van zilver, bij gelijk gewicht, een groter volume innemen dan de kroon van goud. Als er zilver bijgemengd was zou de dichtheid van de kroon ook lager zijn. Archimedes voerde zijn ontdekking uit en de edelsmid werd ontmaskerd.

Een les over de stelling van Pythagoras zou men kunnen beginnen met een verhaal over de persoon Pythagoras. Ook kan men vertellen dat lang voor Pythagoras leefde 'zijn' stelling al bekend was bij de Chinezen. Door in de klas aandacht te besteden aan het Chinese bewijs van deze stelling, zien leerlingen dat wiskunde niet overal gelijktijdig en op dezelfde wijze is ontstaan. Door de wiskundige achtergronden te bekijken, kun je het vak verbreden.

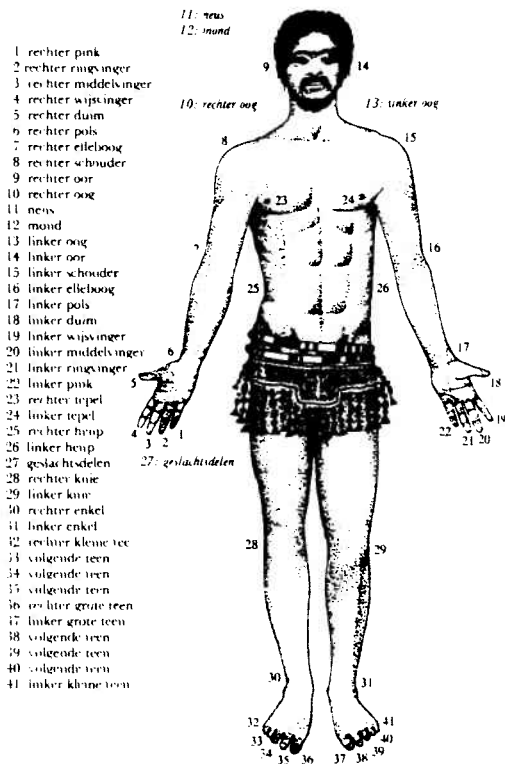
Een andere mogelijkheid is om wiskundige achtergronden op een leuke manier te brengen. Hierbij kun je denken aan het introduceren van verschillende talstelsels door middel van turven.

Turven is namelijk een manier van vijftalig tellen: na vier streepjes sluit je een blokje van vijf af met een schuine streep door de vorige vier.

Tellen door middel van streepjes zetten, deden de mensen vroeger ook al. Het aantal streepjes op de stok van een herder kwam overeen met het aantal schapen dat hij bezat. Ook zijn bij ons de uren, minuten en seconden niet tientalig verdeeld. Vraag een willekeurig persoon welke tijd het is als het zestien minuten later is dan 6 uur 53. Niemand zal antwoorden 6 uur 69. Nee, iedereen weet dat je na zestig minuten opnieuw begint bij één. Het is dus 7 uur 09. Dit zestigtalig rekenen is ontwikkeld door de Babyloniërs, ongeveer achttienhonderd jaar voor Christus. Dat dit volk uit Mesopotamië, het huidige Irak, niet als enig volk een ander talstelsel had, blijkt uit het feit dat ook het twintigtalig stelsel werd gebruikt. Dat de mens tien vingers en tien tenen bezit, was daar de oorzaak van. Het Franse quatre-vingt (vier maal twintig) voor tachtig is daar nog een overblijfsel van. Ook vroeger telden de mensen op hun vingers. En niet alleen op hun vingers, alle ledematen deden mee. Zo waren er bijvoorbeeld de Papoea's van Nieuw-Guinea die 41-talig telden. Zie de afbeelding op de volgende pagina.

Wel of niet toetsen?

Wanneer een docent gekozen heeft voor het geven van geschiedenis van de wiskunde zal onvermijdelijk de volgende vraag in hem opkomen: Moet de kennis over de ge-

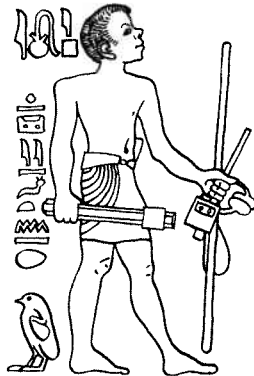


Het menselijk lichaam: de oorsprong van de rekenkunde

schiedenis van de wiskunde getoetst worden of wordt deze geheel vrijblijvend aangeboden? Moet een leerling tijdens een proefwerk kunnen vertellen wie Pythagoras was en wanneer hij leefde? Of is het voldoende dat hij ervan gehoord heeft en daardoor de stelling beter kan onthouden? Om antwoord te kunnen geven, zal de docent zich moeten afvragen waarom hij geschiedenis geeft. Wanneer een docent geschiedenis gebruikt om zijn vak te verbreden, zal hij het belangrijk vinden dat de leerlingen er iets van opsteken. Als bijvoorbeeld enkele uren zijn besteed aan het ontrafelen van het Chinese bewijs van de stelling van Pythagoras, dan zou de docent kunnen be-

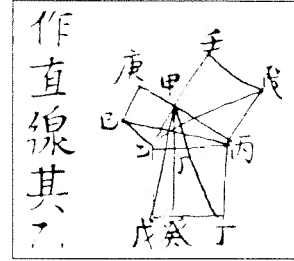
Egyptische breuken

De oude Egyptenaren gebruikten andere rekenmethoden dan wij nu doen. Dat weten we omdat er een oud geschrift uit Egypte bestaat. Dit geschrift ligt nu in het Brits Museum in Londen. Het wordt de papyrus Rhind genoemd, naar de Engelsman Rhind, die deze tekst ontdekt heeft. Op deze tekst staan ongeveer 80 opgaven met uitwerkingen. Een aantal opgaven gaat over breuken. De Egyptenaren kenden alleen maar breuken met in de teller 1. Bijvoorbeeld: $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{12}$. Dit noemen we **stambreuken**. Elke breuk werd met behulp van deze stambreuken geschreven.



Een voorbeeld uit 'Wiskundelijk' 1A

deel van een chinese tekst over de stelling van Pythagoras uit de 17e eeuw



Iets over de stelling van Pythagoras

Pythagoras werd omstreeks 575 vóór Chr. geboren op het Griekse eiland Samos. Later vestigde hij zich in Zuid-Italië. Daar verzamelde hij een aantal mensen om zich heen. Ze hielden zich bezig met wiskunde, sterrenkunde, muziektheorie en vooral met wijsbegeerte.

De stelling was al bekend vele eeuwen voordat Pythagoras leefde. Zo waren omstreeks 1600 vóór Chr. de Egyptenaren en de Babyloniërs ervan op de hoogte. Ook in China was de stelling omstreeks 1100 vóór Chr. al bekend.

Pythagoras zou echter de eerste zijn geweest die een bewijs van de stelling heeft gegeven. Het verhaal gaat, dat hij na het vinden van het bewijs honderd ossen aan de goden offerde.

Later zijn er nog vele bewijzen van de stelling gevonden. Er bestaat een boekje van J. Versluys, uitgegeven in 1914, waarin maar liefst 96 verschillende bewijzen voorkomen.

Een voorbeeld uit 'Getal en Ruimte', deel 2HVI

sluiten om dit te toetsen. Als geschiedenis alleen dient tot het geven van leukere lessen, dan zou de docent kunnen besluiten om het toetsen achterwege te laten. Door wel te toetsen zou de zwakkere leerling ook betere resultaten kunnen halen, doordat het proefwerk niet puur wiskundig is.

Geschiedenis in de schoolmethodes

Hoe komen de docenten aan hun kennis over de geschiedenis van de wiskunde? Een groot gedeelte van de docenten zegt hier namelijk nooit mee in aanraking te zijn gekomen tijdens hun opleiding. Een belangrijke bron voor de geschiedenis van de wiskunde is het boek *Geschiedenis van de wiskunde* van prof. D.J. Struik. Verder komen er in de schoolboeken soms voorbeelden uit de geschiedenis voor. Dit kan sterk per methode verschillen. Na de vier meest gebruikte methodes *Getal en Ruimte*, *Sigma*, *Moderne Wiskunde* en *Wiskundelijk* te hebben bekeken, valt op dat *Sigma* en *Moderne Wiskunde* weinig informatie bevatten over de geschiedenis van de wiskunde. *Getal en Ruimte* en *Wiskundelijk* daarentegen bevatten meer historische achtergronden.

Tot slot

In het huidige computertijdperk blijkt dus nog altijd interesse te bestaan voor de ontwikkeling van de wiskunde

door onze voorouders. Dat men niet toekomt aan echt geschiedenisonderwijs ligt voornamelijk aan het feit dat de meeste leraren daar geen tijd voor hebben. Men zou kunnen zeggen dat onderwijs in de geschiedenis van de wiskunde alleen kans van slagen heeft als het volledig is uitgewerkt in werkbladen en passend binnen de onderwerpen wordt aangeboden.

Bronnen

Wilt u meer lezen over de geschiedenis van de wiskunde dan zijn de volgende boeken aan te raden:

- Boyer, C.B.: *A history of mathematics*, 2nd ed. Revised by Uta C. Merzbach, John Wiley, New York, 1991. ISBN 04715 543977.
- Kline, M.: *Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford University Press, New York, 1972.
- Struik, D.J.: *Geschiedenis van de wiskunde*, Het Spectrum, Utrecht, 1990. Aula Paperback 178, ISBN 90 274 22 109.
- Waerden, B. v.d.: *Ontwakende wetenschap*, Wolters Noordhoff, Gronngen, 1950.