

Telproblemen

T. Brinkman [1]

Het Wageningse Lyceum, Wageningen

Inleiding

In een vier-havogroep wiskunde A hebben de leerlingen in de loop van het eerste trimester zelf werkstukjes gemaakt. Deze moesten bestaan uit een situatiebeschrijving, een probleemstelling en de beantwoording van het gestelde probleem. De enige beperking was dat het werkstukje moest aansluiten bij het onderwerp van dat moment: *Telproblemen*. De leerlingen hebben zo actief gereflecteerd op het onderwerp en de collectie telproblemen die eruit is voortgekomen, kan later dienen als oefenmateriaal voor de gehele groep.

De wiskunde A-groep waarover ik hier schrijf, telt vierentwintig leerlingen van diverse pluimage. De meisjes overheersen met zeventien in aantal en er zijn maar zeven jongens. Een deel van de leerlingen komt van de mavo, met of zonder wiskunde als examenvak. Enkelen van hen hadden wiskunde 'eruit gedaan' na de derde klas, anderen waren vorig jaar al leerling aan onze school en doubleren nu vier-havo. De overige leerlingen zijn uit drie-B of vier-vwo afkomstig; zij hebben dan drie of vier jaar wiskundeonderwijs met *De Wageningse Methode* achter de rug.

De leerlingen hebben geen van allen wiskunde B in hun pakket en werken met plezier aan wiskunde A. Ze vinden de sfeer in de les wel ontspannen en ze besteden gemiddeld per les ook thuis nog ongeveer een half uur aan wiskunde. Behalve als er een werkstuk in de maak is ...

Leerlingen zoeken problemen

Van de zomer, toen ik mij voorbereidde op mijn allereerste keer wiskunde A in vier-havo, werd een plannetje geboren. Ik zou de leerlingen zelf op zoek laten gaan naar wiskundige problemen. Door eigen activiteit zouden zij een relatie moeten leggen tussen het wiskunde A-onderwijs en het dagelijks leven. Ik zou daarvan verslag vragen in werkstukjes. En zo heb ik het de klas ook voorgesteld.

We waren ruim halverwege het boekje *Telproblemen* toen ik het maken van een werkstuk aankartte. De eer-

ste opdracht was een telprobleem te zoeken dat hen aansprak en dat opgelost zou kunnen worden met de tot dan toe geleerde technieken. Na een weekend wilde ik hun eerste voorstellen zien. Een enkeling had al meteen een uitgewerkt probleem, een aantal had een idee en anderen wisten vooralsnog niets te bedenken. Na het bekijken van de eerste produkten van de leerlingen bleek dat mijn opdracht te weinig gestructureerd was geweest. Ook voor mijzelf was nog onduidelijk wat ik zou mogen verwachten. Nu ik hun werk gezien had, kon ik specifieker zijn.

Ik vertelde dat hun werkstukje uit drie delen moest bestaan:

- een situatiebeschrijving;
- de probleemstelling;
- de beantwoording van het gestelde probleem.

Huwelijksbootje

Ik gaf titels aan de ontwerpen die ik al had gekregen en noemde die in de klas. Er waren leuke bij en ik geloof dat de leerlingen elkaar inspireerden. Daarna gaven de meeste leerlingen zelf een titel aan hun werkstuk.

Enkele titels van werkstukken en hun auteurs:

- Ponywedstrijd: Ivonne van Amersfoort.
- Eten op z'n Frans: Charlotte Dijkstra.
- Marathon in AA-dorp: Mariska Kramer.
- In de file: Marjolein Postma.
- Telefoonnummers in Nederland: Rutger Schouten.
- Een dag uit in Parijs: Natascha Tiehuis.

Uitwerking van het 'Huwelijksbootje':

Een echtpaar wil gaan trouwen

Ze zitten nog met een probleem: de één wil met een (huwelijks)bootje naar het stadhuis en de ander met een witte koets. Stomtoevallig loopt er een rivier tussen hun huisje (ze woonden al een paar jaar samen) en het stadhuis. Er zijn ook een aantal wegen die ernaar toe lopen. In de rivier zitten twee bruggen. Bij elke brug, hun huisje en het stadhuis is een aanlegsteiger. (Bij de bouw van het stadhuis hadden ze al rekening gehouden met dit soort bevestigingen die aanstaande echtparen weleens zouden kunnen hebben.)

Dagindeling

Ik wil op een dag de volgende dingen doen: de geschatte tijdsduur staat per onderdeel vermeld en alles bij elkaar is het drie en een half uur:

viool spelen	1 uur
Engels boekje lezen	45 min
planten water geven	10 min
L. bellen	15 min
stofzuigen	20 min
de hond uitlaten	1 uur

>> In hoeveel verschillende volgordes zijn de zes activiteiten te doen?

Ik bedenk dat ik stofzuigen en het Engelse boekje lezen (of andersom) per se niet direct na elkaar wil doen en ook dat ik meteen na het vioolspelen de hond wil uitlaten.

>> Hoeveel volgordes zijn er dan nog mogelijk?

Naar de gymzaal

In een klas zitten dertig leerlingen, achttien jongens en twaalf meisjes. Als zij naar de gymzaal – die een eind van de school vandaan ligt – lopen, is het de gewoonte dat er in rijen van twee gelopen wordt. De juffrouw loopt voorop.

>> Hoeveel verschillende combinaties van twee kinderen kun je vormen?

Nu is de regel veranderd, want er is een nieuwe leraar op school gekomen. Er mogen alleen nog maar twee jongens en twee meisjes naast elkaar lopen.

>> Hoeveel verschillende combinaties zijn er nu te maken?

Antwoorden en uitwerking

Er zijn dertig leerlingen die koppels van twee moeten maken, dus 30×29 combinaties, maar omdat het tweetallen zijn, moet je het antwoord door twee delen.

$$30 \times 29 = 870 \quad 870 : 2 = 435 \text{ mogelijkheden}$$

Er worden nu twee groepen gevormd. Een groep van jongens (achttien) en een groep van meisjes (twaalf). De uitwerking is hetzelfde als die hierboven, maar dan in twee delen:

$$\begin{array}{r} 18 \times 17 = 306 \\ 12 \times 11 = 132 \\ \hline 306 : 2 = 153 \\ 132 : 2 = 66 \\ \hline 219 \text{ mogelijkheden} \end{array}$$

Banana-man

Banana-man heeft een druk leven als superheld. Daar heeft hij veel energie voor nodig. Dus eet hij veel bananen.

Iedere keer als hij weggaat om ergens een leven te redden of zo, neemt hij twee bananen mee. Hij heeft een grote verzameling van allerlei soorten. Vandaag liggen er in de schaal: een kromme, een slappe, een warme, een zure, een hoekige en een ronde banaan.

>> Banana-man houdt van variatie. Hij besluit om alle combinaties (van twee bananen) op te schrijven. Help hem daarbij eens.

Zijn over-overgrootvader, Banana Pascal, heeft lang geleden in Afrika een puzzel ontworpen, bedoeld voor zijn nageslacht om zich te testen. Niet kracht, maar intelligentie moet be- wezen worden. De puzzel ziet er als volgt uit:

B									
A	A								
	N	N	N	N					
	A	A	A	A	A				
		N	N	N	N	N			
	A	A	A	A	A	A	A		
	M	M	M	M	M	M	M	M	
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
N	N	N	N	N	N	N	N	N	N

>> Op hoeveel verschillende manieren is hier het woord BANANAMAN te lezen?

>> Op hoeveel verschillende manieren is BANANAMAN te lezen als voor de laatste N de- gene in het midden van de onderste rij (onderstreep) gebruikt wordt?

Filmpie

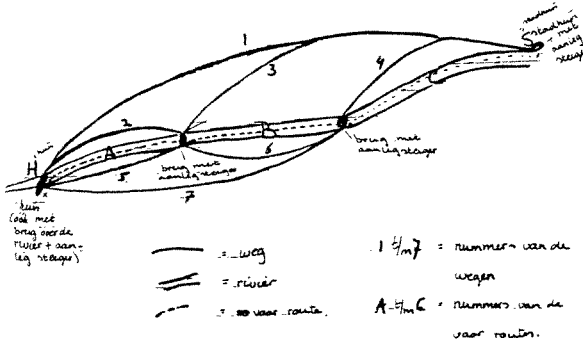
Mijn vriendin en ik besluiten om in de kerstvakanie een abonnement op bioscoop 'Filmpie' te nemen. Het betreft week 50 en 51. Als we gebeld hebben, beschikken we over de volgende informatie.

Van maandag tot en met vrijdag draaien tien films, twee weken lang.

We hebben de mogelijkheid om elke dag één film te zien. De volgorde waarin we de films willen zien, kunnen we zelf bepalen.

>> Als er tien films draaien op tien dagen, hoeveel verschillende volgordes kunnen we dan maken?

Schematisch gezien ziet het er vanuit de lucht zó uit:



>> Schrijf alle mogelijkheden die dit aanstaande bruidspaar heeft om naar het stadhuis te komen, schematisch op.

Ik gaf er meer tijd voor, hoewel ... de lessen gingen gewoon door en vermindering van huiswerk vanwege die werkstukjes was er ook niet bij. Maar niemand klaagde of protesteerde. Nee, men presteerde!

Mooie dingen kreeg ik te zien. Ook incomplete tweede pogingen, met het verzoek te kijken of het zo goed was. En dan was er de enkeling die zei helemaal niets te kunnen verzinnen. Tja, ik begon me ook te realiseren dat er heel wat aan vast zit voor je als leerling tot een goede probleemstelling bent gekomen. En dat dat op zich een leerproces zou kunnen zijn. Ik moet er nog over nadenken hoe ik daar zo goed mogelijk leiding aan kan geven. Dat daarbij een individuele benadering nodig is, ligt voor de hand. Maar misschien zijn er toch enkele algemeen geldende handreikingen te geven. Wie heeft suggesties?

De beoordeling

Dan wachtte mij nog een taak waarvoor ik me maar slecht toegerust voelde: de uiteindelijke beoordeling. Iedereen die zich heeft ingezet en naar vermogen heeft gepresteerd, zou voor dit onderdeel een voldoende moeten krijgen. Ja, maar hoe dan wat betreft objectieve criteria? Dat zat me dwars. Ik had een structuur gegeven: situatiebeschrijving, probleemstelling, oplossing. Die drie onderdelen zouden aanwezig moeten zijn. Toen constateerde ik dat sommige problemen enkelvoudig waren, andere met een variant en weer andere stapelend, dus doorbordurend op het oorspronkelijke gegeven. Uiteindelijk heb ik iedereen die het werkstuk op tijd af had, een voldoende gegeven, variërend van zes tot tien. Het cijfer heeft voor het eerste rapport meegeteld met de zwaarte van een repetitiecijfer.

Een bundeltje oefenstof

Het leerlingenmateriaal bekijkend op mogelijke illustraties voor dit verhaal, vond ik geen geschikte 'eerste po-

gingen'. Bovendien heb ik wat huiver om 'fouten' van de leerlingen zo openbaar te maken. Op de pagina hiernaast staat dus een selectie uit hun definitieve, originele werkstukken en enkele door mij uitgetypte varianten die ik in een bundeltje oefenstof voor de hele groep wil opnemen.

Pas nadat de meeste werkstukken waren ingeleverd en ik zag welk een waardevolle verzameling dat was, heb ik het plan opgevat hun opgaven als oefenstof in de klas te brengen.

Conclusies en voornemens

- De leerlingen hebben op een door de opdracht ingegeven, niet geforceerde manier gereflecteerd op het onderwerp.
- Ik denk dat het maken van werkstukken – op hun eigen wiskundig niveau – leerlingen beter inzicht in de leerstof geeft en hun zelfvertrouwen versterkt.
- Van verschillende leerlingen heb ik via de werkstukken een veel beter beeld gekregen dan ik alleen op grond van het werken in de klas en de prestaties bij repetities had kunnen krijgen. Dat komt van pas bij de individuele begeleiding van die leerlingen.
- Het zou beter geweest zijn voor het resultaat van de klassikale repetitie over *Telproblemen* als alle leerlingen op dat moment hun werkstukje geheel of gedeeltelijk af hadden gehad. Tenminste had ik vooraf aan de repetitie elke eerste opzet, inclusief een aanzet tot de beantwoording, moeten becommentariëren. Op die manier zouden niet begrepen aspecten zo tijdig gesignaleerd zijn, dat de leerling er bij de voorbereiding voor de repetitie voordeel van had gehad.
- Ik vind het project zeer de moeite waard, maar had me bepaald verkeken op het werk dat ervoor mezelf aan vast zit. Voor het tweede rapport doe ik het weer; wat betreft het derde trimester wil ik die keuze laten afhangen van de vorderingen met de boekjes.
- Het lijkt me goed om bij een tweede (en derde) werkstuk wat strakker te zijn wat betreft de tijdsplanning van de leerlingen. Ook verwacht ik dan een wat strikter onderscheid tussen situatiebeschrijving en probleemstelling.
- Het zou goed zijn als iedere leerling een mapje aanlegt voor de werkstukjes, waarin dan ook de eerste pogingen – voorzien van mijn commentaar – worden bewaard. Dat is iets voor volgend jaar.

Noot

- [1] Auteurs van de werkstukken:
 Baldew, Dhirai: *Banana-man*.
 Datema, Delanie: *Naar de gymzaal*.
 Findenegg, Berbie: *Dagindeling*.
 Robbers, Patricia: *Filmpje*.
 Rudolphs, Frederike: *Een echtpaar wil gaan trouwen*.