

# Freudenthal cursief

J. van Dormolen  
Utrecht

## Hoe didactiek een deel van wiskunde kan worden

Wiskunde is een mooi sluitend stelsel van axioma's, definities en stellingen. Door middel van definities, en eventueel axioma's, ligt een begrip vast. Dat betekent dat je een begrip kunt uitleggen door helder de definitie te geven. Dat je leerlingen dat begrip dan nog niet direct beheersen is vanzelfsprekend, maar daar is wat aan te doen door veel oefensommetjes te maken.

Zo had ik wiskunde geleerd. Zo geloofde ik voor lange tijd in wiskundeonderwijs. Soms, als het niet allemaal zo goed lukte met het onderwijs, ging de twijfel weleens knagen. Maar later werd mijn geloof dan toch wel weer bevestigd, als ik merkte dat er altijd en aantal leerlingen waren die het op den duur toch te pakken kregen. Om mezelf tegen schuldgevoelens over de afhakers te beschermen, haalde ik dan maar weer de mythe van de wiskundeknobbel tevoorschijn: sommige mensen kunnen het nu eenmaal niet.

Uitgerekend Freudenthal, die niet de eerste de beste wiskundige was, en ook internationaal door vakcollega's als zodanig werd erkend, heeft dit geloof in me doen wankelen. Het ging in de zestiger jaren over de vraag of in het (toen nog toekomstig) vwo iets aan groepentheorie moest worden gedaan. We voelden daar wel voor. Een groep is eenvoudig vast te leggen door een klein en goed te overzien stel regels:

*Een groep is een verzameling met een bewerking (die ik gemakshalve maar even aanduid met  $\square$ ) waarvoor geldt:*

1. Als  $a$  en  $b$  elementen zijn van de groep, dan is  $a \square b$  ook een element ervan.
2. Als  $a$ ,  $b$  en  $c$  elementen zijn van de groep, dan is  $(a \square b) \square c = a \square (b \square c)$ .
3. De groep bevat een element  $e$  met de eigenschap, dat voor elk element  $a$  van de groep geldt:  $a \square e = a$ .
4. Bij elk element  $a$  uit de groep bestaat een element  $\bar{a}$ , zodanig dat  $a \square \bar{a} = e$ .

Het mooie ervan was, vonden we, dat je er direct beken- de verzamelingen in kunt herkennen, zoals de gehele getallen met de optelling, de rationale getallen met de ver-

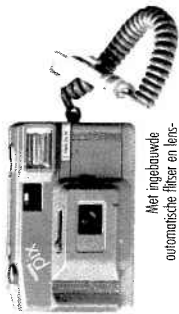
menigvuldiging. Verder zitten ze in allerlei meetkundi- ge transformaties. Wat is nu mooier om te onderwijzen? Freudenthal haalde fel uit. Je weet helemaal niet wat een groep is als je de groepsaxioma's kent. Sterker nog, die hoef je helemaal niet te kennen. Pas als je veel met voor- beelden hebt gewerkt, kun je er eens over gaan denken die axioma's te gaan leren. Ik had college groepentheo- rie bij hem gelopen. Dat begon met een uitgebreid on- derzoek aan bewegingen van regelmatige veelvlakken. Pas vele bladzijden later in het dictaat kwamen de groepsaxioma's.

Ik geef toe, dat ik toen niet begreep wat hij bedoelde. Mijn wereld stortte dan ook niet in op dat moment. Maar verwarring was er wel. Nu was Freudenthal in die tijd niet iemand waarbij je veilig ging vragen wat hij precies bedoelde. We waren eigenlijk een beetje bang voor hem en begrepen niet, dat diens scherpe kritieken helemaal niet betekenden dat hij je dom vond. Jaren later leerde ik dat hij het juist in iemand waardeerde als die met hem in debat wilde gaan, maar als jong leraar begon je daar niet aan. De groepentheorie is niet in het leerplan van 1968 gekomen.

Wiskunde was in Freudenthal's opvatting niet (alleen) een stelsel van axioma's, stellingen en definities. Gelei- delijk aan leerde ik dat zijn inleiding op de theorie met de bewegingen van regelmatige veelvlakken niet zo- maar een didactische handigheid was om leken een beetje op het spoor te brengen van de 'echte' wiskunde. Het was bedoeld om ons, studenten, actief en onderzoek- end bezig te laten zijn en dergelijke activiteiten beho- ren ook tot de wiskunde. De grenzen tussen didactiek en vak vervagen. Veel activiteiten die om didactische rede- nen nuttig zijn om wiskundige begrippen te leren, beho- ren zelf ook tot de wiskunde. En dikwijls vind ik die ac- tiviteiten boeiender dan het resultaat. Ik heb er trouwens mijn geloof in de wiskundeknobbel door verloren. Dat is niet erg, want dat geeft ruimte voor de overtuiging dat veel meer kinderen op een goede manier met wiskunde bezig kunnen zijn dan ik vroeger dacht. Als je die kin- deren maar de gelegenheid geeft op hun eigen manier te werk te gaan. En dat is voor mij één van de uitstralingen die Freudenthal voor mij had.

**VOORDELIG?**

- 6 Hieronder zie je drie aanbiedingen.
- a Bij welke aanbieding is je voordeel het grootst?
- b Welk artikel is per 100 gulden het meest atgeprijsd? Je mag schattend rekenen.

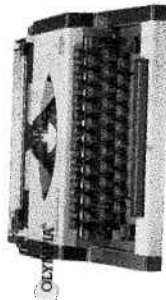


Met ingebouwde automatische faser en lensbeschermer. Incl. tns. 99,-

**59,-**

— |  
— | oude prijs  
— | nieuwe prijs  
— | voordeel

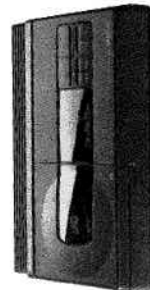
— |  
— | oude prijs  
— | nieuwe prijs  
— | voordeel



Altijd meememen: Olympia traveller de luxe. Mechanische portable schrijfmachine met o.o. 2-keuring lint en papiersteun. Incl. droogklop. 199,-

**159,-**

— |  
— | oude prijs  
— | nieuwe prijs  
— | voordeel



Neg geen 200,- Silver CD-speler SD 33. Programmeerbaar voor 36 nummers. Regelbare hoofdtelefoonsluiting. 1 jaar garantie. 299,-

**199,-**

**PER 100 -----PROCENT**

- 8 Bij opdracht 7 zei Gerben: 'Bij het skatebord krijg je dus ongeveer 20% korting.' Klopt dit? Waarom?
- 9 Hoeveel procent is de korting bij de andere artikelen van opdracht 7?
- 10 Jonna koopt een tent. De prijs is normaal f399,-, maar de winkel biedt de tent aan met f50,- korting.
  - a Hoeveel korting krijgt zij ongeveer per 100 gulden?
  - b Hoeveel procent korting krijgt Jonna ongeveer?
- 11 Zoek voor elke aanbieding uit hoeveel procent korting je ongeveer krijgt.

**kaas**  
per kilo

~~1050~~ **790**

**sinaasappelsap**  
pak 2 liter

~~299~~ **239**

**shampoo**  
diverse soorten  
flakon 200 ml.

~~249~~ **199**