W12/16 ZakRekenMachines

Een serie experimentele werkbladen

F.J. van den Brink
OW & OC, RU Utrecht

Integratie

Het lijkt zinvol om zakrekenmachines in een nieuw wiskundeprogramma voor kinderen van twaalf tot zestien jaar een integrerend onderdeel te laten zijn. Met het apparaat zijn onderwerpen uit het wiskundeonderwijs die op het eerste gezicht verschillend lijken, met elkaar te verbinden.
Het is ons doel daarvoor materiaal te ontwerpen. Ook voor de koppeling 'rekenmachines'/'rekenkennis van kinderen' is dat nodig. Vrijwel iedereen heeft zo'n apparaat en is ermee vertrouwd; maar de kennis van de mogelijkheden en de bediening ervan laten vaak te wensen over. (Weet u bijvoorbeeld hoe u de %-toets op uw rekenmachine gebruikt?)

De huidige ontwerpwerkzaamheden van het team W12/16 richten zich daarom op de vraag hoe de reken- en wiskundekennis die de leerling al heeft verworven met rekenmachines, is uit te breiden. Per wiskundeonderwerp werd bekeken waar de rekenmachine kan worden ingezet. Daarbij bleek dat rekenmachines een nieuw licht kunnen werpen op reeds bekende wiskundige begrippen en activiteiten en dat je de verschillende wiskundeonderwerpen er inderdaad mee kunt verbinden. Op deze wijze wordt de rekenmachine binnen het wiskundeonderwijs een integrerend element.

Onderwijsleergebieden

De experimentele serie werkbladen, getiteld *W12/16 ZakRekenMachines*, die in het kader van W12/16 voor de zakrekenmachine zijn ontworpen, beslaan drie onderwijsleergebieden:

a. de rekenmachines vormen *zelf* het (wiskundige) onderwerp;
b. ze nemen een plaats in te midden van het *rekenen*;
c. ze kunnen een rol spelen in diverse onderwerpen uit het *wiskunde*onderwijs.

In het vervolg van dit artikel zullen we ter illustratie voor elk van de drie gebieden voorbeelden geven uit de serie *W12/16 ZakRekenMachines*.

De rekenmachine zelf

In de twee pakketjes *Mijn rekenmachine en de jouwe*, waarmee de serie begint, gaan we ervan uit dat de kinderen al enige kennis hebben van hun eigen rekenmachine, dat ze die kennis aan anderen willen etaleren, maar dat ze de rekenmachines van hun buren minder goed kennen.
Deze uitgangspunten geven zin aan bijvoorbeeld het schrijven van handleidingen. Via werkbladen wordt voorts onderzocht welke eigenaardigheden de verschillende machines hebben. Niet alle rekenmachines rekenen immers op dezelfde wijze. Zogenoemde 'rekenmachineopgaven' worden ontworpen. Zo'n opgave kan op verschillende machines verschillende uitkomsten geven. Vooral de eigen rekenkennis van de leerling wordt ingezet bij het uittesten van de rekenmachines.
We sluiten dus nauw aan bij de persoonlijke ideeën en ervaringen van kinderen met de machines en trachten die uit te bouwen.

Enkele opgaven

In de volgende opgaven uit *Mijn rekenmachine en de jouwe* vormt de rekenmachine zelf het (wiskundige) onderwerp.

Klein foutje onderweg
Ik maak altijd wel een klein foutje bij het intoetsen.
Laatst wilde ik doen: 92+46+57-37=
maar ik deed dit: 92+46+57+37
Klein foutje dus, maar wat doe je eraan?

'Fouten onderweg' komen herhaaldelijk voor. Ze kunnen op verschillende manieren worden gecorrigeerd. Bijvoorbeeld door de C-toets te gebruiken (niet de AC-toets?). Of door de inverse van een bewerking te zoeken. Met 'Fouten onderweg' wordt de inverse pas goed zinvol voor kinderen.

Reken(machine)taal
De knoppen die je achter elkaar moet indrukken zijn:

$\boxed{4}\ \boxed{\times}\ \boxed{5}\ \boxed{+}\ \boxed{2}\ \boxed{=}$

Deze taal uit onder andere de officiële handleidingen wordt aangeleerd. Maar ook de pijlentaal:

$4 \xrightarrow{x5+2=} \ldots$

wordt gebruikt. Later komt die goed van pas om functies te beschrijven:

$30 \xrightarrow{\sin} \ldots$

Meer over functies op de rekenmachine in de paragraaf *Wiskundeonderwerpen* verderop.

Eigenaardigheden onderzoeken

4 x 5 - 4 x 5 = Reken eens uit op jouw rekenmachine.

De ene machine geeft nul als uitkomst, de andere geeft 80 of nog iets anders. Het onderzoek naar de eigenaardigheden van verschillende rekenmachines kan het eigen rekenen van de leerling in conflict brengen met het rekenen van de machine. Rekenmachines worden door kinderen daarop zelfs uitgetest. In dit kader passen ook de populaire Woordsommen. 70 + 1 x 447 = geeft bijvoorbeeld op de ene machine het woord LELIE (31737), maar op een andere machine het woord LIS (517) als antwoord. Om de onhebbelijkheden het hoofd te bieden, kunnen we bijvoorbeeld haakjes zetten,

(...) zó, dat de rekenmachine deze uitkomsten geeft:
2 + 3 x 7 + 5 = 40
2 + 3 x 7 + 5 = 38
2 + 3 x 7 + 5 = 60
2 + 3 x 7 + 5 = 28
Kun je deze uitkomsten ook op je rekenmachine krijgen zonder haakjes te gebruiken? Hoe?

Deze opgave vraagt om onderzoek naar de functies van bijzondere toetsen, zoals M+,M-, MR, K, C, AC en dus om een verdere beheersing van de machines.

Rekenonderwerpen

In de serie *W12/16 ZakRekenMachines* wordt, voor wat het rekenen betreft, getracht drie doelen te verwezenlijken.

1. We zorgen allereerst voor een *herhaling* van een aantal rekenonderwerpen uit de basisschool (bijvoorbeeld: het afronden, breuken, getallendictee, positiestelsel). De rekenmachine is voor die onderwerpen als het ware een nieuw toepassingsgebied.
2. Daarnaast leggen we de nadruk op *begripsuitbreidingen* door middel van de rekenmachine. Denk aan het afkorten van te grote getallen en daarmee samenhangende problemen bij breuken en decimale getallen, bij het vermenigvuldigen van grote getallen of met getallen kleiner dan 1. Te denken valt aan procenten als factoren en aan het delen met (decimale) rest.
3. Op de derde plaats wordt de rekenmachine gebruikt in *toepassingssituaties van het rekenen*: in contextproblemen met decimale getallen waarin de gegevens geschakeld moeten worden tussen geschikt gekozen bewerkingen op de rekenmachine.

Herhaling

Enkele opdrachten uit de werkbladenserie die gericht zijn op de herhaling van rekenonderwerpen, zijn:

Afkorten

Het afkorten tot op een aantal cijfers achter de komma wordt herhaald.

In het venster van een rekenmachine kunnen maar acht cijfers staan. Zet een getal van acht cijfers in het venster – dat lukt je niet? Bedenk dan een opgave waarvan de uitkomst groter is dan acht cijfers.
De rekenmachine kort zo'n getal af.
Speel zelf even voor rekenmachine. Hoe zou jij de volgende getallen afkorten?
0.16666666666666666666666666666666666666666666666666
0.142857142857142857142857142857142857142857142857
Niet alle rekenmachines korten af zoals jij.
Probeer eens op je rekenmachine
1 : 6 = ...

De 'regel van 5 of meer' komt ter discussie, want sommige rekenmachines *ronden af* (0.16666667) en andere *breken* het getal *af* (0.16666666). [1]
Er worden dus kleine fouten gemaakt waarop later wordt teruggekomen (zie: *Begripsuitbreiding*).

Breuken

De rekenmachine is een getallenmaker. Getallen zoals breuken en negatieve getallen moeten worden gemaakt door de leerling, omdat de machine alleen maar de natuurlijke getallen en het getal nul standaard in huis heeft. Van de breuken en negatieve getallen maakt de machine echter 'puntgetallen': afgekorte decimale getallen die om nader onderzoek door de leerling vragen [2].
Op elke machine zit bijvoorbeeld een breukenknop waarmee je breuken kunt vormen.
$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$
Je kunt deze stambreuken ook met de toets $\frac{1}{x}$ maken.
De machine geeft voor de breuken 'puntgetallen': 0.5, 0.3333333.

Een volgende vraag kan zijn:

Zoek omgekeerd bij een gegeven puntgetal een breuk, bijvoorbeeld bij 0.6666666 en bij 3.3333333.

Of 'wandel' van het ene puntgetal naar het andere, bijvoorbeeld:
0.1666666 $\longrightarrow$ 1.6666666 $\longrightarrow$ 0.66666666
Dus van $\frac{1}{6}$ naar $\frac{2}{3}$

Getallendictees

Typ in en schrijf het getal op: 'achtenzeventigduizendnegenhonderd vijfenveertig en zesennegentig honderdsten'. Spreek uit en schrijf op: 0.08 (...) 'Acht honderdsten. Is dat niet 8%?'

Later komen we bij de procenten op het uitspreken van getallen terug (zie: *Begripsuitbreiding*).

Positiestelsel

Het positiestelsel kan door de rekenmachine opnieuw en als nieuw aan de orde komen. Bijvoorbeeld bij het zoge-

noemde 'cijfers poetsen':
Maak van 78945.96 op je rekenmachine het getal 78905.96 Poets de 4 uit.

Of bij het 'Schuiven met de komma' dat op de basisschool al veelvuldig wordt gedaan:
Wat moet je doen met je rekenmachine om de punt op te verschuiven?

78945. ⟶ 789.45 ⟶ 7.8945 ⟶ 0.78945 ⟶ 78945.

Of met het onderwerp 'Groter, kleiner of gelijk', zoals in de volgende opgaven:
Welk getal is groter: 0,94 of 0,9400000?
Welk getal is groter: 0,900004 of 0,94?
Hoe kun je dat met je rekenmachine laten zien? Vul in wat je moet doen:
0.900004 ⟶ 0.94

Met deze oefening worden relaties (<, >, =) en hoofdbewerkingen (+, x, -, :) met elkaar verbonden.

Begripsuitbreiding

De bovengenoemde onderwerpen komen later in de serie weer ter sprake met als doel de rekenbegrippen uit te breiden en de onderwerpen via de rekenmachine met elkaar te koppelen. Opvallend is dat de beperktheid van de machine tot deze koppeling van onderwerpen aanleiding geeft. We zullen dit met voorbeelden uit *W12/16 ZakRekenMachines* illustreren.

Het afkorten uitbreiden
Decimale getallen worden afgerond of afgebroken door de machine ($\frac{1}{6}$ = 0.1666667 = 0.1666666). Dit heeft consequenties. Op de rekenmachine kunnen die worden uitgespeeld. Veel kinderen zeggen bijvoorbeeld aan twee cijfers achter de punt genoeg te hebben.

Weet je nog? 0.3333333 afkorten tot 0.33
Zoek breuken die een uitkomst geven die met 0.33 begint.

$\frac{101}{300}$ = 0.3366666

$\frac{100}{301}$ = 0.3322259

$\frac{101}{301}$ = 0.3355481

$\frac{101}{307}$ = 0.3289902

$\frac{1002}{3001}$ = 0.3338887

$\frac{1111}{3333}$ =

Door het afkorten gaan een hoop breuken op elkaar lijken.
Procent, promille, ... en het afkorten tot op hoeveel cijfers achter de komma?

Afkorten tot op twee cijfers achter de komma? Tot drie of vier cijfers? Het schept relaties met %, promille, enzovoort.
0.3333333 afronden tot twee cijfers achter de komma: '33 honderdsten' of 33%
0.3333333 afronden tot drie cijfers achter de komma: 333 pro mille
0.3333333 afronden tot vier cijfers achter de komma: 3333 op de 10.000.

Vermenigvuldigingen
Ook het vermenigvuldigen heeft last van het afkorten.

98765432 x 2 = 197530864
Patrick vond op zijn rekenmachine: 1.9753086
Sabine vond 1.9753 E8
Wat vond jij?
(...)
Reken deze opgave uit: 98765432 x 11 =
Wat vind je op je rekenmachine als antwoord?
Welke cijfers toont je rekenmachine niet?
Waar plaatst hij de punt? Waarom daar?
Kun je met je rekenmachine de cijfers die ontbreken toch vinden?
Wat moet je doen?

Vermenigvuldigingen van grote getallen zijn in verband met het beperkte display niet altijd mogelijk op de rekenmachine. Ze vragen de leerling een oplossing te bedenken door bijvoorbeeld de getallen in gedeelten met elkaar te vermenigvuldigen. Dit eist van de leerling een uitbreiding voor wat men onder 'vermenigvuldigen' verstaat.

Procenten als factoren

Schrijf 33% als een kommagetal (...) 0.33.

Percentages, uitspraak en notatie worden gekoppeld:
0.25 is 'vijfentwintig honderdsten', dus 25%.
We houden de procedure om met de rekenmachine procenten te berekenen inzichtelijk (zonder %-toets) door de kinderen de verschillende mogelijkheden te laten verklaren:

8% van f 45, - Hoe reken je dat uit op je rekenmachine?
Onderzoek en leg uit welke wijze van intoetsen goed is:
8 : 100 x 45 =
8 x 45 : 100 =
0.08 x 45 =
8 x 0.45 =

De percentages worden dus niet alleen als deel van een geheel, maar meer en meer als factoren gehanteerd. Met dit nieuwe procentbegrip zijn samengestelde rente en andere groeiprocessen gemakkelijk met rekenmachines uit te voeren. Bijvoorbeeld: 8% van *f* 45,- in twee jaar: 1.08 x x 45 = =

Delen met (decimale) resten
Soms blijft er bij deling een rest ongelijk nul over. Procedures om die met de rekenmachine te vinden worden behandeld. Maar je kunt ook doordelen tot een andere, decimale rest.

Controleer de volgende opgaven met je rekenmachine:
179 : 7 = 25.5 rest 0.5
179 : 7 = 25.57 rest 0.01

In het algemeen kunnen we stellen dat de rekenmachine de mogelijkheid biedt om bekende rekenalgoritmen en begrippen uit te voeren en te controleren en dat daarbij van verdere begripsuitbreiding en koppeling van onderwerpen sprake is.

Contextproblemen

Er wordt gestart vanuit verhalen over situaties waarin decimale getallen voorkomen.
Enkele voorbeelden zijn:

Een vrouw van een half miljard

'Ik ben 17', zei hij langs zijn neus weg. Maar ze zei niets.
'Hoeveel ben jij?' vroeg hij toen maar rechtstreeks.
Ze glimlachte geheimzinnig en fluisterde hem toe:
'Ik ben een vrouw van een half miljard .... seconden'.
Thuis zou hij dat wel eens uitrekenen op zijn rekenmachine.

Hoe zou je dat doen?

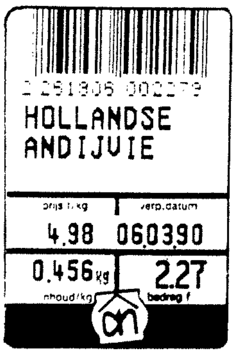
Goedkoop afronden

Een ander interessant probleem is het goedkoop afronden:

Dertig gevulde koeken à *f* 0,99.
Als je voor een feestje dertig gevulde koeken koopt, kun je ze beter:
a. allemaal apart kopen;
b. alle dertig in één keer kopen;
c. op een andere manier dan a en b kopen.
De goedkoopste manier om dertig gevulde koeken à *f* 0,99 te kopen is:
....
Waarop moet je letten om goedkoop af te ronden?

Superweegschaal

Een werkbladen serie over geld en gewicht. Een verhaal op een werkblad:



Chantal bekijkt het bonnetje.
Is de prijs van *f* 2,27 die ik voor 0.456 kg moet betalen wel goed?
Chantal: Je neemt 0.456 kilo dat is 456 gram.
Ja, dan is het goed, want je neemt geen kilo of pond.
Hoe zie je dat zo snel?
Chantal: Een pond is 500 gram.
Dan kost het je bijna *f* 2,50.
Waarom?
Chantal: Omdat 1 kilo kost *f* 4,98 dus bijna *f* 5,--
En 500 gram is een halve kilo en kost dus .... *f* 2,50
Nou, 456 gram is bijna 500 gram en f 2,27 is bijna *f* 2,50
Dus het is goed.
Nu met de rekenmachine
Stefan twijfelt:
'Als je vermenigvuldigt komt er vast te veel uit.
Je moet niet vermenigvuldigen, maar delen,' zegt hij.
Chantal vermenigvuldigt.
Ze hebben alle twee een uitkomst, die beiden goed zijn.
Wat deed Chantal op haar rekenmachine? En wat deed Stefan?.......

De vraagstukjes gaan over geld, notaties, schatten, snelheid, tijd, oppervlakte, dikte (van een blad papier), op een kopieerapparaat vergroten en verkleinen met een bepaald percentage en dat alles gecombineerd met de rekenmachine.

Wiskundeonderwerpen

Met de rekenmachine hebben de kinderen letterlijk een groot aantal algebraïsche onderwerpen voorhanden, bijvoorbeeld het wegwerken van haakjes, bewerkingen met machten van 10 of met negatieve getallen.
De onderwerpen komen haast als vanzelf naar voren omdat de rekenmachine bij gebruik zijn beperkingen toont. Om de eigenaardigheden in het rekenen van de machine in toom te houden moeten bijvoorbeeld haakjes worden gezet, het geheugen gebruikt, of de gegevens anders worden geschakeld. Machten van 10 komen aan de orde omdat het venster van de rekenmachine te krap is. Door het gebruik van de 'constante factor' kan men rijen getallen maken waardoor de leerling vanzelf in de negatieve getallen verzeild raakt. Ook kunnen door aan de machine kunstmatig beperkingen op te leggen, negatieve getallen worden ontworpen. Een voorbeeld:

Deze machine heeft maar vier knoppen:

$\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{2}$ $\boxed{=}$

Welke getallen kun je in het venster krijgen?

Deze algebra-onderwerpen hebben voornamelijk nog met getallen van doen: de toets $\boxed{10^x}$ om machten van 10 te vormen, de toets $\frac{1}{x}$ om stambreuken te maken.
Maar deze en andere toetsen zijn (ook) als functie-toetsen te beschouwen.
Talrijke functies (sin, cos, tan, 10^x, x^2, $\sqrt{}$, log, a^x) zijn eenvoudigweg binnen handbereik. Menig leerling heeft daar interesse in, maar heeft er geen benul van hoe die functies eruit zien en hoe je die uit de rekenmachine kunt krijgen.

Met opdrachten uit de serie voor klas 3 zullen we het gebruik van de toetsen als getallentoetsen of als functietoetsen toelichten.

Getallentoetsen

Wetenschappelijke notatie en 10^x

Nullen tellen.
Maak een 1 met 8 nullen op je rekenmachine. Lukt dat?
Schrijf de uitkomst uit je hoofd op van 10000000 x 10 =
Wat vind je op je rekenmachine?
Weet je nog wat dit getal betekent: 10^8 =
Maak de som 10000000 x 10000000 = ... = $10^{..}$
Het kan ook met de machtentoets $\boxed{10^x}$
Maak sommen die 1. 14 als uitkomst geven op je rekenmachine.
Maak van 1. 14 nu 2. 17. Wat te doen?

1. 14 ——————> 2. 17

Onderzoek op je rekenmachine en probeer te verklaren.

$1.10 \xrightarrow{\quad +1= \quad} ?$

$1.10 \xrightarrow{\quad +123456= \quad} ?$

Ga na met de machtentoets $\boxed{10^x}$

1. 03 $\times$ 1. 02 = 100000
1. 05 $\times$ 1. 06 = 1. 11
1. 03 + 2 = 1002
1. 10 : 1. 100 = 1. -10
1. 20 : 2 = 5. 19

Algebraïsche eigenschappen van $\boxed{10^x}$ worden hiermee verkend.

X-faculteit
De $\boxed{X!}$ -toets wordt ingeleid met het contextprobleem:

Met z'n drieën naar de bios: Op hoeveel verschillende manieren kunnen drie vriendinnen naast elkaar zitten in een rij in de bioscoop? Teken alle manieren (...)
Met de klas van 30 leerlingen naar de bios .... TREK JE REKENMACHINE!

Dan volgt een verkenning van de algebraïsche eigenschappen van toets $\boxed{X!}$

Geldt dit?

1! × 2! = (1×2)!	ja/nee, want ________
2! × 3! = (2×3)!	ja/nee, want ________
3! : 2! = 3	ja/nee, want ________
10! : 9! = 10	ja/nee, want ________
2! : 3! = 0.3333333	ja/nee, want ________
((2!)!)! = (3!)!	ja/nee, want ________

Omkeren van getallen
Leerlingen zijn attent op inverse bewerkingen, opdat die een 'foutje onderweg' kunnen corrigeren. Voor de hoofdbewerkingen met getallen (+ en - , x en :) zijn standaardtoetsen aanwezig:
$\boxed{+/-}$ (om het tegengestelde te nemen) en $\frac{1}{x}$ (om het omkeerde te nemen)

Vul in:

$2 \xrightarrow{\frac{1}{x}}$ .... Dat is goed/fout, want ....

$100 \xrightarrow{\frac{1}{x}}$ .... Dat is goed/fout, want ....

Een probleempje:
De keer toets is stuk.
Reken uit 3 x 4 =
Ik probeer:

$\boxed{:}$ $\boxed{\frac{1}{x}}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$

$100 \longrightarrow$ .... $\longrightarrow$ ....

Dat is goed/fout, want ....

Tot zover ons exposé over enkele bijzondere getallentoetsen. Nu de toetsen als functietoetsen.

Functies op de rekenmachine

Het ontwikkelingswerk binnen W12/16 is erop gericht de rekenmachine in te passen in reeds ontwikkelde *pakketten* en *nieuwe ideeën*. In pakketten zoals *Grafieken van functies* en *Regelrecht* kan de rekenmachine bijdragen tot een beter begrip. Voor de nieuwe ideeën in de algebra draagt de rekenmachine bruikbaar leerlingenmateriaal aan. We noemen bijvoorbeeld de aandacht voor de wijze van noteren van variabelen waarbinnen de *pijlentaal* past.
Een tweede nieuwe tendens binnen W12/16 is dat de aandacht voor functies niet beperkt blijft tot eigenschappen van parabolen, maar gericht wordt op de aard van functies in het algemeen, over hun verloop, hun inversen. De rekenmachine met zijn functietoetsen kan daarin een rol vervullen. Enkele voorbeelden uit *W12/16 ZakRekenMachine:*

Pijlentaal
Als kinderen bijvoorbeeld sin 30^0 op de rekenmachine moeten uitrekenen, wordt abusievelijk eerst de sin-toets ingedrukt en dan het getal 30, overeenkomstig de leesrichting.
In tegenstelling met de reguliere algebrataal kan met de pijlentaal de volgorde van toetsen op de rekenmachine wèl worden gehandhaafd.

$$30 \xrightarrow{\sin} \ldots\ldots$$

wordt op de rekenmachine direct goed uitgevoerd.
Bovendien wordt met de pijlentaal het functiebegrip op een dynamische wijze aangegeven en staat de pijlentaal aan het begin van een didactisch lijntje van formele functienotaties:

$$x \xrightarrow{\sin} \sin(x)$$
$$\sin\colon x \longrightarrow \sin(x)$$
$$f : x \longrightarrow f(x)$$

Onderzoek van functietoetsen op de rekenmachine
Het onderzoek van de functietoetsen verloopt in de serie in twee stappen: eerst wordt een tabel voor de functie gemaakt en dan een grafiek samengesteld.

Sinus-toets.
Maak de volgende tabel van de sinus-toets op je rekenmachine:

$x \xrightarrow{\sin} \sin(x)$
$0 \longrightarrow$
$30 \longrightarrow$
(...)
$135 \longrightarrow$
$150 \longrightarrow$
$180 \longrightarrow$
..... $\longrightarrow$

Maak de punten uit de tabel dik in de *grafiek* van de sinus.

Eigen onderzoek
Onderzoek of je een getal x kunt vinden waarvoor geldt:
$x \xrightarrow{\sin} 2$

Op deze wijze wordt ook de grafiek van de andere functietoetsen op de rekenmachine ($\frac{1}{x}$, 10^x, cos, tan) gemaakt.
Vaak wordt op eigen onderzoek aangedrongen.

Winnende functies, winnende formules

Niet alleen bij pakketten, ook bij *nieuw ontwikkelde ideeën* over algebra, zoals 'winnende formules', heeft de rekenmachine het benodigde voor handen.

Voorbeeld:

X! X^2 10^X

zijn drie functies op je rekenmachine voor X = 1, 2, 3, ...

Welke heeft het snelst het scherm van je rekenmachine vol?

Op de rekenmachine kun je niet verder dan 69!

Ga na 69! = 1.71122 98

Welke van de drie functies(X! , X^2, 10^X) stijgt het snelst? Waarom is dat zo?

Voor X = 12

X!	1x 2x 3x 4x 5x 6x 7x 8x 9x10x11x12
10^x	10x10x10x10x10x10x10x10x10x10x10x10
X^2	12x12

Eigen onderzoek

Bedenk zelf een functie die sneller stijgt dan X!

Ga met je rekenmachine na of (X^2 x 10^2) sneller stijgt dan X!

En hoe zit het met deze functies: $(X!)^X$, $(X!)^2$.

Inverse

Met de INV-toets kan worden gekozen uit twee rollen die onder één toets zijn verenigd.

Soms is de ene rol inderdaad de wiskundige inverse van de andere functie. Bijvoorbeeld de combinatie onder één toets van log en 10^x. Soms echter heeft de tweede rol van een toets niets met de eerste te maken. Bijvoorbeeld de combinatie +/- en $\sqrt[3]{}$. Het zijn dus niet altijd échte inverse functies van elkaar – een interessant onderzoek voor de leerling. En er zijn nog meer merkwaardigheden:

Terug naar af

Met de INV-toets kun je vaak weer op hetzelfde getal terug komen.
Toch is dat niet altijd zo.
Probeer maar eens:

$30 \xrightarrow{\sin}$ ...?... $\xrightarrow{\text{INV sin}}$ ...?...

$150 \xrightarrow{\sin}$ ...?... $\xrightarrow{\text{INV sin}}$ ...?...

Iemand zei: 'Hij kiest altijd de kleinste van de twee.'

Zoek de inverse functie van functies $\sqrt{}$, log, x^2, 10^x, $\sqrt[3]{}$, x!

Neem voor *x* een getal.
Druk de functietoets in.
Ga na of er een inverse functie is voor die toets.

$x \xrightarrow{\sqrt{}}$ ...?... $\sqrt{x}$ $\xrightarrow{\text{...?...}}$ x

Op deze wijze wordt gezocht naar de inversen van log, x^2, 10^x, $\sqrt[3]{}$ en zelfs naar die van $x!$.

Conclusie

We menen dat de integratie van de rekenmachine, waarvan in het begin van dit artikel sprake was, met deze voorbeelden ruimschoots is toegelicht. De rekenmachine vormt een rijk gebied dat door tal van reken- en wiskundeonderwerpen heenloopt en deze onderling kan koppelen.

Noten

1. *Afkorten* is in te delen in *afronden* en *afbreken*.
   Binnen het *afronden* is er een verschil tussen:
   a. een regelgebonden afronden ('5 of meer') en
   b. een contextgebonden afronden.

   Een opgave uit *Regelrecht* ter illustratie van het feit dat men door een context gedwongen moet afwijken van de regel van '5 of meer':

   Voor *f* 1,25 per Lp kun je bij de bibliotheek een Lp lenen.
   Je moet er wel eerst een pasje van *f* 10,-- voor kopen.
   Een Lp kost *f* 22,--.
   Hoeveel Lp's kan je daarvoor lenen?

   Vincent geeft een oplossing: '22 gulden, dan 10 gulden eraf.' Dan doet hij op de rekenmachine 12 :1.25 = en vindt: 9.6
   Zijn buurman zegt: 'Dus, 10 Lp's kun je daarvoor lenen want 6 moet je naar boven afronden.'
   Vincent: 'Nee, het is 9, anders is het meer dan 22 gulden.'

2. *Puntgetallen*
   De dichtheid van de puntgetallen op de getallenlijn komt bijvoorbeeld aan de orde bij het spelletje op de rekenmachine 'Steeds dichter bij elkaar'. In dit spelletje is het zaak om voortdurend tussen elk paar getallen een nieuw puntgetal te vinden. Maar hieraan stelt de rekenmachine ook grenzen.