

# Verhoudingstabellen in de brugklas

M. Wijers

OW & OC, RU Utrecht

In het nieuwe wiskundeprogramma dat ontwikkeld wordt door het team W12-16, heeft het leerstofonderdeel rekenen een eigen plaats gekregen. Voor veel leerlingen blijkt rekenen veel meer problemen te geven dan over het algemeen wordt aangenomen. Om leerlingen meer zelfvertrouwen te geven op het gebied van het rekenen willen we trachten de kennis die ze al bezitten effectief in te zetten en uit te breiden. Er is daarom met opzet niet gekozen voor herhaling van de basisschoolstof. Met de lessen *Praktisch Rekenen* willen we het handig rekenen in toepassingsituaties bevorderen.

In klas 1 wordt in twee keer zes lessen aandacht besteed aan het leren gebruiken van een verhoudingstabel. De verhoudingstabel blijkt op ieder niveau een bruikbaar hulpmiddel te zijn. In de eerste plaats verheldert het de structuur van 'zoveel per zoveel'-opgaven. Daarnaast is het mogelijk om in de verhoudingstabel op allerlei manieren handig te rekenen. Ook breuken en procenten kunnen met behulp van verhoudingstabellen aan de orde komen. Door de tabel aan reële opgaven te blijven koppelen willen we voorkomen dat leerlingen de tabel zien als een volgende truc die ze moeten leren.

Inmiddels is er ook een serie van tien lessen *Praktisch Rekenen* voor klas 2 klaar. In deze lessen worden door het normeren van de verhoudingstabel op 100 de procenten geïntroduceerd. Voor klas 3 is een lessenserie in voorbereiding.

## Ervaringen

De eerste versie van het lesmateriaal voor klas 1 is uitgetoetst in 1988 in een van de experimenteerscholen van het project. Inmiddels is de bijgestelde versie in gebruik op de andere projectscholen. Er zijn in de loop van de tijd aardig wat ervaringen opgedaan met dit materiaal.

Aan de hand van wat opgaven en de antwoorden van leerlingen willen we een beeld schetsen van de serie praktisch rekenen. Hierbij moet opgemerkt worden dat de serie tot stand is gekomen in een mavo/lbo-brugklas. Hoewel de inhoud volgens een aantal docenten ook nuttig is voor havo/vwo zal het nodig zijn voor hen een aangepaste versie te maken.

De leerlingen beginnen met oefenen in het gebruik en invullen van verhoudingstabellen. Ze hebben ontdekt dat je op verschillende manieren tot een antwoord kunt komen. Pas nadat ze zelf op hun eigen wijze gezien hebben dat (en hoe) het probleem oplosbaar is, wordt er wat structuur aangebracht. Vijf 'maniertjes' hebben een naam gekregen. In opgave 3 moeten ze toegepast worden. Deze opgaven komen uit les 4 van *Praktisch Rekenen 1a*.

a. *Eén cassettebandje kost f 7,50.*

*Hoeveel moet je betalen voor zestien cassettebandjes?*

>>Maak de opgave eens op de manier van Ed 'dubbel-dubbel':

bandjes									
prijs									

b. *Eén cassettebandje kost f 7,50.*

*Hoeveel moet je betalen voor zestien cassettebandjes?*

>>Maak de opgave nu op de manier van Evelien 'handig samennemen':

bandjes									
prijs									

c. *Eén cassettebandje kost f 7,50.*

*Hoeveel moet je betalen voor zestien cassettebandjes?*

*Je kunt deze opgave ook nog op andere manieren uitrekenen. Weet je nog een manier?*

>>Schrijf deze manier hieronder.

We kijken naar leerlingenwerk bij opgave c. Het zijn leerlingen van de mavo-leaoschool Lunetten te Utrecht, een experimenteerschool van het W12-16 project.

Vincent:

bandjes	1	2	3	4	5	6	7	8	16
prijs	7,50	15,-	22,50	30,-	37,50	45,-	52,50	60,-	120,-

Bas:

bandjes	1	2	3	5	8	13	16
prijs	7,50	15,-	22,50	37,50	60,-	97,50	120,-

Bianca:

bandjes	2	6	12	16	
prijs	15,-	45,-	90,-	120,-	

Anouk:

7,50
16
45,00
75,00
120,00

Daniëlle:

$$0 \times 7,50 = 75,00 + 6 \times 7,50 = 45,00$$

75,00
45,00
120,00

Vincent en Bas komen beide in een aantal stappen bij het gevraagde antwoord. Dit is niet de kortste methode, maar zo was de vraag ook niet gesteld. In de eerste lessen wordt vooral aandacht besteed aan het handig, op allerlei manieren, rekenen in de tabel. Bas komt via handig samennemen op de prijs van zestien bandjes uit. Bianca lijkt de tabel om de tabel in te vullen. Het laatste antwoord is bij haar niet af te leiden uit de eerder ingevulde kolommen.

Daniëlle en Anouk tenslotte gebruiken de tabel niet. Ze doorzien de structuur van de opgave en maken de vermenigvuldiging die erbij hoort. Daniëlle doet dit op een handige manier, waarbij ze vermoedelijk uit het hoofd rekent. Anouk cijfert onder elkaar.

Het grote voordeel van het werken met de verhoudings-tabel is dat leerlingen hun eigen manier kunnen gebruiken. De bedoeling is wel om leerlingen toe te laten werken naar de meest verkorte vorm, maar dit zal niet voor elke leerling haalbaar zijn. Die leerlingen kunnen dan altijd, via een iets langere weg met rekenmaniertjes die ze wel beheersen, op een antwoord komen.

De volgende opgave is voorgelegd aan leerlingen die de lessen praktisch rekenen afgerond hadden. Hier moeten verhoudingen vergeleken worden, dit gebeurt via vereenvoudigen. Op grond van die vergelijking kunnen leerlingen dan een antwoord geven op de vraag: 'Is dat wel eerlijk gegaan?'

De opgave luidt:

## Nieuwe haring 'een mooi slag'

**vangstquotum Europa**  
1988: 500.000 TON (1987: 600.000 TON)

**vangstquotum Nederland**  
1988: 90.000 ton (1987: 108.000 ton)

>> Is dat wel 'eerlijk' gegaan?

1987:

Nederland				
Europa totaal				

1988:

Nederland				
Europa totaal				

JalNee, want, .....

Enkele uitwerkingen van leerlingen:

Monique:

1987:

Nederland	108000	54000	18000
Europa totaal	600000	300000	100000

2÷      3÷

1988:

Nederland	90000	180000	
Europa totaal	500000	100000	

5

omdat ze die twee... dan... bytek.

Dagmara:

1987:

Nederland	108000	168	54	27	9
Europa totaal	600000	600	300	150	50

÷2      ÷2      ÷3

1988:

Nederland	90000	90	45	9
Europa totaal	500000	500	250	50

÷5

Monique laat de nullen staan en werkt toe naar de 100.000. Het terugvertalen naar de context levert, gezien haar antwoord, problemen op. Dagmara werkt eerst de nullen weg en komt via halveren en delen op twee gelijke verhoudingen, het is dus eerlijk gegaan.

## Verhoudingen vergelijken

In de proefversie van de tweede serie van zes lessen (*Praktisch rekenen 1b*) werd gewerkt aan het vergelijken van verhoudingen. Dit bleek lastig. Leerlingen schieten snel hun doel voorbij. Ze zien niet naar welke getallen ze toe kunnen werken, omdat de zwakke rekenaars weinig gevoel voor getallen hebben. Ze herkennen bijvoorbeeld 32 niet als produkt, laat staan dat ze doorzien dat het wat met 56 te maken heeft. In de tweede versie is uitgebreider aandacht besteed aan het vereenvoudigen van verhoudingen en indirect komt normeren op 100 aan de orde.

De volgende opgave met uitwerkingen door leerlingen komt uit de proefversie, het gaat hier om het vergelijken van verhoudingen.

Bij de Sucre krijg je 8 Reuze-Marsen voor 6 gulden. Bij de Multimarkt kosten 5 Marsen 4 gulden.

Anjo maakt verhoudingstabellen om de prijzen te vergelijken.

Maak de tabellen zover af dat de prijzen goed vergeleken kunnen worden.

repen	8	4	12	16	20	24
gulden	6	3	9	12	15	18
repen	5	10	15	20	25	30
gulden	4	8	12	16	20	24

Waar zou jij jouw Marsen kopen?

Je kunt het best bij 1 kopen, want dan heb je meer

Zet in iedere verhoudingstabel een kring om de getallen waardoor je het antwoord wist.

Maak de tabellen zover af dat de prijzen goed vergeleken kunnen worden.

repen	8	16	24	32	40	48
gulden	6	12	18	24	30	36
repen	5	10	15	20	25	30
gulden	4	8	12	16	20	24

Waar zou jij jouw Marsen kopen?

Je kunt het best bij 2e kopen, want bij eerste krijg je voor 24 gulden 32 repen en bij 2e krijg je voor 24 gulden 30 repen

Maak de tabellen zover af dat de prijzen goed vergeleken kunnen worden.

repen	8	16	24	32
gulden	6	12	18	24
repen	5	10	15	20
gulden	4	8	12	16

Waar zou jij jouw Marsen kopen?

Je kunt het best reke? kopen, want daar krijg je 20 repen voor 16 en anders 20 repen voor 15

Maak de tabellen zover af dat de prijzen goed vergeleken kunnen worden.

repen	8	40
gulden	6	30
repen	5	40
gulden	4	32

Waar zou jij jouw Marsen kopen?

Je kunt het best bij de bouwmarkt kopen, want 40 repen is 30 g en bij de andere is het 32 g

Hier is duidelijk te zien dat leerlingen verschillende strategieën volgen. Variërend van proberen of er gelijke aantallen komen tot inzien dat het mogelijk is in beide tabellen een aantal van veertig repen te krijgen. Deze laatste berekening wordt door de leerling in één stap uitgevoerd, de meest verkorte vorm. Opvallend is ook hier dat leerlingen die in staat zijn de verhoudingen te vergelijken, niet altijd de goede conclusie weten te trekken.

## Zelf sommen bedenken

In klas 1 wordt na de eerste zes lessen aan de leerlingen gevraagd om een aantal tabelsommen voor de toets te bedenken. Hieronder een selectie.

Van de volgende tabellensommen zijn de eerste vijf door jullie zelf gemaakt. Er waren veel goede bij. Deze 5 heb ik uitgekozen. De andere 2 zijn op een andere school bedacht.

10 kauwgomballen kosten 1 gulden.

Hoeveel kosten 15 kauwgomballen?

kauwgomballen	10	20	40	50	60
gulden	1,50	2,00	4,00	6,50	6,00

De auto van Marc rijdt 7 km op 1 liter.

Voor zijn vakantiebestemming rijdt hij 273 km.

Hoeveel liter benzine gebruikt hij?

liters	1	4	6	13	39
kilometer	7	28	42	91	273

Marieke koopt een zuurstok voor f1,75.

Hoeveel moet zij voor 8 zuurstokken betalen?

zuurstokken	1	2	4	6	8
gulden	1,75	3,50	7,00	10,50	14,00

Michel houdt een aktie. Hij verdient f0,25 per 15 minuten.

Hoeveel verdient hij in 3 uur?

tijd	15	30	60	120	180
geld	0,25	0,50	1,00	2,00	3,00

In twee boekentassen passen 18 schriften.

Hoeveel schriften passen in 9 boekentassen?

In één flesje bier  
30 mg bier. Hoeveel zit er in 15 flesjes

bier	30 mg	60 mg	150 mg
flesjes	1	2	5

Nees fietst tot 2 km  
per uur hoeveel fietst hy in 8 uur

uur	1	2	4	8
km	2	4	8	16

Karel drinkt 3 glazen water

in 7 minuten hoeveel doet hij in 50 min

glazen	3	6	12	24	30
minuten	7	14	20	50	112

Piet schreef  $\frac{2}{10}$  regels in  
 11 sec. hoeveel regels schreefs hij in 121 sec

regels	2	4	8	14	22
sec	11	22	44	77	121

Joos springt vande don en valt 10 meter in  
 3 sec de don in 7-100 m. hoe lang duurt zijn val

meter	10	100	1000
sec	3	30	300

Het bleek dat bijna alle leerlingen in staat waren geschikte opgaven te construeren. Een enkele keer blijkt dat leerlingen zich niet realiseren, dat niet alle verbanden lineair zijn. Zij herkennen dit (nog) niet als probleem (zie de opgave over de valsnelheid). Het bedenken van realistische contexten vereist enige maatkennis. Waar deze ontbreekt, levert dat weleens merkwaardige vraagstukken op, zoals bijvoorbeeld die over het flesje bier met een inhoud van 30 mg en die over de fietssnelheid van 2km/u.

In het algemeen zijn we zeer tevreden over de vraagstukken. Leerlingen blijken te begrijpen welke vraagstukken geschikt zijn om met een tabel te kunnen worden opgelost. Op de toets bleek dat bijna alle leerlingen het oplossen ook daadwerkelijk kunnen. Bij de start bleek nog geen 40% van de leerlingen hiertoe in staat te zijn. Ze zijn creatief in het bedenken van vraagstukken. Een aantal leerlingen bleek zelfs in staat een uitbreiding op het type vraagstukken van het pakket te maken. Terwijl in de lessen nog uitsluitend was gewerkt met opgaven van de vorm '1 op de zoveel', breidden leerlingen dit uit tot bijvoorbeeld 3 op de 7 in *Karel drinkt 3 glazen water in 7 minuten, hoeveel drinkt hij in 56 minuten?* Ook deze opdrachten blijken veel leerlingen met de tabel op te kunnen lossen. Al met al geeft dit voldoende aanleiding om op de ingeslagen weg verder te gaan.

## Materiaal voor klas 2

Om een idee te geven over het vervolg van praktisch rekenen na klas 1, is tot slot een bladzijde opgenomen uit het materiaal voor klas 2. Hierin wordt gewerkt aan het

normeren van tabellen op 1 en op 100. Dit laatste leidt op een natuurlijke manier het werken met procenten in.

## Elfsteden tochten

Jaar	Deelnemers	Uitrijders
1909	0	0
1912	22	4
1917	108	83
1929	206	103
1933	399	321
1940	2716	27
1941	1900	1672
1942	3862	3669
1947	1791	270
1954	2597	2143
1956	6070	4739
1963	9294	69

- 1 a In 1940 en in 1963 zullen de tochten wel erg zwaar geweest zijn', zegt Koos. Vind je dat hij gelijk heeft? Waarom?
- b In welk jaar heeft ongeveer één op de honderd deelnemers de toertocht uitgereden?
- c In welk jaar is volgens jou de tocht zwaarder geweest, in 1940 of in 1963? Waarom?
- 2 a In 1933 hebben 321 van de 399 deelnemers de toertocht uitgereden. Geef een schatting van het aantal uitrijders op de honderd deelnemers. Laat in de tabel zien hoe je dit gedaan hebt.
 

aantal uitrijders		
aantal deelnemers		
- b Bereken voor de toertocht in 1941 het aantal uitrijders op de honderd deelnemers.
 

aantal uitrijders		
aantal deelnemers		
- c In welk jaar hebben naar verhouding de meeste deelnemers de tocht uitgereden, in 1933 of in 1941?
- 3 a In welk jaar heeft ongeveer de helft van de deelnemers de toertocht uitgereden?
- b Wat is in dat jaar het aantal uitrijders op de honderd deelnemers?