

Rekenen in het voortgezet onderwijs

Rekengroep W12-16 [1]

OW & OC, RU Utrecht/SLO, Enschede

Via de media worden wij dagelijks overspoeld met getallen en getalsmatige gegevens. Nu neemt het merendeel van de mensen veel van die cijfermatige informatie voor zoete koek aan en laat de interpretatie over aan de journalisten als uitleggers van het wereldleed. Helaas, want zou niet iedere burger zich eventjes achter de oren moeten krabben bij lezing van het volgende bericht uit het weekblad 'Stad Sittard' (oktober 1989).

Gisteren, maandag 9 oktober, werd in AVRO's Servicesalon aandacht besteed aan het analfabetisme in Nederland. Uit de voor dat programma verzamelde gegevens is opnieuw gebleken dat maar liefst één van de vijftientig Nederlanders niet kan lezen of schrijven, dat die ene dus geen boodschappenbriefje kan schrijven of lezen, geen ondertitels op TV kan volgen, geen krant kan lezen, geen brief kan samenstellen.

Stel je voor één op vijftientig Nederlanders, bewoners dus van een land dat mensen uitstuurt naar ontwikkelingslanden om daar de bevolking te leren lezen en schrijven. Eén van de vijftientig Nederlanders dat is 25%! En hoeveel inwoners heeft Nederland? Veertien miljoen? Dan wil dat wel zeggen dat in ons hoog-ontwikkelde land maar liefst drie-en-een-half-miljoen mensen niet kunnen lezen of schrijven.

Daar word je even stil van!

1 op 25 = 25%?

Inderdaad daar word je even stil van. Nog maar een geluk, zoals Treffers ons zei, dat het niet één op honderd is.

Praktisch nut

Nu is het bekend dat procent-rekenen een lastig onderdeel van het basisschoolprogramma is. Ook dat veel volwassenen daar nog moeite mee hebben. En toch is het rekenen met procenten één van de meest gebruikte rekenonderdelen in het leven van alledag.

Ook op een veel elementairder niveau spelen het getal en het opereren met getallen een niet weg te cijferen rol in de wereld om ons heen. Wie op reis gaat moet klok kunnen kijken en een spoorboekje kunnen hanteren. Ga je met de auto dan zul je je benzine meter moeten kunnen aflezen en kunnen schatten of je benzinevoorraad toereikend is. Blijf je thuis om een maaltijd te bereiden dan zul je moeten wegen en kunnen rekenen met eenvoudige gestandaardiseerde maten. Zo moet je weten dat 750 ml

overeenkomt met $\frac{3}{4}$ liter. Kook je niet voor een modaal gezin van vier personen, dan moet je de opgegeven hoeveelheden kunnen aanpassen aan het aantal eters. En iedereen heeft dagelijks te maken met de inhoud van zijn portemonnaie.

Wie zich voor een pakje scheermesjes (f 5,95) en een zakje drop (f 1,25) een rekening van f 60,75 laat presenteren krijgt spijt van de verloren rekenlessen.

Kortom, wie zich in de maatschappij wil handhaven, zal naast lezen en schrijven ook moeten kunnen rekenen. Rekenen is namelijk een nuttig en praktisch vak.

Vorbereidende waarde

Daarnaast heeft het rekenen op zich een voorbereidende waarde. Bij vakken als natuur- en scheikunde, aardrijkskunde, economie en niet te vergeten wiskunde moet heel wat gerekend worden:

Een koelkast met een vermogen van 150W is aangesloten op de netspanning van 220V en draait per dag gemiddeld 6 uur.

a. *Hoeveel energie gebruikt de koelkast per dag?*

b. *Hoeveel kost dat per jaar als de prijs van 1 KWh 22,5 cent bedraagt?*

Gelukkig hoeft dat tegenwoordig niet allemaal meer met de hand. Grote vermenigvuldigingen en staartdelingen kunnen eenvoudig met de zakrekenmachine te lijf gaan worden. Maar hoe kom je tot de benodigde formules? Dat vereist inzicht in de rekenbewerkingen, maar ook gevoel voor de grootte van de uitkomsten die je vooraf zou moeten kunnen schatten.

Eindniveau basisschool

Het zou prettig zijn als alle leerlingen die de basisschool verlaten, geen moeite meer zouden hebben met het feitelijke rekenwerk. Hoewel in feite het totale rekengebied in het basisonderwijs aan de orde is geweest, blijken er toch enorme niveauverschillen tussen de leerlingen te bestaan. Grofweg kan men stellen dat er, naast leerlingen die het rekenen goed en in zijn totaliteit beheersen, een fiks aantal is dat het net tot de staartdeling

heeft gebracht. Zeker is dat juist de lastige onderwerpen als breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen door meer dan de helft van de leerlingen onvoldoende beheerst wordt.

In 1988 is door het CITO een landelijk onderzoek gedaan naar de feitelijke opbrengsten van het rekenonderwijs. Uit dit PPOON onderzoek (Periodieke Peiling Onderwijs Niveau) geven we als illustratie van het voorgaande twee voorbeelden. Het betreft opgaven voor het einde van de basisschool.

>> Een microscoop kost f 138,-. Je krijgt 25% korting. Hoeveel moet je nu betalen?

>> Een slaapkamer is 370 cm lang en 200 cm breed. Hoe groot is het vloeroppervlak in m²?

De gemiddelde goedscores op deze vraagstukken waren respectievelijk 35% en 24%.

Voortgezet rekenen

Het rekenen is dus op de basisschool bij lange na niet afgerond. Het zal daarom nodig zijn in het voortgezet onderwijs ook het rekenen voort te zetten. Maar wel aansluitend op het op de basisschool bereikte niveau. En dat kan per leerling enorm verschillen. Nu is het vinden van geschikte leerstof voor de goede leerlingen het minste probleem. Daarom is bij de ontwikkeling van materialen de prioriteit gegeven aan de onderstroom van het voortgezet onderwijs. Daar dienen zich echter andere problemen aan dan die van inhoudelijk/didactische aard. Hoe kun je leerlingen, die in de voorgaande jaren een aversie tegen rekenen hebben opgebouwd, opnieuw motiveren voor dit vak?

In het docentenboek van *Praktisch Rekenen 1* doen de auteurs (K. Gravemeijer en N. Querelle) verslag van hun ervaringen in deze. Tevens legitimeren zij de door hen gekozen leerstof en didactische aanpak. In genoemd pakket is niet gekozen voor herhaling en of reparatie, maar voor consolidatie en toepasbaar maken van datgene wat de leerlingen wel kunnen. De meeste toepassingen gaan over gebonden grootheden. Om de structuur van dergelijke 'zoveel per zoveel'-vraagstukken te doorzien (en er handig in te rekenen) blijkt de verhoudingstabel een uitstekend hulpmiddel. Vandaar dat dit model de rode draad vormt van de didactische opbouw:

>> Mariska heeft een brommer, die rijdt 12 km op 1 liter. Hoeveel kilometer rijdt ze op 25 liter?

liters					
kilometer					

>> Sylvia loopt 24 meter in 12 seconden. Hoeveel meter loopt ze in 1 minuut?

24 meter					
12 seconden					

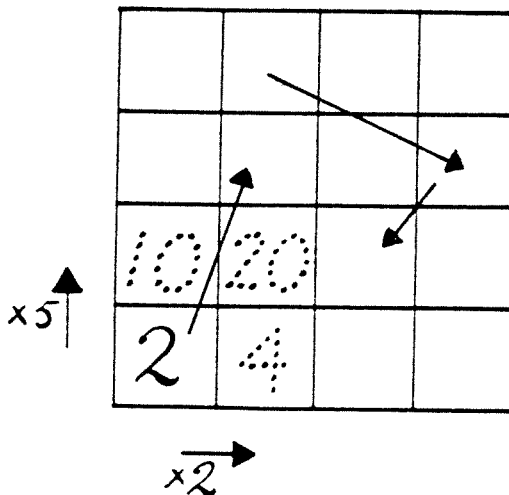
Niet alleen vanwege het nuttigheidsaspect zijn toepassingen zo belangrijk. Toepassingen kunnen ook een rol spelen bij het aanleren van de rekenoperaties. Zo blijkt

de kale deling $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$ door aankomende PABO-studenten aanzienlijk slechter gemaakt te worden dan de opgave: 'Een fles bevat $\frac{3}{4}$ liter wijn. Hoeveel glazen van $\frac{1}{8}$ liter gaan daaruit?'

Formeel rekenen

Dit wil overigens niet zeggen dat oefenen met kale getallen geen zin zou hebben. Integendeel, parate rekenvaardigheid moet ook onderhouden worden. En dat hoeft niet saai te zijn zoals we aan het voorbeeld in onderstaand figuur kunnen zien.

Pijlentabel



- Vul de tabel verder in.
- Welke betekenis hebben de aangegeven pijlen?
- Maak zelf zo'n tabel, maar met het startgetal in een andere cel.
- Ontwerp een pijlentabel voor optellen en/of aftrekken.

Met dit vraagstuk zitten we al op een tamelijk formeel niveau. Misschien is dit dan wel een voorbeeld van rekenstof voor havo-of vwo-leerlingen? Ook op een eenvoudiger niveau zijn zinvolle oefeningen mogelijk die te maken hebben met belangrijke basiskennis als de tafels:

Wat is het patroon van de tafel van 9?

Zet de volgende rij voort: 1, 4, 9, 16,

Bepaal de verschillen; wat is de regelmaat?

Rekenen en eindniveau

Rekenen zal dus een volwaardige plaats krijgen in het nieuwe onderbouwprogramma van het voortgezet onderwijs. Het zal niet aangeboden worden als een vak van blind te gebruiken trucs en wonderlijke regels. Het rekenen zal toegepast moeten kunnen worden. Toegepast in situaties die betekenis hebben voor de leerlingen. Daarnaast zal een herbezinning op het rekenen plaatsvinden, waarbij teruggegaan wordt op het positie-systeem en de betekenis daarvan.

We proberen met de leerlingen een referentiekader van zinnvolle maten op te bouwen (bijvoorbeeld een deur is twee meter hoog, gemiddelde loopsnelheid is ongeveer zes km/u). Want alleen daardoor krijgen getallen in toepassingen betekenis.

Rekenen betekent niet (alleen) cijferen. Eerst schatten of afronden op ronde getallen en met die 'mooie' getallen uit het hoofd rekenen is voor het dagelijks leven veel belangrijker. Wie staat immers bij de supermarkt met een rekenmachine in de hand om te controleren of hij of zij genoeg geld bij zich heeft?

Denken over getallen en uitvoeren van eenvoudige berekeningen doen we uit het hoofd. Vervelend rekenwerk laten we door de zakrekenmachine doen. Dit zijn de uitgangspunten volgens welke het rekenen in het voortgezet onderwijs vorm kan krijgen. Hoever gaan we daarmee en aan wat voor soort vraagstukken moet er gedacht worden?

Het groeipercentage van de wereldbevolking is 16 promille. Dit betekent dat er elk jaar op elke 1000 bewoners 16 bijkomen.

- Hoeveel duizend is dat per uur?
- Hoeveel zijn dat er ongeveer per minuut?
- Hoe groot zal de wereldbevolking ongeveer zijn in het jaar 2000?

Zie hier een voorbeeldvraagstuk, bijvoorbeeld geschikt voor het eind van klas 3, waarin gebruik wordt gemaakt van:

- maatkennis (er zijn vijf miljard mensen op aarde);
- inzicht in het getsysteem (1000 miljoen is 1 miljard);
- handig rekenen (16 per 1000, dus 16.000 per miljoen, dus 16 miljoen per miljard, dus 80 miljoen op de 5 miljard);
- de zakrekenmachine (80 miljoen : 365 : 24 ≈ 9000 per uur).

De laatste vraag, een hele lastige trouwens, kan op allerlei niveaus verwerkt worden. Het laagste is dat, waarbij de toename telkens opnieuw bij het vorige bedrag wordt opgeteld.

Als de leerlingen eraan toe zijn het groeipercentage om te zetten in een constante vermenigvuldigingsfactor, dan kunnen we daarvan op een zakrekenmachine gebruik maken. Afhankelijk van het merk en type van de rekenmachine kan dit op verschillende manieren.

Het programmastrookje voor de Casio LC-827, levert na tien keer indrukken van de =-toets het gevraagde antwoord.

1,016	x	x	5	=	=	=
				↓	↓		↓
				5.08	5.16..		5.86....

En uiteindelijk zou dit in klas 3 of 4 kunnen voeren tot de meest verkorte vorm:

5 miljard x (1,016)¹⁰ = 5,9 miljard, dus ongeveer 6 miljard. Maar dan zijn we in feite al het onderdeel exponentiële groei binnengestapt.

Pakketten

Het W12-16 team werkt onder meer aan het opstellen van een rekenprogramma voor de onderbouw van het voortgezet onderwijs. Er zijn en worden enkele kant en klare leerlingepakketten ontwikkeld met bijbehorende docententeksten. Dit zijn:

- *Praktisch Rekenen 1a en 1b* (klas 1)
Over verhoudingsrekenen en schattend rekenen.
- *Praktisch Rekenen 2* (klas 2)
Waarin een uitbreiding van verhoudingsrekenen plaatsvindt waarbij onder andere verhoudingen genormeerd worden op 1 en op 100. Hier wordt het procentrekenen voorbereid.
- *Praktisch Rekenen 3* (klas 3)
Vervolg van procentrekenen.
- *Zakrekenmachine* (klas 1,2,3,4)
Gebruik van zakrekenmachine ook in relatie met de eerder genoemde pakketten.

Verder zal een beschrijving gegeven worden van een totaal rekenprogramma voor de eerste drie leerjaren van het voortgezet onderwijs en vierde klas mavo en lbo. Niet alleen in leerstoftermen, maar met zoveel mogelijk voorbeelden en/of vindplaatsen van leerlingmateriaal en didactische aanwijzingen voor de docent. Men zou dit soort overzichten ideeën- of activiteitenboeken kunnen noemen. Mogelijke onderwerpen hiervoor zijn: Tafels, metriek, kommagetallen en breuken.

In sommige (wiskunde)leerboeken wordt al aandacht aan rekenen besteed. Mogelijk dienen onze stukken als aanvulling hierop en als inspiratiebron voor auteurs. Rekenen is niet alleen een nuttig onderdeel van de wiskunde, maar het kan ook leuk en uitdagend zijn.

Noot

- [1] De Rekengroep bestaat uit M. Abels, J. van den Brink, K. Gravemeijer, E. de Moor en M. Wijers.