

De niet-ritsloze aansluiting van Hawex op Hewet

Tevens een reactie op een onrustbarend artikel

M. Kindt

OW & OC, RU Utrecht

Na zijn 'Wishful thinking...' in Euclides getuigt Anne van Streun nu ook in de Nieuwe Wiskrant van zijn ongerustheid over de op handen zijnde ontwikkelingen van ons wiskundeonderwijs. Daar is niets op tegen: Anne heeft een vlotte pen en een gezonde kritische instelling. Bovendien provoceert hij graag (neem alleen al de titel: 'de onevenwichtige basis van het Hawex-bouwwerk') en munten zijn stukken niet uit door voorzichtige woordkeus en subtiele nuancerings. Genoeg ingrediënten dus voor een gekruide en leesbare produkt. Mij schiet zijn artikel in het verkeerde keelgat, vandaar een reactie.

Het probleem van het willen reageren op stukken als die van Anne is, dat je de neiging voelt opkomen er een pittige polemiek van te maken. Los van de aanwezige aanleg voor pennestrijd, is het de vraag of dat slim is. Als je in ferme taal (re)ageert zal de bedachtzame lezer zijn schouders ophalen en denken dat de waarheid gelijk is aan de som gedeeld door twee. Weliswaar heb je dan een klein succesje geboekt, het standpunt van je opponent is wat afgezwakt, maar tegelijkertijd is dat ook met het jouwe gebeurd en dat kan nooit het doel van een weerwoord zijn. Daarom besluit ik me niet al te zeer te laten meeslepen, maar een beetje heilig vuur is natuurlijk onmisbaar.

Mijn verhaal zal (zoals de titel belooft) vooral gaan over de aansluiting van A of B op A of B bij de opstap van havo naar vwo.

Voordat ik daaraan toekom wil ik aan één uitspraak van Anne toelichten waarom ik zijn soep te heet vind. Ik citeer (...) *de dwaze volgorde waarin wij in Nederland het wiskundeleerplan veranderen* (...). Organisatorisch gezien is de volgorde inderdaad: eerst vwo-top, daarna havo-top, daarna onder- en middenbouw van alles. De werkelijkheid is ingewikkelder. In het midden van de jaren '70 heeft het IOWO verkennend en baanbrekend ontwikkelingswerk verricht voor 12-16. Die verkenningen hebben geleid tot nieuwe didactische inzichten en vandaag de dag is de invloed op de nieuwe of vernieuwde onderbouwmethoden onmiskenbaar aanwezig. Ook het Hewet-werk is erdoor beïnvloed en op haar beurt beïnvloedde Hewet de onderbouwmethoden en Hawex. 12-16 en Hawex zullen na wederzijdse beïnvloeding weer de vwo-programma's moeten beïnvloeden, enzovoort. Een ontwikkeling die natuurlijk nooit stil kan staan. Tegen de tijd dat alle programma's klaar lijken te zijn, heeft de

elektronika alweer voor zoveel nieuwe verrassingen gezorgd dat een bezinning op het curriculum wel het minste is...? Het opstellen van één totaalprogramma (zeg van 4 tot 18) voor wiskunde en dat vervolgens van onderop langs lineaire weg ontwikkelen, lijkt me een fictie. Het IOWO stond destijds een oprukken over een breed front voor ogen: simultane ontwikkeling voor verschillende leeftijdsgroepen en schoolsoorten met interactieve beïnvloeding. De politiek stak er een stokje voor. Tenslotte is toen de hoogste troefkaart, Hewet, uitgespeeld. Anne weet ook dat de volgorde van organisatie van leerplanherzieningen vooral door de politiek is bepaald en daardoor opportunistisch was en is. Maar opportunistisch is niet synoniem met dwaas. Hewet bood, door zijn overzichtelijke structuur en betrekkelijk kleine doelgroep, de mogelijkheid tot een snelle doorbraak. Voor de sceptici die dachten dat 'wiskunde met een menselijk gezicht' alleen mogelijk was in de onderste regionen, werd duidelijk gemaakt dat die andere benadering van de wiskunde tot op het examen vwo mogelijkheden biedt. Zonder Hewet zou de onmiskenbare 'nieuwlichterij' in de onderbouwmethoden weinig kans hebben gemaakt. Hewet plaveide ook de weg voor Hawex dat in sommige opzichten weer een stap verder is op de weg naar realistisch wiskundeonderwijs. Kortom: de volgorde van leerplanherziening in Nederland lijkt (en is) niet logisch, bracht (en brengt) problemen met zich mee (bijvoorbeeld de instroom van mavo-oud naar havo-nieuw), maar is strategisch gezien misschien nog niet zo gek...

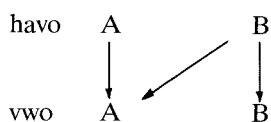
Aansluitingsproblematiek

Anne's betoog in 'de onevenwichtige basis...' staat geheel in het teken van de aansluitingsproblematiek. Daarbij gaat hij voorbij aan het dilemma van de leerplanmaker: moet er worden gezwicht voor de (begrijpelijke) wens tot ritsloze aansluiting van het ene schooltype op het andere? Een dilemma, immers het betreft vaak een klein percentage doorstromers. Het is toch op zijn minst aanvechtbaar om de meerderheid te laten lijden onder het juk van de meest ambitieuze en getalenteerde ma- of havisten? Doet het programma voldoende recht aan de eigenlijke doelgroep als er te zeer gekeken wordt naar het naast-hogere (of naast-lagere) onderwijs? Uit een, voor het havo als school-

type tamelijk vernietigend artikel in de NRC [1], citeer ik (...) geef je op een havo les dan gebruik je in feite het vwo-boek waar een paar hoofdstukken uit zijn geschrapt omdat die te moeilijk zijn (...). Deze zin werd opgetekend uit de mond van een leraar in een ander vak, maar het had even goed een wiskundeleraar kunnen zijn.

Bij het ontwikkelen van het Hawexmateriaal lag de amputatie-strategie weer op de loer. Het ontwikkelteam heeft de verleiding kunnen weerstaan: noch wiskunde A, noch wiskunde B zijn zwakkere versies van de gelijkgenaamde vwo-programma's geworden. De eerste experimentele eindexamens bevestigden dat beeld. Dit is overigens geheel conform het Hawexrapport, waarin het zogenaamde theezakjesmodel werd afgezworen. Dat hiermee niet de weg van de minste weerstand is ingeslagen, werd alras duidelijk. Op bijeenkomsten hebben mij en de andere teamleden veel kritische vragen bereikt met name over de overstap van A-havo naar A-vwo. Bij de staatssecretaris zijn klachten van wiskundesecties binnengekomen over de 'onmogelijkheid' van die overstap. In een folder van één van de grote methoden werd de barrière tussen A-havo en A-vwo onneembaar geacht. Kortom, Anne staat niet alleen in zijn theorie van de onmogelijke figuur.

Laat ik nu in alle nuchterheid de problemen bij de doorstroming bekijken. Uitgangspunt is het schema uit het inmiddels alweer vergeelde Hawexrapport:



Volgens het schema moeten er dus drie overgangen mogelijk zijn. De eindexamenprogramma's van vwo en havo laten dat in principe ook toe, ware het niet dat de bovenbouwprogramma's vwo in klas 4 starten en de havo-instroom in klas 5 uitkomt. De knelpunten moeten dan ook gezocht worden in het programma van 4 vwo. Dat behelst in grove trekken de volgende onderdelen: beschrijvende statistiek, combinatoriek/inleiding kansrekening, inleiding differentiaalrekening, periodiceit/inleiding goniometrische functies, exponenten/logaritmen, oriëntatie op ruimtemeetkunde/vectoren. In het schema is aangegeven welke onderdelen voorbereiden op vwo A dan wel B en welke onderdelen voorkomen in de twee havo-programma's.

onderwerp vwo 4	bereidt voor op	havo A	havo B
statistiek	A	+	-
kansrekening	A	+	-
differentiëren	A/B	o	+
gon.fie's	A/B	o	+
exp. en log.	A/B	o	+
ruimtemeetk.	B	-	o

+ betekent: surplus (havostof overdekt vwo4-stof royaal)

o betekent: andere opzet en geen overdekking

- betekent: ontbreekt in het curriculum

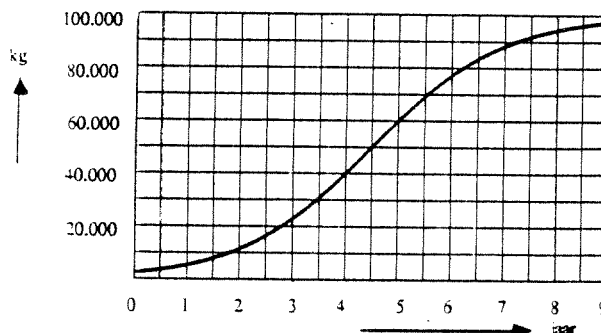
Zo te zien is de aansluiting van B-havo naar B-vwo het minst problematisch. Bijna alle B-voorbereidende onderwerpen worden overdekt door het havo-programma. De enige uitzondering is een stukje vectorrekening. Qua sfeer is er wel een groot verschil: de nieuwe B-wiskunde op het havo heeft een realistische inslag en er wordt een zeker evenwicht nagestreefd tussen inzicht en het vermogen tot manipuleren. Een leerling van één van de drie eerste Hawexscholen, die de overstap van B naar B heeft gemaakt, drukte het onlangs zó uit: *wat ik jammer vind is dat op het vwo alleen sommen gemaakt worden en nooit opgaven zoals op de havo.*

De overstap van B naar A (minder onlogisch dan ze op het eerste gezicht lijkt, denk maar aan de uitbreiding van 6 naar 7 vakken!) heeft een duidelijke drempel: statistiek en vooral kansrekening ontbreken in het havo B-programma. De leerling zal op dit punt wat inhaalwerk moeten verrichten. Er is natuurlijk ook compensatie: bij de toegepaste analyse van vwo wiskunde-A mag van de havo-leerling een flinke voor-sprong worden verwacht.

Van A naar A

Het ontbreken van de beginselen van het differentiëren in havo A heeft veel stof doen opwaaien. Terecht of onterecht? Oppervlakkig gezien lijkt het of hier een onneembare drempel is gelegd tussen havo en vwo. In de praktijk van het experiment met de drie scholen blijkt die drempel erg mee te vallen. De (kleine) groep van leerlingen die ingestroomd is in vwo A handhaaft zich redelijk tot goed. Allereerst is er het compensatie-effect: de leerling heeft van de onderwerpen statistiek, kansrekening en matrixrekening al zoveel gehad, dat er tijd is om hiaten bij andere onderwerpen weg te werken. En wat misschien nog belangrijker is: het werken aan contextrijke leerstof is de havo-instromer zo vertrouwd, dat dit hem of haar een grote voor-sprong op de andere leerlingen bezorgt.

Dat neemt niet weg dat de achterstand op het gebied, door Anne aangeduid als het manipuleren met algebra, niet moet worden onderschat. Maar ook niet overschat. Ik wil hier nog eens benadrukken dat differentiëren in de optiek van wiskunde A één van de middelen is om veranderingsprocessen te bestuderen en niet louter bestaat uit het goochelen met regels en formules. In het onderwerp TGF (tabellen, grafieken, formules) bij wiskunde A-havo worden, met weinig formele middelen, ook veranderingsproblemen aangepakt. Een fraai voorbeeld gaf het eerste eindexamen wiskunde A te zien:



In een viskwekerij wordt vis uitgezet in een aantal nieuw aangelegde kweekvijvers. Als er geen vis wordt gevangen zal de visstand zich in de loop der jaren uitbreiden. Bovenstaande grafiek geeft een model van de groei van de visstand.

Teken het toenamediagram voor intervallen van een jaar, te beginnen met het interval 1-2.

De viskweker zal een aantal jaren afwachten alvorens te 'oogsten'. Daarna wil hij jaarlijks dezelfde hoeveelheid vis vangen, liefst zoveel mogelijk. Het oogsten vindt steeds plaats aan het eind van het jaar. Na elke vangst breidt de visstand zich weer uit volgens bovenstaande grafiek.

Welk advies zou je de viskweker geven over:

- het aantal jaren dat hij na het uitzetten van de vis moet wachten;*
- de grootte van de jaarlijkse vangst?*

Geef bij dit advies een toelichting, waarmee je de viskweker denkt te overtuigen.

Het toenamediagram is een eenvoudig en doeltreffend instrument om veranderingen van verbanden te bestuderen. Het aardige ervan is ook dat de leerling (ook de zwakste) volledig begrijpt wat hij doet. Ogenscheinlijk lastige zaken als 'toenemende stijging' en 'buigpunt' worden grondig bekeken en je zou kunnen zeggen dat er sprake is van een begripsmatige voorbereiding op de differentiaalrekening. Vandaar dat ik in de 'aansluitingstabel' op de betreffende plek hardnekkig een \circ plaats en geen $-$. De roep van sommigen om dat 'stukje techniek' er dan ook maar bij te doen, mag begrijpelijk zijn maar gaat voorbij aan de aanleg en de attitude van de gemiddelde havo A-leerling. Alle ervaringen in het experiment wijzen in die richting. De leraren van de inmiddels 25 dagscholen die zich met wiskunde A in het havo bezighouden, zijn op dit punt eensgezind. Natuurlijk: je kunt de leerling het trucje ' x -kwadraat wordt $2x$ ' leren en vertellen dat je op die manier een soort continu gemiddelde-toenamediagram (nu word ik al een beetje schrikachtig) kunt vinden, maar daarmee wordt het aansluitingsprobleem versluierd. Het werken met afgeleide functies en het interpreteren daarvan eist zoveel algebra-technieken en is zoveel

abstracter dan de rest van het wiskunde A-programma op het havo, dat dit een onhaalbare kaart is en altijd zal blijven ook al wordt het onderbouwprogramma nog zo goed.

Laten we trouwens wel wezen: er zijn ook op het vwo hordes wiskunde A-leerlingen voor wie de differentiaalrekening te veel wiskundig uithoudingsvermogen vraagt. Een meer discrete aanpak van de 'leer der veranderingen', bijvoorbeeld het behandelen van eenvoudige differentievergelijkingen, zou beter passen bij de sfeer van het wiskunde A-programma (zie ook [2]). Misschien iets om in de toekomst aan te denken?! In de volgende jaargang van de Nieuwe Wiskrant hoop ik hierop terug te komen.

Ter zake. Hawex en Hawet sluiten niet ritsloos op elkaar aan. Gelet op de nevenvoorwaarde dat de beide Hawexprogramma's een geringe overlap mogen hebben en dat 4 vwo voorbereidt op zowel A als B, is dit een onontkoombare zaak. De Hawexwerkgroep, later de Hawex-resonansgroep, heeft willens en wetens gekozen voor het niet opnemen van de differentiaalrekening met de bijbehorende algebra-cultuur in het havo A-programma. Voor het kleine percentage doorstromers van havo A naar vwo A is het noodzakelijk dat er ter overbrugging wat gedaan wordt om die hiaten weg te werken. Tot nu toe hebben we de ervaring in het experiment dat dit, met wat inspanning van de leerling en niet al te veel inspanning van de leraar, mogelijk is. Mocht blijken dat bij invoering op grotere schaal de gesignaleerde drempel te veel problemen geeft, dan moet er uiteraard gezocht worden naar een oplossing. Gelet op doel en doelgroep van wiskunde A op het havo ligt het dan het meest voor de hand het vwo-programma opnieuw in studie te nemen.

Noten

- [1] Visser, A.: *Een onvoldoende voor het havo*, NRC Handelsblad 10/9/88.
- [2] Kindt, M. e.a.: *Opmerkingen over de inhoud van wiskunde A en B*, Eindverslag Hewet Project pag. 44-46, OW en OC Utrecht 1987.