Wat heb ik aan wiskunde als ik kraamverzorgster wil worden?

J. de Haan

Ik wil een beeld schetsen van het werken met lbo-leerlingen, in het bijzonder hoe mijn lhno-ihno-leerlingen wiskunde leren. Sinds vier jaar werk ik op de Nobelschool in Schagen, een kleine categorale lhno-school.

Hoe ben ik daar terecht gekomen?
Na mulo- en havo-diploma heb ik mijn akte MO-A wiskunde gehaald. Daarna ben ik aangenomen op een havo-vwo-school in Ede. Met heel veel plezier heb ik daar acht jaar gewerkt in de onderbouw. De contacten met de leerlingen waren voor mij erg belangrijk. Ik vond de wiskunde wel aardig, maar ik had toch ook voortdurend de nodige vraagtekens. Is wiskunde wel zo nuttig en zo belangrijk als wij doen voorkomen?
Na wat veranderingen in de privésfeer, een verhuizing en een baan die niet beviel, heb ik een grote stap gewaagd, ontslag genomen, en ik ben begonnen met een studie MO-A pedagogiek. Die studie vond ik heel leuk, ik heb hem ook afgemaakt, maar na een jaar kreeg ik toch wel wat heimwee naar het bord en krijt. Wie schetst mijn verbazing toen ik een telefoontje kreeg en mij dertien uren op een lhno-school werden aangeboden. 'Een lhno-school..., mij niet gezien, ik pieker er niet over!' Na wat heen en weer gepraat ben ik toch maar eens gaan kijken. Ik had vooral visioenen van grote stoere meiden, die mij het leven zuur wilden maken en waarbij ik vooral politieagent moest spelen in plaats van leuke wiskundelessen geven. De visie van de directie op de leerlingen sprak mij wel aan en zo heb ik dan toch de gok gewaagd. De dertien lesuren zijn inmiddels aangegroeid tot 24 met daarbij het dekanaat. Wij zijn een lhno-ihno-school met de afstudeerrichtingen: verzorging, textiel en verkoop.
Of ik er spijt van heb? Integendeel, ik vind het enig. Wat de stof betreft lever ik weinig wiskundige hoogstandjes, maar vooral kunst en vliegwerk om de meest eenvoudige dingen duidelijk te maken. De leerlingen eisen veel aandacht op, maar ze zijn heel eerlijk en open.

Wat is belangrijk?

Je moet op de eerste plaats zorgen voor contact, maar daarnaast vooral de baas blijven. Je moet ook soepel durven zijn. Het is verstandig ruimte te scheppen voor andere zaken. Een ruzie kan soms beter eerst uitgepraat worden, anders blijft er zo weinig aandacht voor wiskunde over. Ook een verliefdheid kan een behoorlijke sta-in-de-weg zijn. Soms moet er heel dringend wat make-up bijgewerkt worden. Er hangt toch wel een hele speciale sfeer, een plattelandsschool en voornamelijk meiden. Dat vind ik heel leuk. Klein probleem: als vriendje Erik zegt dat het anders moet, dan moet ik toch wel erg mijn best doen om te overtuigen dat mijn manier, of het antwoord van een medeleerling, ook uitstekend is.

Wat doe je in de wiskundeles?
- vereenvoudig het taalgebruik;
- zorg dat de teksten niet te lang zijn (lezen is vaak een probleem);
- geef duidelijke instructies;
- realiseer je dat de leerling weinig voorstellingsvermogen heeft.

Voorbeeld 1: Denken Doen en Begrijpen, deel 3 (puntverzameling).
Voorbeeld 2: Dubbel Op; deel 2 (graden).
Voorbeeld 3: Dubbel Op; deel 1 (vogtel).
Voorbeeld 1 en 2 laten zien hoe je met een lap tekst een leerling wanhopig kunt krijgen. Voorbeeld 3 laat een zetfout zien; in plaats van vogels staat er vogtels. Elke leerling van de ihno-klas kwam vragen wat een vogtel is. Blijkbaar bestaan er voor hen zoveel moeilijke woorden, dat vogtel ook wel een woord zal zijn wat ze niet begrijpen.

Voorbeeld 1

In de getekende figuur bestaat P_1 uit 9 elementen.
We hebben de punten aangegeven door stippen. Dit is niet 'precies'. Een punt heeft géén afmetingen. De punt van het potlood waarmee we tekenen, moet dús zeer scherp zijn om *bij benadering* een punt aan te kunnen geven.
Tussen de zwarte punten tekenen we een verzameling rode punten. Deze verzameling noemen we P_2. Het aantal elementen van P_2 is 30.
Er blijft 'ruimte' tussen de punten. We trachten deze ruimte op te vullen met een verzameling van groene punten. Het platte vlak blijft open plaatsen houden. Het is niet mogelijk op deze manier alle punten van R_2 te tekenen. We zeggen:
De verzameling R_2 is een oneindige verzameling punten.

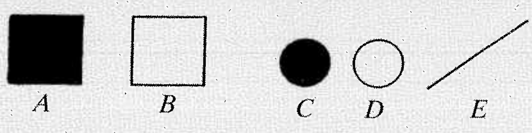


fig. 1

1. In figuur 1 is een aantal verzamelingen van punten getekend.
   a. Hoeveel elementen, (punten), bevat de verzameling A?
   b. Hoeveel elementen bevat de verzameling B?
   c. Hoeveel elementen bevat de verzameling C?
   d. Hoeveel de verzameling D?
   e. Hoeveel de verzameling E?

In figuur 2 zijn op een rechte lijn l twee punten A en B getekend. In de meetkunde gebruiken we nog 'kleine' letters om een verzameling aan te geven.

fig. 2

Een lijn l is een verzameling van punten. Wanneer A een punt van deze lijn is, dan is A een element van l. We schrijven dan:
$A \in l$
Aan het gebruik van een kleine letter voor een verzameling en een hoofdletter voor een element, zullen we even moeten wennen.

De afstand van B tot A is 5 cm.
Tussen A en B ligt het punt C waarvoor geldt $CA = 3$ cm.
Tussen C en B zijn nog de punten D en E getekend waarvoor geldt:
$DA = 4$ cm en $EA = 4{,}7$ cm.
Tussen C en B liggen nog véél meer punten. We kunnen ze niet alle precies aangeven. Probeer maar eens het punt F te tekenen waarvoor geldt $FA = 4{,}9999$ cm.
Op l liggen ook nog de punten M en N waarvoor geldt $MA = 7$ cm en $NA = 8{,}5$ cm.

Een lijn l is een verzameling punten. Het aantal elementen van deze verzameling is oneindig.

2. Zie figuur 3.
   Gegeven is een *lijn* l en een punt A op l. Voor dit punt A geldt $A \in l$.
   Teken, (in rood), de punten $P \in l$ waarvoor geldt: $PA = 2\frac{1}{2}$cm.

fig. 3

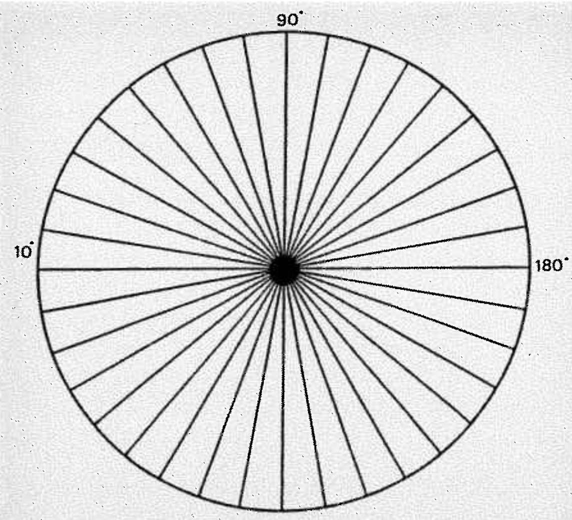
Voorbeeld 2

II. Grootte van een hoek

2.5 Als je het *gewicht* van een voorwerp wilt vaststellen, heb je daarvoor een *maat* nodig, nl. een *gewichtsmaat* (bijv. een gram).
Als je de *lengte* van een lijnstuk wilt vaststellen, heb je ook een maat nodig, nl. een *lengtemaat* (bijv. een meter).
Als je de grootte van een *hoek* wilt vaststellen, heb je weer een maat nodig, nl. een *hoekmaat*.
De *grootte* van een *hoek* wordt aangegeven in *graden*.
Hoe groot is 1°? (Spreek uit: 1 graad)

Hieronder staan 36 hoeken getekend. Elk van deze hoeken is een *middelpuntshoek*. Al deze middelpuntshoeken zijn even groot. Eén van deze middelpuntshoeken is geel gekleurd.

De cirkelomtrek kunnen we ook verdelen in *360 even grote stukjes*. Als we dan weer de stralen tekenen, ontstaan even grote middelpuntshoeken. Eén zo'n middelpuntshoek is dan 1°.



2.6 *Vervolg van opgave 2.5!*
Alle middelpuntshoeken zijn even groot.
a. Hoeveel middelpuntshoeken zijn er getekend?
   Eén middelpuntshoek is 10°.
b. 9 middelpuntshoeken zijn samen ...°.
c. 18 middelpuntshoeken zijn samen ...°.
d. Hoe groot zijn alle middelpuntshoeken samen?

Voorbeeld 3

1.11 Op het bord van onze klas staan de volgende woorden: *mus, specht, koekoek.*
a. Dit zijn allemaal
   a. bloemen
   b. vogels
   c. vissen
   d. mensen

b. Nu wil ik achter het woord *koekoek* nog een woord schrijven, maar dit woord moet bij de andere woorden passen. Het moet dus ook een ... zijn.
Welk woord zou je kiezen?
   a. paard
   b. vink
   c. fiets
   d. pinksterbloem

1.12 a. Behoort een *specht* tot de verzameling *vogels*?
b. Behoort een *hond* tot de verzameling *voglels*?
c. Behoren *specht* en *hond* allebei tot de verzameling *dieren*?

Wat moet er in het programma zitten?

Eerst het ihno
Ten eerste: praktische zaken zoals rekenen met geld, meten en wegen.
Dat zijn zaken die ieder mens in het dagelijks leven moet kunnen toepassen, helaas heeft een ihno-leerling daar erg veel moeite mee. Wilt u wat voorbeelden?
– Je hebt *f* 3,90 voor je liggen, maak daar *f* 4,00 van. Triomfantelijk wordt er tien geroepen en een tientje neergelegd. Ik wanhopig, de leerling wanhopig. Ik uitleggen dat, als je bij de slager komt je toch moet weten wat je terugkrijgt, de leerling

uitleggen dat zij het meisje bij de slager heel goed kent, dus die bedondert haar heus niet. En daar sta je dan met je motivatie. Maar toen dezelfde leerling in stage mocht bij een winkel, hebben we keihard gewerkt en zowaar het is gelukt: zij mag op de kassa.
- Nog een huis-tuin- en keukenprobleem: Haal bij de Supermarkt een pond witlof. Ai, een pond staat niet op de weegschaal, want dat mag niet meer, hoeveel gram is dat ook al weer? Ook tijdens de stage kan het voorkomen dat je iets moet wegen, bijvoorbeeld een half pond drop. Dit staat in geen enkel boek, maar ik oefen het elk jaar weer.
- In de keuken: houd $\frac{1}{3}$ deel van het deeg achter, grote schrik, wat is $\frac{1}{3}$deel? Iets met breuken en dat is vooral eng.

Ten tweede: wiskunde (Is dit nu echte wiskunde? Ja, dit is echte wiskunde.)
Op een eenvoudig niveau: verzamelingen, assenstelsels, driehoek, rechthoek, kubus, balk, lijnspiegelen, verschuiven.

Een methode voor het ibo blijft moeilijk. Tussen de klassen onderling bestaan grote verschillen, maar binnen de klas zijn de verschillen ook zeer groot. Er zitten leerlingen met weinig intellectuele vermogens, daarnaast zitten leerlingen met gedragsproblemen.

Nu het lhno
Bij ons op school zitten de vier niveaus A-B-C-D in één klas. Dat levert in de derde en vierde meer problemen op dan in de eerste twee klassen. En dan heb ik het dus alleen over lbo-leerlingen.
Jaren geleden was ik voorstander van de Middenschool. Toen kende ik echter de lbo-leerling nog niet. Nu denk ik dat je erg voorzichtig moet zijn, dat je de zwakke leerling niet tekort doet.

Hoe is nu de situatie in klas 3 en 4? De meeste leerlingen zitten op B- of C-niveau, een enkeling op A- of D-niveau. Tussen A-B-niveau en C-D-niveau zit al zo'n groot verschil, dat ik voortdurend het gevoel heb beide groepen tekort te doen. A-B-niveau moet gewoon heel praktisch zijn, onder andere rekenen met geld.
Het C-D-niveau is wat theoretischer. Voortdurend moet ik afwegen waar ik de nadruk op leg. Bijvoorbeeld in de derde klas zijn we bezig met evenredigheden; $x:3=6:9$. Dit is heel concreet te maken met behulp van twee rechthoeken. Een leerling op C-niveau kan meer aan, denk maar aan: als $a:b=c:d$ dan $ad=bc$. Hier kun je je niet zoveel meer bij voorstellen, dus de leerling op B-niveau raakt in paniek. Nu begreep ze net hoe dat ging met die twee rechthoeken en dan komt er weer een of ander regeltje bij! In dit geval ga ik met de B-leerlingen ook niet zo ver. Maar eigenlijk vind ik dat een C-leerling dat wel moet kunnen.
Meestal ligt het probleem bij de stap van concreet naar abstract; bij een functie f, $f(1)$, $f(5)$ enzovoort berekenen gaat prima, maar $f(a)$ is heel moeilijk. Nog een bekend probleem: $a^3+a^2=a^5$, een aantal leerlingen wordt hier echt wanhopig van. Ze willen heel graag, maar begrijpen absoluut niet waarom dat fout is. En wat doe je ook al weer als er staat $f(x)=2x+1$, wat is een puntverzameling, enzovoort. Zo zijn er heel wat onderwerpen, waar de leerling zich niets bij voor kan stellen en waar hij/zij dus het nut niet zo van in ziet.

Soms ontstaan er ook aardige situaties door mijn ijver de dingen zo helder mogelijk uit te leggen.
Wat is een gelijkbenige driehoek? Het woord zegt het al zou je kunnen zeggen. Zo niet voor mijn ihno-leerlingen. Dus wat doe ik, ik ga in spreidstand staan en wijs op mijn benen, die nu de benen van een driehoek zijn. Allemaal zijn we zeer tevreden, iedereen begrijpt het. Dan kom het proefwerk.
Vraag: Leg eens uit wat een gelijkbenige driehoek is?
Antwoord: Als je je benen wijd doet!!!!!!!!!

Steeds opnieuw probeer ik te zoeken naar dagelijkse dingen als voorbeeld, ter verduidelijking van een wiskundige handeling. Bijvoorbeeld het aangeven van een bepaalde volgorde.
Een vergelijking $x+3=7$ kunnen we heel goed oplossen met behulp van de weegschaal. Maar, bij $2(x-5)+3x=3(5-3x)$ wordt het lastig. Dan moet je eerst de haakjes wegwerken, enzovoort. De volgorde van de bewerkingen is voor de meeste leerlingen een soort abacadabra. Hoe maak ik dat duidelijk zonder te theoretiseren? Als volgt:
Als je een cake gaat bakken weet je dat er een bepaalde volgorde is. Die volgorde staat in het kookboek, maar als je gewoon even nadenkt begrijp je heel goed dat je eerst een beslag moet maken, dan het beslag in de vorm en dan de vorm in de oven. Je begint niet met het pak meel in de oven te zetten, lekker een uur laten bakken en dan pas de eieren erbij. Ook in de wiskunde is er zo'n logische volgorde, alleen bij die cake weten jullie wel uit jezelf de volgorde, maar bij de wiskunde niet. Dat moet je nu van mij leren.
Nu is het niet zo dat al mijn leerlingen ineens snappen waarom eerst de haakjes weggewerkt moeten worden, maar ze begrijpen in ieder geval dat je niet zo maar iets doet. Het is een beetje herkenbaar geworden.

Decimale getallen kun je tot op zekere hoogte vergelijken met geld. Je moet dan wel oppassen met afronden.
Over afronden gesproken: Everdina is aan het rekenen: f 3,00 − f 1,66 = f 1,35 (want f 1,34 bestaat toch niet meer).
In Denken, Doen en Begrijpen deel 4 worden decimale getallen geïntroduceerd met behulp van hm-paaltjes.
Leuk idee, alleen is hier het middel erger dan de kwaal. Want wat is ook al weer een hm, en hoe zit dat nu met km, enzovoort. Dus aan decimale getallen komen we niet toe.
Zo ook de introductie van machten: alstublieft geen voorbeelden in de trant van 4×10^8 sec. = 12 jaar en 8 maanden. Ik vertel gewoon dat ik een beetje lui ben, in plaats van $10\times10\times10$ schrijf ik 10^3. Dat spreekt tenminste aan, je leeftijd in seconden.
Omzetten vinden mijn leerlingen grote onzin. Zij hebben over het algemeen geen spelletjesmentaliteit; iets leuks uitzoeken of uitproberen is er niet bij. Wat wel altijd een leuke reactie oproept is een geboortecijfer van 8,5 per 1000 inwoners. Hoe kan dat nou, een halve baby bestaat toch niet.

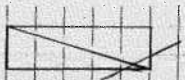
In een artikel 'Effecten van differentiatie en heterogeniteit in de eerste fase voortgezet onderwijs' van J. Terwel lees ik de volgende zin: 'Sterke leerlingen beschikken over oplossingsstrategieën die de zwakste leerlingen niet hebben.' Dan denk ik meteen: *daar gaat het om*, je moet kleine stappen maken en op die manier de leerling veel zelfvertrouwen geven. Een lbo-leerling heeft vaak slechte ervaringen opgedaan in het basisonderwijs, altijd bij de zwaksten horen is helemaal niet leuk. Ook de thuissituatie is niet altijd even stimulerend als wij zouden wensen. Ik denk dan ook dat een homogene groep voor de zwakke leerling veiliger is. (Ik lees in het artikel van J. Terwel niets over emoties van zwakke leerlingen.) En zo langzamerhand besef ik ook steeds meer dat maatschappelijke ongelijkheid niet op te lossen is met heterogene groepen.

Tijdens de voorbereidingen van deze conferentie ben ik wat uitgebreider gaan letten op de fouten van de leerlingen. En het is merkwaardig hoeveel goede dingen er kunnen staan in een fout antwoord.

Opgave 3 van Claudia en Daisy.
Claudia: bij a. kloppen de afmetingen van de rechthoek niet; b. en c. doet ze goed; d. is fout, een streep erdoor.
Maar als u het antwoord goed bekijkt, ziet u dat ze toch wel iets van verhoudingen begrepen heeft.
Daisy: a. en b. gaan goed; bij c. maakt ze een meetfout; d. gaat fout omdat ze niet kan rekenen met decimale getallen; als de lengte van de diagonaal 4 cm zou zijn, was er niets aan de hand geweest.

3. Een rechthoek heeft een lengte van 80 cm en een breedte van 50 cm.
   a. Teken deze rechthoek op de schaal 1:20.
   b. Teken in deze schaaltekening een diagonaal.
   c. Hoe lang is deze diagonaal op de tekening? (Nauwkeurig meten.)
   d. Hoe lang is deze diagonaal in werkelijkheid bij de rechthoek?
   Laat zien hoe je aan het antwoord komt.

opg 3 Claudia



c de diagonaal = 52 mm
d de lengte van de diagonaal is dan 9,5 cm want je kan het ook met een rechthoek van 8 cm en 5 cm doen want dan zou de diagonaal 9,5 cm moeten worden en dan reken je het grotere

3. Daisy

c. de diagonaal is op de tekening 4 7/? cm
d in werkelijkheid is de diagonaal (schaal 1:20) 80,10 cm. Want schaal is (met die 4,? cm erbij) schaal 4 : 80 en dan reken je die komma 2 uit. Eerst de 20 delen door 2. En dan hou je in je hoofd dat je ,5 uitrekent en dan dat weer delen door 2 is ondertussen 5 bewaarden en dan 0,5 delen door 5. en zo komt je dan uit op 0.10

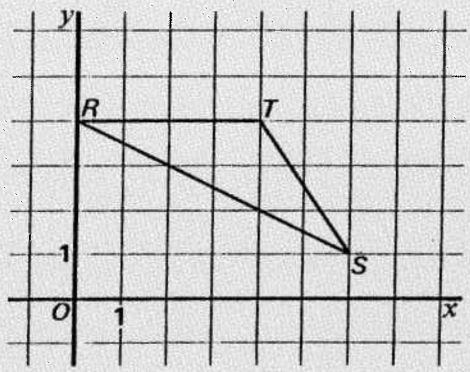
Houd het bovenstaande in gedachte en bekijk eens wat meerkeuzevragen, een klein rekenfoutje en het wordt een ander antwoord! (Examenopgave 19 en 20)

19. Gegeven zijn de punten $K(-1, 2)$ en $L(6, -1)$.
    Bereken KL in twee decimalen nauwkeurig.
    $KL \approx$

    a 4,90
    b 5,10
    c 5,83
    d 6,32
    e 7,07
    f 7,62

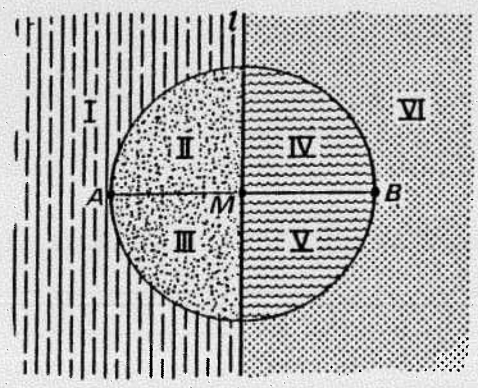
20. Gegeven zijn de punten $R(0, 4)$, $S(6, 1)$ en $T(4,4)$.
    Bereken de omtrek p van driehoek RST in één decimaal nauwkeurig.
    Voor p geldt

    a $p < 8$
    b $8 \leq p < 10$
    c $10 \leq p < 12$
    d $12 \leq p < 14$
    e $14 \leq p < 16$
    f $16 \leq p$

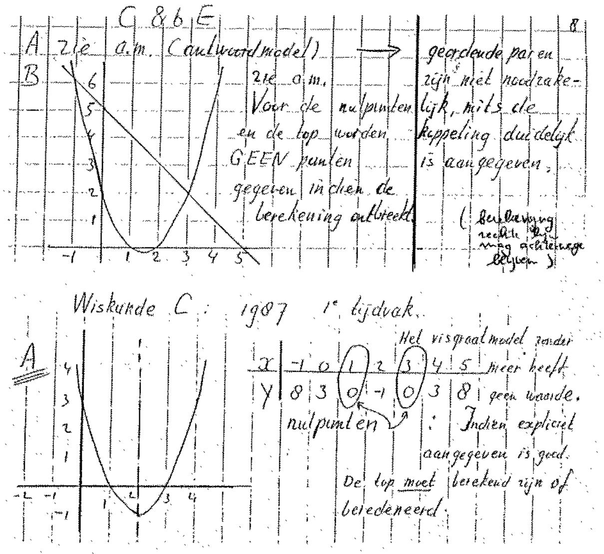


24. Gegeven is de cirkel met middelpunt M en middellijn AB.
    De lijn l gaat door M en staat loodrecht op AB.
    Arceer de verzameling van alle punten P waarvoor geldt $PA \leq PB \wedge PM \geq AM$.
    Welke vlakdelen heb je gearceerd?

    a alleen I
    b II en III
    c IV en V
    d alleen VI



Wat dacht u van eenvoudig taalgebruik bij opgave 24. Waarom niet bij een open vraag, gegeven balk ABCD·EFGH enzovoort, een tekening, want het voorstellingsvermogen is al zo klein en de kans op verkeerd neerzetten van de letters is zo groot. Nu weet ik dat een aantal mensen zullen denken, ja maar dat mag je van iemand die examen op C-niveau doet toch wel verwachten. Bij de eindexamenbespreking zijn er meningsverschillen tussen mavo- en lbo-docenten. Zie 1986: het visgraatmodel mocht niet als berekening voor de nulpunten gelden (terwijl daar toch heel wat gerekend is), mavo-docenten vonden dat terecht, lbo-docenten niet! U begrijpt onze vreugde in 1987.



Toch leveren de nulpunten nog meer problemen, want je kunt ze niet altijd keurig vinden in het visgraatmodel. Dan neem ik mijn toevlucht tot de 'grote truc', de abc-formule. Zo breng ik het ook, niet over nadenken gewoon doen. Wie het met ontbinden kan, mag het met ontbinden doen, maar vaak kom ik daar niet aan toe. (Denk maar even terug aan mijn tweestrijd tussen concreet en abstract in het derde leerjaar). Kwadraatafsplitsen kost te veel tijd in het vierde leerjaar, dus gewoon de abc-formule als een truc!

En zo modderen wij maar verder, ik althans wel. Voortdurend in twijfel; wat is nuttig en wat niet. Wiskunde kan heel nuttig en belangrijk zijn, maar laten we vooral niet overdrijven. Het moet voor mijn leerlingen ook zinnig zijn.

Samengevat: waar moeten wij aan denken bij lbo-leerlingen?
- taalgebruik;
- korte, duidelijke opdrachten;
- eenvoudige context;
- geen puzzel of spelletjesmentaliteit;
- veel oefenmateriaal is echt nodig;
- een homogene groep is veiliger.

Tot slot nog het volgende:
Voor een gedeelte van mijn leerlingen is het lhno eindonderwijs. De meeste leerlingen komen terecht in het vervolgonderwijs. Denk hierbij aan de mdgo-scholen, opleiding ziekenverzorging, mds, enzovoort.
Namens al mijn leerlingen zou ik u tot slot de volgende vraag willen stellen: 'Wat heb ik aan wiskunde als ik kapster/kraamverzorgster/... wil worden?'
Laten degenen die zich bezighouden met veranderingen in het wiskundeonderwijs deze vraag vooral goed in gedachte houden.