

Nieuwe 'Standards' voor Amerikaans wiskunde-onderwijs

F.A.J. Korthagen

Fac. Wiskunde & Informatica, UvA, Amsterdam

Samenvatting

De Verenigde Staten staan voor – naar verwachting – revolutionaire veranderingen in het wiskunde-onderwijs. Veranderingen die een duidelijke parallel vertonen met de huidige ontwikkelingen in Nederland.

Inleiding

Als we terugkijken op 20 jaar wiskunde-onderwijs in Nederland, dat wil zeggen op de periode vanaf de invoering van de Mammoetwet en de 'Moderne wiskunde', dan kunnen we gerust spreken van een revolutie. Het IOWO en later de vakgroep OW&OC hebben aan de wieg gestaan van ontwikkelingen die tot ver buiten onze landsgrenzen aandacht trekken. Dat werd me weer eens duidelijk toen ik vorig jaar de Universiteit van Wisconsin in Madison in de Verenigde Staten bezocht. Aan de School of Education van deze universiteit is een sterke afdeling voor onderzoek van het wiskunde-onderwijs verbonden, waarvan prof. Thomas Romberg de leiding heeft. Die vertelde mij toen dat men in de Verenigde Staten aan de vooravond staat van een poging om een zelfde soort revolutie teweeg te brengen in het wiskunde-onderwijs als wij in Nederland gedeeltelijk achter de rug hebben. Wat dan leuk is om te horen, is dat men de ontwikkelingen in Nederland ziet als voorbeeld van hoe het zou moeten.

Het huidige Amerikaanse wiskunde-onderwijs

Het beeld van het Amerikaanse wiskunde-onderwijs is allesbehalve opwekkend. In 1983 verscheen een inmiddels berucht geworden rapport van een groep onderzoekers onder de titel 'A Nation at Risk' [1], waarin de slechte kwaliteit van het Amerikaanse onderwijs werd blootgelegd. In hetzelfde jaar verscheen het rapport van de National Science Board Commission on Precollege Education in Mathematics, Science and Technology [2] dat tot de conclusie komt, dat het wiskunde- en science-onderwijs in de V.S. er niet in slaagt burgers te scholen, die klaar zijn voor de ontwikkelingen die ons in de komende eeuw te wachten staan. Volgens dit rapport lijkt het er meer op dat leerlingen worden opgeleid tot het beroep van winkelier in de jaren '20.

Is het echt zo droevig gesteld met het Amerikaanse wiskunde-onderwijs? Helaas is het antwoord: ja. Iedere Nederlander die weleens in een Amerikaanse high school is gaan kijken, weet van de antieke drillmethoden die worden toegepast en de 'test-cultuur' die elke poging tot vernieuwing, maar ook elke creativiteit bij de leerlingen, blokkeert. Er is een strenge controle van bovenaf, vooral vanuit de staatsregeringen en lokale 'boards' die trachten een (verstikende) eenheid te handhaven in doelen en onderwijsmethoden. Ze worden daarbij geholpen door de monopoliepositie die de uitgevers van schoolboeken hebben. Die uitgevers zijn, anders dan in Nederland, afkerig van elke vorm van vernieuwing. Immers, de miljoenen stromen nu vanzelf binnen (schoolboeken zijn zeer kostbaar in de V.S.), terwijl elke verandering geld kost. Voeg daarbij de al genoemde neiging om zoveel mogelijk gebruik te maken van gestandaardiseerde tests (liefst multiple choice) en het beeld van een onwrikbaar, maar ook uitgeblust systeem, wordt duidelijk. Daarbij verwijst men op elk niveau (de leraar, de school, de lokale inspectie, de staat, de federale regering) naar een ander niveau als 'boosdoener'.

Intussen is voor de meeste leerlingen wiskunde een weinig aantrekkelijk vak, dat je zo gauw mogelijk laat vallen. Inzicht van leerlingen en het vermogen om wiskunde toe te passen, zijn zeldzame verschijnselen in de wiskundeles. [3] In internationaal vergelijkend onderzoek komt het Amerikaanse wiskunde-onderwijs uitgesproken slecht uit de bus. [4] Daar komt nog bij dat zwarte kinderen gemiddeld een jaar korter wiskunde-onderwijs volgen dan blanke kinderen. Slechts 2% van de Amerikaanse wetenschappers en ingenieurs is zwart; slechts 13% is vrouw. [5] Reacties uit de samenleving blijven dan ook niet uit. Met name vanuit het bedrijfsleven ontstaat een roep om verbetering van de situatie. Henry Pollak, een bekende industrieel wiskundige, vatte onlangs samen wat de

industrie van haar werknemers verwacht [6], bijvoorbeeld:

- Het vermogen om tot geschikte probleemformuleringen te komen.
- Kennis van verschillende technieken om aan problemen te werken.
- Inzicht in de wiskundige aspecten van een probleem.
- Het vermogen om wiskundige ideeën te kunnen toepassen op gewone en complexe problemen.
- Voorbereid zijn op open problemen.
- Geloof in het nut en de waarde van wiskunde.
- Het vermogen om met anderen samen te werken aan problemen.

Wat het laatste punt betreft: groepswork komt in het Amerikaanse wiskunde-onderwijs nog steeds zelden voor.

De Standards

Het moet gezegd worden dat de NCTM de situatie serieus genomen heeft. In vrij korte tijd verscheen een aantal publikaties van de NCTM die tot doel hadden het wiskunde-onderwijs grondig te verbeteren. [7] De meest recente daarvan is het 180 pagina's tellende rapport 'Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics', dat in oktober 1987 als 'werkdocument' in een uitdrukkelijke concept-versie verscheen. Het is geschreven door een commissie onder voorzitterschap van Romberg, die het op het NCTM-congres van dit voorjaar 'het belangrijkste document uit de geschiedenis van de NCTM' noemde. In de commissie zitten leraren, wiskunde-didactici, onderwijsonderzoekers, schoolhoofden, lerarenopleiders, wiskundigen en ook een uitgever. De status van hun werk is echter vooralsnog niet erg duidelijk.

Anders dan bijvoorbeeld bij onze Nederlandse Hewet- en Hawex-commissies, is de commissie die verantwoordelijk is voor de Standards, niet van overheidswege geïnstalleerd. De Standards moeten hun status dan ook nog verwerven, hetgeen vooral bereikt kan worden als de leden van de NCTM het rapport als 'hun' Standards gaan zien. Daartoe werden op het NCTM-congres in Chicago verschillende sessies aan het rapport gewijd, waarbij de congresgangers volop konden reageren. Het vrij lijvige rapport was in grote hoeveelheden beschikbaar en herhaaldelijk werd iedereen uitgenodigd om ook nog na het congres te reageren. Dat kon tot juni van dit jaar. Daarna komt er een definitieve versie van de Standards. Wat hieronder over de inhoud van het rapport wordt opgemerkt, is gebaseerd op de concept-versie.

Uitgangspunt zijn de volgende principes:

- Alle leerlingen volgen minimaal twaalf jaar wiskunde-onderwijs (van de kleuterklas tot grade 11, dat is onze 5e klas v.o.).
- Het wiskunde-onderwijs moet alle leerlingen in de gelegenheid stellen de belangrijke ideeën en methoden van de wiskunde te leren.
- Wiskunde moet als geïntegreerd geheel geleerd worden, zodat de leerlingen het als dynamisch vak

en deel van onze cultuur gaan zien.

- Wiskunde doen impliceert problemen oplossen.
- Communicatie is een belangrijk doel van wiskunde-onderwijs.
- Wiskunde moet een bijdrage leveren aan het vermogen van leerlingen tot logisch redeneren.
- Aan het programma moeten nieuwe onderwerpen worden toegevoegd, bijvoorbeeld de analyse van gegevens, schatten.
- Wiskunde moet onderwezen worden in een natuurlijke context.
- Leerlingen moeten aangemoedigd worden te creëren, uit te vinden en actief betrokken te zijn.
- Rekenmachines en computers moeten gebruikt worden bij de schoolwiskunde.
- Succes met algoritmisch rekenwerk is niet noodzakelijk voor het bestuderen van andere wiskunde.

Voor ons in Nederland klinkt dit allemaal heel bekend. Voor de V.S. is het echter een duidelijke koersverandering ten opzichte van de huidige situatie. In de Standards wordt een grote nadruk gelegd op de noodzaak van een houdingsverandering in de samenleving ten opzichte van het vak wiskunde. Als voorbeeld wordt een onzin-probleem genoemd dat Allan Schoenfeld aan leerlingen voorlegde: 'Er zijn 125 schapen en 5 honden in een kudde. Hoe oud is de schaapherder?' Veel leerlingen hadden er geen moeite mee tot de conclusie te komen dat hij 25 is, omdat dat de meest voor de hand liggende uitkomst is die je met behulp van de getallen 125 en 5 kunt krijgen. Dit is de manier waarop leerlingen gewoonlijk tot hun antwoorden komen, een manier die momenteel nog steeds beloond wordt ook.

Leerlingen moeten leren, zo zegt het rapport, wiskunde te verbinden met alledaagse en wetenschappelijke contexten. Ze moeten inzien hoe wiskunde zich in de geschiedenis vanuit echte problemen heeft ontwikkeld en wiskunde zien als menselijke activiteit, zodat ze vertrouwen krijgen in hun eigen wiskundige denken: "As a result of studying mathematics, students need to view themselves as capable of using their growing mathematical knowledge to make sense of new problem situations in the world around them." Het is alsof we Freudenthal lezen.

De uitgangspunten zoals hierboven beschreven, worden in het rapport uitgewerkt in vijftig uitspraken over het wiskundeprogramma en de evaluatie van leerlingen en van het programma zelf. Dat zijn de eigenlijke 'standards', dat wil zeggen criteria waaraan het wiskunde-onderwijs en de evaluatie ervan kunnen worden getoetst. Er zijn vier groepen van standards. De eerste twaalf hebben betrekking op het curriculum voor de grades K-4 (dat is onze basisschool tot en met groep 6). De volgende elf slaan op de grades 5-8 (tot en met klas 2 van ons v.o.). Er zijn veertien uitspraken over de grades 9-12 (klas 3 tot en met 6 v.o.) en tenslotte nog dertien 'evaluation standards'.

Het valt toe te juichen dat de commissie die de standards formuleerde, de toetsingsproblematiek als onlosmakelijk verbonden met curriculumvernieuwing presenteert. Er wordt een lans gebroken voor toetsme-

thodes die dialogen tussen de leraar(-ares) en zoveel mogelijk leerlingen omvatten, zodat het denkproces van leerlingen en niet alleen de producten van dat proces, kunnen worden beoordeeld. Als mogelijkheden worden genoemd: gestructureerde en open interviews, mondelinge toetsen, observaties van leerlingen in kleine of grote groepen, en observaties van leerlingen die over wiskunde communiceren in verschillende omstandigheden: "These and other techniques share the same rationale, that is, to reflect the diversity of instructional methods implied by the standards, to reflect various ways that students come to know, to allow the diversity of student responses and modes of processing information, and to provide reliable and valid information." Daar wordt aan toegevoegd dat toetsing niet gebaseerd moet zijn op één instrument.

Uiteraard is het niet mogelijk binnen het bestek van dit artikel alle standards te bespreken of zelfs maar te noemen. Ik beperk me tot twee voorbeelden uit elk van de drie onderscheiden groepen van leerjaren. Daarmee hoop ik duidelijk te maken hoezeer de Standards parallel lopen met de ontwikkelingen in het Nederlandse wiskunde-onderwijs.

Grades K-4 (5-10 jaar; K staat voor Kindergarten):

Standard 1: Mathematics as problem solving

In de klassen K-4 moet het wiskundeprogramma doordrenkt zijn van 'probleem oplossen', zó dat studenten:

- probleem oplossingsprocessen gebruiken in het leren van wiskunde;
- strategieën gebruiken en ontwikkelen bij het oplossen van verschillende problemen in diverse contexten;
- alternatieve oplossingsstrategieën bespreken;
- zelf problemen kunnen formuleren.

Uit het commentaar citeren we:

"Zelfs basisvaardigheden kunnen geleerd worden binnen een 'problem-solving' benadering. Bijvoorbeeld: als een inleiding in het leren van aftrekken kan studenten gevraagd worden dertien munten uit te zoeken en daarvan zes opzij te leggen en de overigen te bedekken."

De vraag is dan hoeveel munten er bedekt zijn.

De uitleg van de studenten over hoe ze aan hun antwoord gekomen zijn, kan weer in een discussie achteraf gebruikt worden. Bijvoorbeeld:

- Ik heb de overgebleven munten gewoon onder het papier vandaan gehaald en geteld.
- Er zijn er dertien en zes zie ik er liggen.
- Zes en vier maakt tien en nog drie erbij maakt dertien. Dus vier en drie, of zeven zijn bedekt.
- Zes bedekte en zes onbedekte is twaalf.

Maar er waren er dertien. Dus zijn er zeven bedekt.

Standard 4: Estimation

In de klassen K-4 moet 'schatten' een rol in het curriculum spelen, zó dat:

- studenten schat-strategieën exploreren;
- studenten inzien wanneer een schatting redelijk is;
- studenten schatten gebruiken om de resultaten op hun redelijkheid te toetsen;

- studenten schatten toepassen bij het werken met hoeveelheden, meten, rekenen en probleem oplossen.

Uit het commentaar citeren we:

"Het volgende voorbeeld vond plaats in een winkelcentrum. Drie kinderen wilden kleren kopen. Ze hadden een advertentie uit een krant meegenomen en een zakrekenmachine. Om te kijken wat ze konden kopen, zochten twee kinderen kleren uit, terwijl de derde de stand bijhield op de rekenmachine."

Toen deze laatste het resultaat meedeelde, zei één van de twee inkopers:

"Het kan niet dat het meer dan 50 dollar is, want die twee shirts kosten 14 dollar – dat is minder dan 30 – en de spijkerbroek was 17.99"

Dit voorbeeld laat zien dat de kinderen in staat waren schattend te kunnen rekenen waar dat gewenst en verantwoord was.

Grades 5-8 (11-14 jaar):

Standard 2: Mathematics as communication

In de klassen 5-8 moet het wiskunde-onderwijs ook het ontwikkelen van een wiskundige taal bevatten, zó dat:

- studenten situaties op verschillende manieren kunnen beschrijven;
- studenten kunnen reflecteren op hun ideeën en die kunnen uitleggen;
- studenten kunnen discussiëren en argumenteren;
- studenten wiskundige representaties kunnen lezen en beoordelen;
- studenten de wiskundige notatie op hun waarde kunnen schatten.

Standard 9: Statistics

In de klassen 5-8 moet het wiskunde-onderwijs de verkenning van de statistiek in 'real-world' situaties omvatten, zodat:

- studenten systematisch met data kunnen omgaan;
- studenten tabellen, grafieken en 'charts' kunnen maken, lezen en interpreteren;
- studenten overtuigende argumenten kunnen ontlenen aan data;
- studenten kunnen oordelen over argumenten die op data-analyse zijn gebaseerd;
- studenten waardering op kunnen brengen voor het idee dat statistiek een manier is om naar de wereld te kijken.

Grades 9-12 (15-18 jaar):

N.B. Voorgesteld wordt wiskunde verplicht te stellen tot in grade 11, met mogelijkheden voor differentiatie qua niveau en inhoud, en nadruk op toepassingen.

Standard 1: Mathematics as problem solving

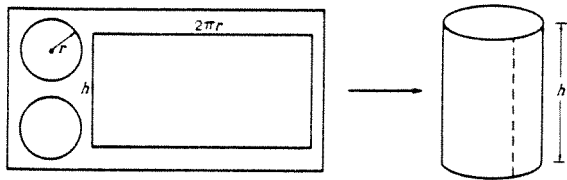
In de klassen 9-12 moet het wiskunde-onderwijs verfijningen en uitbreidingen omvatten van methodes om problemen op te lossen.

Studenten zullen met toenemend zelfvertrouwen 'problem-solving'-strategieën moeten gebruiken, zowel bin-

nen als buiten de wiskunde. Ze moeten daartoe de problemen kunnen herkennen en formuleren en het 'modellieren' dient een belangrijke plaats te krijgen.

Als voorbeeld wordt gegeven:

- Het bepalen van de straal en hoogte van een cilinder die een minimale oppervlakte moet hebben bij een gegeven volume.



Voor alle studenten zou dit probleem ingebed moeten worden in een 'real-world' situatie, resulterend in het ontwerp van een container.

Studenten zouden dan een formulier moeten gebruiken of ontwikkelen voor volume en oppervlakte en verschillende cilinders moeten ontwerpen en de inhoud en oppervlakte moeten vergelijken.

Dat kan op verschillende niveaus:

- Niveau 1: Studenten gebruiken een formule voor het volume en drukken daarbij de hoogte in de straal en gegeven volume uit. Met de rekenmachine wordt dan een tabel gemaakt met hoogten en oppervlakten die overeenkomen met de gekozen straal.
- Niveau 2: Er wordt een algoritme ontwikkeld en de computer doet het rekenwerk. De student evalueert de output.
- Niveau 3: Een grafische oplossing met gebruik van de computer. De grafiek levert dan het antwoord.
- Niveau 4: Het gegeven volume wordt nu variabel; het probleem wordt gegeneraliseerd.
- Niveau 5: Het resultaat van niveau 4 dient bewezen te worden.

Hoe nu verder?

De Standards lijken, ook door leraren, redelijk ontvangen te zijn. Het grote probleem waar iedereen het over heeft, is evenwel de vertaling van de uitspraken en richtlijnen uit het rapport naar de praktijk. Veel gehoord is de opmerking: "Het ziet er allemaal indruk-

wekkend uit, maar hoe doe je dat?" Dit is natuurlijk precies het gebied waarop we in Nederland een schat aan ervaringen hebben opgebouwd.

Romberg is enthousiast over het Nederlandse materiaal. Wellicht komt er in de definitieve versie van de Standards een verwijzing naar Nederlandse voorbeelden. Voorbeelden zijn immers essentieel. De gemiddelde leraar(-ares) gelooft (terecht) pas in vernieuwing als er concreet materiaal voor handen is waar hij/zij ook mee denkt te kunnen werken. Wat dat betreft zal het niet bij materiaalontwikkeling alleen moeten blijven. Wat we in Nederland ook geleerd hebben, is dat curriculum-ontwikkeling ondersteund zal moeten worden door middel van nascholing en door de initiële lerarenopleidingen.

Noten

- [1] National Commission on Excellence in Education (1983): *A nation at risk: The imperative for educational reform*, U.S. Government Printing Office, Washington D.C.
- [2] National Science Board Commission on Precollegiate Education in Mathematics, Science and Technology (1983): *Educating Americans for the 21st century*, National Science Foundation, Washington D.C.
- [3] Dit is onder andere aangetoond in: T.P. Carpenter, C. Brown, V. Kouba, M.M. Lindquist, E.A. Silver & J.O. Swafford (1987): *Results from the Fourth Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress*, NCTM, Reston, VA.
- [4] Zie: C.C. McKnight, F.J. Crosswhite, J.A. Dossy, E. Kifer. J.O. Swafford, K.J. Travers & T.J. Cooney (1987): *The underachieving curriculum: Assessing U.S. school mathematics from an international perspective*, Stipes, Champaign, IL. Zie ook: P.G.J. Vredenduin: *Het tweede wiskunde project van de IEA*, Euclides 61(2), 1985/86, p. 49-56.
- [5] Zie: National Science Foundation (1982): *Science indicators 1982*, U.S. Government Printing Office, Washington D.C.
- [6] Tijdens een toespraak in mei 1987 gehouden op de MSEB Frameworks Conferentie in Minneapolis.
- [7] Zoals *New goals for Mathematical Sciences Education* (Conference Board of the Mathematical Sciences, 1983) en *School Mathematics: Options for the 1990's* (Romberg, 1984).