

# Wiskunde uit de binnenwereld

M. Meeder

OW & OC, RU Utrecht

## Samenvatting

*In september 1987 is officieel de commissie Van der Blij (COW) van start gegaan, met als opdracht een nieuw wiskunde programma voor de leeftijdsgroep 12-16 jaar te maken. Dit nieuwe programma moet zo worden dat ook meisjes zich meer aangesproken voelen door het vak wiskunde. Om de COW ter zijde te staan is een team samengesteld van zestien personen, die het uitvoerend werk gaan doen. De in dit artikel genoemde personen maken deel uit van dit team 'wiskunde 12-16'.*


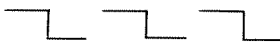

## Decoraties

Bij het denken over meetkunde-onderwerpen voor de eerste klassen kwamen ook decoraties ter sprake, omdat die aanspreken door hun regelmaat en schoonheid en soms door hun bizarre patronen. Zij vormen een rijke bron om wiskunde aan te ontdekken en bieden ook goede mogelijkheden om resultaten uit andere culturen in de wiskundelessen te betrekken. Denk bijvoorbeeld aan perzische tapijten, islamitische mozaïekvloeren, indiaanse quilts en keltische versieringen. Een ander punt is dat je via dit onderwerp in de wiskundelessen eens aansluit bij andere schoolvakken dan de gebruikelijke, zoals tekenen, (kunst)geschiedenis en textiele werkvormen. Al snel hadden we een waslijst van ideeën, die bij dit onderwerp wellicht bruikbaar zouden zijn variërend van behangselpapier, kant, stoffen, tuintegels, tapijten, patchwork tot randjes op serviesgoed. Heleen Verhage en ik willen bekijken of er over dit onderwerp een leerstofpakketje te maken is, dat geschikt is voor de eerste klassen van het voortgezet onderwijs.

Alsof het in de lucht hing, kwam in diezelfde periode het idee om via dit soort onderwerpen wiskunde te bedrijven ook nog bij een paar andere gelegenheden naar boven. Juul ten Hove kwam met een paar pagina's uit de Ariadne van februari 1988, waarin een wedstrijd over patchwork werd aangekondigd (zie de volgende pagina). Bij patchwork worden lapjes stof van verschillende soorten, kleuren en vormen aan elkaar genaaid volgens een regelmatig patroon. Deze eeuwenoude techniek werd oorspronkelijk uit armoede bedreven, maar heeft nu ook ware kunstwerken opgeleverd. Een vriendin zei me: "Ik heb geen wiskunde geleerd, maar ik doe veel met patchwork en ik heb het gevoel dat dat iets met elkaar te maken heeft.

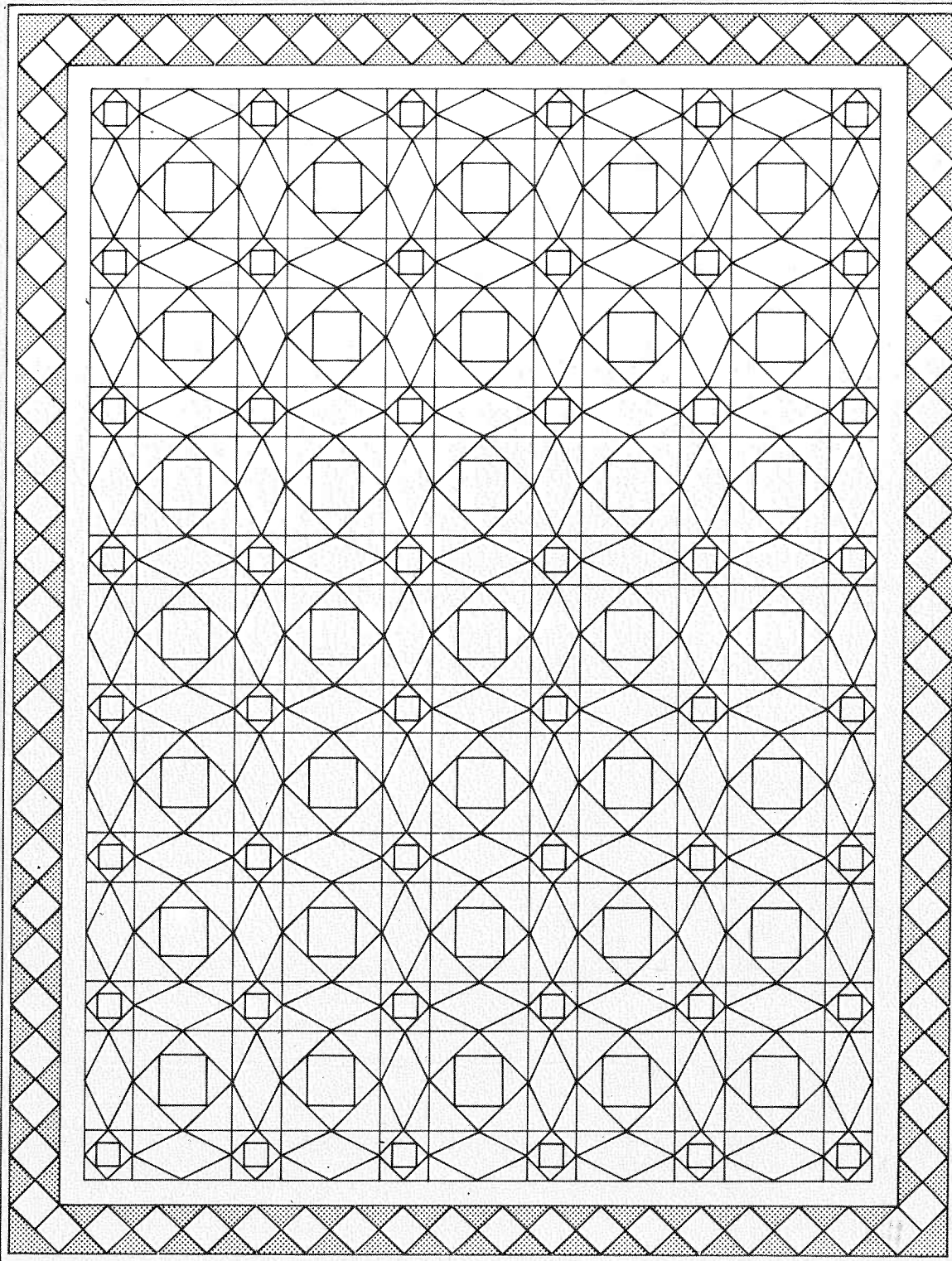
Het lijkt wel of ik ordelijker ga denken." George Schoemaker bracht materiaal van zijn vrouw mee, waardoor de rijkdom waaruit we konden kiezen steeds maar groter werd. Nu hadden wij ook nog het quilten (een soort patchwork dat uit verschillende lagen stof bestaat en doorgestikt wordt) en een blok 'designpads' als inspiratiebron.

Intussen hadden wij al wat wiskundige structuur aangebracht in ons denken, daarbij geholpen door het boek "The art of microcomputer graphics" van Jim McGregor en Alan Watt. Wij zullen ons beperken tot twee dimensionale versieringen en we maken daarin zeven verschillende bandsymmetrieën geven voorlopig voldoende stof om uit te werken tot werkbladen. Meer daarover in een volgend artikel. De zeven bandsymmetrieën, die ontstaan door horizontale en verticale spiegeling, translatie en puntspiegeling kun je als volgt representeren:

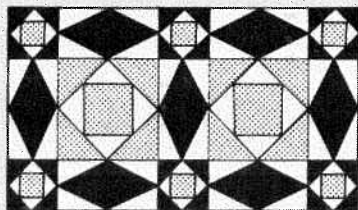
1. X X X X X
2. V V V V V
3. V ^ V ^ V
4. L L L L L
5. 
6. 
7. 

Wij zijn intussen begonnen met het maken van werkbladen over bandsymmetrieën, waarover wij in een volgend artikel meer zullen vertellen.

WEDSTRIJDFORMULIER



**INKLEUREN**



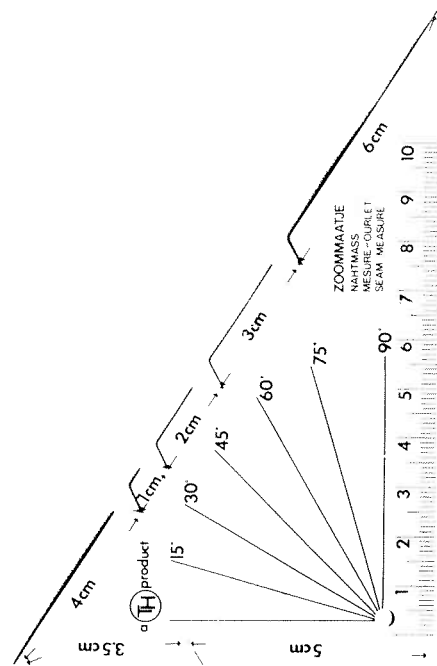
Hierboven ziet u de tekening met het 'storm at sea'-motief. Kleur de vlakjes in. Laat u inspireren door de voorbeelden links op deze pagina's.

## Een manufacturenwinkel

Geïnspireerd door het voorgaande heb ik zelf ook de Ariadne gekocht om die mooie verhalen van patchwork ook in kleur te kunnen zien en ben ik naar een manufacturenwinkel gegaan om kant of bandjes te kopen waarin verschillende soorten symmetrie te herkennen zijn. Dat is gelukt, zoals uit bijgaand resultaat mag blijken. Ik heb me daarbij beperkt tot de bandjes en nog niet gezocht in de enorme voorraad kant, die ook in die winkel was.



Maar eenmaal in die winkel rondspiedend met een wiskundig oog, viel mijn blik op materialen die ik niet kende en misschien ook niet verwachtte tussen alle knoopjes, garens, naalden en elastiek. Ik vond daar de volgende meetinstrumenten. In de eerste plaats deze liniaal, waarmee je makkelijk op schaal kan tekenen en verder dit 'zoommaatje' waarop ook een soort gradenboog is aangebracht. De winkeljuffrouw vond mij nogal een vreemde klant, want bij het uitzoeken van de bandjes had ze al gevraagd "zoekt u iets van een speciale kleur?" en "moet het smal of breed band zijn?" en beide keren had ik wat ontwij-



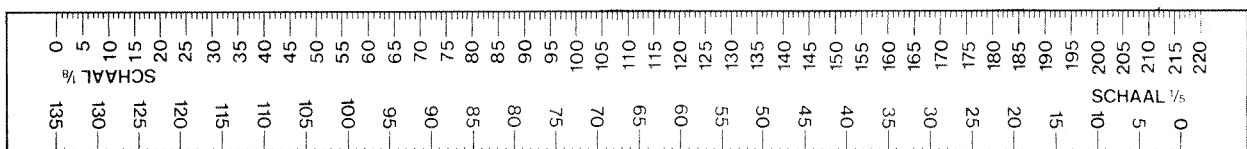
kend geantwoord. Ik zocht bepaalde symmetrieën, maar dat vond ik wat gek om te zeggen. Waarom durfde ik in die winkel mijn wiskunde achtergrond niet te tonen? Ik weet het niet. Misschien speelde mij ook het beeld parten, dat wiskunde en handwerken niets met elkaar te maken hebben.

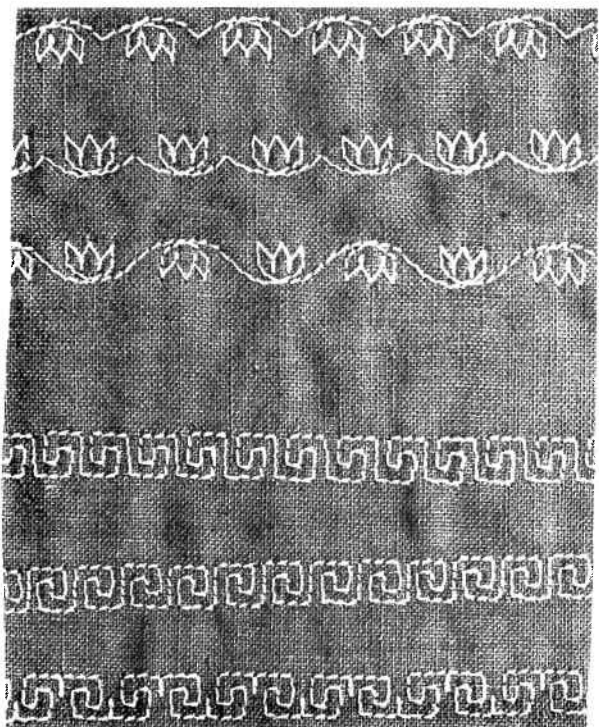
Toen ik bij de meetinstrumenten aan haar vroeg waarvoor die gebruikt worden, zei ze wat korzelig dat die nodig zijn voor patroon tekenen. Ze keek me wat meewarig aan toen ik haar meedeelde van elke soort wel een te willen kopen. Maar haar geduld raakte echt op, toen ik vroeg of ze ook een boek of blad had, waarin het gebruik van deze instrumenten werd uitgelegd. "Nee, mevrouw, dat leer je in de praktijk en als u het echt wilt leren, moet u naar de modevakschool gaan!" Een uitstekende raad van deze dame, want daarmee bracht ze me op het idee dat dat ook een beroepsopleiding is waar wiskundige voorkennis nuttig is, maar niet verplicht en dat had ik me tot mijn schande nog nooit zo gerealiseerd.

Voor prijzen variërend van enkele kwartjes tot enkele guldens zijn er trouwens in dit soort winkels prachtige piepschuim modellen van bollen, torussen en kegels te koop.

## Naaimachine

Thuis gekomen pakte ik mijn naaimachine en een lapje om de bandjes op te naaien en toen bleek mijn naaimachine veel meer mogelijkheden te hebben.





Mijn geavanceerde naaimachine met ingebouwde chips kan prachtige bandsymmetrieën maken! Door op een enkele knop te drukken verandert de gewone stiksteek in een bloemensteek met de bloemen rechts, de volgende knop levert de bloemen in spiegelbeeld, twee banden van het type 2; dan kan je ook nog beide combineren, waardoor een band van het type 3 ontstaat. De meander is van het type 6, het spiegelbeeld ook en de combinatie levert een band met symmetrie van het type 3. De eerste keer in m'n leven dat ik bezig was wiskundelesmateriaal achter de naaimachine te maken!

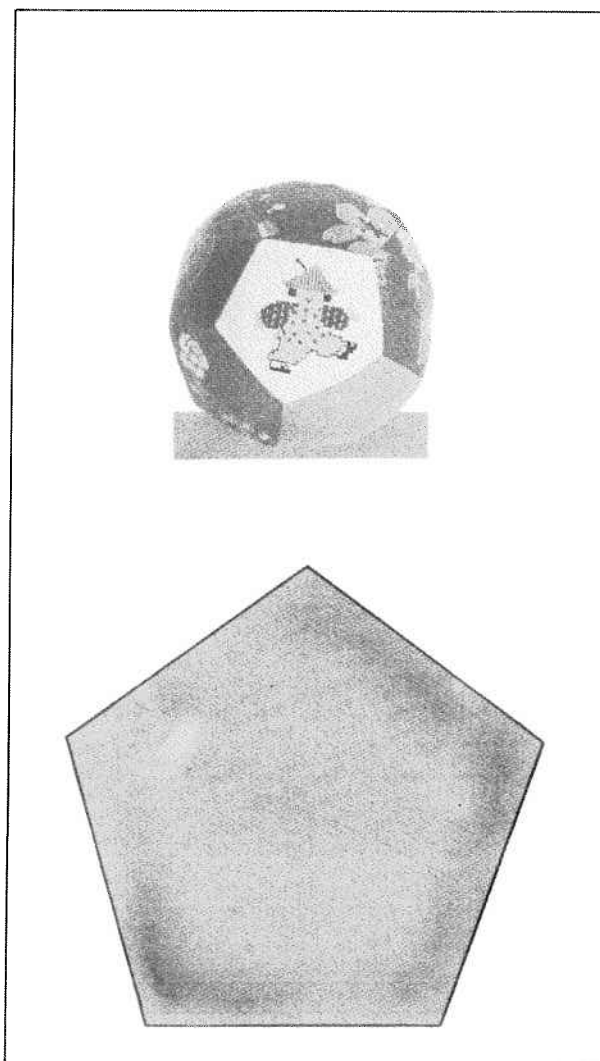
## Bladeren in Ariadne

Maar m'n weekend was nog niet om en thuis heb ik de Ariadne eens beter bekeken en tot m'n verrassing daarin naast de patchworkwedstrijd nog veel meer aanknopingspunten voor wiskundeonderwijs ontdekt.

MAATTABEL	
<b>Kinderen</b>	
Lichaamslengte	56 62 68 74 80 86 92 98 104 110 116 122 128 134 140
Leeftijd	0-3m 3m 6m 9m 1j. 2j. 3j. 4j. 5j. 6j. 7j. 8j. 9j. 10j.
Bovenwijdte	46 46 48 50 52 54 56 58 60 62 64 66 68 70
Taillewijdte	45 46 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59
Heupwijdte	48 50 52 54 56 58 60 62 64 66 68 70 72 75
	S M L EL
<b>Meisjes en dames</b>	
Lichaamslengte/maat	146 152 158 34 36 38 40 42 44 46 48 50 52
Leeftijd	11j. 12j. 13j.
Bovenwijdte	72 75 78 82 86 90 94 98 102 106 110 116 122
Taillewijdte	60 61 63 64 66 68 71 75 78 84 89 96 103
Heupwijdte	78 81 84 90 93 96 100 104 108 113 118 123 128
	S M L
<b>Jongens en heren</b>	
Lichaamslengte/maat	146 152 158 164 170 44 46 48 50 52 54 56
Leeftijd	11j. 12j. 13j. 14j. 15j.
Bovenwijdte	73 76 79 81 84 88 92 96 100 104 108 112
Taillewijdte	61 64 66 69 72 76 80 84 88 92 96 100
Heupwijdte	78 81 84 86 89 92 96 100 104 108 112 116
<b>Attentie: de damesmaten zijn berekend op een lichaamslengte van 168 cm, de herenmaten op een lichaamslengte van 176 cm.</b>	

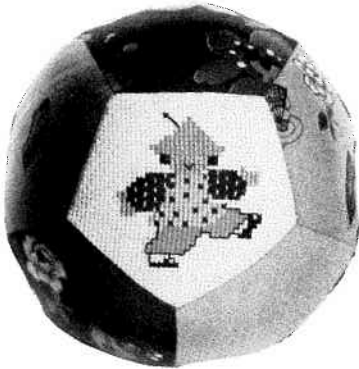
Ik heb de maattabel eens wat beter bekeken. Er zijn toch aardige opdrachten te maken met behulp van deze tabel. Bij kinderen is de maat gebaseerd op leeftijd (eerst in maanden, later in jaren) en lichaamslengte, maar bij dames en heren gaan we ineens over op 34, 36, 38, ..., 56. Waar komen die maten eigenlijk vandaan? Toch eens informeren, als ik toch bij de modevakschool ben! Uit ervaring weet ik dat maat 44 voor mannen niet geschikt is voor vrouwen met maat 44, maar dat er geen enkele overeenkomst te vinden was bij bovenwijdte, taillewijdte en heupwijdte had ik niet verwacht. En dat jongens in de eerste en tweede klas van het voortgezet onderwijs nog een maat volgens lichaamslengte hebben, terwijl meiden al onder de damesmaten vallen, is ook iets dat je uit onderwijservaring wel weet, maar toch leuk om in zo'n tabel terug te vinden.

Bij het doorbladeren van het werkblad kwam ik vervolgens bij een vijfhoek en de bal (twaalfvlak) die daarvan gemaakt was. Om eens te kijken welke wiskunde er aan te pas komt als je deze ook echt wilt maken, ben ik maar aan de slag gegaan. Omdat ik geen overtrekpapier in huis had, moest ik beginnen met een vijfhoek te maken met behulp van potlood en een geodriehoek, want in de constructie met passer en liniaal had ik nog minder vertrouwen. En dat valt niet mee; in theorie weet ik prima hoe dat moet, maar om ook echt een perfecte symmetrische vijfhoek te krijgen



was nog een hele kunst. En dat is absoluut noodzakelijk om daarna de twaalf lapjes te kunnen knippen en aan elkaar te naaien. Bij het in elkaar naaien gebruik je voortdurend symmetrie-eigenschappen om een zo goed mogelijk resultaat te krijgen. Toen ik klaar was en mijn bal (12-vlak) nog eens vergeleek met het voorbeeld uit de Ariadne (de chineesjes borduren vond ik teveel werk), viel me pas op dat in de begeleidende tekst gesproken wordt over 'twee zes-hoekjes'.

Kennelijk is ook voor de makers van Ariadne een zeshoek een meer voor de hand liggende figuur dan een vijfhoek.

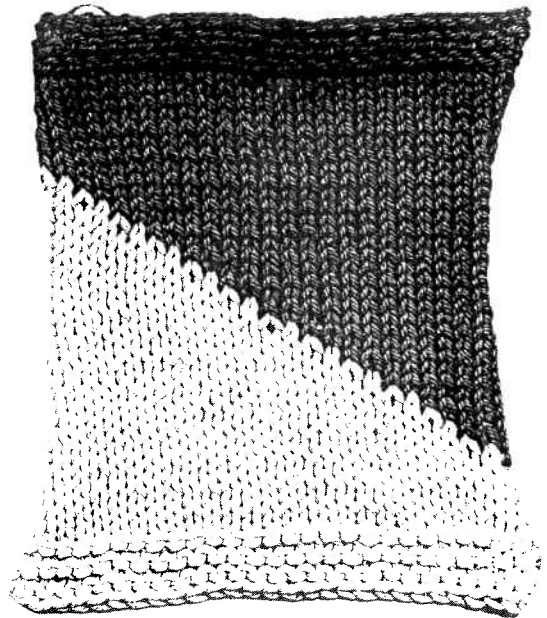


### Een kubus breien ... en richtingscoëfficiënten

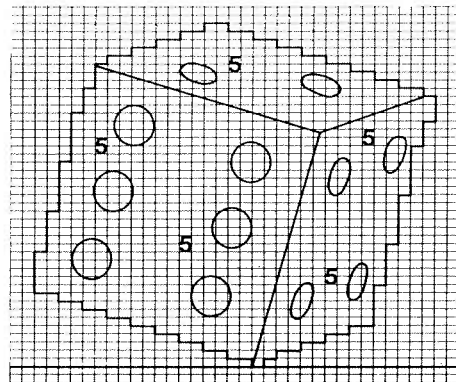
Verder bladerend zag ik een mooie trui met ingebreide kubussen. Tja, alleen het woord kubus al; dat roept eerder herinneringen op aan m'n wiskundelessen over ruimtemeetkunde en de problemen die veel van m'n leerlingen hadden met het tekenen van een kubus en het intekenen van de 'onzichtbare ribben' dan aan breien. En dan moeten die kubussen ook nog 'speels' op die trui komen!



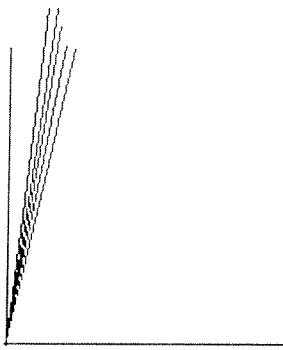
Om te oefenen heb ik eerst maar eens een proeflapje gebreid, waarin ik iedere pen een steek meer van de andere kleur katoen breide. En dan kan je een keurige rechte lijn breien, hoewel ... het blijft natuurlijk altijd een kartellijn. Ziehier het proeflapje met, zouden wij zeggen, richtingscoëfficiënt  $-1$ .



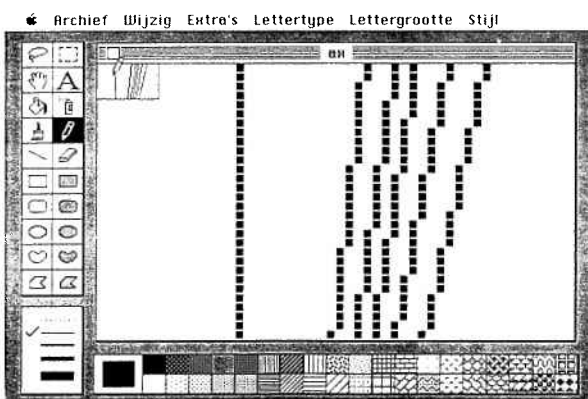
Na dit proeflapje durfde ik wel aan de kubus te beginnen. Bij nadere bestudering van het patroon bleek dat de te breien ribben niet zo regelmatig zijn opgebouwd. Er zijn weliswaar twee ribben met richtingscoëfficiënt  $-0,5$  (en zelfs dat klopt bij de hoekpunten niet helemaal), maar de andere vier ribben zijn nogal wispelturig.



Dat deed me denken aan het tekenen van scheve, rechte lijnen met behulp van een computer. Die worden ook vaak niet mooi recht.



Vergroot kan je dat nog beter zien.



Toch hadden de ontwerpers van de trui de ingebreide kubus hun ribben wel wat regelmatiger kunnen ontwerpen!

Een onverwachte overeenkomst tussen lijngrafieken op het beeldscherm en gebreide rechte lijnen.

Bij het breien van een kabelpatroon komt het idee van onze richtingscoëfficiënt in een iets andere vorm ook weer voor. Hier heet het 'kruising over 4 steken naar rechts' als wij  $r.c. = \frac{1}{4}$  zeggen.

Tekenvoorklaring kabelpatroon	
<input type="checkbox"/>	r. op de goede, av. op de achterkant
<input type="checkbox"/>	av. op de goede, r. op de achterkant
<input type="checkbox"/>	av., sla daarbij de draad 1 maal om de nld.
	kruising over 4 st. naar rechts
	kruising over 10 st. naar rechts
	kruising over 10 st. naar links

## Tentoonstelling over symmetrische doeken

Tot slot nog een suggestie uit de Ariadne; een tentoonstelling van Javaanse doeken onder de naam 'Magische weefsels', waarin veel aandacht besteed wordt aan kleuren en motieven. De tentoongestelde doeken vertellen van alles over de rijkdom, status en de leeftijd van de drager of de religieus-ceremoniële of

magische functie van het doek. Daarin spelen ook symmetrieën een belangrijke rol. De tentoonstelling is van 6/2 - 23/5 (1988) in het museum voor Volkenkunde in Rotterdam. Hieronder een voorbeeld van een doek van de tentoonstelling.



Dit was een greep uit de Ariadne van februari 1988, een blad dat waarschijnlijk voornamelijk door vrouwen gelezen zal worden.

## Tot slot

Om meer meisjes bij het wiskunde-onderwijs te betrekken zullen er ook onderwerpen en contexten gekozen moeten worden die juist hen aanspreken. Welke dat precies zijn is onmogelijk te zeggen voor groepen leerlingen tegelijk, omdat de individuele verschillen vaak groter zijn dan de groepsverschillen, zeker wat belangstelling betreft. Door te streven naar een grote variëteit in onderwerpen, voorbeelden en contexten is de kans het grootst dat daarbij voor een ieder wat wils is. Als je wiskunde moet leren binnen een context die je aanspreekt of waar je al iets meer van weet, heb je zeker een voorsprong. Door hun opvoeding hebben meisjes zich vaak anders ontwikkeld dan jongens. Al voordat zij in het voortgezet onderwijs komen hebben jongens en meisjes verschillende rollen aangeleerd. Veel van de belevings- en ervaringswereld van meisjes speelt zich af in de directe omgeving van het huis en alle mensen en dingen die daarbij horen. Meisjes bewegen zich meer in de 'binnenwereld' in tegenstelling tot jongens die veel meer aangemoedigd worden zich in de 'buitenwereld' te begeven. Door te zorgen voor een grote variëteit in onderwerpen, die via de wiskundelessen aan bod komen, kunnen zowel meisjes als jongens over de volle breedte kennismaken met de 'binnen- en de buitenwereld'.