

Toetsen in Wiskundemethoden voor het voortgezet onderwijs

A.A. van 't Riet

Wolters Noordhoff, Groningen

Samenvatting

Proefwerken en examens nakijken betekent niet het vaststellen van hoeveel er goed of fout was, maar het nagaan van wat de leerling gedacht heeft en daar een oordeel over geven.

Dit uitgangspunt staat niet op goede voet met allerlei ontwikkelingen: gemeenschappelijke proefwerken, roep om objectieve toetsen. Of als algemene tendens: cijfers zeggen alles. Waar blijf je dan met de rechtvaardigheid.

Een week of wat geleden kwam mijn dochter van tien 's avonds naar me toe. En met een stem waarin de verwondering te horen was van een kind dat bezig is de grote wereld te ontdekken, zei ze: "Weet je wat Ineke tegen me zei?" Nu moet u weten dat Ineke voor in de twintig is en twee dagen in de week bij ons oppast.

Ik zei: "Nee, geen idee."

"Nou", zei Annemarie, "ik vroeg of ze wist hoe je 75 gedeeld door 9 moet uitrekenen. En weet je wat ze toen zei?" "Neen." "Toen zei ze: Dat weet ik niet en dat wil ik ook niet weten. Ik vind het zonde van de tijd om daarover na te denken. Daar word ik alleen maar moe van."

Ineke heeft zeker tien jaar op school gezeten en heeft daar zo haar eigen opvattingen aan overgehouden.

Ik vertel dit verhaal om dat zwaarwichtig gedoe van ons enigszins te relativiseren, omdat toetsen in wiskundemethoden voor het voortgezet onderwijs een ondergeschikte rol spelen. Ze komen eigenlijk alleen voor in de lagere delen en wel als diagnostische toetsen behorend bij een leerstofopzet volgens het bhv-model (u weet wel: basisstof, herhalingsstof, verrijkingsstof). En verder zie je ze in handleidingen. Dat zijn dan veredelde proefwerken, veelal voorzien van relativiserende titels als 'Suggesties voor proefwerkvragen'.

Mijn vertrekpunt voor dit artikel is: "Wiskunde onderwijzen is leerlingen leren denken." Goede wiskundeleraars zijn daar deskundig in. Toen ik het vak van wiskundeleraar in de praktijk van alledag leerde, brachten een paar van zulke leraren mij bij dat bijvoorbeeld proefwerken en examens nakijken niet betekende, vaststellen hoeveel er goed of fout was, maar dat het betekende, nagaan wat de leerling gedacht heeft en daar een oordeel over geven.

De namen van deze leraren (Ko Montagne en Jan Verhoef) zijn voor de meesten van ons onbekend. De namen van talloze van zulke wiskundeleraars zijn ons onbekend. Ik denk weleens dat wij, didactici en verzorgers over hun ruggen heen onze eigen wereld gecreëerd hebben. En soms ook nog ten koste van hun werkplezier.

Maar het ging over proefwerken nakijken. Dat is dus: in de huid van de leerling kruipen, vaststellen wat hij of zij heeft gedacht en daar een kwaliteitsoordeel over geven. Om dat goed te kunnen doen moet je meer weten dan alleen wat er op papier staat.

Bijvoorbeeld moet je de voorgeschiedenis goed kennen. Dus het voorafgaand onderwijs. In een klas zitten 30 leerlingen die 50 minuten van 60 seconden bezig zijn. Dat zijn 90.000 seconden beleving van wiskundeonderwijs.

Goed, zeg dat ik overdrijf. Per lesuur zijn er geen 90.000 maar 50.000 seconden beleving van wiskunde-onderwijs. In veel van die seconden gebeurt er niet iets typisch wiskundigs, of iets spectaculair wiskundigs. Veel van het werk is routine, slijpen. Zoals koppen, stoppen, plaatsen, schieten, penalties nemen en dribbelen dat zijn bij een voetbaltraining. Maar een wiskundeles is meer dan training. Soms is het ook spectaculair: de leraar bouwt iets op, een begrip, een notie, een algoritme, een heuristiek, een stelling. Hij doet dat met een al of niet krachtig denkmodel, een toneelstukje, een flitsend klasgesprek, een boeiend betoog. Eén opmerking van één leerling kan een grote rol spelen in dat betoog, of in de herstelpoging, of bij het oprakelen van iets. We kennen de verhalen allemaal:

- van de leraar die vraagt om het raam open te doen, zodat die oneindig lange lijn er tenminste uitkan;
- van die leerlingen die inzien dat er oneindig veel natuurlijke getallen zijn en ook oneindig veel even getallen, maar die niet begrijpen hoe dat kan, want van de ene soort zijn er beduidend minder dan van de andere;
- of van die leerlingen die er maar niet aan willen dat 0,9 gelijk is aan 1;
- of van die leerlingen die opgewonden bij je komen om te vragen of hun vermoeden juist is: "Meneer, de tangens is òf de sinus gedeeld door de cosinus, òf omgekeerd, dat moet ik nog uitzoeken. Maar klopt dat?"
- en van die leraar aan wie de leerlingen vroegen waar die gekke Z met die dubbele poot vandaan kwam en die dan op geheimzinnige toon zei, dat hij dat alvast wel wilde verklappen als ze het maar niet verder vertelden. Dat kwam van de gehele getallen!
- of van die leerlingen die bij wiskunde A sommen hebben gemaakt over iets heel praktisch en die dan aan hun leraar vragen of het in het echt ook zo gaat. Kun je trouwens nagaan hoe ze aankijken tegen wat ze doorgaans in school leren?

En denkt u nu niet dat al deze verhalen en al dit spektakel alleen maar werkt in het groot, als de leraar spreekt met of tot zijn klas. Het is er net zo goed als er gewerkt wordt in groepjes of individueel.

Het is tegen zo'n achtergrond, dat de leraar periodiek proefwerken samenstelt om de ontwikkeling van het denken bij de leerlingen na te gaan. Dat kan dus alleen maar goed gebeuren als hij ze zelf samenstelt. Hij alleen kent de voorgeschiedenis, hij alleen heeft een idee over de vele tienduizenden seconden wiskunde-beleving die hieraan vooraf zijn gegaan. Tot zo'n twintig jaar geleden gebeurde dat ook, overal: elke leraar gaf zijn eigen proefwerken. Leraren keken naar leerlingen, naar wat ze konden en hoe ze zich ontwikkelden.

Toen ik in de tweede klas van de hbs bleef zitten, kwam de klasseleraar bij ons thuis en zei: "Wij denken dat hij het wel kan, maar dat hij nog niet rijp genoeg is." Pas veel later begreep ik wat hij daarmee bedoelde, maar ik denk weleens: welk advies zou er twintig jaar later gegeven zijn? En verstaat u mij goed: ik zeg niet dat alles vroeger perfect ging. Er werden natuurlijk grote fouten gemaakt, maar de norm was

dat leraren verantwoordelijk waren voor de intellectuele ontwikkeling van hun leerlingen.

In de loop van de jaren zeventig en tachtig zijn er echter allerlei maatschappelijke ontwikkelingen op gang gekomen die hiermee niet op zo'n goede voet staan.

In de eerste plaats de komst van de grote scholen die samenviel met het mondig worden van grote groepen ouders. Die zeiden: "mijn kind kan beter in 1b zitten dan in 1a, want in 1b geven betere leraren les, die leuker lesgeven, die minder willekeur in hun beoordelingen doen, die minder onvoldoendes geven."

Het antwoord van scholen en van secties was: "wij geven gemeenschappelijke proefwerken." Daardoor kon de school zich indekken tegen deze kritiek, die eigenlijk het functioneren van het zwakkere deel van het lerarencorps betrof. Als het proefwerk gemeenschappelijk is, dan worden de leerlingen dus eerlijk beoordeeld en dus moeten de ouders zwijgen.

Achter het idee van de gemeenschappelijke proefwerken zat trouwens nog een andere misvatting, namelijk dat het onderwijsgedrag van de zwakkere leraar erdoor kon worden beïnvloed. Maar dat het natuurlijk wel verschil uitmaakte van wie je les had, bleven de insiders weten. Op mijn school hadden we zes wiskundeleraren en zes brugklassen. Ieder nam er altijd één. In klas 2 ging dan alles door elkaar. In klas 1 werkten we keurig met gemeenschappelijke proefwerken. Ik heb eens nagegaan, over meerdere jaren, hoe voorspellend de eindcijfers van de brugklas waren in vergelijking tot de eindcijfers in klas 2. Het bleek dat dit voor elk van de zes leraren gemiddeld niet veel uitmaakte. Maar bij één was er iets mis: daar was de standaarddeviatie van de afwijkingen drie keer zo groot als bij de anderen. Had je van hem les gehad in de brugklas, dan kon je 7 een jaar later best een 4 zijn en evenzo gemakkelijk veranderde een 5 in een 8. U begrijpt dat ik dit onderzoekje niet voor niets uitvoerde.

Eén opmerking nog over het punt van de groter wordende scholen.

De vele vergaderingen maakten dat het de leraar wel goed uitkwam als een ander iets voor hem deed. Vandaar dat het weggeven van iets eigens gecompenseerd werd door gemak. De toenemende vrijetijdsbestedingen, de vergroting van de mobiliteit en de opkomst van de auto speelden hierbij natuurlijk ook hun rol.

Een tweede ontwikkeling die van belang is geweest, is de opkomst van de sociale wetenschappen. Laat ik maar zeggen de onderwijskunde en alles wat daar annex aan is. Uit deze wereld kwam de roep om het objectieve toetsen.

Ik citeer A.D. de Groot:

"Ieder proefwerk, examen, tentamen, ieder hulpmiddel voor schriftelijke toetsing van door onderwijs en studie verworven kennis, inzicht of vaardigheid op een of ander vakgebied, is een studietoets, mits de bepaling van de score die een proefpersoon behaald heeft, geheel objectief kan geschieden."

Er ontstond een krachtige beweging voor dit soort zaken. In veel literatuur die deze beweging ondersteunde, wordt het beeld opgeroepen van de onbekwame leraar.

Ik citeer een willekeurig voorbeeld van zo'n tekst:

“Wanneer een proefwerk of een studietoets wiskunde zodanig is samengesteld dat de meeste vragen niet meer slaan op de onderwezen leerstof, schiet men zijn doel voorbij. Het is dan niet meer mogelijk te verwijzen naar paragrafen die nog eens herhaald dienen te worden. Wanneer dit soort proefwerken regelmatig bij een docent voorkomen, is er bovendien het effect dat de minder begaafde leerlingen niet meer werken voor het vak.”

Het staat er niet dat veel leraren onbekwaam zijn, maar het is toch een paar keer flink langs het randje. Ook in *'Vijven en zessen'* van De Groot kom je veel van dit soort suggesties tegen. Een betrekkelijk willekeurig citaat:

“Er is weinig reden om aan te nemen dat de doorsnee-leraar, buiten de cijfers, erg veel relevanten over zijn leerlingen weet in te brengen. En er is nog minder reden om aan te nemen dat de juiste observaties en interpretaties het in de discussie over de leerling altijd van de foutieve zouden winnen.”

Veel leraren tuinden erin. Zo vond ik nog een nota van één van mijn collega's uit 1971. Hij schrijft daarin:

“Cijfers geven is een moeilijke zaak. Ik heb daar hulp bij nodig. Allereerst van collega's. Om eerlijke kennis te meten moeten er objectieve, gemeenschappelijke studietoetsen komen.”

En het is niet alleen het objectieve toetsen dat uit de hoek van de onderwijskunde over leraren is uitgestort. Er zijn talloze uitingen geweest die de bekwaamheden van de onderwijsgeevenden in een kwaad daglicht stelden, en stellen.

Ik herinner me een meneer die ontdekt had dat je spiekbriefjes een rol kunt laten spelen in leerprocessen. Vraag in het jeugdjournaal: “Waarom doen meesters en juffrouwen het dan niet zo?”

Antwoord: ik chargeer: “Omdat ze dom zijn en onwetend.”

In de schaduw van de objectieve toetsbeweging hebben de examens zich eveneens ontwikkeld. Van een aantal opgaven, waar je zelf als leraar maar van moest zien hoe je het totaal aantal te vergeven punten strooide over de uitwerkingen van een bepaalde leerling, is het nakijken een boekhoudkundig gebeuren geworden waarvan de 90 te vergeven punten één voor één vastliggen. Het treurige is dat het leraren zijn die hierom gevraagd hebben en dat de genoegdoening, die aldus gegeven is aan de zwakkere leraren, mee heeft gewerkt aan de afbraak van de deskundigheid bij de goede leraren. Je ziet het nu bij wiskunde A weer gebeuren: zegt u maar – deskundigen – in hoeveel decimalen het antwoord moet, wanneer een grafiek goed is, hoe het moet worden opgeschreven, enzovoort.

Als ik dit alles overzie: de genoemde ontwikkelingen in scholen en secties, bij ouders, de gemeenschappelijke proefwerken, de roep om objectieve studietoetsen, de ontwikkelingen bij de examens, de afbraak van het imago van de leraar, dan bekruipt mij vaak het gevoel dat leraren volop hebben meegewerkt aan het te grabbel gooien van hun specifieke deskundigheid, want ze hebben zich die deskundigheid soms wel heel gemakkelijk laten afnemen. Velen waren in staat het denken van hun leerlingen te beoordelen, met – uiteraard – bezwaren en uitzonderingen van dien. Ze hebben zich onderworpen aan de definitie van De Groot: “de score moet objectief worden vastgesteld.” En daardoor hebben ze de kwaliteit-van-het-denken ingeruild voor de resultaten-van-het-denken. Ze zijn van beoordelaars verworden tot tellers, die genoeg nemen met de antwoorden en niet meer met het waarom achter de antwoorden. Op de leraren die de genoemde deskundigheid niet hadden, wordt op geen enkele manier een appèl gedaan om die deskundigheid te ontwikkelen.

Ik denk weleens dat dit past in een veel bredere maatschappelijke tendens. De tendens dat cijfers alles zeggen. Argumenten worden ingeruild voor getallen. Dat geldt niet alleen voor ministers, je ziet het op veel terreinen. Als je vraagt waarom een bepaald artikel in Euclides is opgenomen, dan zegt men: “in het lezersgroepje van drie was er maar één tegen.” Alsof de argumenten van die ene niet gewogen hadden moeten worden. Het grote voordeel van zulke aanpakken is dat je je heerlijk kunt verschuilen achter mooi klinkende woorden als democratisch besluit en objectieve toets. Ik heb het een keer meegemaakt dat een havo-leerling zakte met drie vijven voor de moderne talen en dat die drie vijven elk afkomstig waren van een naar beneden afgeronde 5,45. Met andere woorden: een paar andere gokjes in de meerkeuzevragen hadden die leerling doen slagen. Misschien is het zelfs wel zo dat het beter was voor dat meisje dat ze toen zakte. Maar wat mij ontzettend hoog zit is, dat mensen geen verantwoordelijkheid meer nemen – of misschien wel: mogen nemen – voor zulke beslissingen. Dat ze zich verstoppen – of verstoppen moeten – achter regels die zijn ontworpen om zogenaamd de rechtvaardigheid te dienen. Alsof het recht van het individu met statistische middelen kan worden vastgesteld.

Wanneer men zulke grote woorden als rechtvaardigheid in de mond neemt, dan voel ik me altijd veel meer thuis bij pedagogen dan bij onderwijskundigen. Een week of twee geleden nam Lea Dasberg afscheid van Nederland. Onlosmakelijk met haar is verbonden de term ‘pedagogiek van de hoop.’ En hoe defaitistisch het voorgaande klinkt over de ontwikkelingen van de laatste twintig jaar, die hoop, die heb ik nog wel. Ik denk namelijk dat veel leraren in het alledaagse onderwijsproces veel beter functioneren dan blijkt uit de ontwikkelingen en maatschappelijke opvattingen die ik hiervoor geprobeerd heb te verwoorden.

Ik heb die hoop vooral als ik kijk naar de schoolboeken. Schoolboeken zijn namelijk de hulpmiddelen, het gereedschap waarmee de leraar werkt. Blijkt uit

de samenstelling van dit gereedschap dat de leraren zich in het alledaagse ook overgegeven hebben? Wat kom je bijvoorbeeld in schoolboeken aan toetsen tegen? Allereerst kom je diagnostische toetsen bij een basis-, herhalings-, verrijkingsstof-opzet tegen. Je komt ze tegen in de lagere delen (brugklas en klas 2) van een beperkt aantal wiskundemethoden.

Persoonlijk zie ik zulke aanpakken als restauratieve pogingen om het geschonden leraarsblazen op te poetsen, komend uit de koker van de objectieve toetsen, ons toegestuurd – helemaal vanaf de andere kant van de oceaan – uit het land van de stimulus-response. Nog niet zo lang geleden was ik op een school waar de ouders werden voorgelicht over een geheel nieuwe onderwijsaanpak. “Uw kind krijgt eerst de basisstof, dat wat iedereen moet weten. Dan toetsen we dat met speciale, diagnostische toetsen. Daarmee kijken we wat er werkelijk begrepen is en dan herstellen we wat er mis is gegaan door middel van speciaal ontworpen steunstof.”

De ouders verlieten voldaan het gebouw. Wat een kundige leraren tegenwoordig, die dat zomaar allemaal konden, die toets afnemen en dan dat herstellen. Je zou bijna denken dat er niets meer mis kan gaan. “Ik wou dat wij vroeger zo les hadden gehad.”

Wat ze bijvoorbeeld niet weten is, dat de zogenaamde steunstof vrijwel nooit een didactische aanpak vertoont, dat het doorgaans extra sommen zijn waarmee de leerling nog drie keer mag proberen te doen wat hij daarvoor ook al niet kon. En van die paar extra sommen leer je het natuurlijk ook niet. Ik put nu juist hoop uit het feit dat je slechts in een paar wiskundeboeken zulke aanpakken tegenkomt.

Naast diagnostische toetsen moet ik nog de eindtoetsen noemen. Voorzover je die tegenkomt in wiskundemethoden staan ze in handleidingen en zijn ze voorzien van relativerende opschriften als ‘Suggesties’. Of er zijn meerdere proefwerken opgenomen om de leraar de keuze te laten.

De kern van de zaak is natuurlijk dat auteurs van de schoolboeken, bijeen op hun vrije zaterdag in één van de hedendaagse vergaderhollen, niet in staat zijn om al dat voorafgaande onderwijs in al die lessen van 50.000 seconden wiskundebeleving zó vorm te geven, dat ze

tevens kunnen vaststellen wat er op welk moment, in welke vorm, met welke zwaarte en met welke norm moet worden getoetst, om de voortgang van het onderwijsleerproces te bewaken en te stimuleren.

De terughoudende manier waarop auteurs van schoolboeken bezig zijn met toetsing, vind ik hoopgevend voor de toekomst van het wiskundeonderwijs. Waar auteurs hun best op doen, dat zijn hun teksten, niet op toetsen. Auteurs staan onder de druk van het marktmechanisme. Als er veel vraag naar toetsen zou zijn, dan zouden die in de meeste boeken veelvuldig voorkomen. Kennelijk is de vraag van leraren naar toetsen dus gering. Kennelijk vinden verreweg de meeste wiskundeleraren het nog steeds bij hun eigen taak horen zoveel mogelijk zelf de toetsing te verzorgen.

Ik citeer Wansink:

“De school heeft de plicht de leerlingen te helpen een optimale ontwikkeling van aanwezige talenten te bereiken. Het blijft een goede gewoonte van een opvoeder van mislukkingen allereerst bij zichzelf te zoeken, wat nog niet impliceert dat hij die oorzaken nu ook steeds bij zichzelf dient te vinden.”

Het is dan ook mijn diepe overtuiging dat het een illusie is te denken, dat anderen het wezen van wat onderwijs is, van de leraar af kunnen nemen. Leraren moeten hun leerlingen groot brengen, niet door ze klein te houden, maar door te werken aan hun zelfrespect. Dat zelfde zelfrespect bij de leraar om zelf dingen te willen, om zelf keuzes te maken, dat zelfrespect moeten wij opleiders, begeleiders, leerplan- en toetsontwikkelaars, onderzoekers en beleidsmakers niet willen ondermijnen. Het zou ook een overschatting van onze vermogens zijn, want meer dan hulpmiddelen aandragen kunnen wij niet. Gereedschap, waarmee de leraar kan werken aan de ontwikkeling van het denken van zijn leerlingen.

En wat Ineke betreft, die komt er wel. Hoeveel 75 gedeeld door 9 is, hoeft ze niet te kunnen uitrekenen. Ze doet boodschappen in de supermarkt als u en ik, rijdt auto als u en ik, heeft hobbies als u en ik, ze gaat met het vliegtuig met vakantie en ze zal straks zeer wel in staat zijn haar kinderen – zo ze die mocht krijgen – behoorlijk op te voeden. En misschien raadt ze ze wel aan om goed op te letten als er op school uitgelegd wordt hoeveel 75:9 is.

Vrouwen en Wiskunde

De werkgroep ‘Vrouwen en Wiskunde’ komt op 12 maart 1988 bijeen.
Het accent zal die dag komen te liggen op wiskunde voor 12- tot 16-jarigen.

Plaats : Stille Centrum – Radboudzaal
Godebaldkwartier 74
(Hoog Catherijne)
Utrecht

Tijd : Van 10.00 tot 16.30.

Voor aanmelding of inlichtingen:
Coby Geysel 03404-25439
of
Irma Koper 02159-45727

Kosten : geen.