

Instap en Aanbod

J. ter Pelle

C.O.W., Enschede

Samenvatting

Het Rapport dat de Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs (C.O.W. of Commissie van der Blij) in juni aan de Staatssecretaris heeft aangeboden, bevat een hoofdstuk 'Instap en aanbod'. De Secretaris van de C.O.W. beschrijft dit belangrijke hoofdstuk in dit artikel.

In dit artikel worden door de Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs (afgekort: COW) in een zestal paragraafjes feiten en analyses, opvattingen en conclusies weergegeven, alsmede aandachtspunten ten aanzien van:

- differentiatie in het basisonderwijs en de gedifferentieerde uitstroom;
- aanvankelijk rekenen, rekenen en wiskunde, voortzetting van rekenen;
- herstructurering van de instroom: drie niveaus;
- op zoek naar leerstof voor wiskundeonderwijs;
- wiskundige attitudes;
- het onderwijzen van realistische wiskunde.

Het is duidelijk dat fricties bestaan tussen aan de ene kant analyses en feiten in de huidige situatie, en aan de andere kant aanbevelingen voor de ontwerpers op middenlange termijn voor een wenselijk wiskundeonderwijs in toekomstig perspectief. De aanbevelingen geven het COW-standpunt weer. Het geheel pretendeert daarmee inhoudelijk richtinggevend te zijn voor de programmerings- en ontwikkelingstaak in de komende periode van het team W12-16.

Vele aanbevelingen hebben – uiteraard – vergaande implicaties voor de inhoud van de nascholing.

Differentiatie in het basisonderwijs en de gedifferentieerde uitstroom

Feiten en analyses

Basisonderwijs differentieert. Er is spontane en opgelegde differentiatie – opgelegd om organisatorische redenen (b.v. combinatieklassen) of om onderwijs-

kundige. Differentiatie is er qua leerstof of qua attitude: aanpak, denkprocessen, niveaus van handelen, verbalisering enz.; maar ook qua concentratie, motivatie, zelfvertrouwen, veldafhankelijkheid enz. Goed rekenonderwijs in een brede brugklas moet hiermee rekening houden.

Oorzaken van de differentiatie: verschillendsoortig basisonderwijs (voorkeur van leerboekauteurs en leraren voor mechanisatie dan wel realistische uitgangspunten) maar ook verschillende aanleg. Sexe speelt een rol.

Opvattingen en conclusies

De mening van de Commissie is dat het onderbouwprogramma een realistische inslag moet hebben. Dit betekent ondermeer dat er veel aandacht moet worden besteed aan de aansluiting met de methoden uit het basisonderwijs. Bovendien betekent de genoemde standpuntbepaling dat de ontwerpers een scherpe analyse zouden moeten maken van overeenkomsten en verschillen tussen realistisch reken/wiskundeonderwijs op de basisschool en wiskundeonderwijs in het voortgezet onderwijs. Hierbij dient men de verschillen tussen de leerlingen, hierboven geschetst, te betrekken. Het is overigens niet de bedoeling om hier methoden van de orthodidactiek aan te bevelen. Een pedagogische en wiskundig-didactische invalshoek verdient de voorkeur.

Aandachtspunten

- Analyseren van de inhoud van de vigerende basisschoolmethoden.
- In kaart brengen van verschillen tussen basisschoolverlaters.

- Ontwikkelen van eenvoudige mondelinge toetsen om instapniveaus te bepalen.
- Rekening houden met de verschillen tussen jongens en meisjes. Ook aan meisjes moet het wiskundeonderwijs motivatie en zelfvertrouwen geven die op de basisschool misschien ontbraken.
- Ontwerpen van materiaal:
 - dat verbinding heeft met voor leerlingen herkenbare situaties;
 - waarin ook leerlingen die geen examen met wiskunde doen plezier beleven en gestimuleerd worden;
 - dat een onderzoekende, vragende, weetgierige houding bevordert.
- Bevorderen van de aandacht van ontwikkelaars en leraren voor zowel aansluiting op het basisonderwijs als op het tweede-fase-onderwijs.
- Onderzoeken welke verschillende differentiatie-systematieken voor specifieke leerlinggroepen geschikt zijn.

Aanvankelijk rekenen, rekenen en wiskunde, voortzetting van rekenen

Feiten en analyses

Leren werken met getallen, organiseren van kwantitatieve situaties, uitvoeren van de hoofdbewerkingen, cijferen en hoofdrekenen, letten op regelmatigheid en patronen en het toepassen van de rekenvaardigheid vindt plaats in alle leergroepen van de basisschool. Al in het prille begin treden verschillen tussen leerlingen op, verschillen die hun oorzaak vinden in de leerlingen zelf en in de gevolgde didactiek.

Onderzoek wijst uit, dat veel leerlingen wel degelijk bepaalde reken/wiskundige vaardigheden kunnen verwerven, maar voortijdig afhaken doordat het onderwijs niet is aangepast aan hun interesses en mogelijkheden. De meeste definitieve afhakers schijnen in de middenbouw (groep 6) te ontstaan. Dit blijkt onder meer in het IEA-onderzoek, waar vele kandidaten struikelen over opgaven van het middenbouwniveau. Deze afhakers mogen niet afgeschreven worden; acht jaar onderwijs, tienduizenden sommen, grote inspanningen, mogen niet voor niets zijn geweest. Kan aan de andere kant de leraar wiskunde in het voortgezet onderwijs wel, wat de basisschoolleraar niet is gelukt? Zijn/haar leerlingen brengen niet alleen deficiënties, maar ook een groot aantal emoties en negatieve ervaringen mee uit de basisschool.

Deze belemmeringen mogen geen aanleiding zijn om de afhakers in de steek te laten. Kunnen rekenen is een bittere noodzaak.

De Commissie beschouwt voortgezet rekenonderwijs als een vereiste. En dit niet alleen ten bate van de leerlingen die op de basisschool achter zijn gebleven, maar ook voor diegenen die het doel wel hebben bereikt. De zwakke leerlingen zullen in de realistische situaties op zinvolle en nuttige wijze met getallen leren omgaan. Onder dergelijke omstandigheden zullen die leerlingen die wel het doel hebben of lijken te hebben bereikt, hun inzicht leren verdiepen om het rekenen beter toe te passen en het formeel geleerde beter te funderen.

Het onderzoek omtrent het leren rekenen is thans zo ver gevorderd dat deze desiderata geen losse kreten meer zijn. Zinvol rekenonderwijs, mocht het op de basisschool verzuimd zijn, komt nooit te laat en behoeft ook gevorderde leerlingen dankzij verdiepingsmogelijkheden niet te vervelen.

Opvattingen en conclusies

Of rekenen in het voortgezet onderwijs voortgezet moet worden, staat niet ter discussie. Dat bij het programmeren onderscheid gemaakt dient te worden tussen de diverse doelgroepen, is een vast gegeven. Over het tijdstip van het voortzetten is men het in de Commissie nog niet eens. Voor de instappers met de laagste resultaten in het reken/wiskundeonderwijs wordt door sommigen een verlate rekenstart bepleit.

Aandachtspunten

- Ontwerpen van een rekenprogramma voor het voortgezet onderwijs dat herkenbaar is vanuit de basisschool.
- Programma's maken die aansluiten op basisschoolniveaus vanaf groep 6.
- Er rekening mee houden dat bepaalde kinderen eerst hun negatieve ervaringen met rekenen moeten verwerken.
- Voor de meer begaafde leerlingen een programma maken voor voortgezet rekenen waarin een aanzet voor wiskundige beschouwing wordt gegeven.
- Leraren voortgezet onderwijs informeren over de diverse didactische aanpakken die men in het basisonderwijs gebruikt.
- Bij het programma Voortgezet Rekenen gebruikmaken van de mogelijkheden van de zakrekenmachine.
- Bij de ontwikkeling van het programma uitgaan van praktische zaken of onderwerpen met maatschappelijke relevantie.
- Rekening houden met de eisen vanuit andere vakgebieden, voor zover passend binnen eigen uitgangspunten.
- Rekenvaardigheid blijft een doelstelling.

Herstructurering instroom: drie niveaus

Feiten en analyses

Hoewel de uitstroom van het basisonderwijs sterk gedifferentieerd is, vereist de praktijk van de onderwijsorganisatie vooralsnog kanalisering van de instroom in het voortgezet onderwijs in maximaal drie stromen. Hoe dan ook, de nieuwe brugklassers zullen voor het vak wiskunde potentieel behoren tot stromen, die respectievelijk geïndiceerd zijn door bestaande onderwijssoorten (lbo, lbo/mavo, mavo/vwo):

1. onderstroom;
2. middenstroom;
3. bovenstroom.

Het onderwijsontwikkelwerk dat met Wiskivon een aanvang nam en sinds 1981 bij sectie 3 van de SLO is ondergebracht, is hoofdzakelijk gericht geweest op de beide eerstgenoemde stromen. Oorzaken daarvan zijn niet moeilijk aan te wijzen. De top-down strategie

door leerplancommissies van vóór 1970 gevolgd, had wiskundeonderwijs op die niveaus opgeleverd. De laatste decennia is er toenemende aandacht te constateren voor 'Wiskunde voor Allen'. Deze aandacht voor de zwakkere leerling heeft geleid tot pakketten met een zware pedagogische lading. Zij blijken dan ook geschikt voor leerlingen die zich niet lang achter een aan een taak kunnen wijden, die direct een eigen realiteit willen herkennen, die graag iets met de handen doen, die op korte termijn succes willen zien, en die formele leerstof (nog) niet aankunnen.

De Commissie heeft grondige redenen voor haar overtuiging dat ook voor deze leerlingen zinvol wiskundeonderwijs noodzakelijk is. Zij twijfelt er ook niet aan dat de gevolgde werkwijze in de pakketjes een veelbelovende is.

Toch constateert de Commissie dat het bovengenoemde accent in de onderwijsontwikkeling heeft geleid tot een eenzijdig beeld van wiskundeonderwijs in het voortgezet onderwijs. Er moet intensiever gestreefd worden naar meer en duidelijker structuur van de in deze fase onderwezen wiskunde.

Voor de eerste periode in het voortgezet onderwijs, waar de nadruk ligt op oriëntatie en niveaukeuze, is een zekere fragmentarisering niet zo'n bezwaar. In de hogere klassen van het lbo/mavo-onderwijs blijkt tot nu toe veel rekening te moeten worden gehouden met de eisen die het examen (vooral wat betreft vormgeving en inhoud van de examenopgaven) stelt. Voor de havo/vwo-groep zijn nieuwe eindexamennormen ontwikkeld. Voor lbo/mavo is er behoefte aan een duidelijke ontwikkelingslijn waar rekening wordt gehouden met de eisen die het middelbaar beroepsonderwijs stelt.

De Commissie wijst erop dat 'Wiskunde voor Allen' niet opgevat moet worden als 'Wiskunde voor Allemaal Hetzelfde'. Terzelfdertijd bestaat er de wens dat beoogde doelen die langs elke weg worden nagestreefd een zódanige samenhang vertonen, dat overstappen naar één van de andere wegen mogelijk blijft. Daarom zal het team van meet af aan zorg moeten besteden aan elk van de drie stromen. Dit betekent ondermeer dat er voor elk van de drie te ontwerpen programma's op verschillende uitgangspunten gebaseerde criteria voor leerstofkeuze, voor leeractiviteit, voor vaardigheden en voor de beoogde doelen ontwikkeld moeten worden. In elk programma zal bovendien de samenhang tussen de verschillende onderdelen een eigen karakter hebben, verband houdende met het perspectief waarin de wiskunde door de leerlingen bestudeerd wordt.

Zo zouden bijvoorbeeld op ieder niveau voor zover mogelijk dezelfde onderwerpen aan bod komen, zij het dan gevarieerd aangepakt.

Aansluiting op leerstof met een zwaarder wiskundig accent wordt hierdoor mogelijk.

Hoelang een zelfde minimumprogramma voor allen vol te houden is zal de praktijk moeten leren. Wel dient gewaakt te worden voor een te vroeg afsnijden van leerwegen door een te grote differentiatie van onderwerpen. Horizontale doorstroming naar onderwerp zal tenminste één jaar mogelijk moeten blijven.

Een globale indruk van waaraan de Commissie bij het onderscheid tussen de drie stromen denkt, geeft de volgende typering:

Onderstroom

Het programma bestaat uit een groot aantal pakketjes. De samenhang wordt gevormd door de context van de toepassingen. Men werkt aan duidelijk omschreven vaardigheden en de leerlingen kunnen die tonen door het maken van werkstukjes, die in het verlengde liggen van het praktische werk in de pakketjes. Maar ook hier tracht men het talige element en reflectieve momenten een kans te geven. Wiskunde wordt opgevat als een verlengstuk van praktische intuïtie en gezond verstand. Wiskunde voegt daar echter iets aan toe, in de eerste plaats een verscherping van hetgeen al beschikbaar is, in de tweede plaats een instrumentarium waardoor het oplossen van problemen niet voortdurend op het laagste niveau behoeft aan te vangen. Het realiseren van wiskundeonderwijs aan deze leerlingen zal niet de eenvoudigste taak zijn, daar in deze groep intelligentie en inzet wel de grootste divergentie vertonen. Gezien de grote groep leerlingen die het betreft, is het echter dringend gewenst alle aandacht aan hun wiskundepakket te besteden.

Middenstroom

Ook hier bestaat het programma aanvankelijk uit een verzameling pakketten, die evenwel meer dan in de voorgaande categorie een longitudinale samenhang vertonen. Het gaat hier vooral om vaardigheden in, en het toepassen van wiskundige inzichten en procedures, om het beschikken over algoritmen en heuristieken en de durf op eigen initiatief en kracht wiskundige problemen aan te pakken. In het vervolgonderwijs waar vele leerlingen uit deze stroom terecht zullen komen, denk aan mbo en 4-havo, worden deze vaardigheden en inzichten ook verlangd.

Bovenstroom

Het programma is gericht op het verwerven van een probleemoplossende en onderzoekende attitude naar de wiskunde toe en binnen de wiskunde. De wiskundige leerstof bepaalt het programma, maar wordt vanuit de realiteit van de leerling benaderd. Hier wordt de oriënteringsbasis gelegd voor het voortschrijden binnen de wiskunde. Contexten worden dan in toenemende mate in de wiskunde zelf gevonden. Formele wiskunde komt binnen het bereik van de leerling.

Wensen en aanbevelingen

- In de komende ontwikkelingen moeten de ontwerpers:
 - het werk richten op alle drie stromen, rekening houdende met gedifferentieerde leerlingenprofielen;
 - denken in langlopende programma's, meer dan in losstaande pakketjes;
 - verschillende soorten samenhangen in de programma's van de drie genoemde stromen proberen aan te brengen;
 - verschillende vaardigheden en mogelijkheden om dit te meten per stroom onderscheiden;
 - de eisen van en de contexten uit belangrijke

- toepassingsgebieden na het examen in het onderwijs verwerken;
- variatiemogelijkheden creëren, zodat de keuzemogelijkheden van leerlingen zolang mogelijk opgehouden kunnen worden.
- Voor de interne en externe profilering van de drie stromen zou vroegtijdig bij elk van de drie een deelprogramma kunnen worden ontworpen dat de stromen pregnant karakteriseert. Dit zou voor de interne en externe discussie en informatie bevorderlijk zijn.
- Leerlingenmateriaal, als voorbeeld, zou voor overleg en analyse voor auteursteams toegankelijk moeten worden gemaakt.

Op zoek naar leerstof voor wiskundeonderwijs

Overwegingen

Leerstof voor wiskundeonderwijs neemt binnen het geheel van de schoolleerstof van oudsher een aparte plaats in. In elke opvatting van wiskundeonderwijs leeft de gedachte aan transfer. Wat je voor het maken van deze opgave leert, moet je straks bij het maken van die andere opgave kunnen toepassen. Wat men wiskunde ruimer op, dan ziet men leerstof ook als middel om bepaalde wiskundige vaardigheden en zelfs een zeker wiskundige attitude te laten verwerven. Leerstof is soms dus doel en soms middel, zou men wat ongenueanceerder kunnen stellen.

Om leerstof te vinden zijn er vele bronnen aan te boren. Veel leerstof is didactisch verpakt in schoolboeken, leerstofpakketjes, tijdschriftenartikelen, computerprogramma's, onderwijs televisie e.d.

De bronnen waaruit leerstof kan worden geput zijn rijkelijk gevuld – ook met die van het basisonderwijs dient rekening te worden gehouden. Beantwoordende aan de drie stromen moet dit materiaal gesystematiseerd worden, waarbij de aan de systematiek te gronde liggende overwegingen duidelijk tot uitdrukking moeten worden gebracht.

Aandachtspunten

- Maak grondige analyse van schoolboeken e.d. Veel bestaand materiaal is uitstekend inpasbaar in een toekomstig programma.
- Maak duidelijk tot aan welk punt van ontwikkeling de Wiskivon- en SLO-materialen zijn gekomen.
- Neem de verschillende functies van wiskundige leerstof in ogenschouw in relatie tot de groepsprofielen.
- Gebruik bestaande rapporten als oriënteringsbasis voor het ontwerpwerk in het eerste projectjaar.
- Zoek grote lijnen in de leerstof en in zaken die met die leerstof tot stand gebracht worden.
- Zoek ook leerstof buiten de grenzen van beschikbaar materiaal, bijvoorbeeld via programma's van scholen voor beroepsonderwijs of in de toepassingsgebieden van wiskunde.
- Analyseer voor een afgewogen leerstofkeuze de behoeften aan kennis en vaardigheden, waarover leerlingen moeten beschikken om maatschappelijk en/of als leerling in de verschillende vormen van het vervolgonderwijs te kunnen functioneren.

- Ook bij de ontwikkeling van inhoud en ontwerp heeft het ontwerp team alle vrijheid. Een subcommissie kan het team steun verlenen door advisering over produkten.

Wiskundige attitudes

Naast de leerstof dienen ook de wenselijke attitudes ter beschouwing te worden genomen. Ook hier moet op verschillende wijze met de drie stromen rekening worden gehouden. De volgende lijst pretendeert niet uitputtend te zijn. Ze heeft meer illustratieve waarde:

- de expliciete aandacht voor regelmaat en wetmatigheid;
- het leren van wiskunde uit teksten versus handelingswiskunde;
- de reflectie op het wiskundig systeem;
- aandacht voor formele systemen;
- generaliseren;
- aannemelijk maken;
- vermoedens krijgen en toetsen;
- bewijzen en overtuigen;
- zekerheid verkrijgen;
- contexten bestuderen vanuit een wiskundig standpunt;
- aandacht voor isomorfie;
- vragen leren stellen.

Het onderwijzen van realistische wiskunde

Feiten en analyses

Innovatie opgevat als implementatie van een eenzijdig ontwikkeld en aan de docenten opgelegd programma, ook indien in leerlingenmateriaal en docentenhandleidingen geconcretiseerd, is tot mislukking gedoemd. Dit is in het verleden herhaaldelijk gebleken. Dit geldt te meer naarmate het doel van de innovatie een realistisch wiskundeonderwijs is dat van de docenten nieuwsoortige inspanningen vraagt: wiskunde probleemgericht te onderwijzen, leerlingen tot een onderzoekende aanpak te stimuleren, gelegenheid te scheppen tot interactie, reflectieve momenten in te bouwen, actuele situaties benutten om het onderwijs levensecht te houden.

Van docenten, die aan anderssoortig wiskundeonderwijs gewend zijn, wordt hierbij een mate van medewerking gevraagd die niet tot simpele adaptatie beperkt mag blijven, maar waarbij zij een zelfstandige actieve rol moeten spelen. In het bijzonder de toetsproblematiek is hier van geheel andere orde dan in het traditionele onderwijs.

Opvattingen en conclusies

Gezien de ervaringen, opgedaan bij de ontwikkeling van het HEWET-programma, mag het niet als voldoende worden beschouwd dat ontwerpers via begeleiders hun deskundigheid overdragen aan de gebruikers-docenten. Onderzoekers, ontwikkelaars, begeleiders en docenten beschikken over hun eigen specifieke deskundigheid en vooral de laatste moet zo vroeg en effectief mogelijk ter expressie komen. In de visie op wiskunde en de opvattingen omtrent wiskundeonderwijs moet de docent zijn eigen visie kunnen

herkennen om zijn onderwijs en de toetsing van diens uitkomsten te organiseren.

Aandachtspunten

- Het ontwerpteam moet van meet af aan aandacht besteden aan alle - ook externe - deskundigheid.
- Scholing en nascholing dienen - met inachtneming van de specifieke deskundigheid van de docent - interactief te geschieden.

- Naarmate in de loop van de ontwikkeling de hiërarchische communicatielijnen langer worden, moet meer aandacht besteed worden aan dusdanige kortsluiting met het dan betrokken deel van het veld, dat reactie vanuit het veld dezelfde kans krijgt als actie naar het veld toe.
- Speciale aandacht dient te worden besteed - zowel bij de scholing en nascholing, alsook in het meer directe contact met het veld - aan de toetsproblematiek.

Vriendelijke wiskunde moet je doen.

Het boek *Vriendelijke wiskunde* en de videoband *Wiskunde moet je doen* zijn gemaakt naar aanleiding van het eerste lustrum van de werkgroep *Vrouwen en Wiskunde* op 21 maart 1987. Beide uitgaven zijn bedoeld om een ander beeld van wiskunde te laten zien, duidelijk te maken dat je wiskunde tegenkomt en vooral vrouwen aan te moedigen zelf met wiskunde aan de slag te gaan.



Vriendelijke wiskunde

Dit boek bestaat uit twee delen: een lees-gedeelte en een doe-gedeelte. In het eerste deel wordt de visie van *Vrouwen en Wiskunde* op het wiskunde-onderwijs in het algemeen en de positie van meisjes in het bijzonder uiteengezet. Bovendien wordt uitgebreid aandacht besteed aan keuze- en planningsgedrag van leerlingen. Het tweede deel van het boek biedt de mogelijkheid om de wens zelf aan de slag te gaan in daden om te zetten. Het bevat een groot aantal doe-opdrachten, die grotendeels zijn ontleend aan de pakketjes waarmee op de lustrumdag gewerkt is. Voor de opdrachten is geen wiskundige voorkennis nodig.

Marja Meeder, Francis Meester, Heleen Verhage en Saskia van Eenbergen - "Vriendelijke Wiskunde", uitgegeven door Vrouwen en Wiskunde, Amsterdam 1987.

ISBN 90-800122-1-1; 96 pagina's; met literatuuropgave en adreslijst.

Het boek is te bestellen door overmaking van f 17,50 (inclusief verzendkosten) op girorekening 143917 t.n.v. de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam, onder vermelding van 'Vriendelijke Wiskunde'.

Wiskunde moet je doen

Dit videoprogramma is samengesteld uit inspirerende beelden van vrouwen die met wiskunde bezig zijn en fragmenten van interviews en lezingen.

'Tussen de beelden door' wordt een groot aantal aspecten van de problematiek rond de geringe deelname van meisjes aan het wiskunde-onderwijs aange-stipt.

De band kan op verschillende manieren gebruikt worden: als inleiding om te praten over het wiskunde-onderwijs of als opwarmer om zelf aan de slag te gaan.

De video is in opdracht van Vrouwen en Wiskunde geproduceerd door Stug videoprodukties, Arnhem 1987.

De band duurt 21 minuten.

Het programma is te huur en te koop op VHS en andere gangbare videosystemen. De huurprijs is f 50,- en de koopprijs f 150,- beide exclusief verzendkosten en btw.

De band is te bestellen bij Stug videoprodukties, Postbus 3011, 6802 DA Arnhem, tel. 085-510281 (tijdig reserveren).