

# Wiskunde voor allen

J. de Lange Jzn.

OW & OC, R.U. Utrecht

## Samenvatting

Wiskunde wordt 'overal' door 'iedereen' gebruikt. Als voorbeeld toont de auteur de resultaten van een archeologisch onderzoek zoals dat plaats heeft gevonden in Denemarken, enkele jaren geleden. Ook de 35% van de studenten die zogenaamd geen wiskunde nodig heeft kan deze wel degelijk tegenkomen en gebruiken. Hij of zij heeft dan niets aan allerlei trucs en regeltes, maar des te meer aan een bepaalde wiskunde-attitude.

In het Mesolithicum leefden in het noordwesten van Europa allerlei volksstammen die nogal eens van de ene naar de andere plaats trokken. In de zomer wat meer naar het noorden, in de winter naar het warmere zuiden. Archeologen, en zij niet alleen, zijn zeer geïnteresseerd hoe noordelijk de mensen 's zomers kwamen en hoe ze aan voedsel kwamen.

Enkele jaren geleden werden bij opgravingen in Denemarken vele botresten opgegraven bij een meertje uit het Mesolithicum. Zo'n 5000 visbotjes werden gevonden die dateren van ongeveer 3280 vóór Christus. De hamvraag was nu: duiden deze visresten erop dat hier vroeger mensen hebben gewoond? Dus zijn deze botjesresten van vismaaltijden of de resten van vissen die een natuurlijke dood zijn gestorven?

Van de 5000 botjes konden er zo'n 4000 worden geïdentificeerd door biologen. Maar liefst 78% was afkomstig van de snoek; de rest was zeelt, baars en voorn.

VIS	%
SNOEK	79
ZEELT	9
BAARS	9
BLANK VOORN	1

In een eerste reactie waren de onderzoekers – die hoopten aan te tonen dat de botjes maaltijdresten waren – verheugd: de snoek is een roofvis die aan de top van de voedselpyramide staat, waardoor het zeer onnatuurlijk zou zijn als bijna 80% van deze vis in een

## Summary

More and more disciplines use mathematics. In this article mathematics at the level of secondary education is being used in archeology: using these tools the researchers were able to prove that people were living at a lake-site in Denmark during the mesolithicum. Mathematics used by people who 'do not need' mathematics.



normale populatie zou voorkomen, want dan hebben ze wel erg weinig prooivissen.

Het feit dat 78% van de botresten afkomstig was van de snoek leek een indicatie te zijn dat deze resten maaltijdresten waren. Maar méér dan een indicatie is gewenst om tot een gefundeerd oordeel te komen.

Men zocht vervolgens naar een controle-meer: een bestaand meer dat ogenschijnlijk aan dezelfde biologi-

sche voorwaarden voldoet. Men vond zo'n meer in Duitsland. Alle vissen werden vergiftigd waardoor ze bewusteloos raakten en geteld konden worden. Na de telling zouden alle vissen worden teruggezet. De resultaten waren:

VIS	%
BLANK VOORN	82
BAARS	9
RUISVOORN	8
SNOEK	1
ZEELT	0

Slechts 1% snoeken! Dit was geheel in overeenstemming met een normale prooi-roofvis verdeling. Het leek dus wel bewezen dat de verdeling in het Deense-Praestelyngenmeer niet de 'normale natuurlijke' is. De voor de hand liggende conclusie was dat snoek – goed smakend en vooral in het voorjaar makkelijk te vangen – een favoriet maal was van de toenmalige bewoners.

Toch was er nog enige twijfel. Het is bekend dat in geïsoleerde gemeenschappen sterke afwijkingen van de normale verdeling kunnen ontstaan door b.v. kannibalisme. In zo'n geval zouden snoeken snoeken kunnen eten en zou een hoog percentage snoekenbotjes nog niet veel zeggen.

Nu verkeerde men in de gelukkige omstandigheid dat er in Duitsland een opgraving bekend was van een vergelijkbaar meer (Cromermeer) waarvan zeker was dat er geen mensen hadden gewoond of gevist. Van de 550 visbotjes was hier maar liefst 53% afkomstig van de snoek. Daarbij vertoonde de verdeling ook verder een sterke overeenkomst met die van Praestelyngen!

VIS	%
SNOEK	53
ZEELT	29
BAARS	6
BLANK VOORN	1

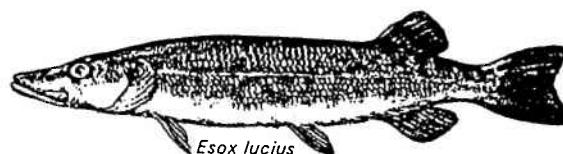
Een verklaring voor de grote afwijkingen kan het vermelde kannibalisme zijn, maar ook dat de relatieve hardheid van snoekbotjes er zorg voor draagt dat deze veel minder snel verweren.

Hoe dan ook, de conclusie is dat er géén conclusie te trekken is voor wat betreft de menselijke aanwezigheid in Praestelyngen. Het onderzoek bevond zich op doodlopend spoor. Andere wegen dienden te worden ingeslagen.

De volgende gedachte was de populatiestructuur van de snoek te reconstrueren aan de hand van de gevonden botresten en deze te vergelijken met een 'normale' populatiestructuur.

Natuurlijk waren er geen complete snoeken gevonden zodat een lijst moest worden bedacht om de lengtes van de Deense snoeken terug te vinden. Als maat voor de snoek werd de frequent teruggevonden gehemelteplaat gebruikt.

Nu moest eerst het verband: lengte gehemelteplaat – totale lengte gevonden worden.



76 cm

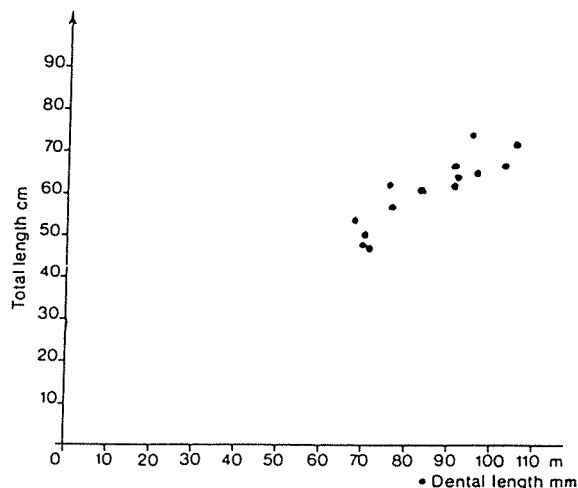
110 mm



?

85 mm

Daartoe werden 14 levende snoeken gedood en gemeten met het volgende resultaat:



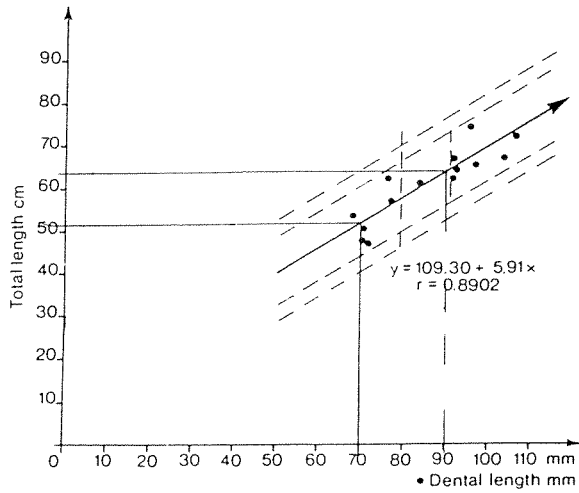
Leerlingen leren op school niet wat je met zo'n puntenwolk moet. In ieder geval geen rechte lijn trekken, want die gaat door twee punten. Archeologen tillen daar niet zo zwaar aan: men ging voor het gemak uit van een lineair verband en liet de computer een mooi lijntje door de wolk tekenen.

Ook bepaalde de computer een formule:

$y = 109,30 + 5,91x$  of zoals deze voor leerlingen herkenbaarder is:

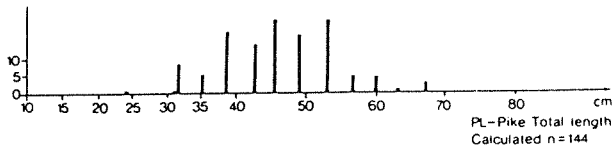
$y = 6x + 11$

( $x$  lengte plaat in cm,  $y$  lengte in cm)



Op deze manier levert een gehemelteplaat van 10 cm een totale lengte van 71 cm op; één van 6 cm een lengte van 47 cm.

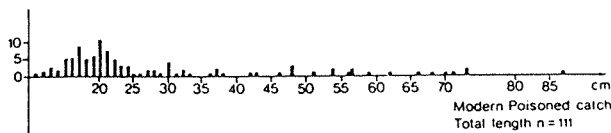
De Praestelyngen-lengteverdeling – op deze wijze gereconstrueerd leverde:



Conclusie: de meeste snoeken hadden lengtes van rond de 40 à 50 cm.

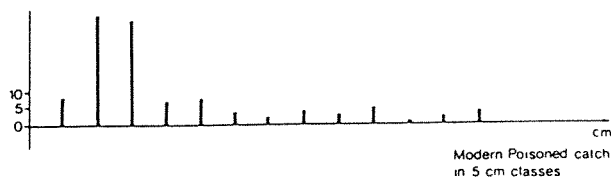
Het was nu zaak deze lengteverdeling te vergelijken met die van een eigentijds meer. De snoeken werden weer vergiftigd – naar men mag aannemen de andere vissen ook – en de lengte opgemeten.

Het resultaat:



Alhoewel het verschil direct opvalt, is het beter de klasseindeling zó te nemen dat een verantwoorde vergelijking plaats kan vinden.

Dit levert:



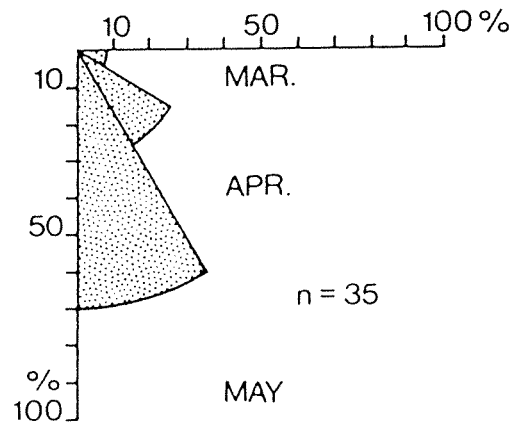
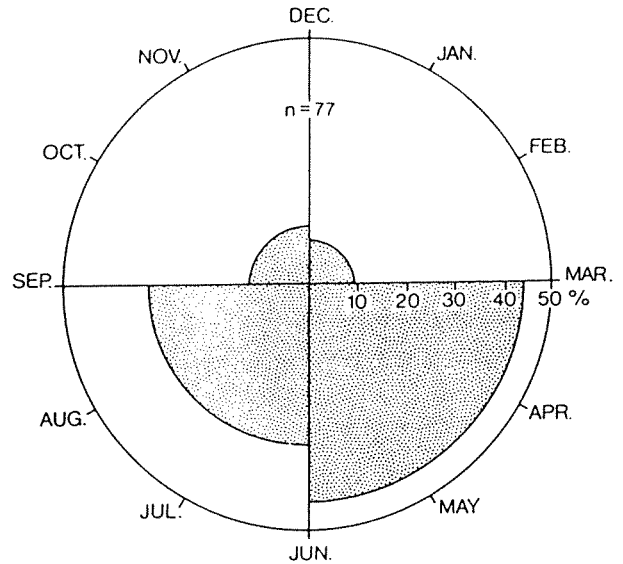
Misverstand lijkt uitgesloten: (De resten van) de Deense snoeken zijn gemiddeld veel groter dan de nu levende: menselijk ingrijpen lijkt daarvoor verantwoordelijk, zeker gezien het feit dat juist de resten van volwassen vissen zo vaak werden gevonden.

Conclusie: de snoeken in Praestelyngen zijn gevangen volwassenen die gemakkelijk te jagen zijn in de paaitijd in het voorjaar.

Maar men zocht naar meer bewijs: de gevonden verdeling kon ook nog het resultaat zijn van een rampzalige massasterfte door natuurlijke oorzaak b.v. zuurstofarmoede 's winters onder het ijs.

Daarom wilde men aan de hand van de jaarringen vaststellen in welk seizoen de snoeken waren overleden. Ook hier werden de fossielen vergeleken met eigentijdse botten.

De resultaten, grafisch weergegeven:



Te zien is dat ruim 40% van de snoeken in het voorjaar dood is gegaan, en vooral in de maand mei. Of: de vissen overleden midden in hun groeiseizoen. Dit lijkt erop te duiden dat mensen – die alleen in de zomer zover noordelijk op zouden kunnen rukken – verantwoordelijk zijn voor de dood van de snoeken, zeker als we de afwijkende lengteverdeling in onze afweging betrekken.

Conclusie: mensen zijn waarschijnlijk verantwoordelijk voor het doden van de snoeken; Praestelyngen is 's zomers door mensen bewoond geweest.

De vraag blijft wat dit verhaal te maken heeft met wiskunde voor allen.

Veel, naar mijn overtuiging. Het toont aan dat wiskunde – van elementair niveau – ook gebruikt wordt in disciplines 'waar je wiskunde niet nodig hebt'.

Volgens Hoogbergen geldt dat voor 35% van onze studenten. Dit verhaal gaat over die 35%.

In de tweede plaats is hier sprake van wiskundige activiteiten, in tegenstelling tot de wiskundige drill-and-practice van het huidige wiskunde-onderwijs, met name op het Mavo.

Het bekende Engelse Cockroft-rapport stelt als voorname doelen van wiskunde voor allen:

- tabellen vergelijken en interpreteren;
- grafieken lezen en interpreteren; ze tekenen, ook met ongebruikelijke eenheden;
- gebruik maken van artikelen;
- kritische discussie, logisch redeneren.

Daarbij is het vinden van een functievoorschrift een belangrijke mathematische activiteit.

Tevens benadrukt Cockroft dat wiskunde aangeboden dient te worden in toepassingen. Bedoeld worden dan 'echte' toepassingen en niet gekunstelde verhaaltjes die wat kale wiskunde verhullen.

Wiskunde voor allen? Zeker. Maar de consequenties zijn niet gering.

Wiskunde moet dan relevant zijn voor zowel docent als leerling, het moet de leerling zelfvertrouwen geven, het moet de leerling leren denken. Allemaal zaken die ongeveer diametraal staan tegenover de wijze waarop wiskunde nu met name op het Mavo wordt bedreven.

Wiskunde voor allen kan dan ook niet getoetst worden met multiple-choice-vragen.

Op dit moment lijkt één van de voornaamste doelen van wiskunde-onderwijs op het Mavo: het kunnen maken van een multiple-choice-toets. Leraren besteden op school veel aandacht aan de *manier* van toetsen. De wiskundige doelen lijken daaraan ondergeschikt.

Wiskunde is overal in de wereld om je heen. Om die later beter te begrijpen is wiskunde, zinvolle wiskunde nodig. Voor iedereen. Maar dan wel een wiskunde die door iedereen als verplicht wordt ervaren, van binnen uit.

---

## CIEAEM XXXVII

De 37e jaarlijkse conferentie van de 'Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques' (CIEAEM) zal van 4 - 10 augustus 1985 plaatsvinden in Leiden.

Het thema voor dit jaar luidt: "Mathematics for all... in the computer age" met de volgende sub-thema's:

- Arithmetic and algebra;
- Mathematical models;
- Mathematical reasoning;
- Teacher training;
- Mathematics and Computer Education.

Er zijn:

- Plenaire lezingen o.a. Sir Wilfred Cockroft;
- Werkgroepen.

Inlichtingen en 2<sup>nd</sup> announcement kunnen worden verkregen bij:

Vakgroep OW & OC,  
t.a.v. Mevrouw E.J. Hanepen, RUU,  
Tiberdreef 4,  
3561 GG UTRECHT.