Integratie "zakrekenmachine"

Een overzicht van onderzoeksresultaten omtrent de integratie van de zakrekenmachine in het basisonderwijs

F.J. van den Brink
OW & OC, RU Utrecht

Summary

Recommendations for teaching arithmetic are given in this article.
The recommendations follow from research to the functioning of pocket calculators for children in the 4-12 year age group.
The possibilities of integrating the pocket calculator with the present curriculum were studied.

Bedoeling

Vanuit het onderzoek naar het gebruik van de zakrekenmachine door kinderen van 4 t/m 12 jaar, dat door de Vakgroep OW & OC werd gehouden, zijn aanbevelingen en standpunten ten behoeve van het rekenonderwijs geformuleerd.
De bedoeling van het onderzoek was om de mogelijkheden na te gaan van een *integratie* van de zakrekenmachine in het bestaande rekenonderwijs. Het gaat dus om het afstemmen van de plaats van de rekenmachine binnen rekenonderwerpen, -manieren, -modellen en -notaties. En daarbij tevens een aantal geschikte didactische werkvormen te ontwikkelen en te onderzoeken (1). We wilden dus *niet* nagaan hoe de leerling door een rekenmachine of computer is te sturen. We onderzochten juist middelen die omgekeerd de leerling in staat stellen de rekenmachine (computer) te sturen.
In dit (afsluitende) artikel over de rekenmachine willen we van dit kwalitatieve onderzoek een balans opmaken.

Rekenen en rekenmachine

kinderlijke denkbeelden

"Hij doet eigenlijk alles al", zegt Tamara (9; 3e klas) over de zakrekenmachine. "Hij rekent uit. Je hoeft zelf alleen maar die dingetjes in te drukken. Rekenen leer je er niet mee".

Er is zelfs bij kinderen een zekere schroom om de rekenmachine wel tot het "rekenen" te laten horen! Hij laat niet zien hoe je zelf moet rekenen. Hij is meer anti-rekenen. Is dat wel te vertrouwen? Notaties, modellen en rekenmanieren laten je wel zelf rekenen. Zij vormen het "echte rekenen".
Kinderen geven blijk dat het echte rekenen met zijn modellen, enz. bestaansrecht blijft houden. Ook al omdat je *zonder* rekenkennis op een erg laag niveau met de rekenmachine blijft spelen.

Stellingen

Vanuit de onderzoekservaring laten we hier een aantal uitspraken volgen die we nader zullen toelichten.

a. Het is niet mogelijk om door uitsluitend het gebruik van de rekenmachine tot zinvol rekenen te komen. Je moet dus altijd eerst hebben leren rekenen met allerlei andere modellen en contexten.
De angst dat kinderen straks alleen maar kunnen rekenen bij de gratie van een volle batterij is daarom niet gerechtvaardigd.
b. De rekenmachine kent tal van faciliteiten die met traditionele rekenmanieren (zoals herhaald optellen, staartdelingen maken, e.d.) relaties hebben. Je moet kinderen daarop attent maken.
c. De rekenmachine geeft onverwacht een uitbreiding aan bestaande rekenkennis en -inzichten.
d. Kinderen lopen het gevaar te blijven steken in bepaalde zeer eenvoudige procedures die ze op de rekenmachine hebben geleerd. Door spelletjes op verschillend niveau op verschillende rekenmachines kunnen deze "centrumprocedures" op een hoger plan worden gebracht.
e. Centrumprocedures op de rekenmachine, die in het

centrum van de belangstelling van de leerling staan, belemmeren vaak de leerling om een andere eenvoudiger strategie te ontdekken.
Voorzichtigheid met het afgeven van de rekenmachine t.b.v. de oplossing van een bepaald probleem is geboden.

f. Een gedachtengang van een leerling wordt, indien de leerling daarvoor gevoelig is, numeriek door de rekenmachine geverifieerd.
g. De rekenmachine heeft zijn eigen beperkingen ten opzichte van andere rekenmodellen en -notaties (t.a.v. vertrouwdheid, capaciteit e.d.).
Per rekenonderwerp of -vraagstuk is die beperktheid van de rekenmachine door de leerling te ervaren en is het gebruik van de machine af te stemmen op het gebruik van andere modellen.

Dit standpunt betreffende de integratie van de rekenmachine in het rekenonderwijs zullen we nu nader toelichten aan de hand van:
1) de gevolgen voor de rekenkennis;
2) het zoeken naar oplossingsstrategieën;
3) het gebruik van modellen en
4) de rekenmachineprocdures.

Voor informatie over didactische werkvormen en onderwerpen (zoals deskundigencyclus, handleidingen schrijven en lezen, programmeren van de rekenmachine, grote getallen voor een te kleine rekenmachine) verwijzen we naar afleveringen in de voorgaande Nieuwe Wiskranten.

Rekenkennis

Rekenkennis is nodig alvorens de leerling tot een zinvol gebruik van de zakrekenmachine kan komen.
Dit lijkt een "open deur", maar wordt duidelijk als we de stelling negatief formuleren:

het is niet mogelijk om door uitsluitend het gebruik van de rekenmachine tot een zinvol rekenen te komen.

Ervaringen uit de kleuterschool geven aan dat het nauwelijks zin heeft kleuters met de zakrekenmachine te confronteren. Doordat ze de rekenkennis missen, blijven ze de machine uitsluitend manueel hanteren. (Van den Brink, 1981.)

Kikkie (4; 11) heeft op de machine de opgave 1 + 1 = die ik haar op een briefje gaf met de opdracht: "Deze knopjes moet jij indrukken", uitgevoerd.
De uitkomst 2. verschijnt in het venster.
"Hoe gaat dat nou?", zegt ze verbaasd, "Ik heb hier toch niet opgedrukt" en ze wijst naar de toets 2 en de toets met de stip.

Als je wilt kun je kleuters en lagere schoolkinderen natuurlijk wel africhten om alvorens de nodige rekenkennis aanwezig is, toch op een rekenachtige manier met de machine om te gaan. Maar het blijft beperkt tot een oppervlakkige activiteit (rijgen van cijfers op het venster bijvoorbeeld of bekende getallen, bijvoorbeeld leeftijden intoetsen, e.d.).
Ook in de 3e klas wordt de uitkomst nog voorgesteld als representant van louter een handeling op de machine. Ofschoon de machine soms voor een doorbraak zorgt, zoals uit het volgende gesprek blijkt.

Hugo (8; 11) rekent op de machine uit dat 9827 + 586 = 10413.
"Hoe weet je dat dit antwoord goed is? Je kunt toch een misslag hebben gemaakt?", vraag ik.

Vele kinderen gingen op dit punt nogmaals de opgave op de machine uitwerken.

Maar Hugo zegt: "Omdat dit 98 is", hij wijst op de eerste twee cijfers in 9827 + 586 = 10413. "En als je dan, net als 800, gewoon 500 d'r bij telt, kom je over de 1000."
"Goed zo; wist je dat al van te voren?"
"Eigenlijk niet", bekent hij.

Het afschatten en structureren van getallen kan zinvol aan de orde komen bij het gebruik van de rekenmachine. Verbanden met bestaande traditionele rekenkennis zijn onmisbaar en in sommige rekenonderwerpen kan de machine voor een uitbreiding van inzicht zorgen.
Hier volgt een viertal van dergelijke leermomenten voor de leerlingen:

Ik vraag aan Caroline (7; 3); maart; eerste klas) "Maak eens 10 op de rekenmachine."
"Even zoeken", zegt ze. En na een tijdje vertelt ze: "Er zit geen tien bij." De toets $\boxed{10}$ *ontbreekt.*
Ze is niet de enige die dit overkomt. 3 van de 11 eerste klassers die ik dit vroeg, gingen ook op zoek naar die toets. Totdat ik ze niet alleen het getal zei, maar ook toonde*: 10.*
Ik speel voor "getallenbank" in klas 2. ... "300", dikteer ik. En daarna: "Alleen de drie moet door een twee worden vervangen."
Peter drukt in: $\boxed{3}\boxed{0}\boxed{0}$ $\boxed{-}\boxed{2}$ $\boxed{=}$ *"298", zegt hij, "de drie is in een twee veranderd. Klaar!"*
Maar daarmee ga ik niet accoord. De andere cijfers moeten nullen blijven.

Dergelijke spelletjes (verander een cijfer in een getal) zijn zeer instructief voor inzicht in het positiestelsel.

Hugo ((8; 11) 3e klas) legt aan Bianca (8; 11) uit hoe je de tafel van 6 op de rekenmachine kunt vinden:
+ 6 = = = =. Hij zegt steeds de uitkomsten die in het venster verschijnen: 6, 12, 18, 24, en merkt dan op: "Je kunt net zover als je wilt."
Terwijl Bianca dacht dat de tafels als vanouds "slechts" tot 10 gingen.

Strategieën

De zakrekenmachine kan het zoeken naar strategieën blokkeren, omdat een procedure op de machine de kinderen blind maakt voor andere mogelijkheden.

Tijdens een gesprek met Paul (8; 7) en Jeroen (8; 5) in het begin van het 3e leerjaar, over het sprookjesboek van Grimm, vraag ik naar het aantal sprookjes: "200?"
Paul slaat de titellijst op. Je zou direct het aantal kunnen vaststellen aan de nummers van de sprookjes.
Jeroen zegt: "Dat zijn er minstens 200, minstens."
Paul: "Dat kun je toch met een rekenmachientje uitrekenen."
En ze beginnen de telprocedure: 1 + 1 + 1 + 1+ 1 ...
Paul: "Je doet er steeds één sprookje bij en dan krijg je op het laatst hoeveel sprookjes je hebt."

Tenslotte bereiken we het 200ste sprookje: "De Gouden Sleutel". "Het uur der Waarheid is gekomen", denk ik. Maar Paul is helaas in zijn ijver op zijn machine doorgeschoten tot 207. Verontschuldigend zegt hij: "Dat mag wel, kijk maar" en hij leest voor uit de lijst van tien extra kinderlegenden: "207, Onze-Lieve-Vrouwe-glaasje." "Ik moet er nog drie doen", merkt hij tot mijn verbazing op terwijl hij naar "210 De Hazelaar", kijkt. Zijn doel is om "210" in het venster te krijgen en daartoe moet hij "nog 3 doen".

Het is toch frappant, dat de jongens de nummering van de sprookjes niet hebben aangegrepen om direct het totale aantal te vinden en dat zelfs nu, aan het einde van de rij sprookjes, het aantal wordt vertaald in het aantal handelingen op de machine: "Nog 3 te doen". De rekenmachine heeft mijns inziens hier blokkerend gewerkt.

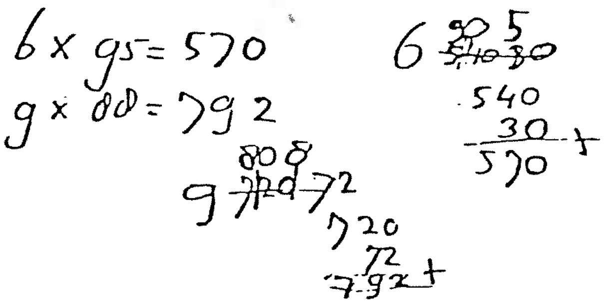
Voor het onderwijs betekent dit, dat men zuinig moet zijn met het verstrekken van machines en dat de zakrekenmachine in eerste instantie in de zak van de onderwijzer(es) behoort. Hij of zij kan dan toetsen of de machine wel ingezet moet worden en of er geen andere strategieën open staan om een probleem op te lossen. Anderzijds komt het herhaaldelijk voor dat de rekenmachine de leerling numeriek aantoont, dat zijn of haar beoogde strategie fout is.

Paul heeft 1055 woorden vastgesteld voor het sprookje "Kat en muis, samen thuis".
Hij redeneert nu: "Ik deel dit getal (1055) door het één getal (1), want dan weet ik hoeveel letters er zijn" en doet 1055 ÷ 1 = op de machine.
Tot zijn verbazing komt er hetzelfde antwoord uit. Hij voert de bewerking nogmaals uit en is daarna overtuigd dat zijn redenering fout was.

Modellen en notaties

Het gebruik van de zakrekenmachine te midden van andere rekenmodellen en -notaties is allereerst afhankelijk van de vertrouwdheid van die andere modellen en notaties.

Hugo ((9; 2); 3e klas, mei) krijgt een aantal opgaven om uit te rekenen. Al of niet met de rekenmachine, dat mag hij zelf kiezen.
Uit zijn hoofd schrijft Hugo de uitkomsten op van 70 × 80 = en 900 × 800 = .
Hij rekent 6 × 95 = en 9 × 88 = op een kladblad uit met het z.g. kruispuntenmodel en het "onder-elkaar-optellen".



Maar een optelling, zoals 9827 + 586 = , gaat plotseling veel langzamer. Hij pakt nu wél de rekenmachine erbij en rekent de opgave uit.

Ik praat nog even met hem na.
O. *"Zou je 70 × 80, de eerste som die je deed, op de rekenmachine moeten doen?"*
H. *"Nee, dat kan je makkelijk uit je hoofd."*
O. *"Die som van 6 × 95 deed je met het kruispuntenmodel, terwijl je toch weet dat 'ie met de rekenmachine heel vlot gaat."*
H. *"Ja. Omdat ik het altijd zo doe."*
O. *"Bij optellingen werd het plotseling veel moeilijker zag ik. Je gebruikte toen wel de rekenmachine."*
H. *"Ja, omdat we op school die sommen altijd onder elkaar zetten. Hier staan ze naast elkaar."*
(9827 + 586 =)
De vertrouwdheid met een model of een notatiewijze uit het "gewone" rekenen is bepalend voor het niet *gebruiken van de rekenmachine.*

In sommige situaties biedt de rekenmachine meer faciliteiten dan bijv. de abacus (denk bijv. aan de keertoets versus het vermenigvuldigen als "herhaald optellen"). Maar anderzijds kent de rekenmachine zijn beperkingen.
Bijvoorbeeld:
- stipsommen zoals 31 − . = 8 zijn niet direct op de rekenmachine uit te voeren.
- in het venster kunnen "maar" 8 cijfers staan.

Geconfronteerd met deze beperktheid van de machine grijpen de leerlingen terug op hun "oude" rekenkennis.
31 − . = 8 (2e klas, juni, Paul en Jeroen)

Paul: "Dan doen we eerst de 1 eraf ..." (van 31)
Jeroen: "Nee, eerst 10 eraf."
Paul weer: "Twee tienen, twee tienen eraf. Twintig."
31 − 20 = 11 vinden ze.
Uit het hoofd rekenen ze dan uit dat er nog 3 afmoeten van de 11 om 8 te krijgen.
"Klaar. Maar hoeveel hebben we er nou afgehaald?", zegt Jeroen, "Eerst 20 ... ."
"23 eraf", stelt Paul dan vast.
De rekenmachine laat de leerlingen hier duidelijk zijn beperkingen zien, die ze opvangen met "oude" rekenkennis.
Paul en Jeroen hebben uitgerekend dat een baby van 1 jaar 31536000 seconden heeft geleefd.
Paul: "Ja, maar nu moeten we van 8 jaar (hun eigen leeftijd) vinden. Dan moeten we dàt (31536000) acht keer doen.
8 × 31536000 = 252288000. Maar de machine geeft al knipperend de eerste acht cijfers 2.52288000.
Paul: "Het kan er niet op, denk ik. Hij knippert."
Jeroen: "Dan moeten we het zelf maar uitrekenen."
Met twee abacussen lossen ze het probleem op en kunnen de rekenmachine toch nog gebruiken om de eerste acht cijfers te vergelijken.

Het lijkt me verstandig om doorzichtige modellen zoals de abacus, *vooraf* aan de rekenmachine te blijven aanbieden. Anders zullen deze modellen ten offer vallen aan de efficiënte service van de rekenmachine.
Overigens vraagt het gebruik van de machine in veel gevallen om visualisaties in de vorm van "even noteren op papier" of "op de abacus zetten" en vindt er een spontane integratie plaats tussen notatiebewijzen, modellen en de rekenmachine.
In dit opzicht past de rekenmachine in de "veelzijdige

benadering" die Wiskobas vanouds voorstond. In sommige rekenonderwerpen zal de onderwijzer(es) de leerling op mogelijkheden van de rekenmachine attent kunnen maken.

Als Ikos ((11; 1); 5e klas, augustus) de opgave 6664780 : 172 = moet uitrekenen, noteert hij eerst 172/6664780 in zijn schrift, berekent dan op de rekenmachine de uitkomst en noteert die erachter:
172/6664780 3865
Het antwoord is hem dus nu al bekend. Toch gaat hij daarna gewoon de staartdeling uitvoeren.

"Dat getal (3865) schrijf je erachter en dan pas ga je het uitrekenen? Heeft dat voordelen?", vraag ik hem.
Ikos: "Ja, want anders moet ik het getal (3865) de hele tijd onthouden."

Hij maakt bij het uitrekenen geen enkel gebruik van de uitkomst. Alle produkten die hij nodig heeft worden apart op een kladblaadje uitgerekend. Slechts één keer gebruikt hij de rekenmachine om: 7 × 8 uit te rekenen! Een produkt dat hij eigenlijk uit het hoofd moet kennen.
Kan het gebruik van de rekenmachine niet wat rijker? Door de uitkomst van te voren *vast te stellen met de machine en deze te vergelijken met de uitkomst die de leerling berekent, wordt de leerling een* indicatie *gegeven op welke plaats in zijn berekening hij een fout heeft gemaakt. De algoritme zélf blijft dus centraal staan bij deze "van-te-voren-controle" en niet de uitkomst.*
Opvallend is ook dat de leerlingen niet "vanzelf" gebruikmaken van de uitkomst bij hun berekening.

Hier ligt een taak voor het onderwijs om de rekenmachine als medestander in moeilijke rekenpartijen te zien en niet alleen maar het ding als een soort "antwoorden blaadje" aan te reiken na gemaakte sommen.
Ik geef Hugo (8; 9) en Astrid ((8; 3), 3e klas) een stipsom op:

422 plus iets en dan moet er 1000 uitkomen
(422 + . = 1000) Astrid: "Ja, 600, eh nee, 60.
Nee, 680?" Ik noteer deze mogelijkheden: 600, 680.
Hugo kijkt naar het getal 422 dat op het venster staat en schat "zeshonderd acht en ... eh ... zeventig."
"Dus, 600 of 680 of 678", zeg ik. "Probeer het maar eens."

Hier breken we eindelijk door de zekerheid van het "zelf kunnen uitrekenen" heen. Er worden zinvolle schattingen gemaakt vooraf, maar de rekenmachine moet ons wel de oplossing aan de hand doen. Hij is nu niet meer alleen "controleur" van de enig juiste uitkomst. Kinderen hebben hem nu écht nodig.
Het is duidelijk, dat we met de werkwijze van het schatten op grond van het positiestelsel (of orde van grootte) het image van de rekenmachine kunnen veranderen:

De rekenmachine als rekenkameraad, "rekenmaatje"
Hoe beter een leerling zelf rekent, hoe moeilijker hij of zij er toe te bewegen is de rekenmachine op die wijze te gebruiken.
Deze situatie is te doorbreken met verschillende middelen:
a) de invoering van opgaven die moeilijk uit het hoofd zijn te doen, of die afwijken van de vertrouwde notatiewijze (van bijv. optellen "onder elkaar");
b) de werktijd beperken (een rigoreus middel);
c) de vertrouwdheid met de rekenmachine bevorderen, door kinderen georganiseerd in "deskundige groepjes" met het apparaat te laten werken;
d) levensechte situaties scheppen, d.w.z. situaties uit het dagelijks leven waarin de rekenmachine ook "in 't echt" wordt gebruikt. Denk aan "winkeltje spelen" bijvoorbeeld.

Rekenmachineprocedures

Een onverwacht didactisch probleem vormen de rekenmachineprocedures.
Kinderen zijn geneigd om op vroeger geleerde procedures op de rekenmachine terug te vallen. Ze trachten die in een gesteld probleem toe te passen. Maar vaak zijn het slechts uiterst eenvoudige rekenmanieren (zoals het tellen op de machine $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ ...). Het gevaar voor *verstarring* in die vroeger geleerde spelletjes en procedures op de rekenmachine is niet denkbeeldig. De machine wordt dan niet verder geëxploiteerd, er wordt niet verder naar de automaat gezocht. Er wordt alleen letterlijk een handigheidje ontwikkeld, waarin de kinderen blijven steken.
Met *spelletjes op de machine* is daar doorheen te breken. Bij spelletjes (zoals cijfers in getallen veranderen; elkaar dicteren; met gebruik van een beperkt aantal toetsen een getal te bereiken; het raden van mijn sprong (2)) voeren de kinderen zelf strategieën en afwijkende spelregels in, waarbij ze vaak teruggrijpen op rekenstrukturen die ze eerder hebben geleerd en verdere mogelijkheden van de machine ontdekken.
Het gebruik van rekenmachines van verschillend merk en (dus) van verschillende wijzen van bedienen is niet een nadeel, maar – in de strijd tegen de verstarring van rekenmachineprocedures – een groot didactisch voordeel.
Ook *handleidingen voor medeleerlingen* schrijven heeft deze functie om steeds meer procedures te vinden en die ook te noteren. Dit laatste kent verschillende problemen.
Hoe schrijf je bijv. een regel op die voor àlle getallen geldt.

Hugo ((8; 10), klas 3) loste deze problematiek aldus op: Je kent de tafel van negen toch? Als je de tafel van negen wilt weten van 9 tot en met 100, dan moet je dit indrukken: +9 en 112 keer = indrukken. En zo kan je alles doen, als je maar dit indrukt: + ... en zoveel keer = als je maar wilt.
Een goede veralgemenisering: niet alleen de tafel van 9, maar ook die van andere getallen *heeft hij ermee beschreven: de tafel van 8, 7, 215, enz.*
Maar Hugo ging nóg verder met veralgemeniseren:
"Als je × ÷ + of – sommen wilt maken, moet je dit doen: ... × ... = ..." Dus niet alleen de getallen *laat hij variëren, ook de* bewerkingen *(optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) stelt hij als variabelen voor.*

Aan sommige bewerkingen kleven overigens beperkingen (delen door 0 lukt niet; negatieve getallen beperken het aftrekken). Het bijzondere is echter dat hier voor het eerst in het rekenen de bewerkingen op zichzelf worden bekeken en vergeleken door Hugo
Daartoe geeft de rekenmachine gelegenheid.

Toekomstperspectief

In het voortgezet onderzoek zullen we nagaan hoe de zakrekenmachine *per rekenonderwerp* kan worden ingepast. Te denken valt aan de introductie van het optellen en aftrekken, aan het oplossen van stipsommen, aan het schatten van uitkomsten, bij het memoriseren e.d. Ook modellen zoals fiches, getallenlijnen, een notatiewijzen zullen bij het afwegen in ogenschouw kunnen worden genomen evenals de onderwerpen die de rekenmachine "eigen" zijn. (kommagetallen, grote getallen, negatieve getallen en allerlei "vreemde" toetsen: %, $\sqrt{\ }$).

Literatuur

(1) *Van den Brink, F.J.*
Zakrekenmachine (een kwalitatief onderwijsonderzoek), in: Nieuwe Wiskrant, jrg. 1, nr. 1, pp. 43–49 en jrg. 1, nr. 2, pp. 21–29 (1981).

(2) Spelletjes met een rekenmachine, in: Wiskobasbulletin, jrg. 8, 78/79, pp. 28–31.
Er is een reader te bestellen "De zakrekenmachine in de basisschool, deel 1" van alle artikelen die over de rekenmachine zijn verschenen bij het IOWO en OW & OC.

NVORWO

Op 3 juni 1982 is opgericht de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken/Wiskunde-Onderwijs (NVORWO).
Het doel van de vereniging is bevordering en belangstelling van het reken/wiskunde-onderwijs (4–14 jaar) in al haar facetten.
De vereniging heeft thans een kleine tweehonderd leden, voor het merendeel reken/wiskunde-didaktiekdocenten van de PA, methodiekdocenten van de KLOS, pedagogiekdocenten, maar ook schoolbegeleiders, leerplanontwikkelaars en onderzoekers.
Een werkgroep Informatica verricht reeds enige tijd studie. Ook zullen werkgroepen op andere terreinen gestart worden.
Tevens ondersteunt en initieert de vereniging studie- en ontmoetingsdagen op het omschreven gebied.
De vereniging is toegankelijk voor eenieder, die belangstelling heeft voor het reken/wiskunde-onderwijs.
De contributie voor 1983 bedraagt *f* 10,–.
Inlichtingen kunnen verkregen worden bij het secretariaat (p/a OW & OC, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht, tel.: 030-611611, Mw. B. Dekker) of bij de secretaris van de NVORWO: E. de Moor (020-255071).