Ruimte, meetkunde en inzicht

H.J. Smid/A. Verweij
T.H. Delft

Summary

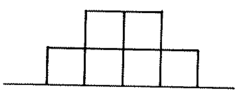
Within the frame of a future curriculum reform the workinggroup HEWET has recommended restoring solid geometry as a preparation on technical and scientific studies. This new subject will stress the need for spatial insight.
At the Technical University of Delft a small experiment took place with 4th and 5th years students (preparing for teacher) with material developed by the Hewet-group. The experiment gave indications that the spatial ability of these students left much to desire.

Bij de op stapel staande herverkaveling wiskunde I en wiskunde II is de nieuwe wiskunde A wel de grootste blikvanger. Invoering van dit vak betekent voor veel wiskundeleraren dat zij zich moeten gaan verdiepen in nieuwe onderwerpen en vaak ook in een andere aanpak van bekende onderwerpen. De terugkeer van de ruimtemeetkunde – opgenomen in het nieuwe B-programma – zal voor wie stereometrie gegeven heeft op h.b.s. of gymnasium niet te veel problemen opleveren. Maar er is inmiddels ook een generatie wiskundeleraren en aanstaande wiskundeleraren, die niet eens les gekrégen heeft in stereometrie. Toen wij het eerste, door het HEWET-team geproduceerde, leerstofpakketje voor ruimtemeetkunde in handen kregen, vroegen we ons dan ook af wat onze eigen studenten – 4e en 5e jaars wiskunde studenten aan de T.H. Delft die de onderwijsbevoegdheid willen behalen – van sommige opgaven terecht zouden brengen. Enerzijds behoren zij immers tot de categorie studenten die volgens het HEWET-rapport "de ontwikkeling naar ruimtelijk inzicht in belangrijke mate heeft moeten ontberen" en waarvan "het verminderen van de meetkundige vorming objectief (!) in de praktijk waarneembaar is" en anderzijds zullen zij over enkele jaren wellicht les gaan geven in de ruimtemeetkunde van het wiskunde B-programma. Zo kwamen we op het idee om een aantal van deze studenten, voor een deel onder toeziend camera-oog en meeluisterende microfoon, wat vraagstukjes uit "Lessen in ruimtemeetkunde 1" te laten oplossen. We hebben uiteraard niet de bedoeling gehad hiermee al of niet objectief iets vast te stellen. Of het resultaat nu mee- of tegenvalt, het is niet meer dan een momentopname geweest. Maar achteraf bleken de video-opnamen voor ons vooral interessant, omdat er verschillende didactische aspecten aan op te merken zijn en omdat we, pratend over sommige fragmenten, merkten dat dit eerste leerstofpakketje ons nog niet duidelijk maakt welke kant het HEWET-team nu eigenlijk uit wil met de uitwerking van het onderdeel ruimtemeetkunde van het wiskunde B-programma. Omdat onze didactische kanttekeningen misschien interessant zijn voor toekomstige gebruikers van het pakketje "Lessen in ruimtemeetkunde 1" en omdat onze vragen wellicht de discussie over de bedoeling van de ruimtemeetkunde in de bovenbouw van het v.w.o. kunnen stimuleren, willen we deze hieronder vermelden aan de hand van een beschrijving van het werk van onze studenten.

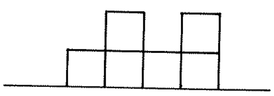
Het minimum is tien...

De eerste opgave, die we een groepje van vier studenten (Ed, Harry, Jan en Tineke) voorlegden, was gekozen uit de eerste paragraaf van het pakketje: "Kijk maar, je ziet niet wat je ziet" en luidt als volgt:

▶ 4. *Een aantal kubusjes (van gelijke grootte) is zo op een tafel gegroepeerd dat fig. (a) het vooraanzicht en fig. (b) het zijaanzicht van het bouwsel is.*



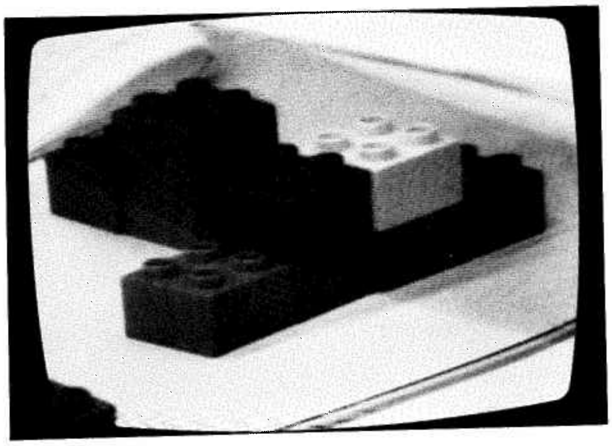
(a)



(b)

a. Hoeveel kubusjes kunnen er hoogstens *gebruikt zijn?*
b. En hoeveel kubusjes zijn er minstens *gebruikt?*

Wij hadden een stapel kleuter-legoblokjes op tafel klaargelegd met het idee: "ze zullen wel beginnen met redeneren en tekenen, maar als ze er dan niet uitkomen kùnnen ze het nog eens met lego proberen". Maar na de opgave gelezen te hebben aarzelden Jan en Tineke (die het dichtst bij de stapel blokjes zaten) geen moment en schoven de legoblokjes naar het midden van de tafel. Met vereende krachten werd toen snel een bouwsel van 11 blokjes gevonden dat de goede aanzichten had en dit werd vervolgens "opgevuld" tot wat bij vraag 4a bedoeld was: een bouwsel van 20 blokjes. Om vraagstuk 4b op te lossen werd het eerder gevonden bouwsel van 11 blokjes nog eens opgezet. Jan zag direkt dat er enkele blokjes verschoven konden worden en dat er ook nog 1 blokje weggenomen kon worden zonder de aanzichten te verstoren. Nadat ieder met deze oplossing ingestemd had, verplaatste Jan nòg een blokje en toen stond het volgende bouwsel van 10 blokjes op tafel.



Daarna ontspon zich het volgende gesprek.

J: *Dan blijft 't hetzelfde ... maar dan kan je er niet eentje nog weer weghalen.*
E: *Maar deze klopt niet.*
J: *Waaròm klopt die niet?*
E: *Waar zit die eh déze?*
(wijst op de tekening op het opgavenblad).
T: *Déze?*
(is inmiddels achter H en E gaan staan).
J: *Deze twee?*
T: *Deze ... deze moet hier zitten.*
J: *Hier ... twee omhoog ... hier ... van deze kant uit gezien.*
E: *Nee.*
T: *Als je het van déze kant uit bekijkt ...*
(en ze gaat naast J staan).
J: *Perspectivisch ... als je het nu van deze kant uit bekijkt, dan klopt het weer wèl.*
T: *Dan klopt ie en dan? ... dan ga ik het van déze kant uit bekijken ...*
(en ze gaat tegenover H en E staan).
J: *Ja, dan klopt ie ook.*
H: *Maar 't maakt in aantal niks uit.*
J: *Het maakt in aantal niks uit, maar 't is gewoon een andere mogelijkheid.*
T: *Mmm ...*
(gaat zitten).
J: *Zullen we de volgende vraag nemen?*
(H en T blijven naar het bouwsel kijken).
J: *Het maakt niks uit volgens mij ... ik dacht wat te zien, maar ...*
H: *Nu, je moet er altijd 3 eh 3 in de hoogte hebben, want je ziet er aan deze kant 2 en aan die kant 2 ..., dus je moet er 3 hebben, hóge ...*
T: *Mmm ..., je moet er eh ...*
H: *En 4 van voren en 4 van zij.*
T: *Mmm ... ja, we hebben de hoogste dus in allebei de standen gezet ... de hoogste ... hè ... dus we hadden eh we hadden in principe ook zó eentje kunnen laten kruisen als je begrijpt wat ik bedoel...*
(ze wijst hierbij op een "enkele" legosteen).
Dan zouden we niet de minste hebben gehad ... we moeten dus een hóge laten kruisen ...
H: *Ja.*
T: *Dan hebben we de grootste doorsnede.*
H: *Mmm.*
T: *Ja ... ik denk dat het wel goed is.*
E: *Ja, ja.*

Wat bij dit stukje protocol opvalt is in de eerste plaats dat Tineke steeds om de tafel heen loopt om de aanzichten te controleren. (Dat deed ze ook bij het oplossen van onderdeel a.) Als er in een later stadium weer iets veranderd wordt aan het bouwsel blijft ze zitten terwijl ze commentaar geeft; ze heeft dan kennelijk "geleerd" bij deze concrete 3-dimensionale bouwsels te "zien wat je niet ziet". Verder valt op dat de studenten vrijwel steeds demonstratieve taal gebruiken, wat natuurlijk uitgelokt wordt door het concreet aanwezige bouwmateriaal. Bij het "bewijs" aan het eind van dit fragment gebruikt Tineke tenslotte relatieve taal: "Dan hebben we de grootste doorsnede". Ze verwijst hiermee naar een probleem dat verband houdt met de vraag 4b en dat in relatieve taal luidt: twee verzamelingen hebben elk 2 elementen; uit hoeveel elementen kan hun doorsnede maximaal bestaan? Dit probleem dient zich aan als je bedenkt dat je weinig blokjes nodig hebt als je vaak één blokje voor tweé aanzichten kunt gebruiken, een gedachtengang die Harry en Tineke wel gevolgd lijken te hebben. Maar, doordat in het bouwsel op tafel de blokjes in twee loodrecht op elkaar staande rijen opgesteld waren zó dat zijaanzichten van de afzonderlijke rijen ook precies de plaatjes van het opgavenblad opleverden, zijn zij zich met hun redenering waarschijnlijk onbewust gaan richten op de vraag: hoeveel blokjes zijn minstens nodig om in de afzonderlijke rijen déze aanzichten te krijgen. En dan is begrijpelijk dat Harry zegt: *"je ziet er aan deze kant"* (in deze rij) *"2 en aan die kant"* (in die rij) *"2 ..., dus je moet er 3 hebben, hóge ..."*
Bij deze interpretatie past wat betreft het hierboven in formele taal gestelde probleem als extra gegeven bijvoorbeeld: de ene verzameling bestaat uit punten van de X-as en de andere uit punten van de Y-as. In dat geval bevat de doorsnede hoogstens 1 element daarom zegt Tineke: *"we moeten dus een hóge laten*

kruisen ... Dan hebben we de grootste doorsnede". Zo kan dan ook beredeneerd worden dat er minstens 4 + 4 − 1 = 7 "lage" blokjes nodig zijn, maar dit deed men niet. Ed, Harry en Tineke begonnen de volgende opgave te lezen. Alleen Jan bleef strak naar het bouwsel van 10 blokjes op tafel kijken en na een poosje begon hij voorzichtig wat blokjes te verschuiven, wat geen wezenlijke verandering opleverde, tot hij uiteindelijk het "hoge" blokje dat "in allebei de standen gezet" was wegnam. En toen volgde:

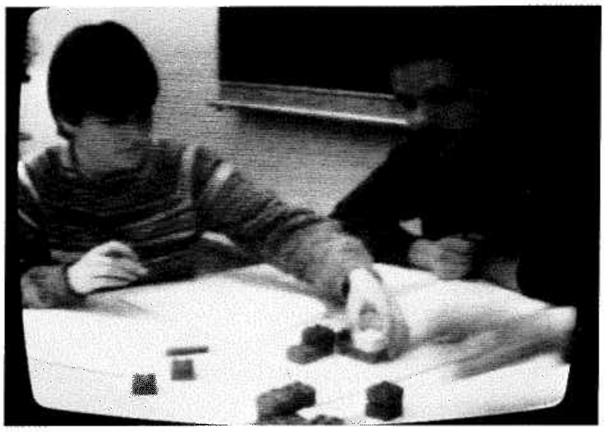
Of misschien wel negen...

J: *Ik heb er eentje met minder gevonden* (lachend).
H: *Ja ...*
J: *Sorry.*
(lacht weer).
H: *Ja natuurlijk, want je ziet die dubbel.*
T: *Dan moeten we weer terug naar 't eh ...*
J: *Ja, gemeen hè ... 't wordt 9 nu.*
T: *Jaja.*
J: *Het wordt 9.*
E: *Néguh ...*
T: *Nou dan kunnen we wel helemaal doorgaan, want eh 't kan misschien nog wel met minder dan.*
(lacht).
J: (lacht).
H: *Dus je hebt er* niet *3 in de bovenste.*
J: (lacht en zegt iets onverstaanbaars).
E: *Maar met welke redenatie kan je nou overtúigen dat het eh de minste is.*
H: *Ja.*
E: *Niet zozeer het handelen is belangrijk, maar de ... de redenátie.*
J: *Ik zág het ... maar daar heb je weinig aan.*
E: *Ja, maar wat is ...*
J: *Ik kwam op het idee toen Harry zei van je moet er 3 tot de ... eh 3 minstens in de bovenste hebben en toen vroeg ik me af van* is *dat nou wel zo?*
H: *Nee, dat is* niet *zo.*
J: *Toen dacht ik: nee, dat* is *niet zo ...*
E: *2 kan ook.*
J: *Want 2 kan óók.*
(even stilte en dan:)
T: *En 2 moeten het er zèker zijn.*
J: (denkt even en dan:)
Nou, dan denk ik wel dat dat 't minimum is, maar ...
T: *Ja dat* moet *wel, want die staan hier ook.*
(wijst op het opgavenblad)
J: *Â ... ànders kom je nooit aan 't ... Kijk, je hebt 2 keer een zijaanzicht waar der 2 bovenop liggen.*

Hierbij valt op dat Jan, die aanvoelde dat het "bewijs" van Harry en Tineke niet deugde, dit bewijs ontkracht niet door de fout erin op te sporen maar door met een andere oplossing van het vraagstuk te komen. En Ed, die zoveel belang hecht aan de redenatie, gaat ook niet op zoek naar wat er mis is met het bewijs dat hij eerst toch goed gevonden had. Wel dragen Jan en Tineke een "nieuw" bewijs aan bij de "nieuwe oplossing".

Toch acht?

Maar wéér blijft het bewijs beperkt tot het probleem van het minimale aantal "hoge" blokjes dat nodig is, terwijl een analoge redenering voor de "lage" blokjes de studenten op een interessant idee had kunnen brengen. Immers, je hebt 2 keer een zijaanzicht waar er 4 "onderop" liggen dus er moeten zèker 4 "lage" blokjes gebruikt worden; daarom ligt het voor de hand om te gaan proberen of met 4 blokjes "onderop" en 2 blokjes "bovenop" een bouwsel te maken is dat de gevraagde aanzichten heeft. Zo ging een studente, die later alleen met deze opgave bezig was, wèl te werk en met succes. Maar wat er in het groepje gebeurde was dat (weer) Jan zag dat het "lage" blokje op het kruispunt van de twee rijen weggenomen kon worden. En toen was iedereen ervan overtuigd dat "er nou niks meer uitgehaald" kon worden en dat het antwoord op vraag 4 b dus 8 is.

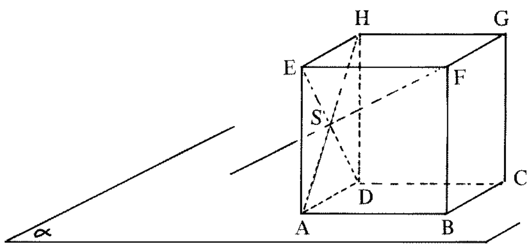


Deze studenten bleven kennelijk vasthouden aan het idee van twee loodrecht op elkaar staande rijen blokjes, waaruit je alleen nog kan proberen iets weg te nemen. Het lijkt erop dat dit in de hand gewerkt is juist doordat concreet hulpmateriaal direct voorhanden was. Zonder voorafgaande analyse van het probleem is men gaan bouwen en het enthousiasme over en het geloof in de oplossingen, die er goed uitzagen overheersten blijkbaar de kritische zin ten aanzien van de redeneringen. Het doel van de redeneringen was ook steeds: *de oplossingen achteraf nog min of meer goed te praten, en niet: hierdoor op het spoor te komen van andere en wellicht betere mogelijkheden.* Iets dergelijks maakten we mee toen op een C-conferentie in het afgelopen cursusjaar twee docenten bezig waren met een papieren model in de hand de mogelijke schaduwbeelden van een kubus in het zonlicht te onderzoeken (een opgave uit het IOWO-leerstofpakket "Schaduw en diepte"). De zon scheen niet, maar er was wel een brandende lamp aanwezig en zonder enige discussie hadden deze docenten besloten dat die net zo goed gebruikt kon worden. Al doende werden zij steeds enthousiaster en zij hadden tenslotte wel een aantal, maar niet àlle mogelijkheden gevonden. Ze waren er van overtuigd dat er niet meer mogelijkheden wáren; ze hadden er immers niet meer gezien! En toen volgde ook nog even een, in demonstratieve taal gestelde, kromme redenering waarmee hun overtuiging nog bevestigd werd. Hierbij werd *niets* opgeschreven. Het leek wel of deze docenten, evenals onze studenten, na al dat leuke "doen" niet zoveel behoefte meer hadden aan "denken", aan reflecteren op hun oplossing, en ze waren zéker niet van plan hun "bewijzen" op te schrijven. Op zo'n moment kan ingrijpen van een buitenstaander, de leraar, nuttig zijn. Als deze de groepsleden weet te motiveren voor het opschrijven van hun redenering, waarbij zij niet meer kunnen volstaan met demonstratief taalgebruik, is de kans groot dat ook de fouten in de redenering ontdekt zullen worden. Immers, demonstratief taalgebruik kan vaak verdoezelen waar de problemen eigenlijk zitten. Maar ook de docenten bij de C-cursus, die bij navraag zeiden dat zij in hun rol als begeleider van dergelijk groepswerk zéker aan hun studenten/leerlingen gevraagd zouden hebben de "bewijzen" op te schrijven, hadden er geen moment aan gedacht dit in hun situatie als lerende ook van zichzèlf te vragen.

Een hele (andere) opgave

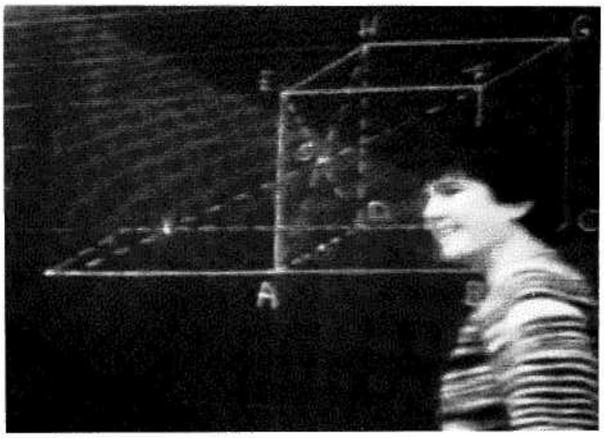
Nadat ónze studenten nog samen een tweede opgave waarin aanzichten een rol speelden goed hadden opgelost, vroegen we aan Tineke om "hardop denkend" op het bord (een extra handicap!) opdracht 10 van paragraaf 7 "Ruimte-constructies" te maken. Deze opdracht luidt als volgt:

Construeer het snijpunt van de lijn FS met het grondvlak α.



Hieronder volgt het eerste deel van het protocol:

T: *Dus het gaat om de lijn FS, dan teken ik eerst maar even de lijn FS.* (tekent die).
Eh ... die zal een eind verderop het grondvlak snijden. (verlengt FS). *Eh ... het grondvlak vergroot ik ...* (zij verlengt BA met 50 cm, de ribbe is 41 cm), *eh ...* (meet op hoelang ze BA verlengd heeft).
Bij construeren mag je niet meten, geloof ik? Ja? Mag je wel meten ...?
Ik heb BA verlengd met 50 cm, dan verleng ik ook CD met 50 cm. (doet dit).
Dan teken ik een lijn evenwijdig aan AD.
(zij verbindt de uiteinden van de verlengden van BA en CD).
... ... (pauze, ongeveer driekwart minuut, kijkt naar de tekening, denkt na, zucht).
Wacht even, eh, dat is, eh ... (ze heeft duidelijk een idee, meet CD op) *41.* (zij past die 41 af op het verlengde van CD).
Dan kwam ik er ineens achter dat FS, die lijn dan, de helft van de ribbe naar achteren is gegaan; nou dan heeft hij evenveel lengte nodig om nog een helft naar achteren te gaan, dus dan komt hij volgens mij hier uit. (tekent het snijpunt van FS met het verlengde van CD).
Ja, dat is het dus volgens mij. (lacht).
Ja God, ik kan het moeilijk uitleggen wat ik gedacht heb.
(pauze, iedereen bekijkt de tekening).



Het eerste wat bij dit fragment opvalt is dat de studente niet de bijna automatische reflex vertoont van de h.b.s.-leerling, die in 9 van de 10 gevallen direkt een vlak zou gaan zoeken waar FS in ligt, de snijlijn van dit vlak met het grondvlak zou bepalen en zo het snijpunt van FS met het grondvlak zou vinden. Opmerkelijk is dat een andere studente die wij deze opgave voorlegden wèl onmiddellijk de projectie van FS op ABCD tekende, maar daarna in het geheel niet zag hoe ze die projectie voor de oplossing van deze vraag kon gebruiken. De opgave was voor beiden in eerste instantie een probleem, en we geloven dat iemand met een klassieke stereo-opleiding er wel sneller uitgekomen was, èn met een methode die meer algemeen toepasbaar is dan die hier gebruikt is.

Ruimtelijk inzicht?

Maar betekent dat dan dat deze studenten minder "ruimtelijk inzicht" hebben? Om op die vraag te kunnen antwoorden moet je je toch eerst afvragen wat met dat ruimtelijk inzicht bedoeld wordt. Kennelijk niet de letterlijke betekenis: je kunnen oriënteren in de ruimte; dat leer je als baby, en de juiste speeltjes in de wieg zijn daarvoor belangrijker dan 2-dimensionale tekeningen!
Wordt dan bedoeld: het vermogen om je bij een twee-dimensionaal plaatje een drie-dimensionale voorstelling te maken? Maar dát kan de betreffende studente wel: ze zou anders niet in staat geweest zijn binnen enkele minuten het probleem op te lossen.
Wat ze duidelijk mist zijn wat vaardigheden, kennis van handigheidjes zoals die vroeger bij het begin van de stereo geoefend werden. Je kunt onzes inziens met

evenveel recht stellen dat ruimtelijk inzicht – als je daarmee bedoelt; je een 3-dimensionale voorstelling kunnen maken bij een 2–dimensionaal plaatje – veel meer een voorwaarde vooraf vóór dat leerproces dan een resultaat vàn dat leerproces was. Juist met het oog daarop kwamen in stereoboeken wel bouwplaten voor van echte 3-dimensionale figuren, om te helpen bij het vormen van de bijbehorende voorstelling. Misschien moeten ook dat soort dingen een plaats krijgen in de ruimtemeetkunde; of misschien zou dit soort activiteiten eindelijk eens een volwaardige plaats kunnen krijgen in de onderbouw. Het IOWO heeft er prima materiaal voor ontwikkeld!
Overigens is ook de opmerking over de meetkundige vorming zoals die in het HEWET-rapport staat en die hierboven genoemd werd niet zo erg duidelijk. Wordt hiermee kennis van een aantal fundamentele meetkundige eigenschappen bedoeld, of meer de vaardigheid in het traditionele bewijzen? In het eerste geval zou eens nagegaan moeten worden wat dan precies gemist wordt, in het tweede geval (en mogelijk ook in het eerste geval) zou de planimetrie even goede diensten kunnen bewijzen.
Een opmerkelijke vraag is ook: "Bij construeren mag je niet meten, geloof ik?" Uit onze reactie: pak het maar aan zoals je zelf wilt, trok ze vervolgens de conclusie dat het wèl mocht. In de opgave staat: "construeer" en dat lokte natuurlijk de vraag uit. Misschien is dit een goed voorbeeld van een gebrekkige meetkunige vorming: de precieze betekenis van de term "construeren" zal niet veel v.w.o.-leerlingen meer duidelijk zijn. (Voor hoeveel v.h.m.o.-leerlingen zal overigens de term "construeer" meer betekend hebben dan dat je om onnaspeurbare reden opeens de centimeterverdeling van je liniaal en je gradenboog niet mocht gebruiken?). Maar het probleem is de moeite waard; waarom staat er niet: "teken zo nauwkeurig mogelijk"? Het antwoord op de vraag hangt af van wat je eigenlijk wilt met het maken van tekeningen van drie-dimensionale figuren; gaat het om het kunnen werken in en met een bepaalde projectie-methode, of gaat het om niet meer dan een "goed lijkende tekening"?
Als men voor het eerst kiest (en dat volgt in feite uit de formulering van de opgave) haalt men wèl wat overhoop, en we vragen ons af of daarvoor de tijd te vinden is, tenzij men genoegen neemt met de situatie zoals die vaak bij de stereo bestond: de leerling wist nog net van $w = 30°$ en $h = ½$, maar daarmee was de kennis van de scheve projectie ook uitgeput!
Dan hebben allerlei "construeer"-opgaven onzes inziens ook weinig zin.

Inzicht uitbuiten

Terugkerend naar het protocol zijn ook de regels direkt na de denkpauze interessant, waar opeens een inzicht (ruimtelijk inzicht?) doorbreekt over hoe het probleem opgelost kan worden, of misschien beter gezegd, over hoe het probleem precies in elkaar zit. De oplossing is dan onmiddellijk duidelijk. Zulke sprongmomenten zijn natuurlijk in feite de momenten van het grootste belang, en "leren" is misschien niet veel anders dan het ervaren van dit soort momenten èn er wat mee kunnen doen. "Onderwijzen" is dan vooral: de optimale omstandigheden scheppen voor dit soort momenten. En dat is moeilijk genoeg!
Belangrijk is dan zeker ook dat zo'n inzicht-moment uitgebuit wordt, door zo mogelijk na te gaan hoe men aan dat inzicht gekomen is, wat vaak (ook hier) moeilijk is, en door het verworven inzicht verder te integreren in al bestaande schema's.
Dat proces wordt goed gedemonstreerd in het vervolg van het protocol, waarin een spontaan opkomend gesprekje tussen de betrokken studente naar aanleiding van de gevormde oplossing vastgelegd is.

H: Heb je nu het snijpunt van DC met eh ...?
T: Ja, van deze lijn, met deze lijn. (wijst DC en FS aan).
H: FS.
T: Ja, ..., omdat die volgens mij ...
J: En snijdt die achterin de lijn AB?
T: Deze? (wijst FS en AB aan).
J: Als je die doortrekt.
T: Nee, deze lijn snijdt AB niet, die loopt erachter.
E: Dus als ik het goed begrijp snijdt de lijn FS de lijn DC dus.
T: Ja.
E: Ja maar, eh, die, dat heb je gedaan om het feit: de lengte FS, dan is die halverwege de kubus. Maar dat geldt dan toch pas aan de andere kant van de kubus? Als die ... Deze lijn is het. (wijst de lijn aan die Tineke op 50 cm afstand – de ribbe was 41 cm – van de kubus evenwijdig aan AD getrokken heeft).
T: Deze lijn?
E: Dan zit hij pas aan de andere kant van de kubus, als ik jouw redenering volg.
T: Deze lijn heb ik zuiver alleen in het begin getrokken omdat ik gewoon dit vlak ABCD door wilde trekken, omdat het ergens uit moest komen, om voor mijzelf een beetje inzicht te krijgen.
E: Dus dat stuk, dat stuk dat je erbij getekend hebt is niet zolang als de kubus.
T: Eh, dit stuk is evenlang als de kubus dat heb ik nagemeten. (wijst het stuk van D tot het snijpunt van FS en CD aan).
H: Dus als je er een kubus naast zet, dan zou die in het punt D snijden, als je die D ernaast zet.
T: Als ik er een kubus naast teken, zou die kubus als volgt lopen ... evenwijdig ... (instemmend gebrom van de anderen, ze tekent de kubus op de juiste plaats, iedereen is nu duidelijk tevreden).

Een eerste functie van dit gesprek blijkt het opruimen van een aantal misverstanden te zijn die bij het oplossen gerezen zijn. Een student vermoedt dat Tineke denkt dat FS en AB elkaar snijden, wat door haar tekening in het begin gesuggereerd werd.
Door die discussie hierover wordt het inzicht in de situatie voor de deelnemers verder verhelderd. Ed realiseert zich dan kennelijk pas dat het gezochte punt het snijpunt van FS met CD is. Dàt inzicht leidt weer tot opheldering van een ander misverstand: de gedachte dat Tineke het vierkant ABCD met een congruent vierkant vergroot zou hebben; een idee wat waarschijnlijk voor een aantal deelnemers een hinderlijke ruis betekend heeft. Maar ook deze discussie

leidt weer tot een idee dat een beter inzicht in de situatie geeft: zet nog een kubus naast de al getekende, op die manier geef je meer structuur aan de ruimte buiten de gegeven kubus. Zo'n idee is natuurlijk ook later wel weer bruikbaar.
Wij hebben hier niet meer dan een tweetal opgaven uit "Lessen in ruimtemeetkunde 1" bekeken, een nieuwe en een heel vertrouwde.

Veel conclusies kun je daaraan natuurlijk niet verbinden. Aan beide opgaven viel voor de studenten, en ook voor ons, best wel wat plezier te beleven. Wat er precies van te leren viel, is veel moeilijker te zeggen. Dat komt misschien ook wel omdat het in zijn geheel toch nog wat onduidelijk is wat nu precies de functie van de ruimtemeetkunde is. Wellicht geven de nog te verschijnen pakketjes in dit opzicht wat meer duidelijkheid.

Vrouwen en wiskunde

Werkgroep "Wiskunde op de middenschool".

Bij voldoende belangstelling willen we een werkgroep "Wiskunde op de middenschool" starten, want:
1. De wiskunde op de middenschool staat ter diskussie.
   Welke vernieuwingen zijn er nodig om het vak voor meisjes aantrekkelijk te maken?
2. Er wordt wel beweerd dat meisjes beter tot hun recht komen, als ze niet met jongens samenwerken, maar met elkaar. Op de middenschool wordt bewust aan samenwerking, ook tussen jongens en meisjes, gewerkt.
   Hoe zijn daar nu de ervaringen?

Welke vrouwen willen hierover ervaringen uitwisselen en ideeën ontwikkelen?
Bel of schrijf naar onderstaand adres.

Nora Blom, Rijkje Dekker.
Kontaktadres:
Weteringschans 185^{IV},
1017 XE Amsterdam.
Tel. thuis: 020-224363
werk: 030-534795.