

Wiskunde A; Anderhalf jaar later

J. de Lange Jzn.

OW & OC, R.U. Utrecht

Summary

In august 1981 the experiments started to develop a new curriculum for the last two (three) years of secondary education. Time to look back at the first 500 days.

In general one can conclude that the experiments proved to be successful. It seems to be possible to develop material that motivates non-mathematics-majors that stresses mathematising and modelling. The only problem so far was that the students worked a bit slower than anticipated.

Anderhalf jaar geleden verscheen in het eerste nummer van de N.W. een artikel onder de titel: "Wiskunde A van start". (1). Prachtige plannen zouden eindelijk bekroond worden met het starten van experimenten die zouden moeten leiden tot een nieuw eindexamen wiskunde voor het v.w.o.

Het veld, de scholen dus, leken zich nog nauwelijks bewust van de dingen die gingen komen. Het noemen van het woord HEWET had vaak slechts tot gevolg dat een wenkbrauw even wat van plaats verschoof. Anderen die zich tijdig op de hoogte wilden stellen vroegen belangstellend wat dat "Joewit"-project nu toch eigenlijk was en of je daar ook aan mee kon doen. Dat zowel het interimrapport als het Rapport van de HEWET-commissie aan alle scholen toegestuurd was bleek niet erg uit de reacties.

Veel eerste reacties waren enigszins in de Ojé, ojé-sfeer, "wat staat ons nu weer te wachten". Dat voormalige IOWO-medewerkers een behoorlijke vinger in de pap leken te hebben werd door velen ook niet direkt als veelbelovend ervaren.

Inmiddels lijkt het tij gekeerd.

Velen weten nu wat hen boven het hoofd hangt: wiskunde 1 en 2 gaan verdwijnen, wiskunde A en B komen ervoor in de plaats. Zo'n 130 scholen gaven zich op voor de derde fase die in aug. '84 van start gaat. Slechts 40 scholen kunnen daaraan meedoen. Die 40 weten al geruime tijd dat zij 'uitverkoren' zijn. De leraren van de tweede fase scholen – een twaalfstal

– komt al regelmatig samen sinds januari '82 om zich voor te bereiden op de dingen die gaan komen.

Dat het tij gekeerd is blijkt ook uit andere zaken: In Groningen is er ruime belangstelling voor een cursus 'oriëntatie Hewet', in Delft wordt een stafcolloquium op de TH aan de herverkaveling gewijd, in Utrecht laten de docenten van de hogere landbouwscholen zich de fijne kneepjes uitleggen, in Leiden wijdt de Rijksuniversiteit een hele dag aan de Hewet waar meer dan 200 leraren van hun belangstelling blijken te geven. Om nog maar te zwijgen van de talrijke telefoontjes op het hoofdkwartier van het Hewet-team, en de vele brieven.

Maar hoe zit het nu eigenlijk met de experimenten? Of zijn dit experimenten waarbij van te voren vaststaat dat ze zullen slagen? Een bekende eigenschap van onderwijsexperimenten immers. Nu, eerlijk gezegd, het lijkt erop dat er een gereede kans is dat dit ook bij deze experimenten het geval zal zijn. Dat neemt niet weg dat lang niet alles zo verlopen is in het eerste experimenteerjaar als we ons hadden voorgesteld. Reden genoeg voor een – overigens niet te diepzinnige – terugblik.

De experimenten

Ach, wat waren de plannen prachtig. In de eerste NW stond het volgende schema:

PERIODE	ONDERWERP	UREN P/W
TOT HERFST-VAKANTIE	INLEIDING KANSREKENING MATRIXREKENING	2 2
TOT KERST-VAKANTIE	BESCHRIJVENDE STATISTIEK DIFFERENTIAAL REKENING AUTOM. GEGEVENS- VERWERKING	1 3 (tot 1/12) 3 (vanaf 1/12)
TOT KROKUS-VAKANTIE	MATHEMATISCHE STATISTIEK FUNKTIES VAN 2 VARIABLEN & LINEAIR PROGRAMMEREN	1 3
TOT PAASVAKANTIE	MATHEMATISCHE STATIS- TIEK PERIODIEKE FUNKTIES	1 3
TOT ZOMER-VAKANTIE	MATHEMATISCHE STATIS- TIEK EXPONENTEN & LOGARIT- MEN	1 3

PLAN

Dat waren we echt allemaal van plan. Een opinie die tamelijk wreed werd verstoord door de leerlingen. Wat was het geval?

De 'Inleiding Kansrekening' liep behoorlijk uit. In plaats van rond de herfstvakantie klaar te zijn, duurde het tot in december alvorens dit onderdeel afgerond was. Daardoor raakten we wat betreft de Statistiek-poot behoorlijk achter op het schema. Aan de andere kant – Lineaire algebra en Analyse – liep het aanvankelijk gesmeerd. De matrixrekening duurde ongeveer zo lang als begroot was. De op de matrices volgende differentiaalrekening, die grotendeels als herhaling van de vierde klasstof was bedoeld, gaf weer wat tijdsproblemen. Dat kwam vooral omdat de leerlingen aanvankelijk nogal moeite hadden met de typische A-aanpak: veel contextrijke problemen, waarbij hier en daar wat mathematiseren werd verwacht. Al met al duurde het "Differentiëren" tot in januari, zodat we nu op beide fronten waren achter geraakt. Niet dat het humeur van Hewet-team, leraren of leerlingen hierdoor werd aangetast. Duidelijk was van te voren afgesproken dat de leerlingen zouden bepalen – zeker deze eerste ronde – welk tempo zou worden aangehouden.

Terug naar de Kansrekening- en Statistiek-poot. Begin december was men klaar met de inleiding in de kansrekening. (2). Volgens het schema zou dit worden gevolgd door "Beschrijvende Statistiek". Daar is enigszins van afgeweken. Immers, in het Hewet-rapport wordt nogal gehamerd op het "kritisch beoordelen" van statistische gegevens. En besloten werd dat op deze plaats in te lassen in de K+S-poot. Rond de Kerst werden zo'n 8 lessen aan het pakketje "Grafische Verwerking" besteed. (3). Omdat dit zo weinig uren in beslag nam waren we wat de K+S-poot betreft weer aardig terug op schema. In januari werd begonnen met het pakketje "Permutaties en Combinaties" (4). Daarmee werd zo tot de paasvakantie gewerkt. Het laatste kwartaal werd begonnen met het boekje met de veelzeggende titel: "Kansverdelingen". (5). Dit is in de zesde klas inmiddels voor de herfstvakantie afgerond. Voor deze 'eerste ronde leerlingen' wordt de K+S afgesloten met "Hypothese Toetsen" (6). Hoe liep het inmiddels verder af met de "Algebra-Analyse"-kant van het programma?

Nadat "Differentiëren" (6) was afgesloten – de afgeleide als maat voor verandering, veel aandacht voor het meetkundige aspect, differentiëren van veeltermen – werd begonnen met een wat aangepaste versie van "Functies van 2 variabelen" (7). Het is

PERIODE	K+S POOT	A+A POOT
TOT HERFST	INLEIDING KANSREKENING	MATRIXREKENING
TOT KERST	KANSREKENING GRAF. VERW.	DIFF. REKENING
TOT KROKUS	PERMUTATIES COMBINATIES	DIFF. REKENING FUNKT. V. 2 VAR.
TOT PASEN	PERMUTATIES COMBINATIES	FUNKTIES VAN TWEVE VARIABLEN
TOT ZOMER	KANSVERDELINGEN	LIN. PROGRAMMEREN

WERKELIJKHEID

misschien niet overbodig om de plaats van dit pakket hier te verklaren. In het Hewet-rapport wordt dit onderwerp toch niet genoemd? Hoogstens bij de extra onderwerpen: differentiëren van functies van twee variabelen. Hoe dan te verklaren dat een groot gedeelte van dit IOWO-pakket hier een plaats heeft gekregen? Het antwoord valt uiteen in drie delen, zoals een goed christelijk gebruik dat nog steeds eist. In de eerste plaats staat er in het vierde-klas-programma het woord: niveaulijnen. Aangezien dat uiteraard in de vierde klas nog niet was gedaan, leek ons dit een mooi moment.

Ten tweede staat "Lineair Programmeren" wèl op het programma en leek het verstandig dit onderwerp voor te bereiden met "Functies van twee variabelen".

Ten derde bleek tijdens de experimenten dat het droevig tot zeer droevig gesteld is met het ruimtelijk inzicht van de betreffende leerlingen. Het artikel van Heleen Verhage (8) is in dit opzicht onthullend te noemen. Alhoewel enig ruimtelijk inzicht niet door het Hewet-rapport wordt geëist van leerlingen die Wiskunde-A eindexamen hebben gedaan, lijkt het wenselijk om in ieder geval te trachten ook deze leerlingen enige ruimtelijke intuïtie mee te geven.

Niet dat dat een simpele zaak is. Dat bleek overduidelijk uit de experimenten in Zevenaar en Haarlem. De geplande tijd bleek andermaal aan de krappe kant, zodat pas na de paasvakantie kon worden begonnen met het onderdeel "Lineair Programmeren". (9). Bij het behandelen van dit onderwerp – waarbij ook het tekenen van driedimensionale gevallen niet wordt geschuwd – werd wel het positieve effect van "Twee variabelen" duidelijk. Aanzienlijk eerder dan verwacht brak de zomervakantie aan. "Periodieke Functies" en "Exponenten en Logaritmen", zo mooi in de planning opgenomen, waren door de harde praktijk van de experimenten gesneuveld. Wordt daar nog wat aan gedaan? Ja en nee. De leerlingen, inmiddels in klas 6, zullen alsnog moeten geloven aan het onderwerp "Exponenten en Logaritmen". Als het goed is werken ze daar op dit moment uit en aan een boekje met de prozaïsche titel 'Groei' (18). Alleen de periodieke functies dreigen in deze eerste ronde niet aan bod te komen. Het zij zo.

Wat de eerste ronde van de zesde klas betreft: behalve "Groei" en het vervolg van "Kansverdelingen" komen daar "Hypothese Toetsen" en "Differentiëren 2" (10) aan bod. Zodat in ieder geval de produkt- en quotientregel behandeld zijn. Ook de afgeleide van goniometrische functies en van exponentiële functies

komen in deze eerste ronde nog aan bod. Minder zeker is dat van de kettingregel.

De tweede ronde

Inmiddels is alweer een flinke periode van de tweede ronde achter de rug. Voordat we daar iets meer van zeggen moet eerst iets gezegd worden van een nog wat wazig onderdeel van het programma. In de eerste ronde werd de "Automatische Gegevensverwerking" geïntegreerd in de andere wiskunde aangeboden. Dat gebeurde bij "Grafische Verwerking", bij "Matrices" (11) en was gepland bij "Lineair Programmeren" (simplex). Alras bleek dat de leerlingen vóóraf met de apparatuur (of schrapkaarten) kennis moesten maken omdat ze anders te veel tegelijk moesten verwerken. Bovendien waren er nogal wat leerlingen die toch eigenlijk wel graag een beetje wilden programmeren. Reden waarom er in de tweede ronde voor een wat andere opzet van de A.G.V. werd gekozen: eerst een drietal weken kennismaken met rekenmachine, computer, schrapkaarten en zelf wat simpele programma's laten maken. Daarna komt A.G.V. steeds weer terug waar dat nuttig lijkt.

De experimenten in de tweede ronde maakten echter wel duidelijk dat de A.G.V. nog even een zorgenkindje blijft. Niet dat het er somber voor de kleine uitziet, maar een definitieve vorm lijkt nog even op zich te laten wachten. Daarmee is direkt een belangrijk verschil tussen de eerste en de tweede ronde geschetst.

Een tweede, zeer tijdwinvend en daardoor belangrijk, verschil, is het feit dat de "Inleiding Kansrekening" naar het vierde klasprogramma is verschoven. Daar hoort het ook, laten we wel wezen. Daarbij komt dan nog dat ook met differentiëren minder wordt herhaald, waardoor in feite bijna gelijk met "Differentiëren 2" kan worden begonnen. Eén en ander lijkt tot gevolg te hebben dat het oude plan waarmee we dit artikel begonnen voor de tweede ronde wel eens een heel reëel plan zou kunnen zijn. We hebben ons niet vastgelegd over de precieze invulling van de tweede ronde vijfde en zesde klas. Maar niet onredelijk lijkt een volgende opzet, waarbij vijfde en zesde klas als één geheel zijn opgenomen.

A+A poot	K+S poot
automatische gegevensverwerking	
matrices 1 periodieke functies differentiëren 2	grafische verwerking permutaties en combinaties
functies van 2 variabelen groei lineair programmeren	kansverdelingen (binomiaal en hypergeometrisch) hypothese toetsen
matrices 2	normale verdelingen?
differentiëren 3	
extra onderwerpen (19)	

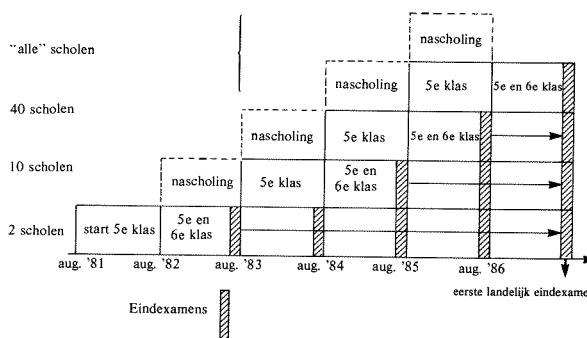
Over anderhalf jaar maar eens kijken wat hier van terecht is gekomen. De kans van slagen lijkt redelijk groot omdat een jaar van experimenten ons wel een stuk wijzer heeft gemaakt.

Uit de vele artikelen die inmiddels de wat meer oplettende lezers niet zullen zijn ontgaan zal duidelijk zijn geworden dat de totaal-indruk bij de meeste betrokkenen positief is. Maar misschien veranderen de leerlingen nog van mening na het eindexamen.

Nascholing

In augustus van dit jaar zullen tien scholen – keurig over het land verspreid, alsook naar denominatie – starten met de tweede fase van het project. Officieel althans.

In de praktijk zijn deze scholen al geheel en al in de ban van het experiment. Meer dan de helft van deze scholen heeft namelijk besloten de vierde-klas-leerlingen al kennis te laten maken met de andere aanpak van wiskunde-A. Dat gebeurt door in plaats van het gewone schoolboek, nu gebruik te maken van de IOWO-pakketten "Differentiëren" (12) en "Exponenten en Logaritmen" (13). Beide in sterk verkorte vorm. Op verzoek van deze scholen zijn er nog drie andere boekjes ontworpen, zodat nu uitsluitend van IOWO en OW&OC-materiaal gebruik wordt gemaakt. Deze boekjes zijn: "Functies en Grafieken" (14), "Sinus" (15) en "Kansrekening" (2). Een experiment voorafgaande aan het experiment, zou je kunnen zeggen. De docenten ondervinden echter steun van elkaar en van het Hewet-team, omdat ze elkaar regelmatig in Utrecht treffen. Daarbij dragen zij positief bij met ideeën om verbeteringen in de boekjes aan te brengen. Sinds januari '82 (aanvankelijk 1× p. maand, sinds september 2× p.m.) is de nascholing voor de docenten van de tien scholen in volle gang. En uiteraard worden dan ook de ervaringen van de vierde klas gretig met elkaar uitgewisseld.



Schema Hewet-experimenten, examens en nascholing

De tweede fase wordt, zoals verwacht mocht worden, gevolgd door een derde. Veertig scholen warmen zich al op, om in de zomer van 1984 te beginnen met hún vijfde klas. Of ze, daaraan voorafgaande ook al "wat" in de vierde klas willen doen is nog niet te bezien, daar het eerste personele contact met deze scholen pas dit voorjaar plaats zal vinden. Wel is zeker dat de

betrokken docenten de komende cursus de onontbeerlijke nascholing zullen ontvangen. Die nascholing zal meer regionaal plaatsvinden – gedacht wordt aan Groningen, Utrecht, Leiden/Delft en Eindhoven – en zal door docenten van RU's en TH's verzorgd worden, en een sterke gelijkenis vertonen met de huidige 10-scholen nascholing.

De vierde en laatste fase – als alles goed gaat – begint in aug. '85 als alle resterende scholen al of niet met gepaste tegenzin en twijfels óók aan de Wiskunde A en B moeten. De leraren zullen vanaf aug. 1984 in de gelegenheid gesteld worden om een nascholingscursus te volgen. Maar velen willen en kunnen zo lang niet wachten. Als u ook tot die categorie behoort: vraag eens enkele 4e klas-pakketjes aan, blijf de N.W. lezen en u blijft geïnformeerd en bent zeker van toezending van het boekje "Matrices" bij het volgende nummer van dit blad. Ook andere pakketjes zullen beschikbaar komen in de loop van dit schooljaar. Een enkeling probeert op eigen risico al wat uit op z'n school. Belt u gerust als u ook al wat wilt doen. Wat betreft de B-wiskunde. Zoals bekend wordt daarin een ruime plaats ingeruimd voor de ruimtemeetkun-

de. De experimenten daarvoor vonden niet op de twee "scholen" plaats, maar op andere scholen in het kader van het keuze-onderwerp bij wiskunde 2. Over de ervaringen daarmee hebt u kunnen lezen (16, 17). De tien scholen die deze zomer met het experiment zullen starten zullen hun leerlingen dan ook het totale Wiskunde A en Wiskunde B programma voorschotelen. Dit in tegenstelling tot de afgelopen jaren op de twee scholen, waar wiskunde A werd aangeboden naast Wiskunde 1 en 2.

Slot

Anderhalfjaar later. Ik heb er het artikel 'Wiskunde A van start' nog eens op nageslagen. En hier en daar kon ik een glimlach niet onderdrukken. Nu beschouw ik optimisme als een deugd, maar je moet natuurlijk oppassen als het gepaard gaat met enige naïviteit. Maar goed, de leerlingen hebben enigszins corrigerend opgetreden wat betreft het tempo. Dat neemt niet weg dat het experiment als geheel naar mijn – optimistische? – verwachting ruim zal slagen. Dat hoort tenslotte zo.

Literatuur/Leerlingteksten

- (1) Lange, J. de, *Wiskunde A van start*, Nieuwe Wiskrant, 1e jrg. nr. 1, sept. '81.
- (2) Kindt, M., J. de Lange, *Kansrekening*, 3e versie, OW & OC, Utrecht, juni '82.
Deze versie is verkrijgbaar à f 7,- bij IVIO, Lelystad.
- (3) Lange, J. de, M. Kindt, *Grafische Verwerking*, 2e versie, OW & OC, Utrecht, juni '82.
Deze versie is beperkt verkrijgbaar à f 7,- bij OW & OC, Utrecht. In het voorjaar '83 zal een 3e versie verkrijgbaar zijn.
- (4) Dit onderdeel heeft een plaats gekregen in (2).
- (5) Kindt, M., J. de Lange, *Kansverdelingen*, 1e versie, OW & OC, Utrecht, april '82.
Deze versie is beperkt verkrijgbaar à f 5,- bij OW & OC, Utrecht.
- (6) Dit was een verkorte bewerking van:
Kindt, M., *Differentiëren 1*, IVIO, Lelystad, 3e druk, 1982.
- (7) Dit was een korte bewerking van:
Lange, J. de, *Functies van twee variabelen*, IVIO, Lelystad, 1979.
Een nieuwe versie zal vanaf het voorjaar '83 verkrijgbaar zijn.
- (8) Verhage, H., *Ruimtelijk inzicht, een verwaarloosd gebied?* Nieuwe Wiskrant, 2e jrg. nr. 1, sept. '82.
- (9) Lange, J. de, M. Kindt, *Lineair Programmeren*, 1e versie OW & OC, Utrecht, maart '82.
Deze versie is beperkt verkrijgbaar à f 5,- bij OW & OC, Utrecht.
- (10) Kindt, M., J. de Lange, *Differentiëren 2*, 1e versie, OW & OC, Utrecht.
Deze versie is beperkt verkrijgbaar à f 5,-. In het voorjaar verschijnt een nieuwe versie.
- (11) Lange, J. de, M. Kindt, *Matrices*, 2e versie, OW & OC, Utrecht, aug. '82.
Deze versie wordt gratis toegezonden aan Nieuwe Wiskrant-abonnees bij het volgende nummer.
Verder beperkt verkrijgbaar à f 7,- bij OW & OC, Utrecht.
- (12) Zie (6).
- (13) Lange, J. de, *Exponenten en Logaritmen*, IVIO, Lelystad, 3e druk 1981.
- (14) Kindt, M., J. de Lange, *Functies en Grafieken*, 1e versie OW & OC, Utrecht, juli '82.
Deze versie is beperkt verkrijgbaar à f 5,- bij OW & OC, Utrecht.
- (15) Lange, J. de, M. Kindt, *Sinus*, 2e versie OW & OC, Utrecht, juni '82.
Deze versie is verkrijgbaar à f 3,50 bij OW & OC, Utrecht.
- (16) Kindt, M., *Een Mexicaan op de fiets*, Nieuwe Wiskrant, 1e jrg. nr. 1, sept. '81.
- (17) Kindt, M., *Dat is wat ik me van wiskunde 2 had voorgesteld*, Nieuwe Wiskrant, 2e jrg. nr. 1, sept. '82.
- (18) Lange, J. de, M. Kindt, *Groei*, 1e versie OW & OC, Utrecht, okt. '82.
Deze versie is beperkt verkrijgbaar à f 5,- bij OW & OC, Utrecht.
- (19) Zie Hewet-rapport. Mogelijkheden zijn: Simplexmethode, Normale verdeling, e.a.

Tenslotte zij vermeld dat er binnenkort een boekje over Ruimtemeetkunde (wiskunde B) is te verwachten.
Kindt, M., J. de Lange, *Lessen in Ruimtemeetkunde*, 2e versie, OW & OC, Utrecht, december '82.
