Een sprookje wordt werkelijkheid

Impressie van het Hewet-experiment (II)

M. Kindt
OW & OC, R.U. Utrecht

Summary

The last issue of the present periodical contained a preview on the so-called HEWET project. This project includes a school experiment with "Mathematics A" which – rather than "advanced" – means a new academic highschool programme appropriate to be taught students who will not be confronted with much more mathematics in their university curriculum though they are expected to use mathematics as an instrument. This means that in this instruction attention should be paid to working with mathematical models.
Sceptics claim that for mathematically less gifted students the process of mathematising is even more difficult than the mathematics involved. Are they right? Though not providing a direct answer to this question the few snapshots of actual instruction in the present paper provide a warning to be careful with such statements. The examples are taken from two subjects areas (matrix algebra and probability) dealt with in the first trimester of the eleventh of the schools taking part in the experiment.

De eerste donderdag in september. Het boemeltje Arnhem-Winterswijk heeft mij afgeleverd in Zevenaar. Aan het loket van het station waar ik ben uitgestapt, koop ik een hemelsblauw kaartje, goed voor één huurfiets. "Een routekaart van de omgeving, mijnheer?" vraagt de lokettist. Zijn stem klinkt warm. Ik stel hem zichtbaar teleur met de mededeling dat mijn fietstocht louter zakelijke doelen dient. Aan de baas van de fietsenstalling, die mij een solide Sparta voorrijdt, vraag ik de weg naar het Liemers College. Even later rijd ik door de Achterhoekse dreven. Wilgen, sloten, weilanden. Het uitbundige nazomerweer stemt mij ietwat dromerig. Van wanneer stammen de plannen met wiskunde A? Zeven jaar, zes jaar geleden? Als je goed nagaat, nog langer. Engelengeduld hebben we gehad. Niet tevergeefs, want het Hewet-sprookje wordt realiteit!
In de verte doemt temidden van de weilanden een eenzaam gebouw op. Zandgeel met donkerbruin houtwerk en frisgroene jaloezieën; het oogt aardig van ver. Via de leerlingeningang aan de achterzijde bereik ik de bovenbouw-vleugel. Ik ben wat te vroeg en benut de tijd om poolshoogte te nemen van de etage waar ik verzeild ben geraakt. Het gebouw maakt ook van binnen een prettige en doelmatige indruk. Zelfs de bel voor het wisselen van de uren klinkt goed. Ik spoed mij naar het lokaal waar eenentwintig leerlingen wat onwennig plaatsnemen; negen jongens, twaalf meisjes tel ik in de gauwigheid. Leraar Wim Kremers houdt een kort-maar-krachtige inleiding over het doel en het belang van het experiment. Er wordt aandachtig geluisterd, veel vragen zijn er niet; een uitgebreide voorlichting heeft immers al veel eerder plaats gevonden. Time to work. De leerlingen worden gevraagd groepen te vormen. Wim wil een heterogene opstelling: "je mag gaan zitten met wie je wilt, maar je moet er op letten dat als je jezelf niet zo goed voelt in wiskunde, je niet uitsluitend bij mensen aan tafel gaat, van wie je weet dat ze erg veel moeite hebben met dit vak." Er ontstaan vier groepen van vier en één van vijf: één jongensgroep, één meisjesgroep en drie gemengd.

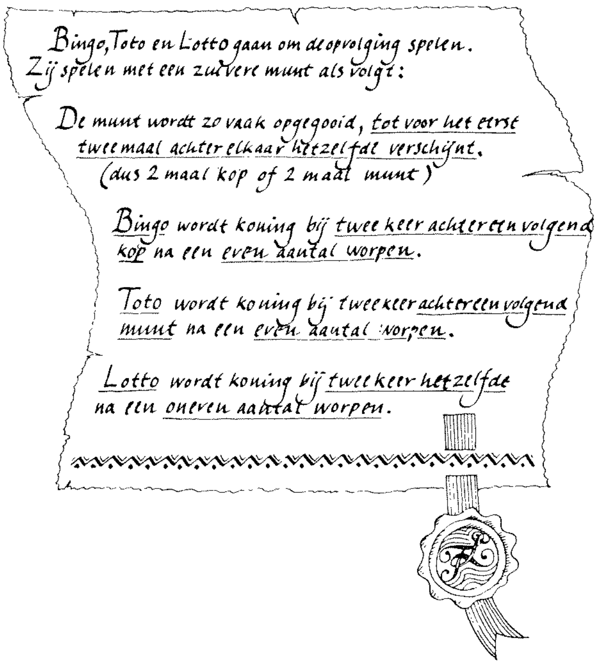
De koning van Randomië

Het boekje "Kansrekening" wordt uitgedeeld. De stof hieruit zal in de toekomst grotendeels in de vierde klas behandeld moeten worden, zegt het Hewet-rapport. Voor deze vijfde-klassers is de kansrekening echter een onontgonnen gebied.
We starten met een instapprobleem, een oude beproefde van het IOWO: de koning van Randomië. Voor wie het niet kent, het gaat om de verloting van het koningschap onder de drie prinsen Bingo, Lotto en Toto.

(Op de volgende bladzijde ziet U de spelregels van deze verloting)

Na de verkennende opdracht 1 (Wie wordt de nieuwe koning bij de volgende resultaten: a. KK, b. KMM; c. MKMKMKK; d. MKMM; e. KMMKMMKK; f. KMKMKMKMKMM wordt een peiling in de klas gehouden naar het oordeel over de eerlijkheid van dit spel.
Het resultaat laat niets te wensen over:

eerlijk	niet eerlijk
0	21



Bij navraag wordt Lotto de grootste kanshebber genoemd: hij heeft toch meer mogelijkheden! Uit symmetrie-overwegingen worden de beide andere prinsen even kansrijk geacht. Wim's vraag: "Hoe kun je nu onderzoeken of het spel eerlijk is of niet?" heeft een diepe stilte tot gevolg. Een leerling verbreekt het zwijgen met de opmerking: 1e kan nooit, dat is een vergissing en ze kijkt schalks in mijn richting. Wim is onverstoorbaar ("die fout is misschien opzet") en fixeert opnieuw de aandacht op de eerlijkheidskwestie. Impasse. Wat moet je dan als leraar? Dit soort momenten zal de eerstkomende weken vaker ontstaan; de leerlingen van deze klas blaken niet bepaald van zelfvertrouwen en zijn blijkbaar bang iets doms te zeggen. Nu, half november, is er op dat punt gelukkig enige vooruitgang geboekt en verlopen de klassegesprekken wat levendiger. Terug naar Randomië waar van hoger hand het voorstel komt het spel maar te gaan spelen. Het duurt even voor het tot ieder doordringt dat er met een echt muntje moet worden geworpen. Het experiment dat opvallend rustig verloopt, heeft het volgende resultaat:

Groep / Prins	I	II	III	IV	V	Totaal
Bingo	6	6	6	8	9	35
Toto	7	6	8	4	11	36
Lotto	7	8	6	8	5	34

Te mooi om waar te zijn.
De stemming blijkt nu fifty-fifty:

eerlijk	niet eerlijk
10	11

Met het telefoonboek als toevalsgenerator kun je zonder veel poespas snel nog veel meer resultaten krijgen. Het woord 'simuleren' slaat echter niet onmiddellijk aan; gezien het voorstel van een van de leerlingen: *Kijk naar het achterste cijfer* (dat dit het 'toevalligste' is, daarover bestaat geen meningsverschil) *en beslis als volgt:*

0, 1 of 2 → Bingo
3, 4 of 5 → Toto,
6, 7 of 8 → Lotto,
9 overslaan.

Wim's gezicht is een en al vraagteken. Commentaar van een andere leerling: "dit is eerlijker dan het spel in het boek."
Tegenvraag: "Maar kun je dan van simulatie spreken?"
Opnieuw grote stilte.
Ivo zegt: "bij dit spel weet je meteen wie het is, bij de munten moest je soms een heel poosje gooien."
Doorbraak! Uit de klas komt na enig doorvragen het voorstel tot een procedure die wèl op het oorspronkelijke spel past. Er wordt een telefoonboek geofferd en ieder gaat aan het werk. De organisatie verloopt niet in elke groep even efficiënt en er ontstaan flinke tempoverschillen tussen de groepen onderling. Carolien heeft eerst alle nummers van een kolom gecodeerd (244*29* KM, 256*02* KK, enz.) en gaat daarna spelseries maken.
Het resultaat is geen verbetering van het eerste, zo simpel is de wet van de grote aantallen nu ook weer niet ....

Groep / Prins	I	II	III	IV	V	Totaal	%
Bingo	30	35	48	29	39	181	34,4%
Toto	37	37	24	25	44	167	31,8%
Lotto	37	18	28	46	42	177	33,7%

Toch verschuift de opinie opnieuw:

eerlijk	niet eerlijk
16	5

Wim wijst op het resultaat van prins Lotto, waarvan ieder aanvankelijk dacht dat hij bevoorrecht was. Istvan: "Maar hij is wel een goede tweede geworden." Het sprookje van Randomië is werkelijkheid geworden. Er is geschat, gespeeld, gesimuleerd, geteld, vergeleken. De rol van het toeval (individuele resultaten versus groepsresultaten) en de wet op de grote aantallen zijn spontaan ter sprake gebracht. Een klein bodempje is gelegd. In de volgende lessen moeten we daar munt uitslaan.

Tussenstand

We zijn nu twee maanden verder. De twee boekjes ('Matrixrekening' en 'Kansrekening') zijn op een oortje na gevild. Niet alles liep even gesmeerd. De kansrekening ging in het begin soms een beetje stroef, daarentegen liep het gestoei met de matrices aanvankelijk misschien wel wat te glad. Ontevreden zijn we zeker niet! Het niveau waar we op mikten is haalbaar gebleken tot nu toe. Zelfs het Randomië-probleem is onlangs opgelost op een wiskundig redelijk bevredigende wijze. De vooraf gestelde tijdslimieten hebben we een beetje overschreden, maar achteraf weten we dat een aantal zaken wel wat sneller hadden gekund. Ook de leerlingen zien er brood in. Begin oktober, tijdens een proefwerk 'Matrixrekening' vroegen we de leerlingen in Zevenaar een korte opinie te geven over de wiskunde A. Hieronder volgen 17 (= 21 − 4) reacties (twee leerlingen interpreteerden de vraag verkeerd en gaven een oordeel over het proefwerk, één had alle tijd nodig voor de 'gewone' vragen en één was absent).

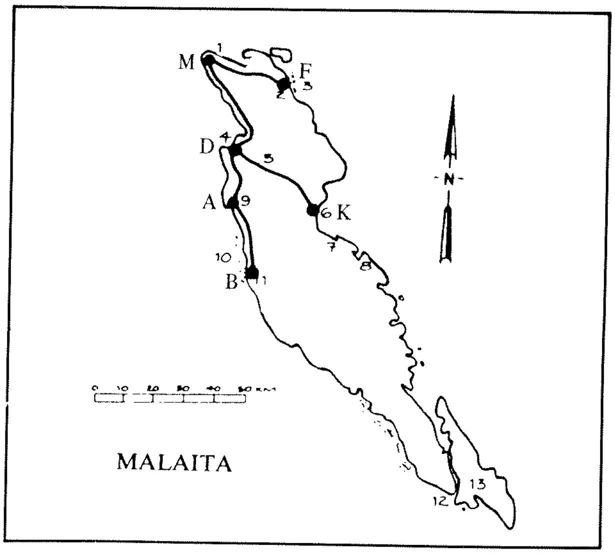
1. Deze aanpak van de wiskunde spreekt mij erg aan en ik vind het ook niet erg moeilijk. Groepsverband werken is ook erg plezierig.
2. Wel leuk en nog niet zo moeilijk, maar ik vind de vraag af en toe wel wat moeilijk gesteld, in het begin wist ik soms niet wat ik moest antwoorden. Nu je meer weet snap je de vragen ook beter.
3. Zeer aardig in vergelijking tot de normale wiskunde en gewoon bezien ook.
4. Ik vind dat 't meevalt, 't is niet zo moeilijk. Ik vind in groepen werken fijner.
5. Matrices vind ik best leuk, leuker dan kansrekening, want bij kansrekening komt het 'goede' antwoord vaak uit een heel andere hoek dan je verwacht had.
6. Ik vind het vak (matrices) niet zo geweldig, het is een hoop werk en als je het dan af hebt, heb je er niet veel aan. Het is niet echt van jôh wat leuk dat dat er uit komt. Ik reken liever wat als bij kansrekening.
7. Ik vind het wel leuk. In het begin vond ik matrices leuker dan kansrekening, maar dat vind ik nu niet meer.
8. Ik vind het wel leuk omdat ik het interessant vind om matrixen e.d. te maken.
9. Het vak wiskunde A is niet leuk. Niet dat 't nu tegenvalt, ik had namelijk niets anders verwacht. Erg moeilijk vind ik 't niet. Vaak lijkt 't me zo gemakkelijk en gaat 't zo automatisch dat je de stomste fouten maakt.
10. Het is me 100% meegevallen, een groot verschil met wiskunde I, niet saai, niet eentonig. Het in groepen werken kan ook nog wel langer mee. Houwen zó.
11. Ik vind wiskunde A leuker dan wiskunde I, maar het zal nooit mijn lievelingsvak worden. Ik snap nu tenminste wel alles.
12. Het vak bevalt me tot nu toe aardig. Het wordt op een leuke manier aangepakt, meer op de praktijk gericht.
13. Het is makkelijker dan wiskunde I, er is veel meer tijd en alles gaat niet zo snel. De les is dan ook leuker.
14. Ik vind het moeilijker dan ik gedacht had en vooral bij kansrekening, je bent nooit helemaal zeker. Ik vind het wel leuk om te doen, vooral als je 't vergelijkt met de wiskunde van vorig jaar.
15. Ik vind wiskunde A wel een leuk vak, want het is eens een keer wat anders.
16. Het vak is wel leuk. Het gaat minder snel als wiskunde I, zodat je alles goed kan volgen. De boeken behandelen alles opbouwend, stap voor stap, en daardoor snap je de dingen ook.
17. Veel meer praten in de les. Echt over alles nadenken, niet een formule en dan hele rits sommen maken. Kansrekening is best wel lastig. Matrices vind ik leuker.

Wiskundige modelletjes

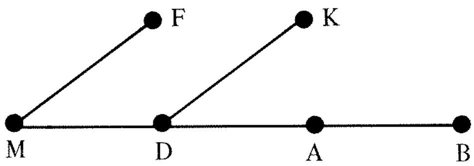
In het Hewet-rapport staat het zo mooi geformuleerd: *Dit betekent dat de leerlingen in hun onderwijs de waarde van een wiskundig getinte presentatie moeten leren beoordelen. Daarvoor zullen ze vertrouwd moeten raken met gangbaar wiskundig taalgebruik, met formuleringen in formuletaal en met uiteenlopende vormen van grafische representatie. Verder zullen ze moeten leren werken met wiskundige modellen en de relevantie ervan kunnen beoordelen.*

Ik heb nogal wat leraren ontmoet die zich sceptisch uitlieten over deze doelen: "het maken van wiskundige modellen, het mathematiseren, is voor leerlingen zonder uitgesproken wiskunde-aanleg nog moeilijker dan de wiskunde zelf!" Stel dat dit waar is, wat voor nut zou het dan hebben om zulke leerlingen lastig te vallen met de 'kale' wiskunde waar ze absoluut niets mee kunnen aanvangen?
Is het wel waar? Natuurlijk, het opstellen van een wiskundig model, het vervolgens oplossen van het probleem, het terugkoppelen naar de realiteit waar het begon, het eventueel bijstellen van het model, enz. is een complexe activiteit die erg veel van leerlingen en zelfs van leraren vraagt. Maar we hoeven van de leerlingen toch niet te eisen dat ze een wiskundig model van het in cultuur brengen van de IJsselmeerproblemen of het scheepvaartverkeer bij Hoek van Holland maken? Waar het om gaat is dat ze een micro-probleempje durven aanpakken, zelf een beetje structuur kunnen aanbrengen, een diagrammetje schetsen en daaruit een conclusie trekken, enz. Laten we het maar wiskundige modelletjes noemen. Wat ik bedoel wil ik toelichten aan een zestal vallen-en-opstaan-momenten in de Zevenaarse experimentklas.

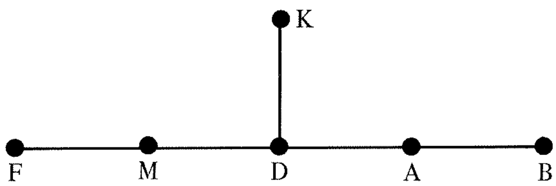
Voorbeeld 1 – Malaita



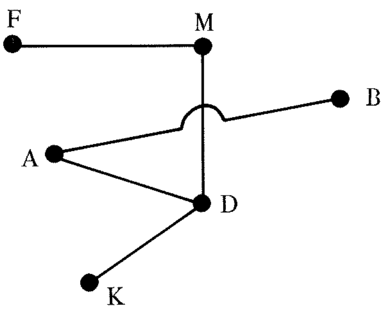
De opdracht luidt: maak een graaf en een afstandsmatrix. Bij de bespreking van het huiswerk stelt Wilma voor: teken een lijn met vier punten en vanuit twee punten lijntjes onder een hoek van 45°.



Al rondlopend zie ik dat vrijwel iedereen zo'n liggende F getekend heeft: alle grafen zijn 'kaart-nabij'.
In een volgende les blijken sommige leerlingen moeite te hebben met het begrip 'directe weg'. Dat er geen directe weg is van F naar A wil er nog wel in, maar hoe zit het voor M en A? Erwin zegt: "Zevenaar-Arnhem is toch een directe weg, ook al ga je over Duiven?" Leraar Wim tekent een andere graaf op het bord, of is ie hetzelfde?



Deze wordt al gauw als Malaita-graaf geaccepteerd en het probleem verdwijnt als sneeuw voor de zon. Zeker nadat met hulp van Desirée ook nog deze graaf op het bord komt:



Bij latere opgaven lijken de grafen in het huiswerkschrift al veel minder op de bijpassende geografische situatie. De leerlingen weten intuïtief wat topologisch relevant is.

Voorbeeld 2 – Koninginnedag

Uit het Statistisch zakboek is dit tabelletje overgenomen:

Luchttemperatuur, neerslag, zonneschijn per jaargetijde te De Bilt[1]

		winter (dec.-febr.)	lente (mrt.-mei)	zomer (juni-aug.)	herfst (sept.-nov.)
Vorstdagen (etmalen van 0-24 G.M.T. met een minimumtemperatuur < 0,0 °C)	1931/1960	44	18	0	6
	1976	29	26	0	2
IJsdagen (etmalen van 0-24 G.M.T. met een maximumtemperatuur < 0,0 °C)	1931/1960	12	0	0	0
	1976	6	0	0	0
Zomerse dagen (etmalen van 0-24 G.M.T. met een maximumtemperatuur ≥ 25,0 °C)	1931/1960	0	2	18	2
	1976	0	5	41	0
Neerslag in mm	1931/1960	184	145	223	213
	1976	152	72	113	146
Uren zonneschijn	1931/1960	167	501	607	298
	1976	152	616	814	227
Dagen met neerslag (0,1 mm of meer neerslag)	1931/1960	61	46	49	60
	1976	42	30	23	51

Bron: K.N.M.I.
[1] Hiervoor zijn volle maanden genomen. In de winter (dec.-febr.) is derhalve een maand van het voorafgaande jaar opgenomen.

Vraag: hoe groot acht je de kans dat het volgend jaar op koninginnedag regent?

Els heeft 41% gevonden.
Uit de 'lente-kolom' heeft zij de getallen 46 en 30 opgevist. Gemiddeld is dat 38. Drie maanden, dat is 92 dagen en $^{38}/_{92}$ is ongeveer 41%.
Op verzoek vat Wim deze redenering nog eens samen. De klas zwijgt. Stemt zij ook in? Gelukkig, Hans protesteert, zij het wat zwakjes: "mag je die 46 en 30 wel middelen?" (Grappig dat ik bij mijn bezoek in Haarlem precies dezelfde fout zag maken). Wim haakt in op het begrip 'gewogen gemiddelde': "Els, jij haalt het laatste kwartaal allemaal achten; alleen in de proefwerkweek heb je pech: een 4. De leraar zegt: gemiddeld 6. Akkoord?" Dit leidt tot het voorstel om 46 dertig keer zo zwaar te tellen, maar is dat wel een goede keuze met die kloof van 16 jaar?

Voorbeeld 3 – Spijkerbroeken

De spijkerbroeken-voorraadmatrix van een kledingboetiek is als volgt samengesteld:

$$
\begin{array}{ll}
 & \text{Merk} \\
 & \begin{array}{ccccc} \text{W} & \text{L} & \text{CF} & \text{Bo} & \text{Ba} \end{array} \\
\text{Maat} \left|\begin{array}{l} 28'' \\ 30'' \\ 32'' \\ 34'' \end{array}\right. & \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 6 & 3 \\ 11 & 5 & 7 & 2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

(W = Wrangler; L = Levi; CF = Club de France; Bo = Bobos; Ba = Ball).

De eigenaar wil zijn voorraad op peil brengen, waarbij hij de volgende zaken in zijn achterhoofd heeft:
- van de merken W(rangler) en L(evi) verkoopt hij ongeveer tweemaal zo veel als van de andere;
- de maten 30″ en 32″ gaan tweemaal zo hard als 28″ en 34″;
- van één merk wil hij niet meer dan 40 exemplaren in huis hebben.

Enig puzzelwerk leidt bij veel leerlingen tot deze voorraadmatrix:

$$\begin{pmatrix} 6 & 6 & 3 & 3 & 3 \\ 12 & 12 & 6 & 6 & 6 \\ 12 & 12 & 6 & 6 & 6 \\ 6 & 6 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

maar er zijn er ook die deze hebben:

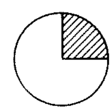
$$\begin{pmatrix} 6 & 6 & 3 & 6 & 3 \\ 12 & 12 & 7 & 6 & 6 \\ 12 & 12 & 6 & 6 & 6 \\ 6 & 6 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Voorbeeld 4 – Uit de hoge hoed

Een van de inleidende problemen van het boekje "Kansrekening" is:
Wie heeft er in het volgende verhaal gelijk?
De vier bestuursleden van de paardensportvereniging 'Teugels Los' vergaderen elke woensdagmiddag en dineren daarna gezamenlijk. Volgens afspraak wordt er geloot wie er als gastheer optreedt. Deze loting werd een jaar lang als volgt uitgevoerd: men deed drie witte en één rood balletje in een hoed, waaruit dan achtereenvolgens ieder een balletje moest trekken tot iemand het rode trok – die moest dan als gastheer optreden.
Dit systeem heeft tot algemene tevredenheid gewerkt tot iemand opmerkte dat het eigenlijk niet eerlijk was: wie het eerste balletje nam, zou minder kans op het rode balletje hebben dan de tweede, deze minder dan de derde, enz. Immers de eerste heeft een kans van één op vier het rode balletje te krijgen, bij de tweede is de kans, indien hij aan de beurt komt één op drie, omdat er nog maar drie balletjes over zijn, enz. De voorzitter bestreed dit standpunt; hij bleef erbij dat het wel eerlijk was.

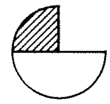
Drie groepen vinden dat de voorzitter gelijk heeft, twee denken van niet. Desirée vertolkt de mening van een 'niet-gelijk-groep': "Nou, ieder heeft ¼ kans. Als er bijvoorbeeld nog twee balletjes over zijn, is de kans ½, maar de rode kan er al uit zijn."
Karina, namens een andere groep: "volgens mij heeft de eerste minder kans; het wordt eerlijk als je elke week een ander eerst laat kiezen."
Wim tot Karina: "Ben je met mij eens dat de eerste een kans van 25% op het rode balletje heeft? De tweede heeft volgens jou meer kans dan die 25%. En de derde, nog meer kans? (Karina beaamt). En de vierde nog meer, dat wordt dan samen....?"
Karina: "meer dan 100%, ja voor mijn gevoel is het wel eerlijk, maar als ik er over nadenk vind ik het niet eerlijk; ik kan niet uitstaan dat ik het niet snap."
Wim probeert het uit te leggen met het "taart model".

Kans voor nummer 1: 25%



Blijft over: 75%

Kans voor nummer 2: ⅓ × 75% = 25%



Kans voor nummer 3: ½ × 50% = 25%

Kans voor nummer 4: 1 × 25% = 25%

Voorbeeld 5 – Verbindingen

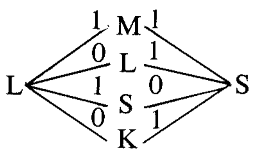
Op het eiland Hau hebben we een simpele graaf met 'verbindingsmatrix' C:

$$C = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} M & L & S & K \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ M \\ L \\ S \\ K \end{array}$$

Voor de aardigheid vermenigvuldigen we C met zichzelf:

$$C^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Betekent die C^2 wat voor de graaf?
Geen gemakkelijke vraag en in sommige groepen zijn ze er echt mee aan het worstelen. Bij de nabespreking blijkt enige uitleg niet overbodig, maar het schema:



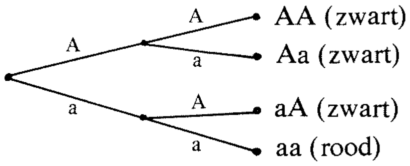
$$1.1 + 0.1 + 1.0 + 0.1 = 1$$

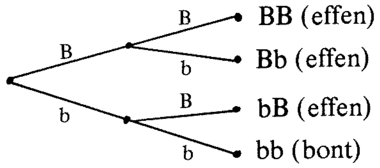
leidt gemakkelijk tot de conclusie dat er één 'twee-staps-verbinding' (verbinding-met-1-tussenstation) is van L naar S. Maar dat had je ook direct uit het plaatje kunnen zien en nu wordt de matrix C^2 'grafisch' gecontroleerd!
De betekenis van $C + C^2$ en C^3 levert weinig problemen op en het begrip 'diameter' (= kleinste n waarvan de matrix $I + C + C^2 + .. + C^n$ geen nullen bevat) slaat goed aan.

Voorbeeld 6 – Er is geen koe zo bont ....

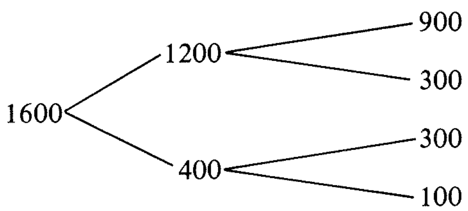
Tenslotte een standaardvoorbeeld uit de erfelijkheidsleer.
De eigenschap 'kleur' bij runderen wordt vastgelegd door een gen waarvan twee allelen bestaan (A en a). Dieren met genotype AA of Aa zijn *zwart*, die met aa zijn *rood*. Met andere woorden: zwart is dominant over rood. Iets dergelijks geldt voor de eigenschap 'aftekening' waarbij *effen* (B) dominant is over *bont* (b).

Hoe zal de runderstapel in Nederland verdeeld zijn als je let op de soorten zwart effen, zwart bont, rood effen en rood bont? Een ingewikkelde kwestie die bijvoorbeeld via boomdiagrammen kan worden opgelost.



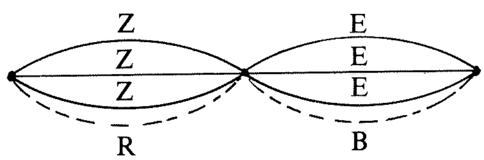


Combinatie van beide bomen levert de bekende verdeling 9 : 3 : 3 : 1 op.
Els heeft uit de bomen de conclusie getrokken dat de kans op een effen zwarte koe $4/9$ is. Ze kan niet goed uitleggen hoe ze het gedaan heeft. Wim gaat nu eens uit van een veestapel van 1600.
Dat levert deze boom op:

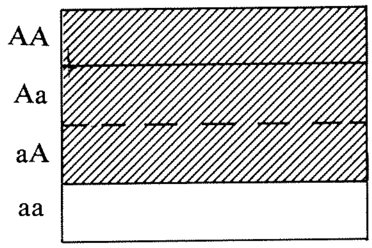


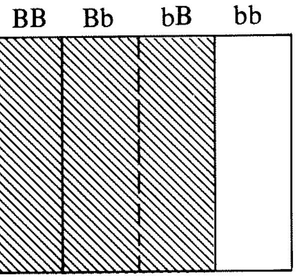
Ook de andere diagrammen die de afgelopen lessen gebruikt zijn, bieden soelaas:

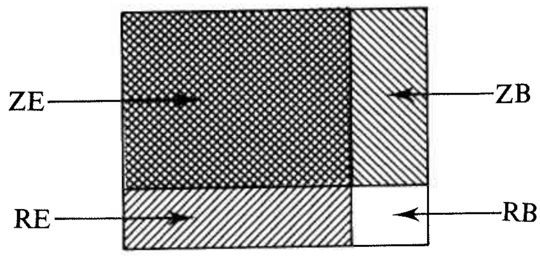
Negen wegen ZE, drie wegen RE, drie wegen ZB en één weg RB.



En de oplossing met het roosterdiagram:







Wordt vervolgd

Dit was dan een Zevenaarse aflevering van het Hewet-verhaal. Een aselecte greep uit de lessenreeks heb ik natuurlijk niet gedaan, maar ik denk stellig dat de voorbeelden redelijk illustratief zijn voor de inhoud van de lessen. Ook heb ik geprobeerd een beeld te schetsen van de werkwijze in de klas, al neemt het klassegesprek hier een deel in, dat onevenredig is met de (inmiddels historische) werkelijkheid.
Een volgende keer zal ik mijn beschrijving wat meer richten op het groepswerk. De lezer heeft de indruk kunnen opdoen dat vertalen-in-wiskunde in veel situaties helemaal niet zo'n 'high-brow'-activiteit hoeft te zijn als wel eens verondersteld wordt. Toegegeven, binnenkort, wanneer onderwerpen als 'differentiëren' en 'lineair programmeren' aan bod komen, krijgen we andere koek. Dan moet er immers een beroep worden gedaan op de algebravaardigheid van de leerlingen en het vermogen tot 'variabiliseren'. En de leraren van de oude stempel zullen zich herinneren hoe moeilijk 'ingeklede vergelijkingen' vroeger al waren. Zij vooral zullen misschien met spanning uitzien naar een van de volgende afleveringen van de 'continuing HEWET-story'.

De wageningse methode

De scholen.

De sectie wiskunde van Het Wagenings Lyceum is in 1974, in samenwerking met het I.O.W.O., begonnen met het ontwerpen van eigen materiaal. In die beginjaren is het vooral Martin Kindt geweest die zijn stempel op dit materiaal heeft gedrukt. Later namen leden van de wiskundesectie van het Wagenings Lyceum, in wisselende samenstelling, het uitbreiden en verbeteren voor hun rekening. Dit mondde uit in een methode voor de onderbouw van havo en vwo.
In 1980 is deze methode ingevoerd door het Liemers College in Zevenaar en dit schooljaar is het Thomas à Kempiscollege in Arnhem het Wageningen-materiaal in haar eerste klassen gaan gebruiken.
Sinds augustus 1980 herschrijft een team het materiaal tot een definitieve vorm. Naar verwachting zal dit werk (voor de eerste drie klassen havo-vwo en voor de vierde klas vwo) in 1984 voltooid zijn. Het team bestaat uit Leon van den Broek, Simon Schoone en Anje Stolp (Wagenings Lyceum) en Wim Kremers (Liemers College).

De methode.

Het Wageningen-materiaal bestaat uit zo'n 40 boekjes, waaronder twee I.O.W.O.-producties. In elk boekje wordt een hoofdstuk uit de wiskunde behandeld.
Om zoveel mogelijk in te spelen op individuele verschillen tussen leerlingen, is gekozen voor werkboekjes, die de leerlingen zelfstandig kunnen doorwerken. Bijgevolg is de leraar meer in de gelegenheid aandacht te besteden aan afzonderlijke leerlingen.
Het *verbruiks*materiaal nodigt uit tot samenwerking. Het werken in groepjes ligt dan ook voor de hand, hoewel dat zeker niet de enig mogelijke werkvorm is.
De leerlingen corrigeren hun (elkaars) werk m.b.v. "correctieboekjes". De klassikale benadering van de leerling kan daarmee tot een minimum worden teruggebracht.
In elk boekje zijn een paar bladzijden "Extra werk" (routinesommen; herhaling) en "Extra sterk" (moeilijkere sommen; uitbreiding en verrijking) opgenomen, ook om tempoverschillen op te vangen. Na elk boekje volgt een zelftoets, de leerling test zichzelf of hij de leerstof verwerkt heeft. Hierna wordt klassikaal een proefwerk afgenomen. Een boekje wordt in 6 à 12 lessen doorgewerkt.

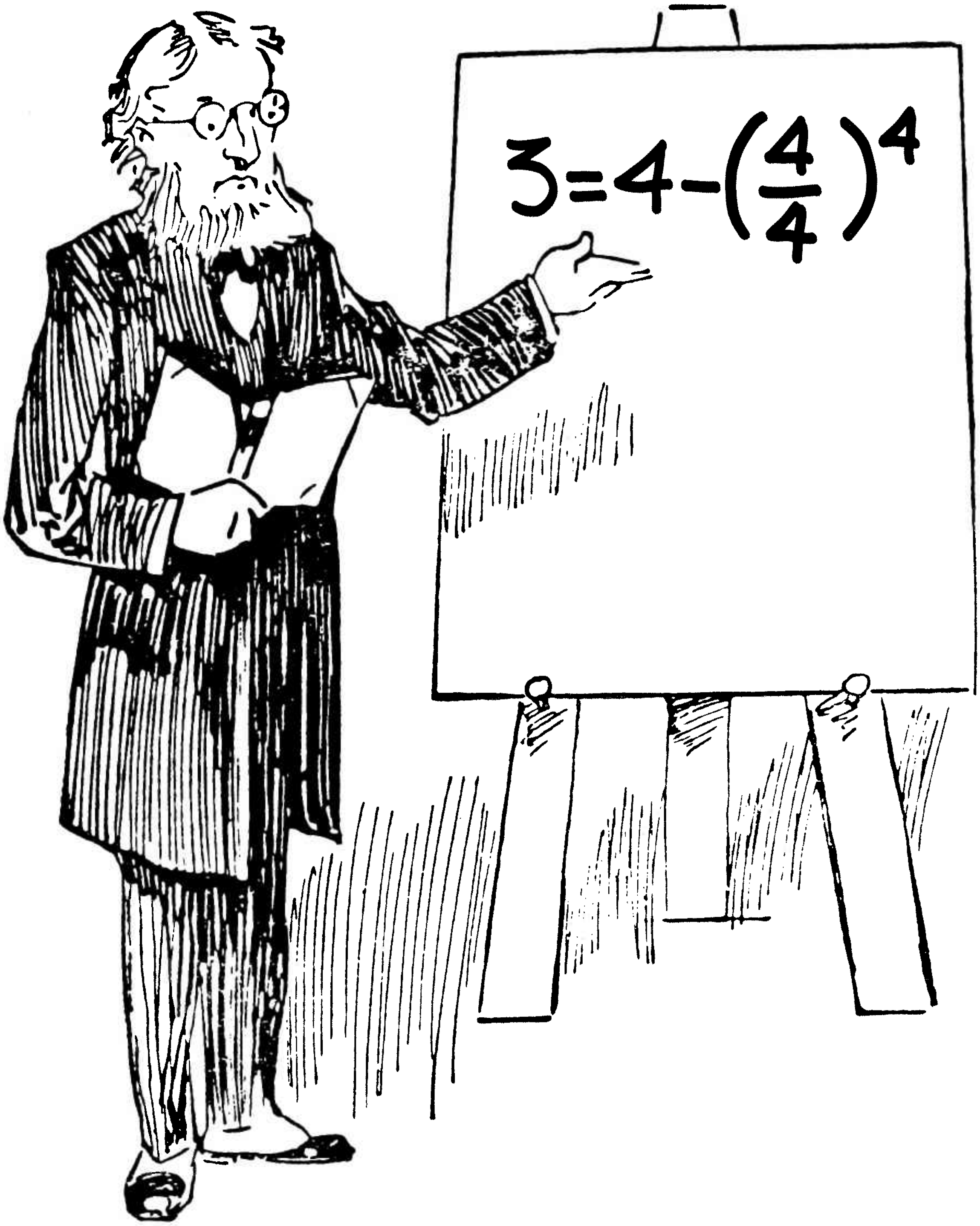
De (huidige) indeling van de stof.

Er zijn algebra- en meetkundeboekjes. De volgorde binnen de algebra- respectievelijk meetkunde-serie ligt grotendeels vast; de afwisseling algebra-meetkunde laat enige vrijheid toe.
In het overzicht hierna zijn de meetkundeboekjes (m) en de I.O.W.O-materialen als zodanig aangegeven.

1e jaar (bij 4 uur per week)	*2e jaar bij 4 uur per week)*	*3e jaar (bij 3 uur per week)*	*4e jaar (vwo, 3 uur per week)*
1 Kennismaken met wiskunde	14 Symmetrie (m)	27 Lineaire Relaties	33 Goniometrie 2
2 Telproblemen	15 Machientjes en Grafieken	28 Vectoren 1	34 Machten 2
3 Ruimtelijke vormen (m)	16 Vergelijkingen 1	29 Wortels	35 Funkties 2
4a Formules	17 Gelijkvormigheid (m)	30 Cirkels en Rechte Lijnen	36 Logaritmen
4b Rekenwetten	18 Tussen twee haakjes	31a Parabolen	37 Differentiëren 1 (iowo)
5 Roosterdam	19 Pythagoras (m)	31b Vierkantsvergelijkingen	38 Vectoren 2
6 Regelmatige figuren (iowo, m)	20 Merkwaardige produkten	32 Funkties 1	39 Stereometrie
7 Breuken	21 Vergelijkingen 2		
8 Gehele getallen	22 Oppervlakte (m)		
9 Hoeken (m)	23 Verzamelingen 1		
10 Rationale getallen	24 Verzamelingen 2		
11 Afstanden (m)	25 Relaties		
12 Machten 1	26 Goniometrie 1		
13 Getallen en grafieken			

Abonnement.

De boekjes werden tot nu toe gedrukt op de scholen die met deze methode werken. Vanaf volgend schooljaar neemt drukkerij en boekhandel Meijer en Siegers in Oosterbeek de productie en verzending voor zijn rekening, te beginnen met de boekjes voor de eerste klas. Een jaar later worden de boekjes voor de tweede klas gedrukt, enz. De methode komt nu ook beschikbaar voor mensen die daar belangstelling voor hebben. Zij kunnen – zoals bij de aankoop van een encyclopedie – een abonnement nemen op De Wageningse Methode. Twee keer per jaar wordt de abonnées een aantal boekjes toegezonden. Kosten: 5 cent per blz. (± *f* 25,– per schooljaar), exclusief verzendkosten. Een brief of briefkaart met naam en adres naar:
Meijer en Siegers bv,
Postbus 105, Utrechtseweg 208,
6860 AC Oosterbeek
onder vermelding van "Abonnement De Wageningse Methode" is voldoende om abonnée te worden.



Zo af en toe bestaat er vast wel eens de behoefte om uw leerlingen een opgave te serveren met enige amusementswaarde. Al was het alleen maar om even de platgetreden paden te verlaten, ofwel om hun aandacht te trekken en misschien wel om de tot nog toe heimelijk verborgen scherpzinnigheid alsnog een kans tot ontplooiing te bieden.
Bovenstaande leraar laat de leerlingen zien hoe je drie met behulp van vier vieren kunt schrijven.
Vraag aan de leerlingen: probeer 1, 2, 3, 4, ... steeds te schrijven m.b.v. vier vieren.