Onderwijzen ondanks computers?

G.A. Vonk

Summary

Our classrooms are being infiltrated by micro-computers. People expect them to function as teaching and testing machines or at least to be the reason to change our mathematics curriculum drastically.
In time these expectations may indeed be fulfilled partially. For the time being we can use them as didactical tools, which have the advantage of:
– finding solutions to problems by experiment which will increase insight in the problems
– computer representations being a step towards the finding of mathematical models
– the obvious manner in which considerations of accuracy appear.
It is the writer's opinion that this use will be the most benificial to education for the next decennium and perhaps long thereafter.

Computers komen de school binnen; de periode van onderwijs zonder computers wordt binnenkort afgesloten, als we tenminste de berichten mogen geloven.
De memorie van toelichting op de onderwijsbegroting spreekt zelfs over "computerisering" van het onderwijs, waaronder wordt verstaan het onderwijs geleid door en door middel van computers. Ik citeer letterlijk:
"Men onderscheidt twee vormen van onderwijs, waarin computers als onderwijsmiddel worden gebruikt:
– Computer Managed Instruction (CMI); hierbij neemt de computer de leerling toetsen af, registreert de studievoortgang en verwijst de individuele leerling op grond van zijn prestaties naar lesmateriaal buiten de computer.
– Computer Assisted Instruction (CAI); hierbij speelt het leerproces zich af in een interactieve dialoog tussen leerling en computerprogramma (de computer als docent), eventueel aangevuld met audio-visuele middelen. De leerstof wordt opgeslagen in een computer en kan op verschillende manieren via een terminal door de leerling worden opgevraagd en geraadpleegd. De centrale computer kan dichtbij zijn opgesteld, maar ook via telefoonlijnen op grote afstand (intercontinentaal) worden aangesproken. Aan deze mogelijkheid van een computergestuurde vorm van lesgeven wordt in Nederland reeds enige aandacht gegeven in het kader van wetenschappelijk onderwijs en in verband met de plannen voor de Open Universiteit". Einde citaat.
De vage angst bekruipt me bij het lezen hiervan, dat onderwijzenden grotendeels overbodig gaan worden. Maar, zo schrijft B. Wasser in NGL weekblad 13-36, "ervaringen met geprogrammeerd wiskunde-onderwijs in Frankrijk hebben in dezen het tegendeel eerder aangetoond. De motivatie van de leerlingen kan het moeilijk stellen zonder menselijke interactie als stimulans en gewoon als voortdurende hulp om op terug te vallen". Mocht de overheid de hoop hebben op deze wijze op personeelskosten te kunnen besparen, dan zal deze toch wel vervliegen door dergelijke ervaringen elders.
Een andere zorg die nog wel eens wordt uitgesproken is de invloed van de computer op de inhoud van ons onderwijs. Als alle machines voor ons in tiendelige breuken rekenen, waarom dan nog "gewone" breuken behandelen? Als kassa's het wisselgeld aangeven, boekhoudingen zijn geautomatiseerd en typmachines ons op spelfouten controleren, wat zullen we ons dan nog druk maken over onderwijs in rekenen en taal. Wat minder kras uitgedrukt: hoe motiveren wij onze leerlingen nog om "de grijze cellen" te laten werken op gebieden waarvan zij (menen te) weten dat die door automaten worden verzorgd?
Het weglaten van leerstofonderdelen onder invloed van automatisering moet zorgvuldig overwogen worden. Het effect van bijvoorbeeld beperking van het oefenen met breuken op het latere wiskunde- of natuurkunde-onderwijs zal zo goed mogelijk onderzocht moeten worden. Dit neemt jaren in beslag. En intussen komt de micro-elektronika het klaslokaal binnen.
Micro-computers kunnen wel degelijk worden aangewend om leerlingen te motiveren voor bestaande leerstof. Niet zozeer door die leerstof "uit" de computer te laten komen, maar door de kracht en de zwakheid van computeralgoritmen aanleiding te laten zijn voor leergesprekken. Voorbeelden hiervan kunt u lezen in "De achterkant van de Möbiusband", blz. 36 e.v. Maar denkt u ook eens mee over het volgende probleem.
Vader en zoon gaan met een roltrap een etage omhoog. Ongeduldig als ze zijn lopen ze ook nog mee omhoog. Het geluid van hun voetstappen valt precies samen, maar de zoon neemt twee treden tegelijk. Na 14 van zulke stappen (dus 28 treden) is de zoon boven. De vader neemt in gelijkblijvend tempo nog 7

treden en is ook boven. Wat is de lengte van de roltrap uitgedrukt in zichtbare treden?
Helaas kan ik u niet dwingen om de Nieuwe Wiskrant nu opzij te leggen en het probleem op te lossen en ook bij uzelf na te gaan hoe u tot die oplossing bent gekomen.
Toch gedaan? Hebt u ook eerst wat geprobeerd; 50 of 40 treden? Of had u het vermoeden dat het een zevenvoud moest zijn; 35, 42 of 49?
Ook bij leerlingen kunt u een dergelijke aanpak verwachten. De beschikbaarheid van een machine om elk probeersel door te rekenen kan deze aanpak stimuleren. "Onjuist", is misschien na uw reactie, maar ook meer geroutineerden verkennen in wezen het vraagstuk op deze manier.
We bekijken het opstellen van een computerprogramma.

```
begin met de lengte van 28 treden
zolang de veronderstelling onjuist blijkt:
    neem volgende veronderstelling
    bepaal hieruit de verplaatsing van de zoon
    bepaal hieruit de verplaatsing van de vader
    bereken hieruit de lengte die de trap voor de vader zou hebben
druk juiste lengte af
```

Het is wat vreemd om met een pertinent onjuiste veronderstelling – 28 treden – te beginnen, maar dat heeft te maken met de programmeertaal waarvan veel scholen gebruikmaken en waarin "zolang ...." een taalconstructie is. Ook bij het in gedachten proberen zult u misschien bij 28 begonnen zijn.

```
neem volgende
veronderstelling
```

Bijvoorbeeld: 1 tree meer, of zeven meer, of nog wat anders. Daar zit een moeilijkheid en een van de essenties van dit verhaal. Neem even aan dat we met de veronderstelde lengte van 36 treden bezig zijn.

```
bepaal hieruit de verplaat-
sing van de zoon
```

Totaal 36 treden, waarvan hij er 28 op eigen kracht heeft afgelegd en dus 8 door de beweging van de roltrap.

```
bepaal hieruit de verplaat-
sing van de vader
```

Op het moment dat de zoon boven is, heeft de vader afgelegd 14 (eigen kracht) + 8 (rollend in dezelfde tijd als zijn zoon). Hij doet daarna nog 7 (eigen kracht) + x (rollend). Hieruit blijkt dat $x = 4$ en de lengte van de roltrap voor de vader 21 (eigen kracht) + $1\frac{1}{2} \times 8$ (rollend) = 33 ongelijk de veronderstelling van 36.
In programmeertaal uitgedrukt:

```
START
  lengte := 28
  afgelegd vader := 0
  ZOLANG lengte <> afgelegd vader
    lengte := lengte + 1
    zoon rollend := lengte − 28
    vader rollend := 1.5 * zoon rollend
    afgelegd vader := 21 + vader rollend
  HERHAAL
  SCHRIJF := lengte
KLAAR

;<> betekent ongelijk
```

Dit programma levert als antwoord 42. Maar u begrijpt, een kleine verandering aan de gegevens en het te verkrijgen antwoord is niet meer geheel en dit computerprogramma levert geen antwoord meer op. Er wordt immers over de goede oplossing heengestapt. Bijvoorbeeld: na aankomst zoon neemt vader nog 6 treden. Lengte trap is $46\frac{2}{3}$.
Een discussie kan nu ontstaan over het belang van een antwoord nauwkeurig tot in delen van treden.
Bij een roltrap heeft men te maken met een inloop- en uitloopgedeelte waarin vloer en trap geleidelijk in elkaar overgaan. Dit is geen probleem als men de horizontale projectie van de trap beschouwd en men neemt aan dat ook de gegevens hiervan uitgaan. En wat is de nauwkeurigheid van de gegevens? Alles in gehele aantallen treden? Dan toch zeker ook het antwoord afgerond op gehelen. Het aanpassen van het programma aan deze laatste bepalingen is nog niet eens zo triviaal. Reden om na de computeroplossing de wiskunde te hulp te roepen.
Het computerprogramma geeft ons denkpatroon in verschillende regels weer. Hiervan kan men een wiskundige formule maken door van onder naar boven te substitueren (1).
afgelegd vader := 21 + vader rollend wordt dan
afgelegd vader := 21 + ($1\frac{1}{2}$ zoon rollend) wordt
afgelegd vader := 21 + ($1\frac{1}{2}$ (lengte −28))
We willen dat wat "afgelegd wordt door vader" gelijk is aan "lengte":
lengte = 21 + ($1\frac{1}{2}$ (lengte −28))
Anders gezegd: de lineaire vergelijking
$x = 21 + 1\frac{1}{2}\,(x - 28)$
Welk nut heeft nu het computergebruik ons gebracht?
Ik beweer het volgende.

1. Een computerberekening maakt het probleem meer gesloten. In dit geval: "toon aan dat de lengte 42 is" i.p.v. "hoe groot is de lengte". Dit kan een steun zijn voor de leerling, hoewel hem ook geleerd moet worden deze berekeningen met een korreltje onnauwkeurigheidszout te bekijken.
2. Het computermodel is voor leerlingen met enkele maanden programmeerervaring veel gemakkelijker te construeren dan het mathematische model, maar kan de weg effenen naar het opstellen van dit laatste.
3. Beschouwingen over nauwkeurigheid van gegevens en informatie komen vrijwel "automatisch" ter sprake. En wat dit betreft: u dacht dat 42 de oplossing was? Als de gegevens op gehelen zijn afgerond en de informatie wordt dit ook, dan is $S = \{x \in \mathbb{N} \mid 38 \leqslant x \leqslant 47\}$

De laagste waarde kan worden afgeleid uit

$x=21{,}5 + \frac{21{,}5}{13{,}75}(x-27{,}5)$ en de hoogste uit

$x=20{,}5 + \frac{20{,}5}{14{,}25}(x-28{,}5)$. Maar zulke vergelijkingen

leken niet te bestaan in de wiskunde van vóór de micro-elektronika.

(1) Vonk, G.A.; *Algoritmiek en letterrekenen*, Wiskrant 7, 1977, pag. 18, I.O.W.O., Utrecht.

WISKRYPT

Guus Vonk

Horizontaal
1 1 van de 7 (4)
4 deelbaar moment (4)
7 door een punt wedijveren (11)
8 samen doeltreffend (11)
10 onwel (4)
12 enkelvoud van gezwel? (5)
13 deze aandacht moet betaald worden (4)
15 gelijk 4 (4)
17 verhouding tussen godheid en meisje (4)
18 voorzien van glazen (6)
19 wiskundige, bekend om zijn groepswerk (3)
21 zelf wegen in Italië (11)
22 Duitse verzameling van Gelderse rivieren (11)

Vertikaal
2 Enkel tegenwoordige tijd (8)
3 Roomse grootheid (14)
5 Voer deze bewerking uit om nakomelingen te krijgen (14)
6 niet vrouw (3)
8 zingend wiskundige (6)
9 halve periode van een natuurverschijnsel (2)
11 sprak onwaarheid na Griekse plaats (8)
14 tegenstemmen (5)
15 letter voor straal (2)
16 produkt van een kip en verrassing (2)
20 was nu gelijk (2)
21 behoeftige hefboom (3)