

De kwaliteit van het Nederlandse wiskundeonderwijs staat ter discussie. In deze discussie wordt de cruciale rol van de docent benadrukt. Maar wordt de docent wel goed opgeleid, bijvoorbeeld qua vakinhoudelijke en vakdidactische kennis? In dit artikel, dat voortkomt uit het ELWIER-project, inventariseert **Bert Zwaneveld** het wat en hoe van de vakdidactiek in de Nederlandse opleidingen tot eerstegraads wiskundeleraar en plaatst dit in een internationaal perspectief.

## Vakdidactiek in de opleiding tot eerstegraads wiskundeleraar

### Inleiding

Het Expertisecentrum Lerarenopleidingen Wiskunde en Rekenen (ELWIER) heeft zich de laatste drie jaar onder andere bezig gehouden met de implementatie van de *Kennisbasis rekenen-wiskunde*, en meer specifiek met de vakdidactiek in de verschillende onderwijssectoren: PABO, tweedegraads opleidingen en eerstegraads opleidingen.

In dit artikel gaat het vooral over de vakdidactiek in de eerstegraads opleidingen. Daarbij richten we de aandacht op de volgende vragen:

1. Wat gebeurt er aan vakdidactiek in de verschillende eerstegraads lerarenopleidingen?
2. Hoe groot is de verscheidenheid in de vakdidactiek, die we onder andere mogen verwachten vanwege het feit dat er twee wegen zijn naar de eerstegraads bevoegdheid?
3. Welke rol speelt het onlangs verschenen *Handboek wiskundedidactiek* (althans de voorafgaande digitale katernen) bij de vakdidactiek?
4. Hoe verhoudt de vakdidactiek in de Nederlandse situatie zich tot die in andere landen?

Alvorens deze vragen te beantwoorden, geven we eerst wat achtergrondinformatie.

### Achtergrondinformatie

#### ELWIER

We beginnen met wat informatie over ELWIER, voor zover relevant voor dit artikel. ELWIER heeft zich in de tweede fase van zijn bestaan (ELWIER2, lopend van 2010 tot halverwege 2012) voor wat betreft onderzoek gericht op de implementatie van de kennisbases rekenen en wiskunde. Voor de PABO's en de tweedegraads lerarenopleidingen en de bacheloropleidingen wiskundeleraar (op deze twee gaan we in dit artikel niet verder in) heeft de betreffende bestuurlijke koepel, de HBO-raad, de kennisbases vastgesteld<sup>1</sup> in 2009.

#### Kennisbasis

Het begrip kennisbasis speelt in de Nederlandse wereld van de lerarenopleidingen sinds een aantal jaren een steeds prominenter rol. Het begon met de kennisbasis voor de PABO's: wat moet een afgestudeerde van de PABO weten? Het antwoord voor taal en rekenen is in aparte kennisbases vastgelegd. Een van de aanleidingen voor het ontwikkelen van deze kennisbases was een min of meer negatieve: er waren veel klachten over het niveau van de net afgestudeerden op deze gebieden. De directe aanleiding was de aanvaarding van het rapport over de doorlopende leerlijnen taal en rekenen van de zogeheten commissie Meijerink (2008)<sup>2</sup> door de minister van OCW. In dit rapport werd aangegeven dat de kennisbases er moesten komen. De kennisbasis voor rekenen geeft niet alleen aan wat de afgestudeerden zelf moeten kennen en kunnen op het gebied van rekenen, maar ook hoe ze er in de klas didactisch mee moeten of kunnen omgaan.

De opleidingen tot eerstegraads wiskundeleraar hebben geen officieel vastgestelde kennisbasis. Dat heeft enerzijds vermoedelijk te maken met het feit dat er geen twijfels bestaan over de wiskundige kennis van de afgestudeerde eerstegraden, en anderzijds met de twee wettelijke wegen naar deze eerstegraads bevoegdheid.

#### Twee manieren om eerstegraads leraar te worden

Er zijn twee wettelijke wegen naar het eerstegraderschap: een *masteropleiding wiskundeleraar* in het HBO na een bacheloropleiding wiskundeleraar aldaar en een *eerstegraads lerarenopleiding wiskunde* van een universiteit; deze tweede weg kent weer twee varianten, namelijk een tweejarige na een opleiding tot *Bachelor of Science in de wiskunde* en een eenjarige na een opleiding tot *Master of Science in de wiskunde*.

De masteropleidingen wiskundeleraar in het HBO zijn deeltijdopleidingen met een nominale omvang

van anderhalf jaar, gespreid over drie jaar. Vrijwel alle studenten van deze deeltijdopleidingen volgen deze naast een (vaak volledige) baan als tweede-graads docent. De vijf HBO-opleidingen, Christelijke Hogeschool Windesheim, Hogeschool INHolland, Hogeschool Utrecht, Hogeschool van Arnhem en Nijmegen en Hogeschool van Amsterdam, hebben afspraken gemaakt over wat hun afgestudeerden aan wiskunde-inhoud gehad moeten hebben. Vier van deze vijf opleidingen zijn verder met elkaar in gesprek om hun positie te bepalen en een gezamenlijke koers uit te zetten voor hun lerarenopleidingen. De wiskundendidactici van de universiteiten hebben al sinds de jaren zestig van de vorige eeuw heel regelmatig overleg met elkaar over opzet en inhoud van de opleiding.

### **Handboek wiskundendidactiek**

Binnen de groep van universitaire wiskundendidactici bestond al enige jaren de behoefte om de bestaande wetenschappelijke kennis over het leren en onderwijzen van wiskunde te ordenen en samen te vatten in een handboek voor zittende wiskundeleraren en wiskundeleraren in opleiding als vervolg op het boek *Didactiek van de wiskunde* van Van Dormolen (1974). Het doel van het *Handboek wiskundendidactiek* (Drijvers, Van Streun & Zwaneveld, 2012) is om de wiskundeleraar voldoende gereedschap en kennis mee te geven om adequaat een ontwerp voor het eigen onderwijs te maken. Het *Handboek* is tot stand gekomen onder de paraplu van ELWIER. Nadat eerst de meeste hoofdstukken online beschikbaar waren en in de lerarenopleidingen uitgetoetst (sinds 2008), is het in juni 2012 als boek<sup>3</sup> verschenen. We verwijzen in het vervolg met de term *Handboek* ofwel naar het zojuist uitgekomen boek, ofwel naar de voorafgaande digitale katernen.

Hoewel er dus geen kennisbasis voor de eerste-graads opleidingen is vastgesteld, mag van de afspraken tussen de universitaire wiskundendidactici onderling en de vijf HBO-opleidingen onderling redelijkerwijs verwacht worden dat de wiskundige vakinhoud voldoende is afgedekt. Het *Handboek* biedt zeker voor de toekomst op zijn minst de mogelijkheid om ook op vakdidactisch gebied een zekere minimumkwaliteit te verwachten.

### **Internationaal**

Over de manier waarop in andere landen leraren wiskunde worden opgeleid, was nauwelijks informatie voor handen, tot begin dit jaar de International Association for Evaluation of Educational Achievement (IEA, die ook voor TIMSS verantwoordelijk is) een uitvoerig rapport<sup>4</sup> heeft gepubliceerd over haar *Teacher Education Development Study in Mathe-*

*matics* (TEDS-M). Daarin wordt verslag gedaan van een onderzoek in zeventien landen verspreid over de hele wereld naar het beleid, de praktijk en de vaardigheid om wiskunde te geven in het basis- en voortgezet onderwijs. Het interessantste deel van het rapport is waar gerapporteerd wordt over de wiskundige kennis, de wiskundendidactische kennis en de opvattingen over rekenen-wiskunde van aanstaande leraren basisonderwijs, *Lower Secondary* (vergelijkbaar met VMBO en onderbouw HAVO/VWO) en *Lower and Upper Secondary* (dat is de vorige groep uitgebreid met bovenbouw HAVO-VWO). Die opvattingen betreffen wat wiskunde is, het leren van wiskunde en de relatie tussen wat leerlingen wiskundig kunnen bereiken en hun wiskundige aanleg. Om inzicht in deze drie aspecten te krijgen, zijn in de zeventien deelnemende landen vragenlijsten afgenomen, waardoor een aardig beeld is verkregen. Nederland heeft niet aan TEDS-M meegedaan. Het is dus heel lastig Nederland hiermee te vergelijken.

### **Aanpak**

Om de eerste drie vragen, naar de vakdidactiek, de verscheidenheid en de rol van het *Handboek* te beantwoorden, is in het cursusjaar 2010-2011 met een uitloop in het cursusjaar 2011-2012 onder alle eerstegraads lerarenopleidingen wiskunde, HBO en universitair, via een online vragenlijst geïnventariseerd:

1. Een aantal *algemene gegevens*, zoals het aantal studenten in de opleiding en het aantal studiepunten in ec<sup>5</sup> dat in de opleiding aan de onderdelen vakinhoud, algemene didactiek/onderwijskunde, vakdidactiek, praktijkonderzoek en stage wordt besteed.
2. Een aantal aspecten van de *vakdidactiek*, zoals hoe de opleiding vakdidactiek omschrijft, hoe de vakdidactiek vorm krijgt, wat er in de stage moet gebeuren, en hoe de vakdidactiek getoetst wordt in het instituut en op school.
3. Over het *Handboek*: of het gebruikt wordt en zo ja, op welke wijze.

Voor de beantwoording van de vierde vraag, naar de verhouding van de Nederlandse situatie ten opzichte van het buitenland, gebruiken we met de grootst mogelijke terughoudendheid het genoemde rapport TEDS-M van de IEA.

### **Resultaten van de inventarisatie, de verscheidenheid en de rol van het *Handboek* Algemeen**

Alle veertien eerstegraads lerarenopleidingen wiskunde hebben meegedaan: de negen universitaire, namelijk die van Leiden, Nijmegen, Amsterdam (UvA en VU), Groningen, Twente, Delft en Eindhoven.

ven, en alle vijf masteropleidingen wiskundeleraar, namelijk die van Amsterdam, Tilburg, Utrecht, Arnhem-Nijmegen en Leeuwarden.

Wat de studentenaantallen betreft valt op dat de universitaire lerarenopleidingen klein zijn; de HBO-lerarenopleidingen zijn redelijk omvangrijk (tabel 1, kolom 1).

Wat betreft de omvang van de opleiding hebben de universitaire lerarenopleidingen, als ze eenjarig zijn, dat jaar vrijwel volledig met beroepsmatige inhoud (algemene didactiek/onderwijskunde, vak-

didactiek, praktijkonderzoek en stage) gevuld; zijn ze tweejarig, dan is er één jaar voor de wiskundige vakinhoud en één jaar voor de beroepsmatige kant. De HBO-lerarenopleidingen hebben, zoals gezegd, allemaal een nominale omvang van anderhalf jaar, uitgesmeerd over drie jaar, waarvan vrijwel één jaar nominaal aan de wiskundige inhoud wordt besteed en ruim een half jaar nominaal aan de beroepsmatige vakken (tabel 1, kolom 2, 3, 4, 5 en 6).

Om de overeenkomst of het verschil tussen de universitaire en de HBO-lerarenopleidingen wat globaal te bekijken, is in tabel 2 voor de gegevens van

Tabel 1: Algemene gegevens per instelling; (3) tot en met (6) in ec; universitaire opleidingen boven, HBO-opleidingen onder

Instelling	Studentenaantal (1)	Opleidingsomvang (2)	Omvang wiskunde (3)	Omvang algemene didactiek/owk (4)	Omvang vakdidactiek (5)	Omvang stage (6)
Leiden (UL)	15	60	0	12	18	30
Nijmegen (RU)	7	60	0	15	15	30
Amsterdam (UvA)	12	60	0	18	12	30
Groningen (RUG)	5	60	15	5	10	30
Amsterdam (VU)	8	60	0	9	21 <sup>A)</sup>	30
Utrecht (UU) <sup>B)</sup>	18	60	0	18	16 <sup>C)</sup>	26
lero SEC	10	120	30	18	46 <sup>D)</sup>	26
Enschede (UT)	10	120	70	15	15	20
Delft (TUD)	40	120	60	9	24 <sup>E)</sup>	27
Eindhoven (TU/e)	15	120	30	15	44 <sup>F)</sup>	31
Amsterdam (HvA)	42	90	58	20	8	4
Tilburg (FLOT)	89	90	51	21 <sup>G)</sup>	9	9
Utrecht (HU)	90	90	58	21	6	5
Arnhem-Nijmegen (HAN)	21	90	50	0	40 <sup>H)</sup>	0
Leeuwarden (NHL)	58	90	60	30	0	0

A) waarvan 9 voor onderzoek en 3 voor specialisatie;  
 B) Utrecht heeft twee opleidingen: een eenjarige na een Master of Science in wiskunde (LERO) en de tweejarige Master of Science in Education and Communication (SEC);  
 C) waarvan 7,5 voor onderzoek;  
 D) waarvan 30 voor onderzoek;  
 E) waarvan 15 voor onderzoeken en ontwerpen;  
 F) waarvan 34 voor onderzoek;  
 G) inclusief onderzoek;  
 H) waarvan 30 voor onderzoek.

tabel 1 per kolom het gemiddelde berekend. Dat is voor de universitaire en HBO-lerarenopleidingen afzonderlijk gedaan.

Uit tabel 2 is op te maken dat in de universitaire lerarenopleiding de wiskundige vakinhoud maar een bescheiden rol speelt, in tegenstelling tot de HBO-lerarenopleidingen (kolom 3). Bij de gegevens van kolom 3 moet bedacht worden dat de technische universiteiten en de opleiding SEC van de Universiteit Utrecht een nominale omvang van twee jaar (120 ec) hebben, vandaar de relatief grote standaarddeviatie van 25,1. In beide soorten opleidingen is het aandeel

algemene didactiek/onderwijskunde bescheiden (kolom 4). De universitaire lerarenopleidingen besteden bijna twee keer zoveel tijd aan vakdidactiek (ruim een derde van de totale studielast) als de HBO-opleidingen (kolom 5), terwijl de HBO-opleidingen nauwelijks werk maken van de stage (kolom 6). Gezien het feit dat vrijwel alle studenten van de HBO-opleidingen hun opleiding naast hun werk als wiskundeleraar volgen, ligt dit voor de hand. Hier past overigens een aanbeveling bij: leservaring in de bovenbouw opdoen, waar eerstegraders toch in het algemeen hun lessen zullen geven, zou toch een verplicht onderdeel van de opleiding moeten zijn.

Tabel 2: Algemene gegevens, gemiddeld per soort instelling en totaal; (3) tot en met (6) in ec; tussen haakjes zijn de standaarddeviaties vermeld

Instelling	Studentenaantal (1)	Opleidingsomvang (2)	Omvang wiskunde (3)	Omvang algemene didactiek/owk (4)	Omvang vakdidactiek (5)	Omvang stage (6)
universiteiten	14,0 (9,5)	60 of 120 (0)	20,5 (25,1)	13,4 (4,3)	22,1 (10,0)	28,0 (3,2)
HBO	60,0 (26,8)	90 (0)	55,4 (4,1)	18,4 (9,9)	12,1 (14,1)	3,6 (3,4)
totaal	29,3 (27,7)	86 (24,2)	32,1 (26,4)	15,1 (17,1)	18,9 (13,5)	19,9 (12,0)

Het valt op dat het grootste deel van de afgestudeerde eerstegraads wiskundeleraars van de deeltijdopleidingen van het HBO komt: meer dan vier keer zoveel afgestudeerden van de HBO-opleidingen als van de universitaire opleidingen. Dat betekent dat er voor wiskunde van de slogan 'een academicus voor de klas' in de praktijk nog niet veel terecht komt. De universitair opgeleide eerstegraadsdocenten hebben aanzienlijk meer wiskunde op een hoger niveau gehad dan de HBO-opgeleide. Daar staat natuurlijk tegenover dat de HBO-opgeleide eerstegraads docenten meer pedagogische en didactische opleiding en ervaring hebben dan de universitair opgeleide, omdat de eersten al een vierjarige bacheloropleiding tot tweedegrader voltooid hebben en meestal hun opleiding met hun werk voor de klas combineren.

#### Vakdidactiek: het wat

We beginnen met een overzicht van wat de verschillende lerarenopleiders onder hun vak (de vakdidactiek) in hun opleiding verstaan (zie tabel 3). Omdat het hier over meningen gaat, is niet vermeld wie vanuit welke opleiding wat heeft gezet. De volgorde is in ieder geval een andere dan die van de overige tabellen.

Sommigen beantwoorden de vraag naar de vakdidactiek door naar bronnen (wetenschappelijke lite-

ratuur of het WiVa-rapport<sup>6</sup>) te verwijzen. Sommigen beperken zich tot een aantal aspecten van de praktijk van het lesgeven, zoals leerdoelen, werkvormen, uitleggen, curriculum, toetsing en/of examens. Anderen noemen ook de theoretische kant en vermelden expliciet het belang van een visie op wiskunde(onderwijs) en het reflecteren op uitgevoerde lessen. Wat opvalt, is dat slechts één opleiding het rekening houden met individuele verschillen tussen leerlingen noemt, overigens niet bij het beantwoorden van deze vraag, maar bij de volgende, waarvan de resultaten in tabel 4 staan. Kortom, in ieder geval grote verscheidenheid in de beantwoording. Hoe dit in de praktijk van het onderwijs tot uitdrukking komt, is met de gegevens van tabel 4 enigszins vast te stellen.

#### Vakdidactiek: het hoe

In tabel 4 staat hoe de verschillende opleidingen de vakdidactiek vormgeven. Ook hier zijn de beschrijvingen van sommige opleidingen informatiever dan van andere. Voor zover de beschrijvingen informatie geven, zien we een heel gemêleerd beeld: voorbereiden en/of ontwerpen van een les of lessenserie, al dan niet vanuit de theorie (bijvoorbeeld vanuit het *Handboek*), didactiek van een onderwerp (bijvoorbeeld statistiek, meetkunde), expliciet aandacht voor modelleren, expliciet aandacht voor probleem-aanpak of wiskundige denkactiviteiten, aandacht

voor vooral zaken van de praktijk als organisatie van een les, leerboeken, gebruik van grafische rekenmachine of ICT, examenprogramma en examens, praktische opdrachten, achtergronden van de schoolwiskunde. Soms wordt de didactiek aan de wiskundevakken opgehangen, soms aan de schoolwiskunde, soms aan het onderzoek. Bij de HBO-opleidingen wordt de vakdidactiek veelal aan de

belangstelling van de individuele student gekoppeld.

Het zou goed zijn als de verschillende lerarenopleidingen wat gedetailleerder naar elkaars opvattingen over vakdidactiek en de implementatie daarvan in de diverse curricula zouden kijken. Mijn vermoeden is dat er over en weer van elkaar geleerd kan worden.

Tabel 3: Een overzicht van de opvattingen van de verschillende vakdidactici over de vakdidactiek.

<b>Vakdidactiek: wat</b>	
Het ontwerpen van activerende lessen, rekening houdend met problemen die leerlingen hebben met het onderwerp, en de wijze van uitvoering in de klas, focus op formuleren van leerdoelen, centrale vragen voor in de klas en gebruikmaken van verschillende werkvormen bij het werken in de klas	
Kennis en vaardigheden over hoe leer je wiskunde (theorie, ‘algemene’ vakdidactiek), kennis en vaardigheden over het leren van specifieke wiskundige domeinen ( <i>pedagogical content knowledge</i> , ‘echte’ vakdidactiek)	
Ik maak me er eenvoudig vanaf. Zie daarvoor het WiVa-rapport. Daarin staat wat een docent vakdidactiek moet kennen en kunnen en dat moeten we als opleiding zien te bereiken	
De studie van het overdragen van de vakinhoud, in dit geval wiskunde.	
Verschil eerste/tweede graad, het uitleggen van vakinhoud, visie ontwikkelen op wiskunde en wiskundeonderwijs, creatief en reflexief kijken naar je les en die plaatsen in een leerlijn	
Het gedachtegoed rondom het onderwijzen van wiskunde	
Leren voorbereiden, analyseren en uitvoeren van onderwijs (inclusief toetsing). Starten met grondige bestudering van de vakinhoud. Daarna didactische analyse, namelijk bepaling leerdoelen, keuze werkvormen, aandacht voor activerende werkvormen, feedback, toetsing, evaluatie/reflectie. Aandacht voor conceptuele samenhang, probleemoplossen, heuristieken, metacognitie, etc. Visie ontwikkelen op wiskundeonderwijs.	
Kennis over het leren en onderwijzen van wiskunde.	
Leren onderwijzen van wiskunde, visie, curriculum, leerprocessen, evaluatie/toetsing	
Het uitleggen van vakinhoud, visie ontwikkelen op wiskunde en wiskundeonderwijs, creatief en reflexief kijken naar je les en die plaatsen in een leerlijn	
Vaardigheid in het onderwijzen van wiskunde gebaseerd op empirische en theoretische kennis	
Weten wat het leren van wiskunde belemmert en bevordert en weten hoe daarnaar te handelen	
<i>Mathematical Knowledge for Teaching</i> (Hill, Ball & Schilling, 2008)	
Hoe leer en onderwijs je wiskunde aan in het bijzonder leerlingen in bovenbouw HAVO/VWO?	

Tabel 4: De vormgeving van de vakdidactiek

<b>Instelling</b>	<b>Vakdidactiek: hoe</b>
Leiden (UL)	15 keer 3 uur; verdeeld in VD* 1 en VD2; focus VD 1: leerdoelen, centrale vragen en werkvormen; toetsen; VD 2: visie, verschillen tussen leerlingen, statistiek en meetkunde, probleemaanpak leren
Nijmegen (RU)	Totaal 26 colleges van 1,5 uur gedurende het jaar, meestal in discussievorm. Inhoud: vakdidactische theorie zoals Galperin, Van Hiele, een zes- tot achtstal colleges over de didactiek van specifieke wiskundige domeinen.
Amsterdam (UvA)	Een jaar 1,5 uur per week
Groningen (RUG)	Vakdidactiek vooral in één cursus in het lio-jaar. In de loop van het lio-jaar verschuift de inhoud van vakdidactische intervisie (waar we theoretische achtergronden bij benoemen) naar theoretische achtergronden (waar we praktijksituaties bij zoeken)
Amsterdam (VU)	Gedurende de hele opleiding van één jaar in totaal ongeveer 24 bijeenkomsten vakdidactiek van 2 uur. Onderverdeeld in twee vakken (VD 1, VD 2) van beide één semester waarvan de colleges gelijktijdig door dezelfde docent worden gegeven (twee instroommomenten). De focus verschuift van het ontwerpen van één les naar het ontwerpen van een lessenserie.

Tabel 4: De vormgeving van de vakdidactiek

Utrecht (UU)	LERO: VD1 en VD2 gedurende hele jaar SEC: introductie en design SEC in jaar 1; VD1 en VD2, onderzoek en keuzecursussen in jaar 2 VD1 is het hoofdstuk over Leren en onderwijzen van wiskunde van Handboek; VD2 is verdieping in ontwerpen
Enschede (UT)	Inleiding VD in jaar 1; VD1 in jaar 1; VD2 in jaar 2
Delft (TUD)	VD1 in het eerste jaar en VD2 in het tweede jaar richten zich voornamelijk op de onderbouw, VD3 in het tweede jaar voornamelijk op de bovenbouw. VD1: basisvaardigheden, zoals lesvoorbereiding, lesindeling, en didactiek van algebra & analyse VD2: ICT, denkactiviteiten, didactiek meetkunde & kansrekening/statistiek. VD3: alles uit VD 1 en VD2 met nadruk op bovenbouw, plus modelleren
Eindhoven (TU/e)	Er zijn drie op elkaar aansluitende cursussen in jaar 1 van de opleiding; dat gebeurt apart van de vakinhoud. Inhoud: plaats van het wiskundeonderwijs; organisatie van wiskundelessen; begrippen en regels; uitleggen van wiskunde; onderwijzen van een systematische probleemaanpak; toetsen; grafische rekenmachine en ICT in het onderwijs; leerboeken; praktische opdrachten; blijven en ontwikkelen; achtergronden bij de schoolwiskunde; literatuur
Amsterdam (HvA)	De inhoud is waar mogelijk gebaseerd op vakinhoud; alle wiskundeonderwerpen uit de schoolwiskunde kunnen uitgangspunt zijn.
Tilburg (FLOT)	VD1, verspreid over de drie jaar: schoolexamen VD2 in jaar 2 en 3: NLT en een keuzedeel. In feite apart van vakinhoud, maar verbindingen worden wel gemaakt.
Utrecht (HU)	Er is een cursus schoolwiskunde in jaar 2 die voor een groot deel over didactische zaken gaat en waarbij de hoofdstukken van het <i>Handboek</i> worden gebruikt; en een cursus probleemaanpak in jaar 1, gekoppeld aan het werk van Pólya (heuristieken). Er wordt hier expliciet aandacht besteed aan reflectie op probleemoplossingsstrategieën en op anderen hiermee helpen. Verder werkt men aan een portfolio (jaar 1 t/m3) en een praktijkonderzoek (jaar 3); per student wisselt de nadruk die hier op vakdidactiek wordt gelegd sterk, net als de wijze waarop dit gebeurt.
Arnhem-Nijmegen (HAN)	In jaar 1 en in jaar 2 vakdidactiek 1,5 uur per week. In jaar 1 vier blokken: algebra, analyse, statistiek en meetkunde, waarbij steeds een of meer hoofdstukken van het <i>Handboek</i> worden gebruikt. Eerste helft jaar 2: methodevergelijking, modelleren (beide aan de hand van een of meer hoofdstukken van het <i>Handboek</i> ), eindexamenprogramma's en eindexamens. Tweede helft jaar 2: zelf lessenserie ontwerpen, geven en evalueren. Vakdidactiek wordt apart van de vakinhoud gegeven.
Leeuwarden (NHL)	Er zijn geen aparte cursussen vakdidactiek. Enkele vakken (zoals meetkunde met Geogebra, jaar 1) dragen enigszins bij aan een aantal aspecten van de vakdidactiek. Afhankelijk van de keuze van de student is er in de professionaliseringslijn (doen van onderzoek, uitlopend in een praktijkonderzoek uitgevoerd in de eigen school, in alle drie de jaren), aandacht voor andere aspecten van de vakdidactiek. Zo heeft de vakdidactische theorie een plek, maar structuur en diepgang van bestudeerde literatuur is erg afhankelijk van student en onderwerp.
*VD = het vak vakdidactiek, eventueel van een volgnummer voorzien.	

#### Vakdidactiek: de stage

We vervolgen onze inventarisatie met de vraag wat voor soort vakdidactische opdrachten de aanstaande eerstegraads leraren in hun stage moeten uitvoeren (zie tabel 5).

Als er een opdracht voor de stage is – wat bij de meeste opleidingen het geval is, dan gaat het vrijwel

altijd om het ontwerpen, uitvoeren inclusief toetsen en evalueren van een lessenserie. Dit moet onder enig voorbehoud gezegd worden: niet alle respondenten geven aan hoe uitgebreid het ontwerpen en uitvoeren van een lessenserie moet gebeuren. Een enkele keer wordt expliciet aangegeven dat ICT in de les of lessenserie gebruikt moet worden.

Tabel 5: Een overzicht van de stageopdrachten

<b>Instelling</b>	<b>Vakdidactiek in de stage</b>
Leiden (UL)	Ontwerpen en uitvoeren van lessenserie
Nijmegen (RU)	Geen stageopdracht
Amsterdam (UvA)	Lessenserie ontwerpen en uitvoeren
Groningen (RUG)	Lessenserie ontwerpen en uitvoeren
Amsterdam (VU)	Een ICT-les ontwerpen
Utrecht (UU)	Lesvoorbereiding maken, een ICT-les ontwerpen en uitvoeren, hoofdstukanalyse uitvoeren, toetsanalyse uitvoeren; alles van een reflectieverslag voorzien
Enschede (UT)	Een toets maken, afnemen, nakijken en analyseren
Delft (TUD)	Een lessenserievoorbereiding met ICT-aanbevelingen maken. Een deel van de lessen en lessenseries moeten worden voorbereid op de manier zoals bij vakdidactiek onderwezen. Daartoe behoort het maken van toetsen of het analyseren van op school gebruikte toetsen.
Eindhoven (TU/e)	Soms worden er vakdidactische opdrachten meegegeven
Amsterdam (HvA)	Een lessenserie ontwerpen en uitvoeren
Tilburg (FLOT)	Geen stageopdracht
Utrecht (HU)	Geen stageopdracht
Arnhem-Nijmegen (HAN)	Een lessenserie van minimaal vijf lessen ontwerpen, geven en evalueren
Leeuwarden (NHL)	Geen stageopdracht

**Vakdidactiek: de toetsing van het werk in het instituut**

Net als op school wordt ook de vakdidactiek getoetst. In tabel 6 staat hoe dat bij de verschillende opleidingen gebeurt. Men kan aangeven of dat gebeurt door een tentamen, schriftelijke opdrachten, praktijkopdrachten, een portfolio of eventueel andere manieren. Combinaties zijn natuurlijk mogelijk. Een tentamen komt slechts bij twee (universitaire) opleidingen voor. Bijna overal komen

opdrachten (schriftelijke en praktijkopdrachten) voor. Een portfolio moeten vrijwel alle studenten bijhouden. Presentaties verzorgen, al dan niet over een wiskundig onderwerp, komt bij twee opleidingen voor, althans wordt twee keer expliciet genoemd. Een aanbeveling kan zijn dit systematisch in alle opleidingen op te nemen, want dan kan iedereen, de docent en de medestudenten, op zijn minst een indruk van de kwaliteit van het lesgeven krijgen.

Tabel 6: Een overzicht van de verschillende soorten toetsing van de vakdidactiek

<b>Instelling</b>	<b>Vakdidactiek: de toetsing</b>
Leiden (UL)	Geen toetsing
Nijmegen (RU)	Geen specifieke toetsing op vakdidactiek
Amsterdam (UvA)	Tentamen, schriftelijke en praktijkopdrachten, een portfolio
Groningen (RUG)	Schriftelijke en praktijkopdrachten, een portfolio
Amsterdam (VU)	Schriftelijke en praktijkopdrachten, een portfolio
Utrecht (UU)	Praktijkopdrachten, een portfolio
Enschede (UT)	Schriftelijke en praktijkopdrachten, een portfolio
Delft (TUD)	Tentamen bij VDI, wekelijks huiswerk, minilessen wiskunde voor medestudenten
Eindhoven (TU/e)	Schriftelijke opdrachten
Amsterdam (HvA)	Schriftelijke en praktijkopdrachten, een portfolio
Tilburg (FLOT)	Tentamen en een portfolio
Utrecht (HU)	Schriftelijke opdrachten en een portfolio
Arnhem-Nijmegen (HAN)	Schriftelijke en praktijkopdrachten, een portfolio
Leeuwarden (NHL)	Een portfolio en presentaties verzorgen

### **Vakdidactiek: de toetsing van het werk op school**

Tenslotte is onder het onderdeel vakdidactiek gevraagd hoe het werk op school tijdens de stage getoetst wordt. In tabel 7 staan de bevindingen. De mogelijke antwoorden waren:

- er wordt een beoordelingsschema voor vakdidactisch handelen gehanteerd,
- de student moet zijn vakdidactisch handelen in een portfolio zichtbaar maken,
- het wordt niet getoetst,
- het vindt op een andere manier plaats.

Ook hier kunnen combinaties voorkomen. Het komt erop neer dat vrijwel alle studenten in hun portfolio

verslag van hun stage doen. Aangenomen mag worden dat dit gebeurt aan de hand van geëxpliciteerde criteria – bijvoorbeeld neergelegd in een observatieschema, hoewel lang niet alle opleidingen dit expliciet noemen. Slechts één opleiding vermeldt dat ook de stagebegeleider op school de stage beoordeelt. Een aanbeveling kan zijn de stagebegeleider altijd mee te laten beoordelen. Een andere aanbeveling kan zijn om studenten, voorafgaande aan hun stage en hun praktijkonderzoek, een toets over hun vakdidactische kennis af te nemen, zodat er enige zekerheid is dat zij goed voorbereid beginnen aan hun stage, waarin meestal ook steeds het praktijkonderzoek plaats vindt.

Tabel 7: Toetsing van de vakdidactische competenties in de schoolpraktijk

<b>Instelling</b>	<b>Vakdidactiek: de toetsing</b>
Leiden (UL)	Geen toetsing
Nijmegen (RU)	Geen toetsing
Amsterdam (UvA)	Observatieschema en portfolio
Groningen (RUG)	Portfolio
Amsterdam (VU)	Portfolio
Utrecht (UU)	Observatieschema en portfolio, ook beoordeling door stagebegeleider
Enschede (UT)	Portfolio
Delft (TUD)	Observatieschema en portfolio
Eindhoven (TU/e)	Portfolio
Amsterdam (HvA)	Observatieschema en portfolio
Tilburg (FLOT)	Portfolio
Utrecht (HU)	Portfolio
Arnhem-Nijmegen (HAN)	Portfolio
Leeuwarden (NHL)	Geen toetsing

Hier kan nog gemeld worden dat bij de HBO-opleidingen de begeleiding en beoordeling vrijwel volledig gescheiden plaatsvinden. Hoe dat bij de universitaire opleidingen ligt, is in dit onderzoek niet geïnventariseerd.

### **Handboek**

We sluiten de inventarisatie af met de vraag naar de bekendheid en het gebruik van het *Handboek* in de opleiding. Over deze vraag kunnen we kort zijn.

Alle respondenten op één na zijn ermee bekend. Die ene afwijkende respondent geeft aan er enigszins bekend mee te zijn. In tabel 8 is weergegeven hoe het *Handboek* in de opleiding gebruikt wordt. Alle opleidingen op die ene na gebruiken een of meer hoofdstukken van het *Handboek*. Soms beperkt dit zich tot het gebruiken van een hoofdstuk door een individuele student bij het voorbereiden van zijn lessenserie, onderzoek of stageopdracht, soms is één hoofdstuk verplicht voor alle studenten.

Tabel 8: Gebruik van het Handboek in de opleiding

<b>Instelling</b>	<b>Gebruik van het Handboek in de opleiding</b>
Leiden (UL)	De hoofdstukken: Leren en onderwijzen van wiskunde, Variabelen en vergelijkingen, Toetsen, Meetkunde, Functies
Nijmegen (RU)	Alle hoofdstukken, als aanvullende literatuur
Amsterdam (UvA)	Alle hoofdstukken; het <i>Handboek</i> wordt ook getentamineerd; de hoofdstukken rond algemene onderwerpen zoals ICT worden niet gebruikt. Uitgangspunt zijn de wiskundeonderwerpen. Het eerste hoofdstuk over Leren en onderwijzen van wiskunde: bij de start van de opleiding, de andere hoofdstukken in het tweede semester.



Tabel 8: Gebruik van het Handboek in de opleiding

Groningen (RUG)	Alle hoofdstukken, vooral als verwijzingsbron. Studenten bestuderen een hoofdstuk dat relevant is voor hun lessenserie, hun onderzoek, hun stageopdracht.
Amsterdam (VU)	Alle hoofdstukken; een aantal hoofdstukken komt expliciet aan de orde (Leren en onderwijzen van wiskunde, Toetsen, ICT, Statistiek). De overige hoofdstukken worden door de studenten gebruikt bij het ontwerpen en verantwoorden van hun lessenserie.
Utrecht (UU)	Leren en onderwijzen van wiskunde, Toetsen, Statistiek, Afgeleide, Variabelen en vergelijkingen, Modelleren
Enschede (UT)	Modelleren; het is goed naslagmateriaal en geeft snel overzicht; de andere hoofdstukken worden gebruikt als dat ter sprake komt.
Delft (TUD)	Leren en onderwijzen van wiskunde, Statistiek, Meetkunde, Modelleren
Eindhoven (TU/e)	Het wordt niet gebruikt.
Amsterdam (HvA)	De hoofdstukken die als basis een wiskundeonderwerp hebben worden gebruikt; de hoofdstukken rond algemene onderwerpen zoals ICT worden niet gebruikt. Het Handboek wordt het gehele jaar gebruikt rond een vakonderwerp.
Tilburg (FLOT)	In periode 4 gaan we waarschijnlijk twee hoofdstukken gebruiken.
Utrecht (HU)	Leren en onderwijzen van wiskunde, Afgeleide, Statistiek, ICT, Meetkunde, Functies. Leren en onderwijzen van wiskunde worden integraal behandeld. De anderen worden verdeeld en gebruikt in een expertvorm.
Arnhem-Nijmegen (HAN)	Alle hoofdstukken
Leeuwarden (NHL)	Alle hoofdstukken. Studenten worden verwezen naar het <i>Handboek</i> . Zij kunnen het gebruiken bij hun onderzoekopdrachten. Naar aanleiding van de invoering van de Kennisbasis wordt een college vakdidactiek ontwikkeld, met onder andere het <i>Handboek</i> als literatuur.

### Totaalbeeld

Het beeld dat uit deze inventarisatie naar voren komt is dat er naast gemeenschappelijke aspecten een grote verscheidenheid tussen de opleidingen is. Verschillen zijn er tussen de universitaire en HBO-opleidingen, maar ook binnen beide soorten tussen de opleidingen onderling. De verschillen tussen de universitaire en HBO-opleidingen hebben natuurlijk alles te maken met het feit dat zij verschillende doelgroepen bedienen. Toch kan ik me niet aan de indruk onttrekken dat door samenwerking de kwaliteit over en weer nog te verbeteren valt. Het *Handboek* zou daarbij een rol kunnen spelen.

### Nederland in internationaal perspectief

Wat hiervoor over Nederland is gezegd, namelijk de grote variëteit in allerlei aspecten van de eerste- en tweede- en derdegraads lerarenopleidingen voor wiskunde – maar ook voor de PABO's en de tweedegraads lerarenopleidingen – geldt ook internationaal. Net als in Nederland is er een grote variatie in omvang en spreiding van de onderdelen van de lerarenopleidingen. Dat is zowel zo tussen landen als binnen landen.

Van tien landen is met de gegevens van het genoemde rapport TEDS-M van IEA het gemiddelde aantal contacturen te berekenen dat aan vakdidactiek

wordt besteed in de voorbereiding van de aanstaande leraren in wat wij het eerste- en tweede- en derdegraads gebied noemen: 139,2 uur met een standaarddeviatie van 60,4.

Omdat Nederland niet aan TEDS-M heeft meegedaan, kunnen we dit gemiddelde van 139,2 contactuur niet goed vergelijken met wat de Nederlandse eerstegraden aan vakdidactiek krijgen. Het in tabel 2 genoemde getal van 18,9 ec is om te rekenen naar ongeveer 525 uur totale studietijd, maar daarin is alles meegeteld. Nemen we aan dat één derde van de totale studietijd contacttijd is, dan zit Nederland met 175 uur contacttijd voor vakdidactiek ruim boven de genoemde ongeveer 140 uur die daar gemiddeld bij de tien deelnemende landen internationaal aan besteed wordt. Het gemiddelde aantal contacturen is ongetwijfeld minder. Het feitelijke gemiddelde aantal uren dat een student in de tien landen van TEDS-M aan vakdidactiek besteedt, is ongetwijfeld groter dan het aantal contacturen.

Ook voor vakken als algemene didactiek/onderwijskunde is voor dezelfde tien landen het gemiddelde aantal contacturen te berekenen uit TEDS-M, namelijk 133,8 met een standaarddeviatie van 79,9. Uit tabel 2 is het daar genoemde gemiddelde van 15,1 ec voor algemene didactiek/onderwijskunde om te

rekenen naar ongeveer 415 uur. Hier gelden weer dezelfde opmerkingen en beperkingen als bij de uren vakdidactiek zijn genoemd.

Om de tien landen van TEDS-M wat meer recht te doen, moet opgemerkt worden dat zij gemiddeld ook nog 208,7 (SD=150,1) contactuur aan funderende vakken als psychologie besteden. Voor Nederland heb ik hier geen gegevens over, maar ik vermoed dat dit soort vakken niet of heel mondjesmaat bij algemene didactiek/onderwijskunde aan de orde komen. Over tijd die aan stage wordt besteed geeft TEDS-M geen informatie.

### Tot slot

Tot slot van dit artikel moet nogmaals benadrukt worden dat het gebaseerd is op een vragenlijst met een beperkt aantal vragen om een inventariserend beeld te krijgen van de inhoud en organisatie van de vakdidactiek voor studenten van de eerstegraads lerarenopleidingen wiskunde. De gegevens die de vragenlijst heeft opgeleverd, worden hier met alle beperkingen vanden vermeld. Aan een belangrijk aspect, namelijk de vraag wat de scholen aan vakdidactische competenties van de afgestudeerde wiskundeleraars verwachten, is geen aandacht besteed.

De eerstegraads lerarenopleidingen moeten in mijn ogen de studenten optimaal voorbereiden op het geven van wiskundeonderwijs in vooral de bovenbouw. De vakdidactiek, het ontwerpen en uitvoeren van dit onderwijs, is een van de twee belangrijkste pijlers. De andere pijler is de wiskundige kennis. Mij lijkt dat minstens de helft van de tijd voor de vakdidactiek aan het ontwerpen, uitvoeren, evalueren van een lessenserie besteed moet worden. Dat betekent voor universiteiten bijna een half jaar voltijdsstudie en voor HBO-opleidingen slechts een kwart jaar. Want deze hebben naast het jaar voltijdsstudie met wiskundevakken slechts een half jaar voltijdsstudie voor de beroepsvoorbereiding beschikbaar.

Een eerstegraads wiskundeleraar moet voldoende wiskundekennis en vakdidactische kennis hebben en in zijn onderwijspraktijk kunnen gebruiken. De universitair opgeleide wiskundeleraar heeft de wiskundekennis gedurende vier jaar op universitair niveau opgedaan, de HBO-opgeleide in één jaar, na een bacheloropleiding, op HBO-niveau. Voor de voorbereiding op het beroep, waaronder de vakdidactiek, is respectievelijk ongeveer één of een half jaar beschikbaar. De vakdidactiek heeft een theoretisch aspect – wat is er uit onderzoek over bekend? – en een praktisch aspect waarmee de studenten in hun stage in aanraking komen. Uiteindelijk gaat het om de verbinding van deze twee aspecten. Men

spreekt over deze verbinding als de (*mathematical pedagogical content knowledge*). Dat moet in het praktijkonderzoek gebeuren. Op het praktijkonderzoek dat (in principe) vakdidactisch georiënteerd zal zijn, wil ik apart ingaan. Hiervoor is bij de eenjarige universitaire opleidingen ongeveer 8 ec beschikbaar is, bij de HBO-opleidingen ligt dat in dezelfde orde. Je kunt je afvragen wat de waarde van dit onderzoek is. Echt diepgaand kan het niet gaan, gezien de beperkt beschikbare tijd en gezien het feit dat het hier om een vorm van sociaalwetenschappelijk onderzoek gaat, waarvoor de studenten nauwelijks zijn opgeleid. In gesprekken met lerarenopleiders, bijvoorbeeld bij visitaties, wordt als doel van dit onderzoek genoemd dat de student hierdoor een ‘betere’ wiskundeleraar wordt, in die zin dat ze ‘gedwongen’ worden op een vakdidactisch verantwoorde wijze op dit onderwijs te reflecteren: wat waren de argumenten vooraf bij de keuzen van ontwerp, wat zijn de verklaringen voor de zaken die niet goed gingen, wat zijn de conclusies voor een herontwerp? Leren deze vragen vakdidactisch te beantwoorden, lijkt mij een van de belangrijkste competenties van de eerstegraads wiskundeleraar. Daarover moet het in het praktijkonderzoek gaan.

*Bert Zwaneveld*

### Noten

- [1] De kennisbasis rekenen voor de PABO is te vinden op [http://www.hbo-raad.nl/hbo-raad/publicaties/doc\\_view/1063-kennisbasis-rekenen-wiskunde-lerarenopleiding-basisonderwijs?tmpl=component&format=raw](http://www.hbo-raad.nl/hbo-raad/publicaties/doc_view/1063-kennisbasis-rekenen-wiskunde-lerarenopleiding-basisonderwijs?tmpl=component&format=raw); de kennisbasis voor tweedegraads lerarenopleidingen bètastudies is te vinden op: [http://www.hbo-raad.nl/hbo-raad/publicaties/doc\\_view/1064-kennisbasis-lerarenopleiding-voortgezet-onderwijs-beta-studies?tmpl=component&format=raw](http://www.hbo-raad.nl/hbo-raad/publicaties/doc_view/1064-kennisbasis-lerarenopleiding-voortgezet-onderwijs-beta-studies?tmpl=component&format=raw).
- [2] Voor het deelrapport over rekenen, zie <http://www.slo.nl/nieuws/dll/Rekenrapport.pdf/>.
- [3] In onderstaande tabel staan rechts de namen van de digitale katernen zoals ze op de site van ELWIER digitaal beschikbaar waren (de nummering geeft de volgorde van publiceren op de site aan) en links de titels van de hoofdstukken zoals die uiteindelijk in het *Handboek* terecht zijn gekomen. Er zijn na de digitale versie nog twee hoofdstukken toegevoegd: Kansrekening en Wiskundige denkactiviteiten.

Hoofdstukken <i>Handboek</i>	Digitale katernen
1 Leren en onderwijzen van wiskunde	0 Leren en onderwijzen van wiskunde

2 Variabelen en vergelijkingen	1 Vergelijkingen vergelijkingen
3 Functies	8 Functies, de ontwikkeling van een veelzijdig concept
4 Afgeleide	2 De afgeleide in breed perspectief
5 Meetkunde	6 Meetkunde
6 Kansrekening	
7 Statistiek	4 Statistiek
8 Modelleren	3 Modelleren
9 ICT in het wiskundeonderwijs	5 Van knoppen naar kennis
10 Wiskundetoetsen	7 Wiskundekennis toetsen
11 Wiskundige denkactiviteiten	

- [4] Het rapport is te vinden op [http://www.iea.nl/fileadmin/user\\_upload/Publications/Electronic\\_versions/TEDS-M\\_International\\_Report.pdf](http://www.iea.nl/fileadmin/user_upload/Publications/Electronic_versions/TEDS-M_International_Report.pdf).
- [5] De studielast van opleidingen worden uitgedrukt in European Credits (ec), waar 1 ec staat voor een studielast van ongeveer 28 klokuren. De studielast van één jaar voltijds studie is 60 ec.
- [6] Het WiVa-rapport *Wiskundeleraar vakbekwaam* staat op <http://www.nvww.nl/media/files/werkgroepen/beroepsregister/Wiva0804.pdf>.

## Literatuur

- Drijvers, P., Van Streun, A., & Zwaneveld, B. (Red.) (2012). *Handboek Wiskundendidactiek*. Utrecht: Epsilon.
- Van Dormolen, J. (1974). *Didactiek van de Wiskunde*. Utrecht: Oosthoek.

## – M E D E D E L I N G –

*Wiskunde, dat kun je begrijpen!*

Uitvoering: paperback, ca. 270 pagina's

Prijs: ca. € 19,95

ISBN: 978 90 351 3805 6

Auteurs: Martin Kindt & Ed de Moor

Verschijningsdatum: 29 november 2012

Duizenden jaren geleden begon de wiskunde door streepjes op botten te kerven. Millennia verder is dit vak uitgegroeid tot een veelomvattende wetenschap. Zonder wiskunde zou er geen ruimtevaart, internet, GSM of MRI-scan bestaan.

Hoewel de wiskunde zich in de loop der eeuwen heeft vertakt tot een systeem van velerlei specialisten, blijven enkele fundamentele begrippen, stellingen en theorieën de vaste basis voor iedereen die zich met wiskunde bezighoudt. In *Wiskunde, dat kun je begrijpen!* wordt een aantal van deze wiskundige kernideeën op heldere en aanschouwelijke wijze uiteengezet. Daarbij baseren de auteurs zich ook op de historische ontwikkeling van het vak dat voor velen een formeel denkspel is, maar dat van oorsprong vooral praktisch was.

In deze gereviseerde en sterk uitgebreide uitgave van het succesvolle boek *Wiskunde in een notendop* is de tekst van de oorspronkelijke hoofdstukken ver-

diept en aangevuld. Bovendien zijn er drie nieuwe hoofdstukken toegevoegd en is in elk hoofdstuk een aantal uitdagende vraagstukken voor de lezer opgenomen.

Martin Kindt (1937) en dr. Ed W.A. de Moor (1933) hebben beiden hun sporen verdiend als docent in het voortgezet en hoger onderwijs, maar ook als onderzoekers en ontwikkelaars van wiskundeonderwijs bij het Freudenthal Instituut van de Universiteit Utrecht. Beiden publiceren regelmatig over rekenen en wiskundendidactiek en de historische aspecten daarvan.

Over *Wiskunde in een notendop*:

“Helder, zakelijk, met af en toe een wat langere uitleg en een anekdote om de stof goed verteerbaar te houden, wordt de kern van het gedachtegoed van een paar duizend jaar voor de lezer uitgesteld.”  
*Natuur, Wetenschap en Techniek*

