

Boekbespreking

Titel: Handboek wiskundendidactiek
Auteur: Paul Drijvers, Anne van Streun,
Bert Zwaneveld (Red.)
Uitgever: Epsilon
ISBN: 978-90-5041-130-1

Inleiding

Zoals in voorwoord en inleiding wordt vermeld, is het voorliggende handboek bedoeld voor studenten en docenten van lerarenopleidingen, en voor leraren die al in het voortgezet onderwijs werkzaam zijn. Het boek beoogt niet voor te schrijven hoe wiskunde te onderwijzen, maar veeleer achtergronden, analyses en ontwerpadviezen te bieden bij het (zelf) inrichten van onderwijs, daarbij gebruikmakend van en verwijzend naar de inmiddels omvangrijke literatuur.

Het boek bestaat uit elf hoofdstukken, vaak door een twee- of drietal mensen geschreven, en richt zich voornamelijk op het bovenbouwgebied. Aan het boek wordt ook nog een website¹ gekoppeld, maar die was bij het voorbereiden van deze bespreking nog niet operationeel. De hoofdstukken zijn achtereenvolgens:

- Hoofdstuk 1: Leren en onderwijzen van wiskunde
- Hoofdstuk 2: Variabelen en vergelijkingen
- Hoofdstuk 3: Functies
- Hoofdstuk 4: Afgeleide
- Hoofdstuk 5: Meetkunde
- Hoofdstuk 6: Kansrekening
- Hoofdstuk 7: Statistiek
- Hoofdstuk 8: Modelleren
- Hoofdstuk 9: ICT in het wiskundeonderwijs
- Hoofdstuk 10: Wiskundetoetsen
- Hoofdstuk 11: Wiskundige denkactiviteiten.

Elk hoofdstuk heeft dezelfde structuur (en ruwweg dezelfde omvang), en bevat de paragrafen *Oriëntatie*, *Probleemstelling*, *Probleemverkenning*, *Wat we al weten*, *Ontwerpen*, *Conclusie*. De invulling van de paragrafen kan behoorlijk verschillen: zo vinden we bijvoorbeeld een historische oriëntatie in het hoofdstuk Meetkunde, terwijl het hoofdstuk Modelleren start met een modelleerprobleem. Met uitzondering van het eerste hoofdstuk bevatten de hoofdstukken diverse opdrachten. De paragrafen *Ontwerpen* weerspiegelen de filosofie van de auteurs dat wiskundeleraren ‘baas boven boek’ moeten zijn en onderwijs zelf moeten kunnen ontwerpen.



Het eerste hoofdstuk onderscheidt zich van de andere. In dit hoofdstuk worden leertheorieën beschreven. Aan bod komen systematische probleem-aanpak, niveau-theorie van Van Hiele, en de theorie van Skemp over het ontwikkelen van bruikbare cognitieve schema's. Met name dit laatste komt (terecht) zeer uitvoerig aan bod. In dit alles spelen de begrippen *Weten dat*, *Weten Hoe*, *Weten waarom*, *Weten over weten*, *Houding* steeds weer een rol. Het hoofdstuk eindigt met ontwerpsuggesties waarin onderwijs- en leeractiviteiten zoals Organisatie en Rol leraar ten slotte in diverse tabellen zijn weergegeven.

Voor lerarenopleiders en studenten zal dit best wel een lastig hoofdstuk zijn. Zeker voor beginnende studenten klinkt het waarschijnlijk allemaal tamelijk abstract: in dit hoofdstuk worden eigenlijk de definities gegeven van de begrippen waar het verder over zal gaan. Het hoofdstuk zet de toon voor de (meeste) andere hoofdstukken: het aansturen op de ontwikkeling van flexibele cognitieve schema's bij leerlingen, met andere woorden het opbouwen van netwerken

van gerelateerde begrippen en het bevorderen van wendbaarheid hierbinnen. Zoals gezegd kunnen de hoofdstukken aardig verschillen in uitwerking, ten slotte zijn er ook verscheidene auteurs aan het woord. Maar ze hebben een inventarisatie van mogelijke problemen op de diverse gebieden en hoe daarmee bij het ontwerp om te gaan gemeen. Twee hoofdstukken als voorbeeld.

In hoofdstuk 2, Variabelen en vergelijkingen, wordt uitvoerig ingegaan op het begrip variabele, en allerlei misconcepties daarover die bij leerlingen kunnen leven. Bijvoorbeeld visuele aspecten van expressies die leerlingen kunnen verleiden tot onverstandige stappen, zoals het klakkeloos wegwadrateren van worteltekens. Het nut van algebraïsche basisvaardigheden wordt met name benadrukt met het oog op het oplossen van vergelijkingen. Het hulpmiddel kennisgraaf wordt gebruikt om structuur aan te brengen in het onderwerp vergelijkingen. Ook wordt er tamelijk uitvoerig ingegaan op strategieën voor het oplossen van vergelijkingen zowel in de onderbouw als in de bovenbouw. Aan het eind van het hoofdstuk leidt een en ander tot een lijstje aanbevelingen.

Het daaropvolgende hoofdstuk over functies legt de nadruk nogal sterk op het concept functie en gaat nauwelijks in op concrete functies. De oriëntatie richt zich uitvoerig op allerlei aspecten van het functiebegrip, onder meer functies als 'processen' ('machientjes') en als 'objecten' (die je bijvoorbeeld kunt kwadrateren). Nuttig om didactisch bij stil te staan, al is de gesuggereerde koppeling met de historische gang van zaken voor discussie vatbaar. In dit hoofdstuk is de centrale probleemstelling vrij vaag geformuleerd: Welke elementen bevat een rijk cognitief schema van het concept functie voor leerlingen en welke aspecten spelen een rol bij een zorgvuldige opbouw daarvan? En in het vervolg worden wel diverse representaties van functies uitvoerig beschreven, maar wat die dan voor de te volgen didactiek inhouden, is minder expliciet. Er wordt wel gepleit om expliciet aandacht te besteden aan wat nu een functie is. Jammer dus dat de slag naar allerlei types functies zoals goniometrische functies met hun eigen problemen niet gemaakt is. Daar kan de beloofde website wellicht in voorzien.

Het voert te ver om elk hoofdstuk op deze manier te bespreken; we volstaan daarom voor sommige hoofdstukken met een aantal korte opmerkingen.

Het hoofdstuk Meetkunde gaat uitvoerig in op de rijke geschiedenis van het onderwerp, pleit voor een mix van klassieke en analytische meetkunde, en besteedt

aandacht aan probleemoplossen en bewijzen in de meetkunde met erbij passende concrete voorbeelden.

In het hoofdstuk Kansrekening vielen ons op diverse plaatsen de terloops genoemde concrete didactische aanwijzingen op.

Hoofdstuk 8, Modelleren, is bijzonder omdat het in zekere zin pril terrein betreedt in het wiskundeonderwijs. Het hoofdstuk legt nogal de nadruk op het feit dat realistisch wiskundeonderwijs zo belangrijk is, maar veel wijzer ten aanzien van hoe modelleren in je lessen in te passen word je daar niet van. Uiteindelijk worden in dit hoofdstuk een aantal aandachtspunten (zoals benodigde kennis over de probleemsituatie) en valkuilen (bijvoorbeeld een te gesloten opdracht) benoemd bij het ontwerpen van modelleeropdrachten. Daarnaast worden bronnen van opdrachten genoemd om een start te kunnen maken, maar in dit hoofdstuk laten de auteurs ook doorschemeren dat er ten aanzien van leerlijnen modelleren nog weinig bekend is.

De laatste drie hoofdstukken betreffen geen leerstofgebieden meer. In hoofdstuk 9, ICT in het wiskundeonderwijs, worden de verschillende vormen van ICT-gebruik vrij uitvoerig beschreven. Tegen het eind van het hoofdstuk komt er een paragraaf Onderwijzen met ICT, en daarin vind je concrete adviezen voor het maken van lessen met ICT, en worden er ook problemen genoemd waar je tegenaan kunt lopen.

In hoofdstuk 10, Toetsen, passeren eerst toetsvormen de revue, met kanttekeningen en inkijkjes bij andere landen. De probleemstelling richt zich voornamelijk op een aantal vragen met betrekking tot schriftelijk toetsen (bijvoorbeeld: 'Welke stappen doorloop je bij het maken van een kwalitatief goede toets?'). Aan sommige voor de hand liggende kwesties wordt vanwege de ruimte geen aandacht besteed of er wordt naar de literatuur verwezen (bijvoorbeeld ten aanzien van het geven van cijfers). Aan het inrichten van een contextrijke opgave wordt expliciet aandacht besteed, maar helaas niet aan het opstellen van 'gewone' toetsvragen, terwijl daar ook genoeg over te zeggen valt.

En al speelt het in de eerdere hoofdstukken een belangrijke rol, het bevorderen van wiskundig denken is expliciet onderwerp van het afsluitende hoofdstuk. In dit hoofdstuk valt op dat de analyse van denkactiviteiten uitvoerig is in vergelijking met de paragraaf Ontwerpen.

De hoofdstukken zijn in het algemeen vlot en goed leesbaar geschreven. Als naslagwerk, en ter ondersteu-

ning van studenten en docenten op lerarenopleidingen kan het ongetwijfeld een rol spelen. Toch zien wij zelf als lerarenopleiders ook wel problemen om dit materiaal als cursusmateriaal voor cursussen vakdidactiek te gebruiken. Naar ons idee is het daar op veel punten niet concreet genoeg voor; na de uitvoerige inleidingen is de ontwerpparagraaf vaak beperkt. Je zult als opleider hier nog flink wat bij moeten ontwerpen (dit wordt trouwens in het voorwoord ook wel gezegd). Bijvoorbeeld om adequaat rekening te houden met verschillen tussen HAVO en VWO (en met andere niveauverschillen). Veel verwijzingen naar de (wetenschappelijke) literatuur, en in het bijzonder Nederlandse literatuur, ondersteunen de teksten, maar de mate waarin echt sprake is van een wetenschappelijke onderbouwing varieert naar ons idee nogal. Een toelichting op de aard van wetenschappelijk onderzoek op het gebied van de vakdidactiek zou nuttig zijn, zeker omdat gebruikers van het handboek eerder met wiskundige (onderzoeks)resultaten vertrouwd zijn.

Het boek beoogt een opvolger te zijn van het boek *Didactiek van de wiskunde van Joop van Dormolen*

uit de jaren zeventig. En de relatie met dat boek is overduidelijk. Het wekt wel een beetje de indruk dat er in de tussentijd niets op dat gebied is gebeurd. In het bijzonder valt op dat er nergens melding gemaakt wordt van de boeken van Bram Lagerwerf. Deze speelden in elk geval een grote rol op de tweedegraads lerarenopleidingen, die ook een doelgroep vormen volgens de inleiding.

De beloofde website bij het boek moet zeker een rol spelen richting concrete invulling. En dat kan op allerlei manieren. Een start zou bijvoorbeeld een lijstje kunnen zijn van boeken en artikelen die een eerste ingang bieden in de literatuur en waar bovendien relatief gemakkelijk aan te komen is.

*Bram van Asch, Hans Sterk
Faculteit Wiskunde en Informatica/Eindhoven School
of Education
Technische Universiteit Eindhoven*

Noot

[1] <http://www.epsilon-uitgaven.nl/E72.php> en
<http://www.fisme.science.uu.nl/nl/handboek/>