

De rubriek *Uit de ivoren toren* wil een bijdrage leveren aan het overbruggen van de kloof tussen onderzoek en onderwijs door de resultaten van recent wetenschappelijk onderzoek te vertalen in bruikbare conclusies voor de praktijk van het wiskundeonderwijs. In deze aflevering beschrijven **Arthur Bakker, Monica Wijers, Djonie Groenveld en Huub Nilwik** tot welke concrete bevindingen hun PROO-onderzoek naar rekenen in beroepscontexten heeft geleid.

Uit de ivoren toren: rekenen in beroepscontexten

Rubriek

Inleiding

Er wordt veel geklaagd over de rekenvaardigheden van leerlingen in het beroepsonderwijs. Maar wat is nu precies het probleem? En vooral: hoe lossen we het op? In dit artikel bespreken we één manier om beroepsspecifiek rekenen te oefenen, namelijk met een computerprogramma dat rekenen integreert met een beroepstaak.

Er zijn uiteraard leerlingen die niet goed hebben leren rekenen in het basisonderwijs of bij wie het is weggezaakt in het voortgezet onderwijs. Maar dat is niet het hele verhaal. Zelfs als een leerling redelijk heeft leren rekenen, kan hij zijn rekenvaardigheden niet altijd goed toepassen in een beroepscontext. De wetenschappelijke literatuur laat zien dat er grote verschillen zijn tussen schools en beroepsgericht rekenen en dat de transfer van het ene type naar het andere verre van triviaal is. Zodra je gaat rekenen in een beroepscontext, kan het namelijk ingewikkeld worden. Dat komt meestal niet doordat het rekenen op zichzelf zo moeilijk is, maar doordat de oplossing van een probleem op de werkvloer veel meer vergt dan het oplossen van een rekensom. Een authentiek probleem vraagt om mathematiseren of modelleren en het afwegen van allerlei verschillende factoren. Steen (2003, p. 55) vult aan: “Mathematics in the workplace makes sophisticated use of elementary mathematics rather than, as in the classroom, elementary use of sophisticated mathematics.”

Wat heeft dit voor consequenties voor het beroepsonderwijs? De kracht van abstractie en generalisatie is dat het toepassingsbereik groot is, maar de meeste studenten in het beroepsonderwijs vinden rekenen en wiskunde lastig, abstract en vaak ook irrelevant (Onstenk, 2002). Dat suggereert dat we voor hen het rekenen moeten koppelen aan hun complexe praktijk. Dan zien ze het nut ervan in en kunnen ze het ook toepassen.

In dit artikel illustreren we een voorbeeld van beroepsgericht rekenen uit het middelbaar laboratoriu-

monderwijs. Ons doel is om te laten zien hoe studenten effectief en efficiënt beroepsgerichte rekenvaardigheden kunnen ontwikkelen. Zoals ons onderzoek laat zien, kan dit met een computerprogramma dat wij hebben ontwikkeld, de ‘verduntool’. Deze tool is gratis toegankelijk op internet.¹



fig. 1 Prepareren van verschillende bekende concentraties als voorbereiding op het maken van een kalibratielijijn.

Verdunnen

Het rekenen dat we onder de loep nemen, is gekoppeld aan het verdunnen van vloeistoffen. Studenten van de middelbare laboratoriumopleidingen leren om concentraties van allerlei stoffen in water te bepalen. Daarvoor kun je een spectrofotometer gebruiken. Die meet de extinctie (uitdoving) van het laserlicht dat door de vloeistof schijnt en wordt tegengehouden door de te meten stof, maar dit werkt alleen nauwkeurig bij lage concentraties. Je moet dus meestal flink verdunnen voordat je een concentratie kunt meten. Veel studenten vergeten vervolgens om de gemeten concentratie terug te rekenen naar de oorspronkelijke concentratie. Een veel gebruikte manier is om met verdunningsfactoren te werken: als je met een factor tien verdunt, moet je uiteindelijk ook met een factor tien vermenigvuldigen om de oorspronkelijke concentratie te bepalen. Zie bijvoorbeeld opgave 2 uit de voortoets (figuur 2). Een veelgemaakte fout is dat studenten verdunningsfactoren optellen in plaats van vermenigvuldigen (zie opgave 3 in de voortoets).

Opgave 2

Je wilt de concentratie nitraat in een monster vijverwater weten. Hiertoe pipetteer je 10 ml in een maatkolf van 250 ml en vult aan met demiwater. De concentratie nitraat die je vindt, is 0,03 mg/L. Wat was de concentratie nitraat in het oorspronkelijke monster? Geef je berekening en geef je eindantwoord in twee significante cijfers!

Opgave 3

Je wilt de concentratie kalium in een monster slootwater weten. Hiertoe pipetteer je 10 ml in een maatkolf van 100 ml en vult aan met demiwater. Hieruit pipetteer je nogmaals 10 ml in een maatkolf van 50 ml en vult aan met demiwater. De concentratie kalium die je vindt, is 0,021 mg/L. Wat was de concentratie kalium in het oorspronkelijke monster? Geef je berekening en geef je eindantwoord in drie significante cijfers!

Opgave 5

Je hebt een standaardoplossing calcium-ionen van 1000 mg/L en je wilt bij het maken van een verdunningsreeks een concentratie maken van 250 mg/L in een maatkolf van 100 ml. Hoeveel ml standaardoplossing moet je pipetteren en waarom?

fig. 2 Deel van de voortoets van het onderwijsexperiment. De antwoorden worden gegeven aan het eind van dit artikel.

Om een onbekende concentratie te vinden, is over het algemeen een kalibratielijne nodig, maar die is alleen bruikbaar in het zogenaamde 'lineaire gebied' – waar de extinctie in de spectrofotometer lineair afhankelijk is van de concentratie van de stof. Aan de hand van bekende concentraties kunnen we metingen doen, en door de gevonden punten stellen we een kalibratielijne op met behulp van regressie. Daartoe is enig rekenwerk nodig, zoals in opgave 5 van de voortoets (figuur 2).



fig. 3 Meten van de verschillende bekende concentraties met een spectrofotometer en daaraan gekoppeld computerprogramma.

Het werken met verdunningsfactoren is een vorm van verhoudingsgewijs redeneren en het is bekend dat leerlingen vaak moeite hebben met verhoudingsgewijs rekenen. Maar, zoals eerder aangekondigd, dit is slechts een deel van het verhaal. Hoewel wij als auteurs menen goed te kunnen rekenen, moesten we toch steeds weer hard nadenken over het beroepsgerichte rekenen van

de analisten. Wij wisten aanvankelijk niet genoeg over het meten met een spectrofotometer om te begrijpen wat het lineaire gebied en detectiegrenzen zijn waarbinnen precies gemeten kan worden. Een term als 'salicylzuur' maakte ons onzeker: wat doet zo'n chemische stof als je er water bij doet? Dit soort omringende kennis en bijkomende onzekerheid maken het beroepsgerichte rekenen lastig. Alle geïnterviewde docenten benadrukten dat studenten en veel analisten het rekenwerk rondom verdunningen moeilijk blijven vinden, terwijl het toch heel belangrijk is in het beroep. We besloten daarom een applet te maken waarmee ze dit konden oefenen.

Verduntool

Computerprogramma's bieden de mogelijkheid om beroepsgericht rekenen aantrekkelijk te maken. Ten eerste kan een applet de situatie visueel en tastbaar maken. Het abstracte rekenen kan worden gekoppeld aan handelingen die studenten gewend zijn van het labwerk, bijvoorbeeld pipetteren, met gedemineraliseerd water aanvullen, en het cuvet in de spectrofotometer doen. Ten tweede kunnen studenten ermee werken waar en wanneer ze maar willen, ook als er geen medestudent, docent of stagebegeleider is die ze kan helpen. Ten derde kan een applet meteen feedback geven. De verduntool geeft niet alleen aan of het antwoord goed is, maar biedt ook een hulpfunctie met uitleg over bepaalde rekenstappen.

Het overkoepelende leerdoel is dat studenten de concentratie van stoffen in een monster kunnen bepalen. De subdoelen zijn:

- Kunnen kiezen of berekenen van een geschikte verdunningsfactor;
- Uitslagen van kleurstrips en spectrofotometer kunnen interpreteren;
- Extinctieformule (extinctie = constante k * concentratie) correct kunnen toepassen;
- Uit de concentratie van een meetmonster de concentratie van het oorspronkelijke monster kunnen berekenen;
- Kalibratielijne kunnen opstellen met vastgestelde grenzen.

We hebben in ons onderzoek de hypothese getoetst of studenten van de laboratoriumopleidingen met de verduntool het rekenen rond verdunningen effectief en efficiënt kunnen leren. Met effectief bedoelen we dat ze de belangrijkste rekenvaardigheden goed leren, en dit maten we met voor- en natoetsen. Met efficiënt bedoelen we dat het onderwijs weinig tijd en geld kostte: het waren korte interventies van 50-90 minuten met weinig docentinspanning. Bovendien was het

programmeren van de verduntool niet erg duur (300 uur programmeertijd). Verder wilden we weten wat de studenten en docenten van het werken met de verduntool vonden.

Beschrijving van de verduntool

Er zijn verschillende typen opgaven mogelijk, van makkelijk naar moeilijk. De rode draad in het programma vormt de kleurschakering: een lichte kleur geeft een lage concentratie aan, of het nu om een stof in een maatkolf gaat of om de kleur langs de as van een grafiek.

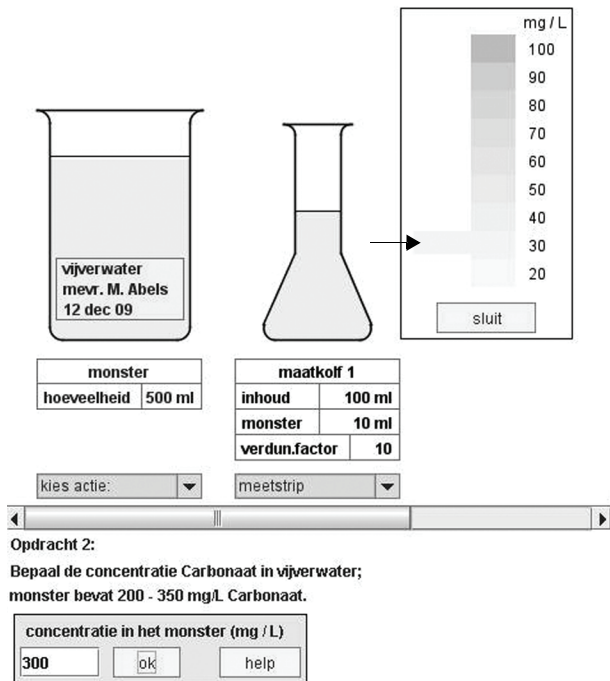


fig. 4 Oplossing 10 keer verdund; de resulterende kleur past bij de concentratie van 30 mg/L op de meetstrip (zie pijl).

In het eerste type opgaven hoeven studenten alleen een kleur van een kleurstrip af te lezen. In het tweede type moeten ze eerst verdunnen, aflezen en vervolgens terugrekenen naar de oorspronkelijke concentratie (figuur 4).

In het derde type opgaven moeten ze geschikte verdunningen kiezen om binnen het meetbereik van een spectrofotometer te komen (figuur 5).

De opgave wordt moeilijker als er twee keer achter elkaar verdund moet worden. Het aflezen van de gemeten concentratie kan eerst nog in een grafiek, maar in het vierde type opgaven moeten studenten die berekenen aan de hand van de extinctieformule (figuur 6).

Tot slot oefenen studenten in het vijfde type opgaven met berekeningen rond het opstellen van een kalibratielijn (figuren 7 en 8).

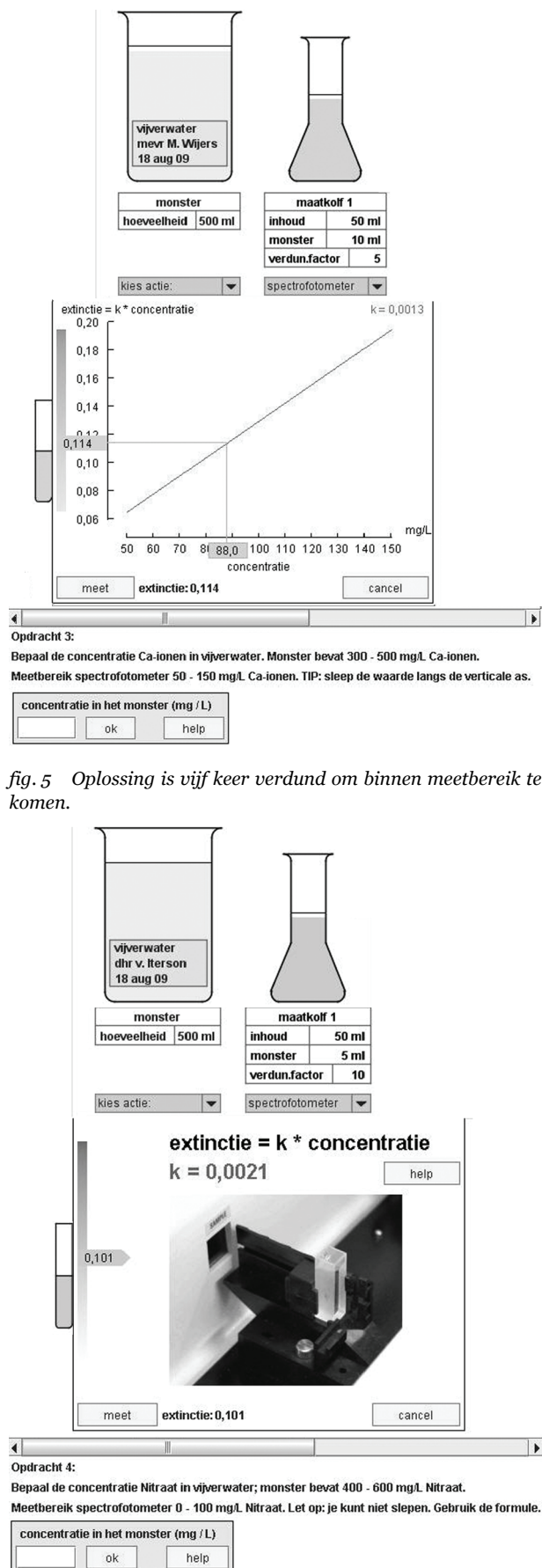


fig. 5 Oplossing is vijf keer verdund om binnen meetbereik te komen.

fig. 6 De extinctiewaarde is gemeten en met de formule kan nu de concentratie worden berekend.

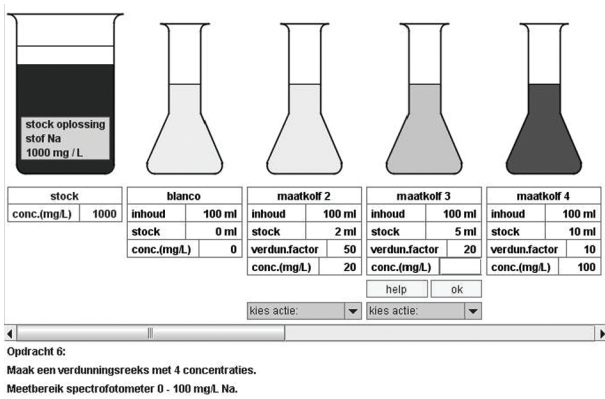


fig. 7 Verdunningen zijn gemaakt. De concentratie van maatkolf 3 moet nog worden ingevuld voordat een kalibratielij kan worden opgesteld.

maatkolf 2		maatkolf 3		maatkolf 4	
d	100 ml	inhoud	100 ml	inhoud	100 ml
	2 ml	stock	5 ml	stock	10 ml
n.factor	50	verdun.factor	20	verdun.factor	10
(mg/L)	20	conc.(mg/L)	50	conc.(mg/L)	100

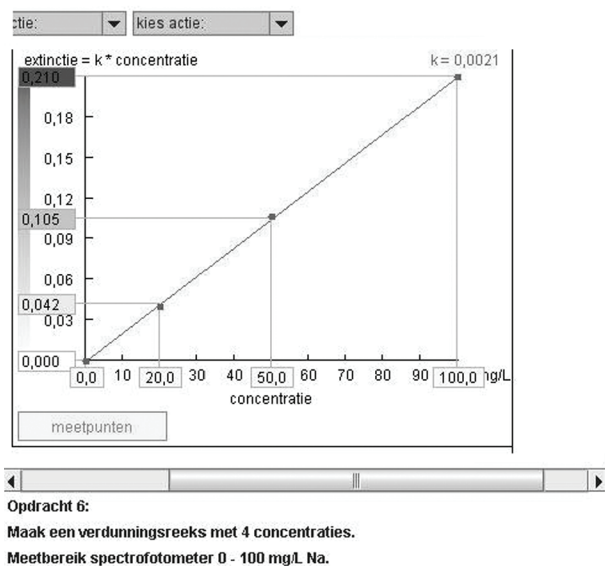


fig. 8 Bij de verdunningsreeks is de kalibratielij (regressielij) gemaakt.

Aanpak

De verduntool is eerst uitgetest met tweetallen studenten van het Drenthe College en twee eerste klassen van ROC Midden Nederland. Hierbij waren steeds enkele onderzoekers aanwezig. Er zijn ook mondelinge en schriftelijke uitspraken van studenten verzameld om een indruk te krijgen van hun motivatie om met de verduntool te werken. Op basis van de ervaringen is de tool verbeterd. Zie tabel 1 voor informatie over de deelnemers aan het onderzoek en de gevolgde procedure. De schriftelijke voor- en natoetsen bestonden uit vijf opgaven (figuur 2) die zonder applet werden opgelost. Vier docenten van de labopleidingen meenden onafhankelijk van elkaar dat de voor- en

natoets even moeilijk waren. De antwoorden staan aan het eind van het artikel. In ROC Midden Nederland heeft de docent kort klassikaal enkele opgaven besproken maar in alle andere gevallen hebben studenten zelfstandig aan de verduntool gewerkt.

Tabel 1: Informatie over de deelnemers en procedure

Opleiding (periode) en aantal studenten (eerstejaars behalve in Groningen)	Procedure
Drenthe College (2009-2010) 10 studenten	- acht opgaven in tweetallen achter de computer
ROC Midden Nederland (2009-2010) 44 studenten	- voortoets (25 minuten) - les 1 (45 min.) - les 2 (discussie en 45 minuten tool) - natoets (25 minuten)
ROC Zeeland (winter 2010) 24 studenten	- voortoets, aansluitend 50 zelfstandig werken aan verduntool en natoets de week erna
ROC Zeeland (winter 2011) 32 studenten	- voortoets, aansluitend zelfstandig werken aan verduntool, natoets week erna
Noorderpoort Groningen (voorjaar 2011) 30 derdejaars	- voortoets - 90 minuten verduntool (na twee weken) - natoets (weer 12 dagen later)
ROC Leiden (winter 2010) Klassen met vooropleiding vbo-kader en basisberoeps 17 respectievelijk 15 studenten	Experimentele groep: - Voortoets, uur werken met verduntool en natoets de week erna
	Controlegroep: - voortoets, gewone les (niet over verdunningen) - natoets week erna
ROC Midden Nederland (winter 2011) 18 respectievelijk 15 studenten	Experimentele groep: - voortoets, uur werken met verduntool en natoets de week erna
	Controlegroep: - voortoets, gewone les over verdunningen (uur) - natoets week erna

Meningen over het werken met de verduntool

Van de 123 verzamelde uitspraken waren er 79 opmerkingen positief (64%). We citeren enkele veel voorkomende termen en zinsneden: "Leuk, grappig, goed verzonnen, veel geleerd, je weet meteen of je het goed hebt, ik zie het voor me, kan het beter onthouden, duidelijker dan leraar." Hieruit spreekt dat de studenten, zelfs met de eerste versie van de verduntool, over het algemeen gemotiveerd waren en het visuele karakter met de feedback waardeerden. Een voorbeeld van een negatieve uitspraak (vooral van studenten die goed konden rekenen): "Het is steeds

hetzelfde.” Een neutrale uitspraak was: “Het ging wel goed.”

Ook docenten meldden spontaan hun enthousiasme. Een docent wiskunde en chemie emailde ons: “Ik heb dit jaar in mijn eerste klas echt het idee dat het werkt. Er zijn minder problemen met berekeningen via verdunningen.” De Stichting Consortium Beroepsonderwijs heeft de verduntool opgenomen in twee projectwijzers voor de labopleidingen. Docenten – ook uit de chemie- en biologiesecties – prezen het visuele en moderne karakter van de verduntool, en de directe feedback. Studenten gaan zo voor hun gevoel niet af voor de docent of voor elkaar, en als ze meer willen oefenen, kunnen ze thuis verder. Bovendien brengt de tool wiskunde- en chemiestof samen terwijl die normaal verspreid over het jaar aan de studenten wordt aangeboden. Dat laatste is relevant gezien het karakter van beroepsgericht rekenen: de moeilijkheid zit niet alleen in het verhoudingsgewijs rekenen maar vooral ook in de verbinding met de – in dit geval chemische – context.

Leerresultaten

De leerwinst is gemeten met voor- en natoetsen. De resultaten (tabel 2) laten zien dat de vaak als moeilijk ervaren berekeningen toch effectief en efficiënt geleerd werden. In 50 tot 90 minuten boekten studenten gemiddeld een statistisch significante leerwinst in alle klassen die met de verduntool gewerkt hebben.

Tabel 2: Experimenten met voor- en natoetsen maar zonder controlegroepen

	Voortoets gemiddeld	Natoets gemiddeld
Midden Nederland 2010	4,4	7,5
ROC Zeeland 2010	4,4	6,6
ROC Zeeland 2011	5,8	7,3
Groningen 2011	6,1	8,2

Er is op twee opleidingen ook met controlegroepen gewerkt. In Leiden volgde de controlegroep een reguliere les waarin de verduntool niet gebruikt werd en waarin geen aandacht voor verdunnen was. Hoewel de klassen niet significant verschilden op de voortoets, scoorde de experimentele groep ondanks de korte ervaring met de verduntool significant hoger dan de controlegroep. Beide (vergelijkbare) klassen hadden een vooropleiding in het VMBO kaderberoeps; dat verklaart vermoedelijk hun lagere score op de voortoets.

Maar wat is de meerwaarde van het computerprogramma nu boven een reguliere les over verdunnen? Om dit te onderzoeken hebben we het jaar erna een docent van ROC Midden Nederland gevraagd in de ene groep de verduntool te gebruiken en in de andere

(vergelijkbare) groep het verdunnen op de gebruikelijke wijze te onderwijzen (eigen lesmateriaal, pen-en-papier, schoolbord). Ook nu bleek de experimentele groep het significant beter te doen dan de controlegroep (tabel 3). De controlegroep was niet significant vooruitgegaan (6,0 naar 6,5), terwijl de experimentele groep van 5,7 naar 8,1 steeg.

Tabel 3:

ROC Leiden experimenteel (N=15)	3,0	5,7
ROC Leiden controlegroep (N=17)	3,3	3,5
ROC Midden Nederland (2011) experimenteel	5,7	8,1
ROC Midden Nederland controlegroep	6,0	6,5

Conclusies en discussie

De resultaten laten zien dat het mogelijk is om effectief en efficiënt beroepsgericht rekenen te oefenen met behulp van geschikte software. Verder waren de studenten en hun docenten over het algemeen positief over de verduntool en het werken ermee. We vinden het opvallend dat het werken met de verduntool zelfs tot significant betere resultaten leidde dan in de controlegroep, die uitleg kreeg van de docent en oefende met het gebruikelijke lesmateriaal. Dit wijst er vermoedelijk op dat het visuele karakter van de tool en de koppeling aan praktijkhandelingen de studenten helpen om te begrijpen wat ze doen en te onthouden hoe de berekeningen werken. Verder denken we dat een sterk punt is dat wiskunde en chemie worden samengebracht. In de meeste curricula blijken de berekeningen rond verdunningen en gerelateerde begrippen als correlatie en regressie verspreid over het eerste jaar voor te komen, en verspreid te zijn over de wiskunde- en chemieboeken. Het bijeenbrengen in één computerprogramma heeft volgens de betrokken docenten grote voordelen.

Hoewel rekenen lastig blijft voor veel leerlingen, laat ons onderzoek zien dat onderwijs met speciaal ontworpen computerprogramma's tot grote leerwinst op beroepsspecifieke berekeningen kunnen leiden, zelfs als de docent geen instructie geeft. Dit wil niet zeggen dat de docent overbodig wordt in lessen met zulke programma's. Wij denken dat de leerwinst nog groter kan zijn als de docenten specifieke problemen bespreken met hun leerlingen.

Tot slot: de verduntool is alleen onderzocht in enkele labopleidingen, maar verschillende docenten en onderzoekers hebben aangegeven dat de tool ook geschikt zou zijn voor scheikundelessen in het voortgezet onderwijs.

*Arthur Bakker, Monica Wijers,
Djonie Groeneweld, Huub Nilwik
Frendenthal Instituut, Universiteit Utrecht*

Dankwoord

Het onderzoek is gesubsidieerd door de Programmaraad voor Onderwijsonderzoek (PROO) van de Nederlandse Stichting voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO) onder nummer 411-06-205. Wij danken alle betrokken docenten en studenten voor hun deelname aan het onderzoek, in het bijzonder Ruud van Iterson (Drenthe College) en Paul Rutten voor hun belangrijke ideeën over de verduntool.

Antwoorden voor figuur 1

Opgave 2

De verdunningsfactor is $250:10 = 25$.

Dus: $0,03 \times 25 = 0,75$ mg/L.

Opgave 3

$0,021 \times 5 = 0,105$ mg/L

(tweede verdunningsfactor was $50 : 10 = 5$)

$0,105 \times 10 = 1,05$ mg/L

(eerste verdunningsfactor was 10)

Opgave 5

Van 1000 mg/L naar 250 mg/L is de verdunningsfactor 4. Dus $100 \text{ ml} : 4 = 25 \text{ ml}$

Noot

[1] http://www.fi.uu.nl/toepassingen/00464/toepassing_algemeen.html.

Literatuur

Onstenk, J. (2002). Beroepscompetenties, kernproblemen en exacte vakken. In H. Sormani, J. Onstenk, R. Mulder, H. Van der Kooij, & E. Payens (Eds.), *Exacte vakken en competenties in het beroepsonderwijs* (pp. 7-26). 's-Hertogenbosch: CINOP.

Steen, L. A. (2003). Data, shapes, symbols: Achieving a balance in school mathematics. In B. Madison & L. A. Steen (Eds.), *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges* (pp. 53-74). National Council on Education and the Disciplines: Princeton, NJ.