Wiskunde C moet een volwaardig programma krijgen met een eigen gezicht. Zouden logica en logisch redeneren daar een rol in kunnen spelen? **Michiel Doorman** en **Anton Roodhart** bespreken hun ervaringen met het door henzelf ontwikkelde experimenteel materiaal.

Wiskunde: meer een filosofie dan wetenschap?

Eerste ervaringen met logisch redeneren in wiskunde C

Inleiding

Wiskunde C is nu nog een afgeleide van wiskunde A. Achter de schermen wordt echter gewerkt aan een aantrekkelijk en volwaardig vak waarvan de inhoud is afgestemd op vervolgstudies als kunst, rechten en taalwetenschappen. Wiskunde C gaat zich bovendien richten op een algemene wiskundige vorming in samenhang met de historische en culturele plaats van wiskunde in wetenschap en maatschappij. De ervaringen op scholen die met de nieuwe invulling experimenteren zijn hoopgevend (Peereboom, 2011). In ieder geval blijkt dat onderwerpen als meetkunde, algebra en logisch redeneren ook voor wiskunde C leerlingen zinvol en aantrekkelijk kunnen zijn.

Perspectief en de gulden snede lenen zich goed voor een toegankelijke en cultuur-historische benadering van meetkunde. Verschillende maten voor de leesbaarheidsindex – die de moeilijkheid van een tekst aangeeft – blijken een geschikte aanleiding voor algebra. Algebraïsche vaardigheden hoeven niet gemeden te worden, als ze maar in betekenisvolle contexten functioneren (zie Koolstra, 2007). Kan logica ook een relevant en aantrekkelijk onderwerp voor deze leerlingen zijn? Een werkgroep van cTWO[1] heeft hiertoe lesmateriaal ontwikkeld. In dit artikel laten we zien welke keuzes we gemaakt hebben en illustreren dit met ervaringen uit de klas.

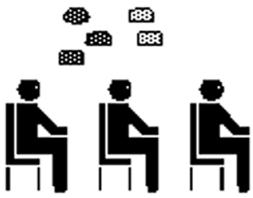
Een kennismaking

Het lesmateriaal begint met enkele puzzelachtige opgaven om leerlingen kennis te laten maken met aspecten van logisch redeneren (zie ook Bronkhorst, 2008). Een van de eerste opgaven betreft uitspraken over even en oneven getallen:

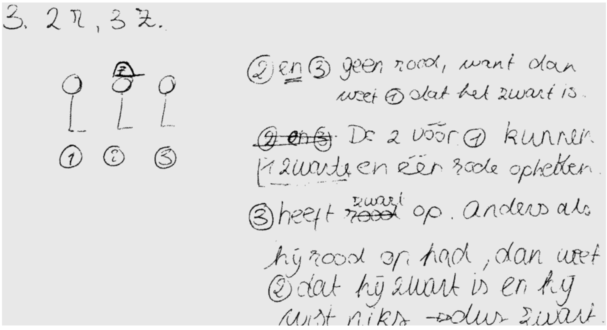
> John en Leny nemen de getallen 3 en 11 in gedachten en bedenken:
> De som $(3 + 11)$ is even.
> Het product (3×11) is oneven
>
> John zegt: "Als de som van twee getallen even is, dan is het product oneven."
>
> Leny zegt: "Als het product van twee getallen oneven is, dan is de som even."
> Hebben John en Leny gelijk?

Op een experimenteerschool antwoordt een leerling:
$4 + 4 = 8$ -> even
$4 \times 4 = 16$ -> even
Leny heeft gelijk, haar bewering blijkt te kloppen.

De meeste leerlingen motiveren hun antwoord met getallenvoorbeelden. Een docent besprak dat met de vraag naar het identiek zijn van de formules $y = x^3$ en $y = x$. Ze geven hetzelfde resultaat na invullen van $x = 0$ en $x = 1$. Ben je nog niet overtuigd? Vul dan maar in $x = -1$. Kortom, je moet oppassen met een paar kloppende voorbeelden. Aan de andere kant is slechts één tegenvoorbeeld voldoende om een bewering te weerleggen. Een volgende opgave betreft een bekende puzzel over rode en zwarte petjes:

> (3) Er zijn 2 rode en 3 zwarte petjes. Drie kinderen kennen de petjes en zitten in een rij. Ieder kind krijgt een petje op. Ze kunnen alleen de petjes zien van degenen die voor ze zitten.
>
> 
>
> Aan het achterste kind wordt gevraagd: "Weet jij welke kleur pet je op hebt?"
>
> Ze kijkt naar de 2 petjes voor zich, denkt even na en zegt dan: "Nee." Vervolgens wordt dit aan de middelste gevraagd. Die ziet maar 1 petje voor zich, denkt na en antwoordt ook ontkennend.
>
> De voorste is even stil en zegt: "Dan weet ik de kleur van mijn petje!" Welke kleur is dat?

Veel leerlingen vinden dit een lastige puzzel. Vooral het opschrijven van je redenering valt niet mee. Voor het inleven in het probleem is het mogelijk om verschillende situaties een paar keer na te spelen. Een tekening kan ook helpen. Dat is een van de aspecten van het in kaart brengen van redeneringen – het visualiseren – die in deze fase al aan bod kunnen komen.



Het analyseren van een redenering die gevolgd wordt bij het oplossen van een sudokupuzzel behoort ook tot de eerste serie opgaven. In een klas waren enkele leerlingen pas gemotiveerd voor dit lesmateriaal toen ze zagen dat sudoku's een mogelijk toepassingsgebied van logisch redeneren zijn.

Een talig vervolg

De eerste les stond vooral in het teken van puzzelen. Naast de rol van voorbeelden kwamen enkele als-dan-redeneringen impliciet aan de orde. Het lesmateriaal vervolgt met talige contexten. De echte waarde van logica blijkt vaak bij complexe teksten; dat is een reden om vroeg met teksten te beginnen. De bedoeling is bovendien dat daarmee de behoefte wordt gewekt aan meer precisie. Veel teksten hebben we gehaald uit kranten en tijdschriften. Door het bestrijken van allerlei gebieden wordt getoond dat de wereld vol zit met logica en onlogica.

Logisch
Slechts 11% van de Nederlanders reist met de bus of trein. Dat is de helft van het gemiddelde in Europa.
Logisch! Voor de prijs van een enkeltje Lelystad-Weesp (€ 6,50) maak je in een gebied van 40 km rondom Rome 24 uur lang gebruik van al het openbaar vervoer (met uitzondering van vliegtuigen en taxi's). En voor die prijs kun je met je gezin de hele dag op een gezinskaart rondtoeren in Dresden. Ik snap het wel.

Leerlingen wordt in eerste instantie gevraagd om structuur in dergelijke teksten aan te brengen door uitgangspunten en conclusies te onderstrepen en pijlen en logische tekens toe te voegen. Ze ervaren dat redeneringen vaak onvolledig zijn. Bij bovenstaand artikel wordt gegeven dat de welwillende lezer natuurlijk best begrijpt wat de schrijver bedoelt, maar dat er strikt genomen een redeneerstap ontbreekt. En de vraag is dan: welke? Bovendien zijn dergelijke teksten een aanleiding om een relatie te leggen tussen verbindingswoorden uit de logica (*en*, *of*, *als-dan*) en woorden als 'indien', 'aldus', 'want', 'alleen als', …

Deze fase in het materiaal bleek best lastig voor leerlingen en docenten. Voor de leerlingen is natuurlijk het primaire doel van de opgaven om 'het antwoord' te vinden. Maar wat is het antwoord? Lang niet altijd zijn daar scherpe criteria voor. Het belangrijkste is dat leerlingen bewust worden welke dilemma's hier spelen en welke vragen je daarbij stelt. Hoe weet je dat? Weet je dat wel zeker? Wat is de conclusie en wat zijn de (soms deels verzwegen) uitgangspunten?

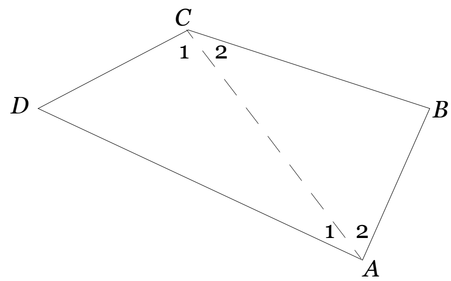
Het blijkt dat de logica in redeneringen soms ver te zoeken is. Een leerling verzuchtte tijdens de derde les: "Net als bij mijn biologieleraar, die zegt ook altijd dat iets logisch is, maar heeft dan kennelijk een heel andere redenering voor ogen dan ik kan bedenken."

Het volgende voorbeeld is meetkundig van aard. De meetkunde wordt niet systematisch opgebouwd, maar eenvoudige situaties zijn aanleiding om de samenhang tussen uitgangspunten, redeneerstappen en conclusies te analyseren.

(13) In een boek over meetkunde staat de volgende stelling:

Als ik een vierhoek heb, dan is de som van de hoeken 360 graden.

Het bewijs van deze stelling gaat als volgt:
Teken een willekeurige vierhoek en benoem de hoekpunten achtereenvolgens A, B, C en D,



Deze vierhoek kun je altijd in twee driehoeken verdelen met de diagonaal AC. Zo krijg je de driehoeken ABC en ACD. De som van de hoeken in een driehoek is 180 graden. Dus $\angle A1 + \angle C1 + \angle D = 180°$ en $\angle A2 + \angle C2 + \angle B = 180°$. Hieruit volgt dat $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$ gelijk is aan 360 graden.

a) Verklaar de laatste redeneerstap.
   Iemand twijfelt aan het bewijs. Stel dat punt D binnen de driehoek ABC ligt. Waar zijn dan de twee driehoeken?
b) Pas de stelling of het bewijs aan, zodat deze twijfel is weggenomen.

De vraag over de vierhoek kan goede discussies opleveren. Een docent laat leerlingen in groepjes deze opgave maken. Een groepje past het bewijs aan door de specifieke constructie van diagonaal AC niet meer te noemen: "Er is altijd een diagonaal die de vierhoek in tweeën deelt." Dan ontstaat de volgende discussie:

> "Of moeten we dat nu ook eerst bewijzen? We moeten een andere manier van bewijzen vinden dan door hier een lijn te trekken."
> "Je hoeft geen lijn te trekken. Je kunt ook zeggen dat de vierhoek uit 2 driehoeken bestaat."

"Maar in het bewijs kun je dan niet uitgaan van $A1$, $A2$, …"

Het mooie van dergelijke discussies is dat expliciet wordt welk type vragen je bij redeneringen kunt stellen en je kunt afvragen wat nu eigenlijk uitgangspunten zijn en hoe je die in een redenering gebruikt.

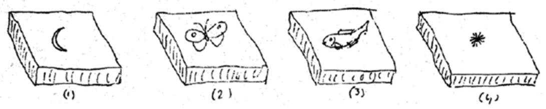
De taal van de logica

In het vervolg gaat het lesmateriaal over de bouwstenen van een redenering. Een redenering bestaat uit beweringen (die *waar* of *niet-waar* kunnen zijn) en verbindingswoorden die de samenhang aangeven. De structuur van de een redenering kan worden weergegeven met een (boom)schema. Leerlingen geven in teksten die structuur aan door onderstrepen of inkaderen.

Vervolgens wordt de taal van de logica geïntroduceerd waarin letters verwijzen naar beweringen en waarin verbindingswoorden vervangen worden door logische connectieven.

Na de behandeling van *of*, *en* en *niet*, volgt de implicatie. De valkuilen van de implicatie komen in de volgende opgave naar voren.

(31)Op de grond liggen vier zeer zware stenen. Op de ene kant is altijd een dier (vis, vlinder, ...) getekend en op de andere kant een hemellichaam (maan, zon, ...)
Iemand beweert: "Als aan de ene kant een maan staat, dan staat aan de andere kant een vis."



a) Stel de eerste twee stenen voldoen aan de bewering. Wat kan er dan aan de andere kant van de steen staan?
b) Kan aan de andere kant van steen 4 een vis staan?
c) Bij welke stenen kan aan de andere kant een maan staan?

De eerste steen met een maan geeft voor de leerlingen geen problemen, maar bij de volgende steen met een vlinder is het antwoord minder triviaal:

"Nee, achter 2 kan geen maan staan."
"Het kan een zon zijn."
"Ieder hemellichaam buiten de maan."
"Maar dan wordt het toch een andere bewering?"

Het vraagt wel wat oefening voordat je snel overziet wat je wel en wat je niet kunt concluderen. Een docent schreef op het bord de bewering: "Als het regent, dan kom ik met de bus naar school," en vroeg vervolgens aan de klas: "Vorige week maandag kwam ik met de bus. Kunnen jullie nu zeker weten dat het toen regende?" Leerlingen die het hiermee eens waren, staken hun vinger op. Hij schreef de uitslag op het bord en liet ze vervolgens verder werken uit het boekje. Aan het eind van de les kwam hij op zijn introductie terug en peilde nog een keer de stemming. Het was leuk om te merken dat toen vrijwel iedereen kon beargumenteren dat je niet zeker kon zijn over de regen. Een lekke band kan ook aanleiding zijn om met de bus te gaan. Een van de oefeningen is onderstaande opgave.

(37) Een agrarische setting:
"Als een zeug meer dan 30 dagen geleden gebigd heeft, dan is de melkproductie per dag minder dan $5\frac{1}{2}$ kg."

Deze uitspraak is waar zolang je met deze opgave bezig bent.
In de volgende situaties weet je iets meer over het aantal dagen geleden dat er gebigd is of over de grootte van de melkproductie. Probeer telkens iets te concluderen met behulp van bovenstaande uitspraak:
a) De zeug heeft 35 dagen geleden gebigd.
b) De zeug heeft 23 dagen geleden gebigd.
c) De melkproductie is 5 kg per dag.
d) De zeug heeft 8 dagen geleden gebigd.
e) De melkproductie is meer dan $5\frac{1}{2}$ kg per dag.
f) De zeug heeft minder dan 30 dagen geleden gebigd.

Op een van de experimenteerscholen hebben docenten een toetsopgave ontworpen over enkele zinnen, waaronder:

"Mark ruimt alleen zijn kamer op (k) als Els op bezoek komt (b)."

De vraag aan de leerlingen was om deze zinnen te schrijven in de taal van de logica. Dat dit nog niet vanzelfsprekend is, komt bijvoorbeeld door de alleen-als-constructie. Enkele uitwerkingen van leerlingen:

$k \Rightarrow b$
$\neg b \Rightarrow \neg k$
$b \Rightarrow k$

Door de alleen-als-constructie is de komst van Els een noodzakelijke voorwaarde voor het opruimen van de kamer. Maar er kunnen meer voorwaarden zijn! Bijvoorbeeld dat Marks kamer een zwijnenstal is. Kortom, het is niet zo dat *altijd* als Els op bezoek komt, Mark zijn kamer dan opruimt. Daardoor valt de derde uitwerking $b \Rightarrow k$ af. Hoewel hierbij aangetekend dient te worden dat de zin ook gelezen kan worden als aanscherping van "Mark ruimt zijn kamer op als Els op bezoek komt". Die zin is eigenlijk gelijkwaardig met het derde antwoord. Dit laat nog eens zien dat het omzetten van gewone taal naar formele taal niet vanzelfsprekend is. Veel van de context gaat verloren, terwijl die juist essentieel is voor de interpretatie van de zin. Het lesmateriaal biedt wel aanleiding om dit ter discussie te stellen, maar het wordt wellicht nog onvoldoende expliciet benadrukt.

De inhoud van deel 1 samengevat

Dit lesmateriaal wijkt af van gebruikelijke inleidingen tot de logica waarin de taal van de logica meestal het uitgangspunt is. We pogen het onderwerp een introductie te geven met teksten die juist om een logische verscherping vragen. Daarmee wordt de behoefte aan meer precisie gewekt. Door het bestrijken van allerlei gebieden wordt aangetoond dat de wereld vol zit met logica en onlogica (een mooi voorbeeld hiervan is te lezen in het hieraan voorafgaande artikel van Gerard Koolstra).

De representaties die hierbij gebruikt worden, zijn onderdeel van de taal van de logica: waarheidstabellen en boomstructuren. Waarheidstabellen helpen bijvoorbeeld om het verschil tussen de 'normale' *inclusieve of* (je moet een plaatsbewijs *of* een identiteitsbewijs bij je hebben) en de *exclusieve of* (je krijgt korting als je jonger dan 12 *of* ouder dan 65 bent) aan te geven. Zo'n tabel helpt ook om de gelijkwaardigheid tussen *als-A -dan-B* en *niet-A -of-B* (met de *inclusieve of*) aan te tonen.

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	$\neg A$	B	$\neg B$
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1

Hierbij is in de eerste versie van het lesmateriaal ook een computerprogramma geïntegreerd (*The Truthtable Constructor* via http://www.brian-borowski.com/Truth/). Snel worden het namelijk grote tabellen en vraagt het invullen tijd en precisie. **De ervaringen hiermee op de experimenteerscholen zijn wisselend**. Veel leerlingen vonden het werk met de tabellen erg afleiden van waar het eigenlijk om gaat. We hebben besloten om in de uiteindelijke versie van het materiaal wel waarheidstabellen aan bod te laten komen, maar heel sporadisch. Het doel is dan in de eerste plaats om enkele aspecten van de connectieven te illustreren en in deel 2 om aan te geven hoe je kunt redeneren als je de logica niet beperkt tot een tweewaardig systeem.

Vervolg lesmateriaal: deel 2

In deel 2 wordt de taal van de logica verder uitgebreid met kwantoren en Venn-diagrammen. Deze uitbreidingen zijn geen doel op zich, maar ondersteunen en verdiepen de betekenis van logische begrippen. Een doel is bovendien dat leerlingen hiermee enige flexibiliteit ontwikkelen in het werken met dergelijke representaties bij het modelleren en analyseren van redeneringen. Contexten die hier gebruikt worden, zijn het zoeken met Google, een juridisch handboek en voorbeeldopgaven uit een studieboek voor taalwetenschappen (zie onderstaand figuur).

(25)

a. Erica roskamt alle paarden	a' $\forall x[P(x) \to Ro(e,x)]$
b. Dirk geeft alle paarden aan Erica	b' $\forall x[P(x) \to Ge(d,x,e)]$
c. Iedereen zag Dirk	c' $\forall x[Me(x) \to Zi(x,d)]$
d. Erica gooide alle ballen naar Dirk	d' $\forall x[Ba(x) \to G(e,x,d)]$

In (25c) is de kwantor beperkt tot mensen. Dit houdt voor B in dat Dirk en Erica beiden Dirk zagen: Dirk zag dus zichzelf. Het gebruik van *iedereen* voor twee personen is hier wat ongewoon, maar het is wel correct.

Oefeningen met kwantoren (*er-is-een* of *voor-alle*) vinden ook in wiskundige context plaats:

(25)
Welke kwantoren kunnen op de stippeltjes staan zodat het een ware uitspraak wordt?
a. ... $x[2x+3=4x-1]$

b. ... $x[2x+3=2(x+1)+1]$

c. ... $x[(x^2=9) \Rightarrow (x=3)]$

Volgende hoofdstukken behandelen aspecten van classificeren, definiëren en axiomatiseren. Dit gebeurt onder de noemer *kennis in kaart*. We maken daarbij gebruik van zoekkaarten en contexten als het verkeer (Van Bergen, 2010). Hoe bepaalt de definitie van een 'skater' wat hij wel en niet mag? Een recent voorbeeld van de rol van een definitie betreft Lowlands. Het popfestival moet meer geld voor tickets vragen vanwege een hoger BTW-tarief. Dat tarief blijkt echter niet te gelden voor een circus. En waarom zou Lowlands geen circus zijn? Uit de krant:

> **Lowlands als circus**
>
> Het gerucht dat het festival de door het kabinet voorgenomen BTW-verhoging op de podiumkunsten zou willen ontlopen door zichzelf als circus te profileren, ontstond naar aanleiding van een interview met Omroep Flevoland.
>
> Toch wordt de mogelijkheid van een dergelijke stap in de toekomst door Lowlands niet ontkend: "Het idee is er wel, maar dat is alles", legt Bollman uit. "Het is besproken en wij zien in de definities niet echt een duidelijk onderscheid tussen muziek- en circusfestivals."

Het basisidee in dit hoofdstuk is telkens: Je hebt een hoeveelheid kennis. Die kennis is beschreven met behulp van proposities of een andere duidelijke manier. Logische redeneringen maken het mogelijk om de beginkennis uit te breiden en dat leidt tot kenniswinst.

Je kunt een bepaald kennisgebied zien als een verzameling uitspraken. Voorbeelden van zulke gebieden

Een bladzijde uit Logicomix

zijn meetkunde, de plantenflora, constructie- en compositieregels in de muziek en sociale regels. Uitstapjes naar taalkunde vervolgen de analyse van zinstructuren en zinsbouw in verschillende talen (onder andere met boomdiagrammen). En – ook facultatief – kan hier een uitstapje gemaakt worden naar de kunsttaal MIU uit *Gödel, Escher, Bach* van Douglas Hofstadter.

De laatste twee onderwerpen in deel 2 betreffen paradoxen en argumenteren. Paradoxen zijn een mooie aanleiding om de klassiekers van Zeno te behandelen, maar het is natuurlijk ook mogelijk om het verhaal van Russels paradox in de verzamelingenleer te bespreken (bijvoorbeeld als u net *Logicomix* gelezen heeft).

Het onderwerp argumenteren valt formeel buiten de afgebakende leerstof. Echter, het wegen van argumenten en het formuleren van een beslissingsregel (of een kosten-batenanalyse) geven leerlingen de gelegenheid om "over de rand te kijken". Het is daar niet de bedoeling om meer examenstof te bieden, maar om te laten zien dat er nog veel meer is dat raakt aan het onderwerp logisch redeneren. Bovendien biedt dit een mooie gelegenheid om het al bekende beter te funderen en te oefenen. De leerlingen worden voor een onbekende situatie geplaatst en moeten toch tot een aanpak komen. Een voorbeeld van een bruikbaar artikel is het volgende:

Verbied vuurwerk toch niet

Met enige verbazing las ik de afgelopen tijd stukken van mensen die pleiten voor de beperking van of zelfs een verbod op vuurwerk. Als reden noemt men de grote schade aan auto's, gebouwen en openbare voorzieningen.
Ik zou graag iets aan deze redenering willen corrigeren. Men doet nu alsof vuurwerk de boosdoener is van deze schade, maar dit is naar mijn mening niet juist. De werkelijke boosdoeners zijn personen die rond Oud en Nieuw uit zijn op rellen en hierbij soms een aanzienlijke dosis alcohol drinken.
Een verbod op vuurwerk heeft geen enkel effect. Sterker nog, de verkoop van illegaal vuurwerk zal alleen maar toenemen.
Ik vind het jammer dat veel briefschrijvers van *Trouw* zo negatief tegenover vuurwerk staan. Ik beleef veel plezier aan het afsteken van vuurwerk, net als veel andere mensen.
Ik hoop dat men inziet dat verbieden of beperken van vuurwerk geen oplossing is. De enige oplossing is het aanpakken van het gedrag van bepaalde personen tijdens de jaarwisseling.
Hugo Koetsveld, 16 jaar Hengelo (Ov.)

Een argument is hier "een punt voor" of "een punt tegen" een bepaalde uitspraak. Om tot een conclusie te kunnen komen, worden die argumenten op een, soms mysterieuze manier, gewogen. Mogelijke vragen bij dit artikel zijn:
– Maak een lijst met argumenten pro en een lijst met argumenten contra vuurwerk.

– Bedenk een weging van de argumenten en een beslissingsregel.

Het slot van deel 2 besteedt aandacht aan het analyseren van teksten op hun logische inhoud. Voorbeelden van zulke teksten zijn mondelinge en schriftelijke betogen, bewijzen, discussies, dialogen en debatten. We zijn dan bezig met het veel ruimere begrip “argumentatie”. Veel aspecten daarvan kunnen in het standaardprogramma niet aan de orde komen. Maar het is voor de leerlingen wel nuttig dat ze daar terloops mee kennismaken. Hier is tevens een mogelijkheid voor de leraar om iets eigens van dit vak te maken. Samenwerking met Nederlands ligt op de stip.

Afsluitend

Eindtermen Domein F:
Logisch redeneren (40 slu)
13 De kandidaat kan logische redeneringen analyseren op correct gebruik.
De kandidaat kan
13.1 de correctheid van redeneringen en daarbij horende conclusies, zoals gebruikt in het maatschappelijk debat, verifiëren en analyseren.
13.2 drogredeneringen en paradoxen herkennen en beschrijven.
13.3 verschillende representaties, zoals tabel en diagram, gebruiken bij het analyseren en oplossen van logische problemen.

De ervaringen met logisch redeneren laten zien dat interactie nodig, misschien wel noodzakelijk is. Eén van de docenten had een kleine groep en liet leerlingen zelfstandig het materiaal doornemen. Dat leverde regelmatig vragen en vroeg meer aandacht dan gepland in deze opzet. Het bleek niet makkelijk om dit onderwerp te behandelen in een gecombineerde wiskunde A- en C-groep. De wiskunde C-leerlingen zouden tenminste een deel van hun onderwijstijd in klassikaal verband aan dit onderwerp moeten kunnen werken. Docenten gaven aan dat ze hierbij moesten investeren in een nieuwe didactiek die hiervoor geschikt is.

In het lesmateriaal komt een aantal facultatieve onderwerpen aan de orde die zich lenen voor praktische opdrachten of profielwerkstukken. Bovendien wordt iedereen uitgedaagd om het materiaal uit te breiden met actuele voorbeelden. Deze voorbeelden kunnen op de website van cTWO gepubliceerd worden. Laat daarmee dit onderwerp en wiskunde C uitgroeien tot een levendig vak dat aspecten van wiskunde laat zien die voor deze leerlingen relevant zijn en die elders geen plek hebben.

Michiel Doorman, Anton Roodhardt
Freudenthal Instituut

Noot

[1] Zie www.ctwo.nl.

Literatuur

Bergen, R. van (2010). Logica binnen wiskunde C. *Nieuwe Wiskrant 30*(2), 41-45.

Bronkhorst, H. (2008). Als de eerste rood is, dan zijn ze allemaal rood. *Euclides, 83*(5), 274-276.

Daemen, J.W.M.J. (2007). Wiskunde C, op weg naar 2010. *Euclides, 82*(4), 140-143.

Doorman, M. (2007). Wiskunde C: daar komt muziek in. *Nieuwe Wiskrant, 27*(1), 31-34.

Koolstra, G. (2007). Leesbaarheid gevangen in formules. *Euclides, 82*(6), 228-231.

Lange, J. de, e.a. (1998). *Wiskunde C rapport*, beschikbaar op www.cTWO.nl.

Peereboom, H. (2011). Het nieuwe wiskunde C. *Euclides, 86*(6), 236-239.