Wat is een aantal kenmerken van opdrachten die brailleleerlingen ondersteunen bij het bedrijven en leren van wiskunde? Hoe kun je de interactie tussen brailleleerlingen en normaalziende leerlingen stimuleren? **Annemiek van Leendert** onderzoekt en beschrijft.

Een andere kijk

Terugblik

In de *Nieuwe Wiskrant* van december 2008 staat het artikel 'Het juiste gevoel'. In dat artikel beschrijf ik hoe je een brailleleerling kunt ondersteunen bij het leren van wiskunde. Er is daarbij een aantal knelpunten te noemen: de *communicatie* tussen de brailleleerling en de normaalziende leerling, de *toegankelijkheid* van het lesmateriaal en de factor *tijd* voor zowel de brailleleerling als de docent. In datzelfde artikel geef ik een aantal suggesties om deze knelpunten aan te pakken:

- Het stimuleren van de *taalproductie*, bijvoorbeeld door het op verschillende manieren aanbieden van de leerstof.
- Het inzetten van het programma *Excel* als alternatief voor de grafische rekenmachine.
- Het invoeren van een *wiskundenotatie* voor brailleleerlingen, die ook voor normaalziende docenten en leerlingen eenvoudig te begrijpen is.
- Het aanbieden van slechts enkele *kernactiviteiten* om de belangrijkste aspecten van een onderwerp of begrip aan de orde te stellen.

Inleiding samenwerken

Een van de meest schrijnende dingen met betrekking tot het wiskundeonderwijs aan brailleleerlingen is het gebrek aan interactie tussen de normaalziende leerling en de brailleleerling. Schrijnend, omdat de brailleleerling zich daardoor sociaal geïsoleerd voelt en niet de kans krijgt zijn wiskundige kwaliteiten voldoende te ontplooien.

Op welke manier kunnen we, gebruikmakend van de hiervoor genoemde suggesties, de interactie tussen brailleleerlingen en normaalziende leerlingen stimuleren en wat zou dat kunnen opleveren?

Dekker en Elshout-Mohr (2007) hebben een aantal criteria geformuleerd voor opdrachten die geschikt zijn voor interactie in heterogene groepen. De criteria zijn: *realistisch, complex, constructief* en *gericht op niveauverhoging*.

Voor de brailleleerling zou ik een extra criterium willen toevoegen, het criterium van *toegankelijkheid*. Het gaat daarbij niet alleen om het 'kunnen lezen' van teksten, formules en zweltekeningen (tekeningen in reliëf), de leerling moet ook een begin van een oplossing kunnen maken. In onze ziende wereld gaan we er te vanzelfsprekend van uit dat leerlingen overzicht hebben, dat ze tekst en figuren (afbeeldingen) met elkaar in verband kunnen brengen en van het gemak waarmee leerlingen aanknopingspunten voor een start aan een probleem kunnen vinden. Voor brailleleerlingen blijkt dat allerminst een eenvoudige zaak.

Aan de hand van de hierbovengenoemde criteria is de samenwerkingsopdracht op de volgende bladzijde ontwikkeld.

Criteria voor opdrachten

Voldoet deze samenwerkingsopdracht aan de genoemde criteria?

Toegankelijk

Dit criterium is met name van toepassing op brailleleerlingen. Wanneer het lesmateriaal niet toegankelijk is, is er van leren geen sprake. Het lesmateriaal moet zowel *passief* als *actief* toegankelijk zijn.

Passief toegankelijk wil zeggen dat de leerling de tekst en de wiskundenotatie moet kunnen lezen, dat de leerling, indien nodig, de beschikking heeft over zweltekeningen en dat het aangeboden concrete materiaal te gebruiken is door de leerling. Voor de brailleleerling is de opdracht geschreven in Word-braille, de gebruikte wiskundenotatie is de lineaire notatie. Bij opdracht 1a worden kaarten in verschillende vormen, met een dikte van 2 mm. en met tekst in braille, aangeboden.

Omdat de kaarten aan de onderkant beplakt zijn met magneettape en de leerling een magneetbord heeft, zijn de kaarten overzichtelijk neer te leggen (ze schui-

Het vinden van een functie waarvoor geldt dat de afgeleide van de functie gelijk is aan de functie zelf

Doel

Leerlingen laten samenwerken.
Kennis opdoen rond functies en hun afgeleiden, in het bijzonder de exponentiële functies.

Voorkennis

Grafieken en beschrijvingen van grafieken:
Exponentiële, kwadratische, goniometrische functies en differentiequotiënten.
De brailleleerling moet voldoende kennis van Excel hebben om deze opdracht te kunnen maken. De normaalziende leerlingen kunnen desgewenst eerst de minicursus Excel (maximaal 15 minuten) doen.

Werkwijze

Opdracht 1a wordt individueel gemaakt. De rest van de opdrachten wordt in tweetallen gemaakt.
Randvoorwaarden:
Eén computer of laptop per tweetal.
Bereidheid bij leerlingen om samen te werken.

Tijdsinschatting

15 minuten minicursus Excel
1,5 uur opdracht

En dan nu de opdracht...

Standaardgrafieken en hun afgeleiden

Benodigdheden:
(zie figuur 1 en 2 op volgende bladzij)
Drie kaarten met daarop de functievoorschriften $y = x\text{^}3 + 5$, $y = 3 * \sin(\text{pi}/6 * x)$ en y=4^x.
Drie kaarten met daarop de tabellen x, f(x) van deze functies.
Drie kaarten met beschrijvingen van de hellingen van de grafieken.
Magneetbord (voor brailleleerling).

Opdracht 1

a Zoek bij elke formule de juiste tabellen en beschrijvingen. Schrijf kort op hoe je aan dat antwoord komt.
b Vergelijk je antwoorden met je klasgenootje en probeer met elkaar in overeenstemming te komen.
c Wat zijn de kenmerken van de afgeleiden van deze functies?

Een bijzondere afgeleide

Voor de in de vorige opdracht onderzochte functies geldt dat de afgeleide van de functie niet gelijk is aan de functie zelf. Dat is niet altijd zo. Er is één functie waarvoor geldt dat de afgeleide van de functie gelijk is aan de functie zelf. Wat betekent dat precies? Dat betekent dat voor elk punt (a,b) van de grafiek geldt dat de grafiek een helling b heeft.
We zullen in deze opdracht onderzoeken welke functie dat is.

Opdracht 2

Voer in Excel de volgende functies in en laat Excel de functiewaarden bij verschillende x-waarden berekenen:

$y1 = 2\text{^}x$
$y2 = (y1(x + 0,001) - y1(x))/0,001$

$y2$ is een benadering van de afgeleide van $y1$.

Opdracht 3

Is $y1'$ een machtsfunctie, een goniometrische functie of een exponentiële functie? Leg uit.

Opdracht 4

Omdat $y2$ een benadering is van $y1'$, ontstaat het vermoeden dat $y1'$ ongeveer gelijk is aan $c * a\text{^}x$.
Welke waarde heeft het grondtal a? Wat is de waarde van de constante c?

Opdracht 5

Onderzoek, met behulp van Excel, de afgeleide van de functie $y = 3\text{^}x$

Opdracht 6

Neem aan dat de afgeleide van een exponentiële functie gelijk is aan een constante maal de functie zelf. De constante noemen we c(a), met a als grondtal van de functie.
Dus als $y1 = a\text{^}x$, dan is $y1' = c(a) * a\text{^}x$

Onderzoek voor verschillende waarden van a wat de bijbehorende constante c(a) is en vul de onderstaande tabel in:

a	c(a)
2	0,693
3	
4	
5	
6	

Opdracht 7

Als a niet geheel is, lukt het dan ook om c(a) te vinden?

Opdracht 8

Onderzoek voor welk grondtal a geldt dat $y1 = y1'$ en dus c(a) = 1. Geef a in vier decimalen nauwkeurig.

Opdracht 9

Schrijf enkele conclusies op:
a Wat kun je zeggen over de afgeleide van een exponentiële functie?
b Geef het functievoorschrift van de functie waarvoor geldt dat de afgeleide van de functie gelijk is aan de functie zelf.
c Motiveer waarom het bij machtsfuncties en goniometrische functies nooit zal lukken om $y1 = y1'$ te krijgen.

ven niet). Deze opdracht voldoet dus aan het criterium van passieve toegankelijkheid.

Maar dat is niet voldoende! De leerling moet een begin met een oplossing kunnen maken, de opdracht moet *actief* toegankelijk zijn. De leerling moet derhalve voldoende voorkennis hebben en het benodigde gereedschap tot zijn beschikking hebben. Bij deze opdracht moet bijvoorbeeld Excel beschikbaar zijn.

De opdracht lijkt te voldoen aan het criterium van passieve en actieve toegankelijkheid.

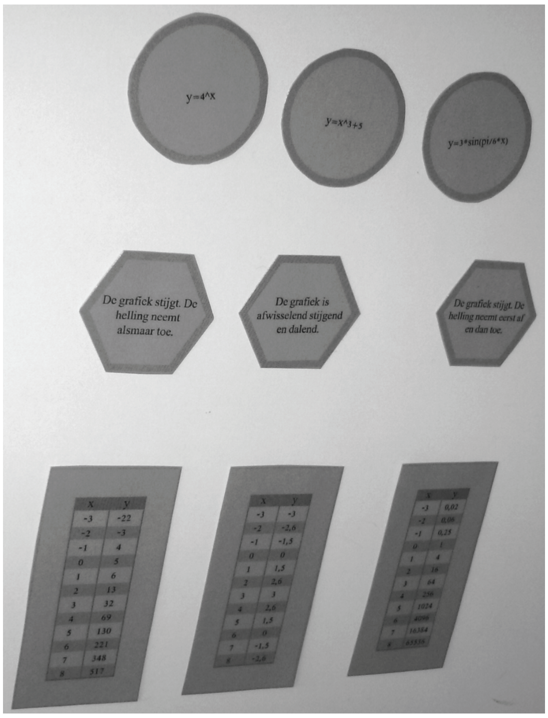

fig. 1 Kaarten, voor normaalziende leerling

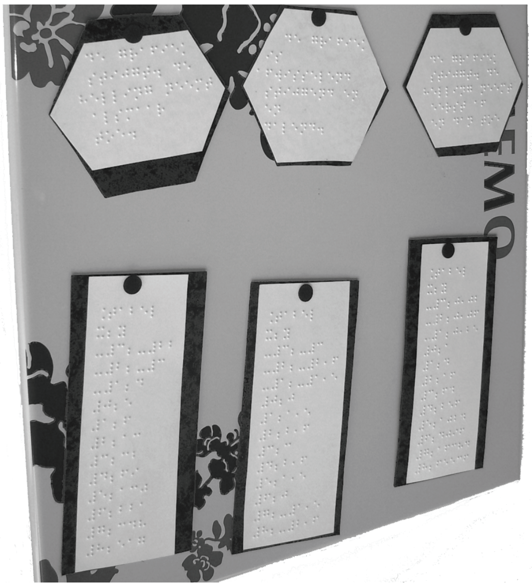

fig. 2 Magneetbord met kaarten, voor brailleleerling

Realistisch

Voor de motivatie is het belangrijk dat de *context* van de opgave *betekenisvol* is voor de leerling De leerling moet het probleem begrijpen en als zinvol ervaren. De gegeven wiskundige context van grafieken van functies en van de afgeleiden van deze functies is een realistische ingang tot afgeleiden van exponentiële functies. De verwachting is dat het voor leerlingen verrassend is dat de grafiek van de afgeleide van 2^x dezelfde vorm heeft als de grafiek van 2^x. Zo is aan dit criterium invulling gegeven.

Complex

Complex wil zeggen dat er *verschillende* vaardigheden nodig zijn om de opdracht te maken. Bij deze opdracht gaat het onder andere om het nauwkeurig lezen en schrijven van formules, het bij elkaar zoeken van de juiste kaarten, het vertellen en opschrijven van wat je doet en denkt, het maken van tabellen in Excel en het analyseren van tabellen.

Aan het criterium van complexiteit wordt bij deze opdracht dus ruimschoots voldaan.

Constructief

Constructief betekent in dit verband dat er iets *gemaakt* of *geconstrueerd* moet worden. Het denkwerk van de leerlingen wordt dan zichtbaar.

In de hier besproken opdracht moet de leerling bijvoorbeeld een aantal kaarten bij elkaar zoeken, een tabel invullen en een conclusie formuleren. Dus ook aan dit criterium wordt voldaan.

Gericht op niveauverhoging

De verwachting is dat de leerling de relatie tussen de grafiek en de afgeleide van de grafiek (beter) zal begrijpen. Het verband tussen de afgeleide en het differentiequotiënt zal ook duidelijk worden. Na het afronden van de opdracht zullen de leerlingen weten dat de afgeleide van een exponentiële functie evenredig is met de exponentiële functie zelf.

Bovendien anticipeert de opdracht op niveauverhoging bij de introductie van het getal e en de ln-functie.

Aan het werk

Bea (brailleleerling) en Nina (normaalziende leerling) gaan samen aan de slag met de samenwerkingsopdracht. Ze hebben er zin in. Vooral Bea vindt het erg leuk om eens wat 'anders' te doen.

1 Zoek bij elkaar: formule, tabel en beschrijving van grafiek

Opdracht 1a maken ze individueel. Daarna bespreken ze de resultaten met elkaar. Beide leerlingen starten met de formules.

Bea zoekt eerst de juiste tabellen bij de formules. Hardop denkend vult ze voor x de waarde 0 in. Door y (0) te controleren, vindt ze de tabellen snel. Het vinden van de juiste beschrijving kost erg veel tijd. Bea maakt daarbij alleen gebruik van de tabellen, niet van de formules.

Ze vindt het lastig om de beschrijvingen van de grafieken en van de hellingen van de grafieken te begrijpen. "Ik wou dat ik een tekening van de grafieken had. Ik begrijp eigenlijk niet wat een helling van een grafiek precies is. Dat heb ik nog nooit 'gezien' ". Zij koppelt tabel 1 aan de beschrijving 'de grafiek is afwisselend stijgend en dalend', omdat ze slechts het eerste gedeelte van de tabellen leest. Maar dan lukt het niet om de andere twee kaarten goed te leggen. Ze leest de tabellen opnieuw; dit keer leest ze ze helemaal. Ze ziet dat in tabel 2 de y -waarden eerst afnemen, dan toenemen en dan weer afnemen. Dus tabel 2, en niet tabel 1, hoort bij de bovenstaande beschrijving van de grafiek.

Ze vindt de andere twee paren door een verband te leggen tussen enerzijds de mate waarin de y -waarden in de tabel toenemen en anderzijds de beschrijving van de helling van de grafiek. Bea zegt: 'Als de y -waarde meer toeneemt, wordt de helling groter'.

Ze is enige tijd met deze opdracht bezig, maar komt uiteindelijk wel tot de goede uitkomst.

Nina komt tot hetzelfde resultaat. Ze heeft wel een heel andere aanpak. Ze koppelt eerst de formules aan de beschrijvingen en dan de formules aan de tabellen. Dat laatste doet ze op dezelfde manier als Bea. Bij de beschrijvingen leest ze voor 'helling' 'toename'. 'Dan begrijp ik het beter'. Omdat ze weet hoe de bijbehorende grafieken eruitzien, vindt ze de beschrijvingen snel. Ze ziet ook de regelmaat in de y -waarden van tabel 2. 'Dat is altijd zo bij de sinus.'

Het valt op dat Bea de formules niet gebruikt bij het vinden van de juiste beschrijvingen. Dat heeft onder andere te maken met het feit dat Bea geen volledig overzicht heeft, de formules zijn 'buiten beeld'. Bovendien denkt ze niet zoveel met de formules te kunnen. Bij Nina is het een automatisme om na te denken over de vorm, bij Bea niet. Dat heeft Bea wel geleerd, maar misschien te beperkt of te geïsoleerd. Omdat Nina zich bij de formules een voorstelling van de grafiek kan maken, zijn de gegeven beschrijvingen voor haar veel gemakkelijker te begrijpen.

2 'Ik begrijp het begrip helling niet'

Bij het vergelijken en bespreken van de antwoorden van de eerste opdracht, ontstaat er al snel een discussie. Bea zegt dat ze het begrip 'helling' niet helemaal begrijpt. Nina pakt de hand van Bea en schetst een grafiek met raaklijn.

Nina: 'De raaklijn geeft de helling aan'.
Bea: 'Maar wat betekent het dan dat een helling eerst toe- en dan afneemt?'
Nina: 'De grafiek loopt dan eerst steiler en dan minder steil. Als een raaklijn steiler loopt, loopt de grafiek ook steiler. Dat kun je je toch wel voorstellen?'
Bea: 'Hoe zit dat dan met de helling als een grafiek daalt?
Nina: 'Dan is de helling negatief'.
Bea: 'Maar als de grafiek eerst een beetje daalt en dan heel sterk daalt.'
Nina:' Dan is de helling eerst bijvoorbeeld -3 en dan wordt 'ie -10'.

Bea leest de getallen in tabel 1 nog eens en zegt: 'Je kunt het ook goed in de tabel aflezen. Bijvoorbeeld bij deze tabel (tabel 1). De verschillen tussen de y 's worden eerst steeds kleiner en dan steeds groter'.

Nina: 'En dat zie je ook aan de grafiek van $y = x^3 + 5$ '. Ze pakt de hand van Bea en schetst de grafiek. Ze benadrukt het wat vlakke deel in de buurt van $x = 0$.
Bea: 'Ik snap nu pas wat 'helling' betekent. Ik had het nog nooit gezien'.
Nina lacht: 'Ik eigenlijk ook. Omdat ik het jou moet uitleggen en jij het niet kan zien. De helling is een soort verhouding, de helling is de toename per ...'.

Omdat ze samenwerken, worden alle voorstellingsvormen van de functie: de grafiek, de formule, de tabel, de beschrijving van de grafiek en de beschrijving van de helling tot één integraal beeld. Daarvoor was dat bij allebei niet het geval. Ze hebben beiden veel baat bij het feit dat Nina de vorm van de grafieken goed kent. Omdat Bea niet kan zien en zich een helling niet voor kan stellen, wordt Nina gedwongen om nauwkeurig te formuleren. Ook daar hebben ze allebei profijt van.

3 Het gebruik van Excel voor de afgeleiden

Ze zijn nu bij de volgende opdracht aangekomen.

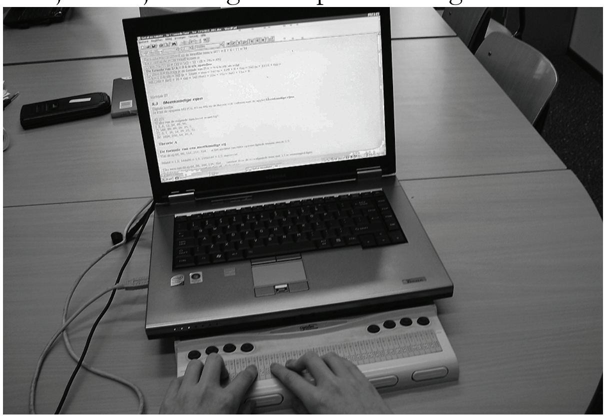

fig. 3 Computer met brailleleesregel

Opdracht 2 Voer in Excel de volgende functies in en laat Excel de functiewaarden bij verschillende x -waarden berekenen:

$y1 = 2\^{}x$

$y2 = (y1(x + 0,001) - y1(x))/0,001$

$y2$ is een benadering van de afgeleide van $y1$
Het invoeren van de functies $y1$ en $y2$ in Excel gaat aardig. Bea typt, Nina wijst op spelfouten. Ze beginnen bij $x = 1$. Bea typt in cel A1 het getal 1, in cel B1 de formule =2^A1. In cel C1 typt ze de formule van $y2$: =(2^(A1+0,001)-2^(A1))/0,001 in één vloeiende beweging.

Bea laat aan Nina zien hoe je, zonder de muis te gebruiken, een rij getallen van 1 tot en met … kunt maken. Ze typt in cel A2 de formule = A1+1 en kopieert deze cel naar de cellen daaronder. Nina is verbaasd: "Je kunt echt veel zonder muis. Dat had ik nooit verwacht". Bea glundert. Vervolgens kopieert ze, ook zonder de muis te gebruiken, de andere twee formules.

Opdracht 3 'Is $y1'$ een machtsfunctie, een goniometrische functie of een exponentiële functie?'

Bea en Nina zijn vergeten wat machtsfuncties en exponentiële functies precies zijn. Ze vragen mij om dat uit te leggen. Ik geef ze de algemene formules van exponentiële functies ($y = ka^x$) en van machtsfuncties ($y = ax^b$). Met behulp van de functies $y = 2^x$ en $y = x^3$, proberen ze de algemene formules te begrijpen. Bea stelt voor om in Excel een tabel te maken van deze functies. Wanneer ze dat gedaan heeft, zien ze bijna onmiddellijk dat bij de eerste functie de y-waarde verdubbelt. 'Dat doet de functie $y2$ ook, dus dat zal 1' ook wel doen', zegt Bea. 'Dus $y1'$ is een exponentiële functie, omdat de y-waarde steeds twee keer groter wordt'.

De ruimtelijke notatie van formules, zoals normaalzienden die kennen en gebruiken, is met de brailleleesregel niet te lezen. Bea maakt daarom gebruik van de lineaire notatie en is daar heel handig mee. Daar heeft ze bij het werken in Excel profijt van. Een brailleleerling kan niet werken met de muis, zoals u wellicht zult begrijpen. Bea laat zien dat je met behulp van sneltoetsen ook een heel eind kunt komen. Nina vindt het bijzonder dat Bea zo veel kan met Excel. Bea voelt zich daardoor 'groeien' en neemt dan ook het initiatief bij deze opdrachten. Ze zet bijvoorbeeld Excel met succes als kladblok in.
Tot zover de bevindingen.

Conclusies

Interactie

De leerlingen hebben intensief samengewerkt en daar hebben ze beiden veel van geleerd. Dat heeft niet alleen te maken met de kwaliteit van de *opdracht*. Ook de hoge mate van *heterogeniteit* van het tweetal speelt een belangrijke rol. Ik zal dat hieronder verder uitwerken.

Opdracht
Om de interactie tussen leerlingen te stimuleren zijn een aantal criteria geformuleerd waaraan een opdracht zou moeten voldoen. Hebben deze criteria gewerkt?

- *Toegankelijk* De opdracht is *passief* toegankelijk. De tekst en de wiskundenotatie zijn goed te lezen, de verschillende vormen van de kaarten zijn goed te onderscheiden en de kaarten liggen 'stil' op het magneetbord.
  Hoe zit het met de *actieve* toegankelijkheid van de opdracht?
  Bea laat soms een gebrek aan durf en zelfvertrouwen zien. In de dagelijkse lespraktijk komt ze nauwelijks toe aan het zelf bedrijven van wiskunde, bijvoorbeeld om even iets uit te proberen. Zij heeft daarvoor dus nog amper de benodigde vaardigheden kunnen ontwikkelen.
  Bij het werken met de kaarten is het voor een brailleleerling een hele klus om het overzicht te krijgen en te behouden. Op een gegeven moment waren de kaarten met formules letterlijk en figuurlijk buiten beeld. Ze mist op bepaalde momenten het overzicht. Ik denk dat zij daarmee aan de slag moet. Het is voor alle brailleleerlingen lastig om bij deze opdracht het overzicht te krijgen en te behouden, maar ik denk wel dat je dat van brailleleerlingen van dit niveau mag verwachten.
  Excel voldoet! De brailleleerling gebruikt Excel voor het berekenen van verschillende functiewaarden en ook om even wat uit te proberen.
  Samenvattend kun je zeggen dat de opdracht voldoet aan het criterium van toegankelijkheid. Soms schiet de brailleleerling zelf wat te kort, waardoor dat er niet helemaal uitkomt
- *Realistisch* Bij de opdracht met de kaarten was niet zozeer de wiskundige context, maar de werkvorm motiverend.
  De beide leerlingen hadden meer moeite met de terminologie dan ik dacht, maar het verrassende van dezelfde vorm (in de tabel) kwam snel naar voren.
- *Complex* De complexiteit van de opdracht vereist verschillende vaardigheden. Juist deze variëteit is een sterk punt. De leerlingen zijn niet allebei in deze vaardigheden even goed. Bea is bijvoorbeeld goed in het analyseren van tabellen, Nina kan juist goed werken met beelden. Het levert dus voor beide leerlingen veel op om samen te werken en daardoor kunnen ze van elkaar leren.
- *Constructief* Dankzij het werken met de kaarten, bijvoorbeeld, kunnen de leerlingen van elkaar zien of horen wat ze doen. Acties leiden tot discussies.
- *Niveauverhoging* De opdracht mikt op niveauverhoging. De interactie tussen de beide leerlingen bevordert deze. Een goed voorbeeld van de relatie

tussen interactie en niveauverhoging is de discussie over het begrip 'helling'. Dit begrip is behoorlijk uitgediept. Ook weten de leerlingen nu hoe het zit met het verband tussen de exponentiële functie en de afgeleide van een exponentiële functie.

Zijn dit nu de criteria die er toe doen? Dat lijkt inderdaad het geval te zijn. Wat bovendien helpt is dat het concrete materiaal er aantrekkelijk uitziet. Dat nodigt uit tot samenwerken met de brailleleerling.

Heterogeniteit
De heterogeniteit van het tweetal, een brailleleerling en een normaalziende leerling, bevordert de interactie op een positieve manier. Ik zal een aantal voorbeelden geven:

– Het verschil in aanpak en denken tussen beide leerlingen roept discussie op en daardoor kunnen leerlingen van elkaar leren.
– Wanneer je met een brailleleerling samenwerkt, zul je moeten praten over vormen en afbeeldingen. De opmerking 'Het plaatje spreekt voor zich' is dan niet op zijn plaats. Zelfs niet wanneer er zweltekeningen aanwezig zijn. De tekening zal altijd toegelicht moeten worden. Doordat je op een andere manier, met andere middelen, moet uitleggen, word je gedwongen om af te wijken van routines die aan betekenis hebben ingeboet. Dat leidt vaak tot (nog) meer inzicht, zoals bijvoorbeeld de discussie over het begrip helling laat zien.
– Omdat je als brailleleerling minder overzicht hebt, bestaat de kans dat je bepaalde oplossingen of alternatieve oplossingen niet ziet. Hoewel dat op zich een minpunt is, kan dat soms ook heel aardig uitpakken. In dit voorbeeld zie je dat Bea bij het ordenen van de kaarten geen gebruik maakt van de gegeven formules bij het vinden van de juiste beschrijvingen van de grafieken en van de grafieken van de afgeleiden. Ze gebruikt daarbij alleen de tabellen. Omdat dat een heel andere aanpak dan die van Nina is, vullen ze elkaar goed aan en leren ze van elkaar.

Natuurlijk kunnen er ook problemen ontstaan. In het algemeen is het zo dat een brailleleerling meer *tijd* nodig heeft om een opdracht te maken dan een normaalziende leerling. Dat heeft onder andere te maken met het feit dat een normaalziende leerling veel sneller leest met haar ogen dan een brailleleerling met haar vingertoppen, en doordat een normaalziende leerling meer overzicht heeft. Bij samenwerken kan dat er toe leiden dat de normaalziende leerling de opdracht (bijna) helemaal alleen maakt of dat er irritaties optreden. Omdat er bij deze opdracht een beroep wordt gedaan op verschillende vaardigheden, kan het lage tempo van de brailleleerling bij het lezen bijvoorbeeld gedeeltelijk gecompenseerd worden door een opvallende handigheid in Excel.

Verwoorden van vormkenmerken
Het helpt wanneer je een goed beeld van de grafieken – en van de helling van de grafieken – hebt. Dat geldt zowel voor de brailleleerling als voor de normaalziende leerling. Dit pleit voor meer aandacht voor tekeningen (van grafieken) in de wiskundelessen en voor opdrachten die uitnodigen tot het verwoorden van vormkenmerken aan elkaar. Dit verwoorden is het meest zinvol wanneer er aandacht is voor zorgvuldig taalgebruik. Een aardig voorbeeld is (weer) de discussie over het begrip helling, waarin 'toename', 'afname', 'toename per…' , 'helling neemt af', 'de helling is negatief' enzovoort allemaal aan bod komen.

Excel
Excel is een geschikt onderzoeksinstrument bij wiskunde. De brailleleerling is beter in Excel dan de normaalziende leerling en daarvan zijn beide leerlingen zich bewust. Dat heeft een positief effect op de attitude van de brailleleerling.

Docent
Bij deze opdracht was de rol van de docent zeer minimaal. De leerlingen stonden allebei open voor samenwerking. Omdat de opdracht aan de hiervoor genoemde criteria voldoet, verliep de samenwerking vrij soepel. Heel af en toe moest de docent ingrijpen, bijvoorbeeld door de leerlingen aan te sporen hardop te denken en met elkaar in gesprek te blijven.

Plezier in wiskunde
Het in een andere vorm aanbieden van lesmateriaal – niet via een papieren of digitaal boek – verhoogt het plezier in wiskunde. Dat geldt vooral voor de brailleleerling, omdat zij dat veel minder gewend is. Bea: 'Wat ontzettend leuk om eens iets anders te doen'.

Discussie en aanbevelingen
Uit het hier besproken praktijkvoorbeeld blijkt dat het mogelijk is om met behulp van een geschikte samenwerkingsopdracht een vruchtbare interactie tussen een brailleleerling en een normaalziende leerling tot stand te brengen. Deze interactie kan juist zo succesvol zijn, omdat de aanpak van beide leerlingen heel verschillend is. Bovendien wordt er een beroep gedaan op verschillende vaardigheden. De brailleleerling is beter in het ene, de normaalziende leerling in het andere. Ze vullen elkaar aan en leren van elkaar.

Bij de voorbereiding van deze opdracht ging ik op zoek naar literatuur over het samenwerken in heterogene groepen. Het gaat dan nogal eens over het samenwerken van allochtone en autochtone leerlingen. Ik vroeg me af of ik iets zou kunnen hebben aan onderzoek dat gedaan is m.b.t. het functioneren van allochtone leerlingen in het wiskundeonderwijs. Een collega gaf me het boek *Als je begrijpt wat ik bedoel* (C. J. E. M van den Boer). Dit boek is een verslag van een zoektocht naar verklaringen voor achterblijvende prestaties van allochtone leringen in het wiskundeonderwijs. Wanneer je dat boek leest en ervaring hebt met het onderwijs aan brailleleerlingen, voel je regelmatig de neiging opkomen het woord allochtone leerling te vervangen door brailleleerling. Er zijn namelijk vele parallellen te trekken. Ik zal hieronder een paar voorbeelden geven.

- De kans dat *misinterpretaties* ontstaan is bij beide groepen vrij groot. Bijvoorbeeld omdat ze een deel van de informatie missen of niet juist interpreteren. Zowel brailleleerlingen als allochtone leerlingen zijn daarom gebaat bij *taalgericht onderwijs*. Ze kunnen dan laten zien hoe ze denken en wat ze denken.
- Beide groepen hebben de neiging om zich *passief* op te stellen en weinig vragen te stellen.
- Veel docenten hebben *lage verwachtingen* van brailleleerlingen. Hetzelfde geldt voor allochtone leerlingen.

Het onderzoek naar het leren van wiskunde bij brailleleerlingen staat eigenlijk nog in de kinderschoenen. Het lijkt zinvol om ook te leren van onderzoeken – en van de daaruit voortvloeiende didactische aanbevelingen – met betrekking tot het wiskundeonderwijs aan allochtone leerlingen. Natuurlijk moet je niet alles klakkeloos overnemen. Er zijn overeenkomsten, maar ook verschillen.

Tot slot wil ik nog een ander punt hier bespreken. Veel normaalzienden, waaronder docenten en begeleiders, vinden dat wiskunde *niet zinvol* is voor brailleleerlingen. Daarom krijgt de brailleleerling vaak weinig ondersteuning bij wiskunde. Het is belangrijk dat belangengroeperingen en beleidsmakers zich sterk maken voor het recht op goed onderwijs, voor gelijke kansen. De docenten moeten voldoende tijd krijgen om zich in deze materie te verdiepen en om de brailleleerling te begeleiden. Ook zal er lesmateriaal ontwikkeld of aangepast moeten worden. Hopelijk biedt dit onderzoek daarvoor aanknopingspunten.

Annemiek van Leendert
avleendert@sensis.nl
Sensis Onderwijs Rotterdam

Annemiek van Leendert heeft in het kader van het 'Leraar in Onderzoek' -project van het NWO van september 2007 tot en met september 2009 onderzoek gedaan naar het wiskundeonderwijs voor brailleleerlingen.
Het onderzoek werd begeleid door het Freudenthal Instituut; haar begeleider was Michiel Doorman.

Literatuur

Boer, C.J.E.M. van den (2003). *Als je begrijpt wat ik bedoel.* Utrecht: CD-β Press, Centrum voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen Freudenthal Instituut

Dekker, R., & Elshout-Mohr, M. (2007). *Niveauverhoging door samenwerkend leren.* Amsterdam: Vossiuspers, UvA

Nederlands Mathematisch Congres 2010

Het zesenveertigste Nederlands Mathematisch Congres (NMC 2010) vindt plaats in Utrecht op donderdag 22 en vrijdag 23 april 2010. Dit jaarlijkse congres is de ontmoetingsplek bij uitstek van wiskundig Nederland.

Naast hoofdvoordrachten zijn er minisymposia over verschillende onderwerpen uit de zuivere en toegepaste wiskunde. Zo zullen er minisymposia worden georganiseerd rond stochastiek, meetkunde, analyse en getaltheorie, maar ook rond de impact van nieuwe ICT-mogelijkheden op wiskundebeoefening, geschiedenis van de wiskunde en biowiskunde.

Het congres geldt als officiële bijscholing voor leraren van het voortgezet onderwijs.