

Ieder jaar organiseert de opleiding wiskunde van de Radboud Universiteit te Nijmegen het Wiskundetoernooi. Dit jaar werd het toernooi voor het eerst ook simultaan in Keulen gehouden. De toernooirectie **Dion Coumans** en **Mirte Dekkers**, samen met **Klaas Landsman**, berichten uit Nijmegen. **Matthias Lippert** berichtet aus Köln.

Radboud Universiteit Wiskundetoernooi 2008 Kölner Mathematik Turnier 2008

Bericht uit Nijmegen

Wat kun je met wiskunde? Belangrijker is bijna de vraag: wat denkt een scholier dat je met wiskunde kunt? Het Wiskundetoernooi van de Radboud Universiteit Nijmegen, voor de zeventiende keer gehouden op 19 september 2008, heeft als doel om de deelnemers, leerlingen van 4, 5 of 6 VWO, opererend in teams van maximaal vijf leden, een aantal prikkelende antwoorden voor te schotelen en ze zo een positiever beeld van wiskunde te geven.

Het eerste antwoord dat we ze geven, is dit: je kunt er in elk geval een heel leuke dag mee beleven! Sinds de reorganisatie van het toernooi in 2006 wordt alles uit de kast gehaald om in ieder geval dát duidelijk te maken. Met een luxe lunch, een kubuscompetitie, een 3D-fotograaf, en rond de prijsuitreiking een live optreden.



(Foto: Dick van Aalst)

Om 11 uur begint de traditionele Estafette, waarin niet zozeer wiskundige kennis maar inzicht, logisch denken en een zekere puzzelvaardigheid centraal staan. Zelfs de deelnemers die daar niet over beschikken, raken in de ban van de opzet van de Estafette: het team krijgt een opgave, mag drie keer naar het antwoord raden (géén multiple choice!) en krijgt na het goede antwoord of het derde foute antwoord (of na opgegeven te hebben) de volgende vraag. In totaal kunnen binnen een uur twintig opgaven worden gemaakt, zodat de Estafette een race tegen de klok is. De totaalscore per team wordt in real time op grote scoreborden bijgehouden, zodat de toeschouwers steeds kunnen zien wie aan de leiding gaat. Alleen een

bezoek aan het toernooi kan een indruk geven van de spanning die dit oproept; dit jaar werd het toernooi bijvoorbeeld vereerd door de komst van FI-directeur Jan van Maanen, maar iedereen is van harte welkom! Natuurlijk gaat het uiteindelijk niet om de vorm, maar om de inhoud; de opgaven kunnen (met uitwerkingen) worden bekeken op de website van het toernooi, www.ru.nl/wiskundetoernooi. Twee voorbeelden van (wat moeilijkere) Estafette-opgaven zijn opgaven 6 en 20 van 2008: 'In hoeveel van de getallen tussen 3000 en 4000 komen meer vijfen dan zessen voor?' (Het antwoord is 220, ziet u waarom?). 'Voor elke splitsing van 101 als som van oneven getallen kan het product van die getallen worden bepaald. Voor welke splitsing is dat product zo groot mogelijk?' De Estafette geeft ons zo het tweede antwoord op de vraag wat je met wiskunde kunt: je kunt erdoor in spanning raken! Wiskunde is opwindend, uitdagend en nog leuk ook.



(Foto: Dick van Aalst)

Dit aspect speelt ook mee bij de middagwedstrijd *Sum of Us*, maar het belangrijkste doel daarvan is om een interessante maatschappelijke toepassing van de wiskunde te laten zien, en zo duidelijk te maken dat ons vak niet een hobby van excentriekelingen is, maar midden in de samenleving staat. Het thema van *Sum of Us* wordt ieder jaar opnieuw gekozen. In 2006 was het cryptografie, in 2007 financiële wiskunde, en dit jaar kozen we voor speltheorie. Dit idee kwam voort uit een prijsvraag onder Nijmeegse wiskundestudenten; de twee studenten die dit onderwerp suggereerden en ook later een grote rol speelden in de uitwerking ervan, behoorden overigens tot de twee

winnende teams van 2006. Het voorbereidingsmateriaal (eveneens te downloaden van de al genoemde toernooisite) speelt bij de middagwedstrijd een cruciale rol. Deze inleiding in de speltheorie, geschreven door een consortium van studenten en medewerkers van de Nijmeegse wiskunde, is kort maar krachtig: in tien bladzijden wordt de lezer uitgelegd wat de Puttense moordzaak met het Prisoner's Dilemma te maken heeft en hoe hij of zij gemengde Nash-evenwichten uit moet rekenen. Opgaven (met antwoorden) geven de mogelijkheid de opgedane kennis direct te testen. Dit materiaal werd begin september aan een groot aantal wiskundedocenten gestuurd, die natuurlijk zelf konden bepalen wat ze ermee zouden doen: niets (waarbij een goede score op het toernooi uitgesloten was), het aan geïnteresseerde leerlingen overlaten om het zelfstandig door te werken (zoals bij de winnende teams), het buiten schooltijd behandelen (een goede test voor de wil om het Wiskundetoernooi te winnen), of het 'opofferen' van enige lessen wiskunde D. Al deze mogelijkheden bleken in de praktijk te zijn voorgekomen. De moeilijkheidsgraad van het materiaal was in zekere zin een gok, maar gelukkig bewezen de op het toernooi geleverde prestaties dat een behoorlijk aantal teams het inderdaad goed had begrepen. Hulde!



(Foto: Dick van Aalst)

Sum of Us werd ingeleid door oud-politicus, natuurkundige, wiskundige en kinderboekenschrijver Jan Terlouw, die het volgende originele antwoord gaf op de vraag waarmee dit artikel begint: 'Met wiskunde kun je verholde onzin onderscheiden van zin.' Touché! Het bleek echter dat de op dat moment nog kansrijke scholieren zo in spanning zaten, dat de ook verder voortreffelijke inleiding van Terlouw grotendeels langs ze heen ging. Maar voor de docenten en toeschouwers was het smullen. De reden om Terlouw te vragen lag in de opzet van het onderdeel: de deelnemers moesten als expertteam adviezen opstellen aan de regering van een zeker land. Deze adviezen betroffen uiteenlopende zaken als het boren naar olie, het bepalen van visquota, het werven van gastarbeiders, en het bepalen van transportroutes voor kernafval met een saboterende actiegroep als tegenstander. Deze problemen hadden gemeen dat ze met behulp van speltheorie konden worden opgelost en zo kregen de scholieren weer een nieuw antwoord voorgeschoteld op onze hamvraag: je kunt met behulp van wiskunde op een allerminst voor

de hand liggende manier politieke problemen aanpakken. Bij twee van de vijf problemen moest bovendien onderhandeld worden met andere teams, zodat naast wiskundige ook sociale intelligentie een rol speelde: wie wordt onze woordvoerder? Wat is de taakverdeling binnen het team? Het laatste door het toernooi aangeleverde antwoord op de vraag wat je met wiskunde kunt was: je kunt er zelfs een fantastische prijs mee winnen! Natuurlijk is de echte hoofdprijs die je met de wiskunde kunt winnen een leuke, uitdagende en goed betaalde baan (om nog maar te zwijgen van het onuitputtelijke intellectuele genoeg dat de wiskunde je een leven lang kan bieden, maar leg dat eens aan een scholier uit!). Maar die geweldige baan ligt nog ver weg; wij mikken op de nabijere toekomst: de twee hoogst eindigende teams winnen niets minder dan een vijfdaagse reis naar New York. Het doel van de hoofdprijs is om een unieke, prestigieuze reis aan te bieden die met het thema van *Sum of Us* te maken heeft en de twee winnende teams ook in andere opzichten echt samenbrengt: ze delen de passie en het talent voor de wiskunde, schamen zich daar niet voor en leggen zo ook makkelijk onderling contact. De invulling van het thema tijdens de reis (15-20 oktober) was tweeledig. Ten eerste bood onze hoofdsponsor APG (het voormalige ABP) de scholieren in New York lezingen aan over het gebruik van speltheorie in het beheer van hun beleggingsportefeuilles, en ten tweede bezochten we Princeton, de bakermat van de speltheorie. Daar verrichtten zowel John von Neumann en Oskar Morgenstern (in 1944) als John Nash (in 1950) hun baanbrekende werk dat de grondslag van de speltheorie zou vormen. Wat de eerste betreft konden wij niet veel meer doen dan zijn graf bezoeken (vrijwel naast dat van Gödel gelegen), maar Nash ontmoetten we in levende lijve! Hij ontving de groep op het Institute for Advanced Study, samen met zijn collega Nobelprijswinnaar Eric Maskin, die in het voormalige huis van Albert Einstein bleek te wonen en ons dat ook genereus liet zien. Nash gaf een zeer heldere voordracht over de geschiedenis van de speltheorie, inclusief zijn legendarische eenmalige ontmoeting met von Neumann ('he could have been more appreciative'), ging met de groep lunchen en deed zelfs een deel van de stadswandeling mee.



John Nash met enkele leerlingen en studenten (foto: Ionica Smeets, zie ook www.wiskundemijes.nl van 27 november 2008).

Deze levende geschiedenis was wel besteed aan de winnende scholieren van het Vossius Gymnasium en het Barlaeus Gymnasium (beide te Amsterdam).

Ten slotte valt te vermelden dat op dezelfde dag het eerste Duitse wiskundetoernooi plaatsvond te Keulen, alwaar Rainer Kaenders sinds oktober 2007 hoogleraar didactiek van de wiskunde is. De opgaven van dit toernooi waren een vertaling van de Nederlandse, zodat de twee gelijktijdige toernooien wiskundig gezegd isomorf waren en de prestaties van de Duitse en de Nederlandse scholieren dus vergeleken konden worden. Het beste Duitse team zou in Nijmegen niet in de top vijf zijn geëindigd. Waar dit niveauverschil aan ligt, is onderwerp van nader onderzoek. Hoe dan ook is het onze bedoeling om deze samenwerking voort te zetten en eventueel zelfs uit te breiden naar nog meer landen.

*Dion Coumans, Mirte Dekker & Klaas Landsman
IMAPP, Radboud Universiteit Nijmegen*

Bericht aus Köln



Am Freitag morgen um 8:00 Uhr steigen acht Schülerinnen und zwölf Schüler, drei Lehrerinnen und ein Lehrer noch etwas müde, aber hoch gespannt in Solingen in die Bahn nach Köln. Das Gymnasium Schwertstraße nimmt mit vier Teams am Kölner Mathematikturnier teil. Die Teams sind bereits aufgeteilt. Marcel äußert eine große Sorge: Die Cracks sind nicht gut verteilt - für sein eigenes Team sieht er kaum Chancen. Um 8:30 erreichen wir den Hauptbahnhof Köln. Jetzt fahren wir noch einige Minuten mit der Straßenbahn und dann sind wir an der Mensa der Universität.

Das Mensagebäude ist groß, aber der Wettbewerb ist gut ausgeschildert. Bei der Anmeldung trennen sich die Wege von Lehrern und Schülern. Eine Stunde bleibt noch Zeit, um sich die Ausstellung IMAGINARY über algebraische Flächen in der unteren Etage der Mensa anzusehen - faszinierende Darstellungen von Nullstellengebilden.

Im Wettbewerbsraum zeigt eine große Leinwand über eine Direktschaltung den Austragungsort des Wiskunde Tournooi in Nijmegen. Prof. Dr. Rainer Kaenders moderiert gemeinsam mit Dr. Ingo Witzke das Tournoi in Köln. Gleichzeitig mit dem Wiskunde Tournooi in Nijmegen beginnt auch in Köln um Punkt 11:00 Uhr der Wettbewerb. Jedem Team ist ein Lehrer einer anderen Schule als Betreuer zugeteilt. Sobald eine Aufgabe vom

Team richtig gelöst wurde, hält der Betreuer eine grüne Karte hoch. Auf einer großen Anzeigetafel ist an roten Säulen der Punktstand eines jeden Teams abzulesen. Überall sind Helfer für den Wettbewerb in gelben T-Shirts unterwegs. Sie zeichnen die Punktstände der einzelnen Teams auf den Anzeigetafeln ein und helfen bei allen organisatorischen Fragen weiter.



Am Ende des Vormittags hat Marcells Team unter den ersten vier Teams abgeschnitten. Welche Aufgabe fanden die Schüler in Köln am schwierigsten? Natürlich Aufgabe 11, in der ein Flächeninhalt einer durch Kreisbögen begrenzten Fläche berechnet werden sollte. Das sehen die Schüler in Nijmegen genauso.

Die Versorgung in der Mensa ist gut. Getränke kann man sich jederzeit aus Regalen nehmen, ein komplettes Mittagessen bekommt man in den unteren Sälen der Mensa. Marcells Team begeht die Mittagspause in Siegerlaune. Sie erklären ihren Vormittagserfolg mit ihrer guten Teamatmosphäre.

Der zweite Teil des Wettbewerbs ist ein Strategiespiel aller Teams gegeneinander. Es geht um Spieltheorie. Die erste Aufgabe sorgt für etwas Verwirrung: Hier gibt es doch eine eindeutige Gewinnstrategie. Dies haben auch fast alle Teams schnell herausgefunden. Die folgenden Situationen sind allerdings deutlich komplexer und die damit verbundenen Aufgaben viel schwieriger zu bearbeiten. Hier zeigen sich große Unterschiede in den Vorkenntnissen und Erfahrungen der Teams und damit auch in den Erfolgen. Marcells Team ist dem Schwierigkeitsgrad der meisten Aufgaben nicht gewachsen. Am Ende des Tages gehören sie noch zu den besseren 50%.

Zur Siegerehrung ist die Botschafterin des Jahres der Mathematik, Anna-Maria Schmidt, angereist. Das beste Team hatte bereits am Vormittag einen haushohen Vorsprung errungen und am Nachmittag den Vorsprung noch deutlich ausgebaut. Ein wohl verdienter Sieg also. Auf dem Rückweg ist die Laune der Solinger Teams prächtig - auch wenn die eigenen Erfolge nicht berauschend waren. Die Aufgaben in Teamarbeit haben viel Spaß gemacht. Als wir um 18:00 Uhr aus der Bahn steigen, ist nach diesem langen Tag eines klar: Im nächsten Jahr sind wir wieder mit dabei.

*Matthias Lippert
Gymnasium Schwertstraße, Solingen, NRW
Alympiade-commissie, FI, Utrecht*