Stel, je hebt een brailleleerling in je klas. Hoe kun je die helpen bij het leren van wiskunde? Kun je grafieken en formules voelbaar maken? **Annemiek van Leendert** onderzoekt en beschrijft hoe je dat kunt doen.

Het juiste gevoel

Hoe kun je wiskunde toegankelijk maken voor een brailleleerling?

Inleiding

In Nederland zijn ruim dertig blinden die regulier voortgezet onderwijs volgen. Deze groep is meer divers dan je wellicht zou denken. Tot deze groep behoren de volblinden, maar ook de 'praktisch' of 'maatschappelijk' blinden en de zeer ernstig slechtziende leerlingen. Deze laatste twee groepen hebben mogelijk nog een zodanige visuele waarneming dat ze zich wel een visuele voorstelling kunnen maken. Sommige leerlingen zijn altijd blind geweest, andere zijn later blind geworden en hebben nog een visueel geheugen. Alle blinde leerlingen lezen in braille en worden daarom ook wel brailleleerlingen genoemd.

Het HAVO- en VWO-wiskundeprogramma geeft problemen voor brailleleerlingen: de grafische rekenmachine is niet toegankelijk voor hen, het lijkt soms onmogelijk om bepaalde wiskundige figuren en opdrachten 'zichtbaar' (bijvoorbeeld voelbaar) te maken, er zijn notatieproblemen en er zijn onvoldoende faciliteiten voor de wiskundedocent voor extra begeleiding (één op één) of ontwikkeltijd. Het gevaar bestaat dat deze leerling zich tijdens de les passief opstelt en kwalitatief onvoldoende wiskundeonderwijs geniet.

Millar (1994, 1997) heeft onderzoek gedaan naar de ontwikkeling van blinde leerlingen. Volgens haar vindt bij iedereen ontwikkeling plaats doordat het brein informatie aan elkaar verbindt. De ontwikkeling wordt gestimuleerd door dezelfde informatie met verschillende zintuigen waar te nemen. Wanneer het zicht (gedeeltelijk) ontbreekt, zal de informatie vooral uit het gehoor en de tast moeten komen.

Het gezichtsvermogen verschilt echter op een aantal punten van het gehoor en de tast. Het belangrijkste is dat het zien een simultaan karakter heeft en het horen en tasten een successief karakter. In één opslag kun je een aantal voorwerpen zien. Je zult ze echter één voor één moeten betasten. Iets dergelijks geldt ook voor het gehoor. Dit verklaart waarom blinde leerlingen veel meer tijd nodig hebben om informatie tot zich te nemen (van Dongen, 2005).

In dit artikel staat de vraag centraal hoe je wiskunde toegankelijk kunt maken voor een brailleleerling in een reguliere setting. Het is een vraag die mij al jaren bezig houdt. Ik werk als docente wiskunde en ambulant onderwijskundig begeleidster bij Sensis Onderwijs, een instelling voor leerlingen met een visuele beperking. Mijn ervaring is dat de docent zich nogal eens in handelingsverlegenheid gebracht voelt, wanneer hij geconfronteerd wordt met een brailleleerling. Welke opgaven kan de leerling wel doen, welke niet, wat zijn alternatieve leerroutes en hoe kunnen additionele materialen worden ingezet? De docent heeft grote behoefte aan didactische tips en aanvullende materialen.

fig. 1 digitaal brailleboek met brailleleesregel

Ik vind het daarom erg zinvol dat ik, in het kader van het 'Leraar in Onderzoek'-project van het NWO, onderzoek kan doen naar het wiskundeonderwijs voor brailleleerlingen. Ik richt me daarbij vooral op de bovenbouw van HAVO en VWO. Bij mijn onderzoek word ik begeleid door het Freudenthal Instituut, mijn begeleider is Michiel Doorman.

Stand van zaken

Er zijn in de loop van de tijd al wat aanpassingen en hulpmiddelen voor brailleleerlingen ontwikkeld:

Digitale boeken

De brailleleerlingen werken met digitale brailleboeken op een laptop met brailleleesregel. Vaak gebruiken ze ook een ondersteunend spraakprogramma. De boeken worden door Dedicon omgezet. De docent kan met de leerling meelezen op het scherm. De leerling kan zelf tekst invoeren via het toetsenbord. Wanneer de tekst van het digitale boek alleen uit woorden bestaat, is het op het scherm prima te lezen voor een normaalziende. Dat is wat anders wanneer het om wiskundige formules gaat. De rekenregel $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ verschijnt op het scherm als a/p · a /q = a/ p + q û . Hieronder staan de rekenregels voor machten. Kunt u ze ontcijferen?

a/p · a/q = a/p + q û
(ab)/p = a/p · b/p
;a/p ü a/q~ = a/p - q û
a/-p = ;1 ü a/p~
a/0 = 1
a/1 üq û = % /q √a
(a/p)/q = a/pq

U zult begrijpen dat deze notatie een obstakel vormt voor de communicatie tussen brailleleerlingen en normaalzienden.

Tekeningen en grafieken

De tekeningen uit het boek kunnen door Dedicon[1] omgezet worden in voelbare tekeningen, ook wel zweltekeningen genoemd. Dedicon zet niet alle tekeningen om. Als vuistregel hanteren zij vijftig tekeningen per boek. De docent kan zelf aangeven welke tekeningen omgezet moeten worden. Bij de keuze van de tekeningen moet bijvoorbeeld rekening gehouden worden met het feit dat tekeningen van driedimensionale figuren moeilijk te 'lezen' zijn voor brailleleerlingen. Het is dan aan te raden om, indien mogelijk, (ook) het concrete model aan te bieden. Wanneer de leerling in het bezit is van een brailleprinter en het softwareprogramma Tactile View[2], kan de docent ook zelf voelbare tekeningen of grafieken maken. In Tactile View zit bovendien een catalogus met honderden tekeningen. Deze kun je downloaden en via de brailleprinter printen. Met behulp van de printer kun je ook voelbare grafieken vanuit Excel printen. Het voordeel van het zelf maken van voelbare tekeningen en grafieken is dat je kunt inspringen op wat er op dat moment in de les gebeurt. Ten slotte kan de docent of medeleerling ook voelbare tekeningen maken op een tekenbord met siliconenlaag. Hierop leg je een vel 'zwelfolie', dat omhoog komt wanneer je er op tekent. Een aandachtspunt bij het 'lezen' van voelbare tekeningen is dat het veel tijd kost en dat het bovendien lastig is voor een brailleleerling om dat zelfstandig te doen. Een goede omschrijving van de tekening, mondeling of schriftelijk, kan dan enorm veel steun geven. Deze omschrijving kan door een medeleerling of door de docent gegeven worden. Wanneer de tekening nogal gedetailleerd is, is het verstandig om eerst een voelbare overzichtstekening aan te bieden.

Rekenmachine

De grafische rekenmachine is niet toegankelijk voor brailleleerlingen. Excel is voor een groot deel wel toegankelijk. Veel functies van de grafische rekenmachine zijn ook in Excel gedefinieerd. De brailleleerling kan zonder problemen met deze functies werken. Het bepalen van het snijpunt tussen twee grafieken kan, met behulp van tabellen, ook in Excel worden gedaan. Grafieken zijn echter in Excel niet te 'lezen'. Een ander alternatief is AllerCalc. Dat is een softwarematige rekenmachine die zeer geschikt is voor brailleleerlingen, omdat ze toegankelijk is via het toetsenbord en je geen muis hoeft te gebruiken. Het is geen grafische rekenmachine, je kunt er geen grafieken mee tekenen. Het aantal wiskundige functies is veel kleiner dan dat van de grafische rekenmachine. Je kunt dit aantal wel wat uitbreiden door zelf functies te definiëren.

De uitdaging

De brailleleerling die op een reguliere school zit, krijgt ambulant onderwijskundige begeleiding vanuit de scholen voor speciaal onderwijs. Het gaat formeel om systeembegeleiding, het is geen vakinhoudelijke begeleiding. In het voortgezet onderwijs krijgt de school vanuit het Ministerie van Onderwijs ongeveer anderhalf uur per week voor de begeleiding van een brailleleerling. In het basisonderwijs is dat een dag per week. Deze anderhalf uur per week blijkt in de praktijk niet voldoende te zijn. Dat zou, afhankelijk van de situatie, zes tot twaalf uur per week moeten zijn. Vooral voor de profielen Natuur en Gezondheid en Natuur en Techniek is veel meer begeleidingstijd nodig. De problemen liggen vooral bij de bètavakken, omdat je daar te maken hebt met allerlei symbolen, schema's, tekeningen en modellen. Dat betekent niet dat er bij de zaakvakken geen problemen zijn. De leerling moet bij deze vakken steeds meer gebruik maken van bronnen op internet en dat is voor een brailleleerling vaak erg lastig. De factor tijd speelt, zoals al eerder is vermeld, niet alleen bij de docent, maar ook bij de brailleleerling een rol. Omdat de brailleleerling meer tijd nodig heeft voor het verwerken van informatie, kan de docent niet alles behandelen en zal hij keuzes moeten maken. Daarvoor bestaan nauwelijks richtlijnen (zie ook Boswinkel & Moerlands, 2003). Er moet nog veel werk verzet worden om het wiskundeonderwijs aan brailleleerlingen goed op de rails te zetten. Dat is voor mij dé uitdaging. In dit artikel zoek ik naar manieren om de brailleleerling, de docent, de bijlesdocent, de medeleerling en de ouder te ondersteunen bij wiskunde in de tweede fase van het voortgezet onderwijs.

Een aantal ideeën voor hulp

Samenvattend zou je drie knelpunten kunnen noemen: de communicatie tussen de brailleleerling en de normaalzienden, de toegankelijkheid van het lesmateriaal en de factor tijd voor zowel de brailleleerling als de docent.

Vanuit deze gedachte is een aantal ideeën voor hulp voortgekomen:

Taalproductie
Omdat de brailleleerling vaak belangrijke informatie mist, kunnen misconcepties ontstaan. Deze moeten ontdekt en aangepakt worden. Door de leerling over een bepaald onderwerp zijn denkbeelden te laten verwoorden of uitbeelden, kunnen eventuele misconcepties aan het licht komen. Wanneer dat het geval is, is het van belang dat de leerling dat zelf ook inziet. Dat gebeurt wanneer hij ervaart dat zijn veronderstelling in conflict is met de werkelijkheid. De docent kan dit bereiken door vragen te stellen of concreet materiaal aan te bieden[2]. De brailleleerling is daarom gebaat bij taalgericht onderwijs, onderwijs waarbij de taalproductie gestimuleerd wordt.

Excel
Excel is bijna geheel toegankelijk voor brailleleerlingen. Verschillende functies van de grafische rekenmachine zijn ook in Excel gedefinieerd. Omdat (de notatie in) Excel zowel voor brailleleerlingen als normaalzienden goed te begrijpen is, kan de brailleleerling via Excel communiceren met medeleerlingen en met de docent.

Wiskundenotatie
De wiskundenotatie van de brailleboeken is nog een probleem. Omdat deze notatie voor de meeste normaalzienden niet of moeilijk te begrijpen is, vormt zij een belemmering voor de communicatie tussen de brailleleerling en normaalzienden. Er wordt hard gewerkt aan een oplossing en de verwachting is dat zeer binnenkort een nieuwe wiskundenotatie zal worden ingevoerd. Het is een lineaire notatie, eenvoudig in te voeren via het toetsenbord. Zij vertoont op een aantal punten overeenkomsten met de notatie in Excel en is voor een normaalziende leerling en docent zonder veel problemen te begrijpen. Mijn brailleleerlingen gebruiken deze notatie al bij het maken van opdrachten.

Kernactiviteiten
Zoals al eerder is vermeld speelt de factor tijd een belangrijke rol. Dit geldt zowel voor de brailleleerling als voor de docent. Het is daarom van belang in enkele activiteiten de belangrijkste aspecten van een bepaald begrip of onderwerp aan de orde te stellen.

Uitproberen met Nathalie

Aan de hand van een casus beschrijf ik hoe een bijles aan een brailleleerling, gebruik makend van de genoemde ideeën, er uit zou kunnen zien. De brailleleerling heet Nathalie. Ze zit in 5 VWO op een reguliere school. Nathalie doet het profiel Natuur en Gezondheid. Zij volgt het reguliere programma voor wiskunde en krijgt daarnaast bijna wekelijks ondersteuning van mij. In de hier beschreven bijles gaat het over exponentiële verbanden. Dit onderwerp is niet geheel nieuw voor haar. Ze kent bijvoorbeeld de rekenregels van machten en weet ook al iets over standaardtransformaties. Aan de hand van een opdracht (zie kader) wordt de taalproductie gestimuleerd door vooral open vragen te stellen. Nathalie krijgt voldoende tijd om haar antwoorden te formuleren of aan te scherpen. Ze wordt geprikkeld om zowel haar gehoor als haar tast te gebruiken. Excel wordt gebruikt als middel om de vragen nader te exploreren. In de opdracht wordt gebruik gemaakt van de ‘nieuwe’ wiskundenotatie. De uitspraak is voor een brailleleerling niet anders dan voor een normaalziende. Dit is van belang voor de communicatie tussen brailleleerlingen en normaalzienden. ‘2^x’ wordt bijvoorbeeld geschreven als ‘2^*x*’ en uitgesproken als ‘2 tot de macht *x*’.

De kernactiviteit is het redeneren over exponentiële verbanden. En hoe kunnen grafieken dat ondersteunen?

Opdracht 1
Onderzoek de volgende ongelijkheden
a) 10*2^*x* >2^(*x* + 2)
b) 10*3^*x* >3^(*x* + *a*)
c) 10*10^*x* >10^(*x* + *a*)

Opdracht 2
Kun je ook een algebraïsche verklaring geven van de gevonden resultaten?

Voorbereiding
De volgende grafieken zijn voelbaar gemaakt:
- De grafieken van $y = 2^x$, $y = 10 \cdot 2^x$, $y = 3^x$ en $y = 10 \cdot 3x$ in verschillende assenstelsels.
- Losse grafieken van $y = 2^x$ en $y = 3^x$, die je over een assenstelsel kunt schuiven (schuifgrafieken).
- De grafieken van $y = 10 \cdot 2^x$ en $y = 2^{x+2}$ in één assenstelsel.
- De grafieken van $y = 3^x$, $y = 3^{x+1}$ en $y = 3^{x+2}$ in één assenstelsel.
- De grafieken van $y = 3^x$, $y = 3^{x-1}$ en $y = 3^{x-2}$ in één assenstelsel.

U kunt de grafieken door Dedicon laten omzetten. Via de snelstofservice duurt dat ongeveer twee weken. U kunt ook zelf, met behulp van de brailleprinter, de grafieken voelbaar maken. Daarvoor heeft u ongeveer dertig minuten tijd nodig.

Opdracht 1a
Onderzoek de ongelijkheid 10*2^*x* >2^(*x* + 2)

Nathalie probeert deze opdracht eerst uit het hoofd uit te werken. Dat is een typische strategie voor blinden, omdat het voor hen lastig is om even iets uit te proberen. Ze vult in de ongelijkheid voor *x* 1, 2 en 3 in en trekt de conclusie dat de ongelijkheid juist is.

A: ‘Is de ongelijkheid juist voor alle x?’
N: ‘Dat denk ik niet, anders zou je die vraag niet stellen.’
A: ‘Kun je dat grafisch onderzoeken?’

Nathalie schetst met haar vingers de twee grafieken op tafel. Ze denkt dat de twee grafieken elkaar niet zullen snijden, maar is daar niet zeker van. Om dat verder te onderzoeken, maakt ze op mijn aanraden de onderstaande tabellen in Excel. Ze typt de formules in en laat Excel de berekeningen uitvoeren.

1	2	3	4	5
20	40	80	160	320

1	2	3	4	5
8	16	32	64	128

Nu is ze overtuigd: ‘De twee grafieken snijden elkaar niet. De eerste grafiek gaat veel sneller omhoog dan de tweede.’
A: ‘Wat bedoel je met sneller?’
N: ‘De eerste grafiek loopt steiler.’

Ik geef haar de voelbare grafieken van $y=10 \cdot 2^x$ en $y = 2^{x+2}$ (in één assenstelsel). Aan de hand daarvan hebben we een gesprek over de vorm van de grafieken van $y = 10 \cdot 2^x$ en van $y = 2^{x+2}$ ten opzichte van de grafiek van $y = 2^x$. Met behulp van de schuifgrafiek van $y = 2^x$ ‘maakt’ Nathalie de grafiek van $y = 2^{x+2}$ in het assenstelsel van $y = 2^x$. Met *Wikki stix*[4] is een hulplijn aangebracht om het schuiven te vergemakkelijken.

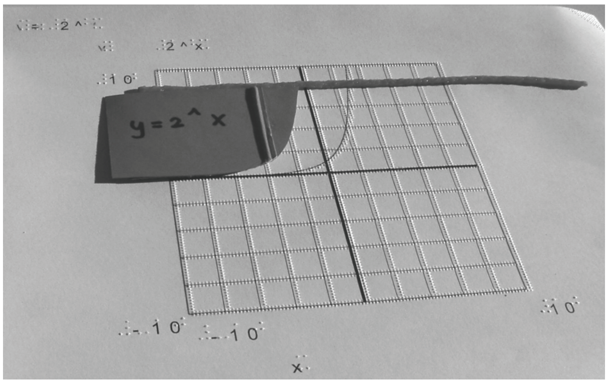

fig. 2 met behulp van de schuifgrafiek van $y = 2^x$ ‘maak’ je de grafiek van $y = 2^{x+2}$

A: ‘Dus $10 \cdot 2^x$ is groter dan 2^{x+2} voor alle x. Wat gebeurt er als je in plaats van 10 een groter getal invult?’
N: ‘Dat is eenvoudig. Dan is het zeker waar voor alle x.’

> **Opdracht 1b**
> Onderzoek de ongelijkheid 10 – 3^*x* >3^(*x* + a)

Weer probeert ze de opdracht uit het hoofd te maken. Ze brengt eerst een soort ordening aan en geeft a de waarden 0, 1 en 2. Ik moedig haar aan om ook wat op te ‘schrijven’. Na wat over en weer gepraat typt ze het volgende in Excel:

$a = 0$	(1, 3)	(2, 9)	(3, 27)
$a = 1$	(1, 9)	(2, 27)	(3, 81)
$a = 2$	(1, 27)	(2, 81)	(3, 243)

Omdat Nathalie de neiging heeft om veel uit haar hoofd te doen, heeft ze ook niet de gewoonte om dat wat ze heeft getypt terug te lezen of terug te luisteren. Dat leidt tot vergissingen. Ik wijs haar daar een paar keer op. Uiteindelijk staat alles goed in de tabel.

Met haar vingers schetst ze de grafieken van $y = 3^x$, $y = 3^{x+1}$ en $y = 3^{x+2}$ op het tafelblad. Ze gebruikt daarbij de waarden in de tabel. Ik geef haar vervolgens deze grafieken in zwelpapier. We bespreken ook nog de grafieken voor $a = -1$ en $a = -2$.

Dan vraagt ze om de schuifgrafiek van $y = 3^x$ en schuift deze grafiek op tafel in horizontale richting.
N: ‘Als je in horizontale richting schuift, blijft de vorm van de grafiek altijd hetzelfde, bij de verticale richting is dat niet zo.’
A: ‘Even terug naar de oorspronkelijke opdracht: onderzoek de ongelijkheid $10 – 3^x > 3^{x+a}$’

Nathalie schetst de grafiek van $10 \cdot 3^x$ op het tafelblad terwijl ze mompelt ‘(1, 30), (2, 90), (3, 270) ...’
N: ‘Deze loopt veel steiler dan die andere grafieken. Maar als je de schuifgrafiek steeds verder naar links schuift, moeten ze elkaar een keer snijden. Maar ik zou niet weten wanneer dat precies is. Bij $a = 4$ of zo?’
A: ‘Zou je daar met behulp van Excel achter kunnen komen?’
N: ‘Dat kan ik wel proberen.’

Ze maakt een tabel in Excel en onderzoekt eerst $a = 4$.
N: ‘Bij $a = 4$ klopt de ongelijkheid voor alle x. Misschien is dat ook al zo bij $a = 3$.’

Nathalie voegt een kolom 3^{x+3} toe en zegt: ‘Bij $a = 3$ is het ook zo. Ik maak nu ook nog een kolom voor $a = 2$.’ Dat levert de volgende tabel op het scherm op:

x	10*3^*x*	3^(*x* + 4)	3^(*x* + 3)	3^(*x* + 2)
1	30	243	81	27
2	90	729	243	81
3	270	2187	729	243

N: ‘Tussen $a = 2$ en $a = 3$ gaat het fout.’
A: ‘Wat bedoel je daarmee?’
N: ‘Bij $a = 2$ geldt het groterdan-teken nog, bij $a = 3$ niet meer.’

> ***Opdracht 1c***
> Onderzoek de ongelijkheid 10*10^x >10^(x + a).

Bij deze opdracht gebruikt ze op eigen initiatief de tabel van de vorige opdracht en verandert de 3 in een 10. De antwoorden worden dan automatisch aangepast. Ze ziet ook dat ze de tabel moet uitbreiden met de kolom 10^{x+1}.

x	10*10^*x*	10^(*x* + 4)	10^(*x* + 3)	10^(*x* + 2)	10^(*x* + 1)
1	100	100000	10000	1000	100
2	1000	1000000	100000	10000	1000
3	10000	10000000	1000000	100000	10000

N: 'Hé, die zijn precies aan elkaar gelijk.'
A: 'Ja, kun je dat uitleggen?'
N: 'Nee!'
A: 'Misschien aan de hand van de rekenregels of grafieken verschuiven?'
N: 'Nee.'

Na een minuut nadenken zegt ze: 'Het ene is een verticale verschuiving, het andere een horizontale. Ik dacht dat bij een verticale verschuiving de vorm van de grafiek altijd veranderde.'

A: 'Van wat is het een verschuiving?'
N: 'Van de grafiek $y = 10^x$.'
Op mijn aanraden maakt Nathalie de volgende tabel in Excel:

10^*x*	(1, 10)	(2, 100)	(3, 100)
10*10^*x*	(1, 100)	(2, 1000)	(3, 1000)
10^(*x* + 1)	(1, 100)	(2, 1000)	(3, 10000)

N: 'Het is eigenlijk wel logisch omdat je alles keer 10 doet.'
A: 'Kun je het uitleggen met behulp van de rekenregel $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$?' (Deze regel is al eerder besproken.)

Dat lukt in eerste instantie niet. Wanneer ik zeg $10^1 \cdot 10^x$ in plaats van $10 \cdot 10^x$, reageert ze met 'natuurlijk' en geeft vervolgens het goede antwoord.
A: 'Kun je een korte samenvatting geven van wat we tot nu toe gedaan hebben? Gebruik de woorden standaardgrafiek, schuifgrafiek, horizontale verschuiving en verticale verschuiving.'

Dat doet ze mondeling. Met behulp van gebaren, het schetsen van grafieken op tafel, ondersteunt ze haar verhaal. Ze gebruikt daarbij ook de schuifgrafieken. Al gauw blijkt dat ze het begrip verschuiving niet goed begrijpt. De grafiek van $y = 10 \cdot 2^x$ ontstaat uit de grafiek van $y = 2^x$ door een vermenigvuldiging met een factor 10 ten opzichte van de *x*-as en niet door, zoals Nathalie zegt, een verticale verschuiving. We hebben vervolgens een gesprek over transformaties, translaties en vermenigvuldigingen ten opzichte van de *x*- of *y*-as. Uiteindelijk zijn de begrippen helder voor haar.
A: 'De grafiek van $y = 6^{x+2}$ kun je verkrijgen door de grafiek van $y = 6^x$ ten opzichte van de *x*-as te vermenigvuldigen. Kun je dat aantonen?'
N: 'Oeps... Nee! Eh... misschien. Met een horizontale verschuiving gaat het gemakkelijk. Wacht even… $6^{x+2} = 6^x \cdot 6^2 = 6^x \cdot 36$. Handig die regel! En dat is een vermenigvuldiging ten opzichte van de *x*-as.'
A: 'Mooi, hè? De grafiek van $y=16 \cdot 2^x$ kun je verkrijgen door de grafiek van $y = 2^x$ in horizontale richting te verschuiven. Kun je dat ook aantonen?'
N: 'Dat zal wel weer met die mooie regel moeten. $16 = 2^4$. Dat wordt dus 2^{x+4} en dat is een horizontale verschuiving. Yes!'

> ***Opdracht 2***
> Kun je ook een algebraïsche verklaring geven van de gevonden resultaten?

Dat gaat heel vlot. Uit haar hoofd, gebruikmakend van de hiervoor genoemde ('mooie') rekenregel, legt ze uit hoe het zit. Bij opdracht 1b zegt ze: 'Alleen weet ik nu nog niet hoe groot *a* precies is.'

Nathalie is moe, de les was erg inspannend voor haar. Ik zeg dat we nu stoppen en er de volgende keer op door zullen gaan.

Reflectie

Het voorbereiden van de grafieken was nogal een werkje. Je moet eraan denken dat je bij het maken van de schuifgrafieken dezelfde assenverdeling gebruikt als bij de grafieken en de grafieken moeten via de tast goed van elkaar te onderscheiden zijn. Het werken met een schuifgrafiek is erg lastig voor een brailleleerling, maar het helpt wel bij het nadenken over exponentiële verbanden.

De taalproductie wordt op verschillende manieren gestimuleerd: open vragen, samenvatting maken, tijd geven om te antwoorden enzovoort. De taalproductie wordt ook geprikkeld doordat de leerstof op verschillende manieren (voelen, luisteren en lezen) aan de orde komt.

Bij de samenvatting komt naar voren dat Nathalie het begrip verschuiving niet helemaal goed begrepen heeft. Dat blijkt al eerder uit haar opmerkingen 'bij een horizontale verschuiving verandert de vorm van de grafiek niet, bij een verticale verschuiving wel' en later 'ik dacht dat bij een verticale verschuiving de vorm van de grafiek altijd veranderde'. Het was nogal onzorgvuldig van mij dat ik daar niet direct op reageerde. Gelukkig kon ik haar denkbeelden alsnog bijstellen en corrigeren. Volgens mij is het wel gelukt om in een relatief kleine opdracht met behulp van grafieken dieper in te gaan op exponentiële verbanden. De grafieken (en de tabellen in Excel) zijn een hulp bij het vormen van een mentaal beeld.

Conclusie

Het op verschillende manieren (gehoor en tast) aanbieden van de leerstof stimuleert zowel de ontwikkeling van het wiskundige denken als de taalproductie. Wanneer je de leerling zelf aan het woord laat, worden de denkprocessen van de leerling onthuld. Dan kun je eventuele misconcepties ontdekken en aanpakken. Het stimuleren van de taalproductie is daarom belangrijk.

Excel is een prima hulpmiddel bij het verkennen van opdrachten, omdat in Excel veel functies gedefinieerd zijn. Je kunt ook heel gemakkelijk, bijvoorbeeld om iets uit te proberen, een getal in een formule veranderen. De uitkomsten van de bijbehorende berekeningen worden dan direct aangepast. In verband met de tijd zou je de neiging hebben om het werken met grafieken en tekeningen te vermijden. Dit voorbeeld geeft aan dat ook voor blinde leerlingen grafieken een krachtige ondersteuning zijn bij het vormen van een mentaal beeld bij het redeneren over exponentiële verbanden.

Voor de communicatie is een goede wiskundenotatie erg belangrijk. De notatie moet zowel voor de docent als voor de brailleleerling helder zijn.

Tot slot

Bij de bovenstaande opdracht is de gebruikte wiskundenotatie, de lineaire notatie, zowel voor de brailleleerling als voor de docent goed te begrijpen. Het is de vraag of de omzetting van ingewikkelde ruimtelijke formules naar lineaire formules net zo soepel verloopt als bij deze opdracht is geschetst. Deze casus laat zien dat er wel mogelijkheden zijn voor goed wiskundeonderwijs aan een brailleleerling in een één-op-éénsituatie. Hoe kunnen we dit vertalen naar de situatie in een reguliere klas? Dat zal van tijd tot tijd lastig zijn. De uitleg van een oplossingsstrategie in Excel als alternatief voor de grafische rekenmachine bijvoorbeeld, kost vaak nogal wat tijd en zal niet alle normaalziende leerlingen boeien. Tijdens de reguliere lessen kan de docent het zich meestal niet permitteren om veel tijd aan één leerling te besteden. Ik pleit daarom voor meer tijd voor individuele ondersteuning van de brailleleerling. Daarnaast zou de docent ook ontwikkeltijd moeten krijgen om bijvoorbeeld deze oplossingstrategie in Excel uit te denken.

Voor wat betreft het stimuleren van de taalproductie zijn er in de klas, vanwege de communicatie en de interactie tussen de leerlingen, wellicht juist meer mogelijkheden dan in een één op één situatie. Dat zou nog nader onderzocht moeten worden. Het aardige is dat ook de andere leerlingen, vooral de taalzwakke leerlingen, hiervan zullen profiteren. Het aanbieden van lesmateriaal via de tast blijft daarbij een belangrijk aandachtspunt.

Ik hoop dat ik u niet ontmoedigd heb en dat u, na het lezen van dit artikel, vertrouwen heeft in de mogelijkheden van goed wiskundeonderwijs aan brailleleerlingen.

Annemiek van Leendert,
avleendert@sensis.nl
Sensis Onderwijs Rotterdam

Literatuur

Beuker, S., Boer, C. de & Linthout, D. *Misconcepten in geneticaonderwijs. Een studie naar de discrepantie tussen theorie en praktijk.* http://igitur-archive.library.uu.nl/student-theses/2007-0810-201418/UUindex.html

Boswinkel, N. & Moerlands, F. (2003). Het topje van de ijsberg. In K. Groenewegen (Ed.), *Nationale Rekendagen 2002 - een praktische terugblik*. 103-114. Utrecht: Freudenthal Instituut.

Dongen, H. van (2005). *Onderzoek naar het vak wiskunde voor brailleleerlingen op het regulier onderwijs*. Afstudeeronderzoek voor de opleiding Onderwijskunde Universiteit Utrecht.

Laan, E. van der & Meestringa, T. (2004). *Zonder skelet kun je niet keten. Met taalgericht vakonderwijs taalbeleid invoeren op scholen voor voortgezet onderwijs.* Rotterdam: Transferpunt Onderwijsachterstanden.

Millar, S. (1994). *Understanding and Representing Space Theory and Evidence from Studies with Blind and Sighted Children*. Oxford: Clarendon Press.

Millar, S. (1997). Theory, experiment and practical application in research on visual impairment. *European Journal of Psychology of Education*, *12*, 415-430.

Noten

[1] Dedicon studie- en vakbibliotheek. Zij maken boeken en tekeningen toegankelijk voor brailleleerlingen.
[2] http://www.tactileview.com.
[3] http://igiturarchive.library.uu.nl/student-theses/2007-0810-201418/UUindex.html.
[4] Wikki stix zijn gekleurde staafjes die in elke vorm gebogen kunnen worden. Ze plakken op verschillende ondergronden en kunnen telkens hergebruikt worden.