

gië) ontdekten dat de kromme ook buiten de cirkel kon worden voortgezet. Christiaan Huygens (1629–1695) stelde voor de kromme ‘cissoïde van De Sluze’ te noemen, maar dit had echter geen navolging. Overigens heeft Huygens aangetoond, dat de oppervlakte van het vlakdeel tussen de kromme en diens asymptoot (de lijn door C evenwijdig met AB in *figuur 8*) gelijk is aan $3\pi r^2$, waarbij r de straal is van de ‘voortbrengende’ cirkel van de cissoïde (dus ook hier een trisectie).

- [4] Francisci Vietae: *Opera Mathematica*, in unum volumen congesta, ac recognita, opera atque studio Francisci à Schooten Leydensis, Matheseos Professoris. Lugduni Batavorum, Ex Officina Bonaventurae & Abrahami Elzeviriorum, Cl. I. C XLVI.
Zie: <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k107597d> (PDF-bestanden via webpagina's van de Bibliothèque National de France).

Literatuur

- Hartshorne, R. (2000). *Geometry / Euclid and beyond*. New York: Springer (2000).
- Johnson, C. *A construction for the Heptagon*. Zie ‘The Crockett Johnson Homepage’ door Philip Nel (Kansas State University, USA) via www.k-state.edu/english/nelp/purple/.
- Kazarinoff, N.D. (2003) *Ruler and the Round / Classic problems in geometric constructions*. New York: Dover Publications Inc.
- Knorr, W.R. (1993). *The ancient tradition of geometric problems*. New York: Dover Publications Inc.
- Martin, G.E. (1997). *Geometric Constructions*. New York: Springer.
- Van der Waerden, B.L. (1950). *Ontwakende wetenschap*. Groningen: P. Noordhoff N.V. (1950) .

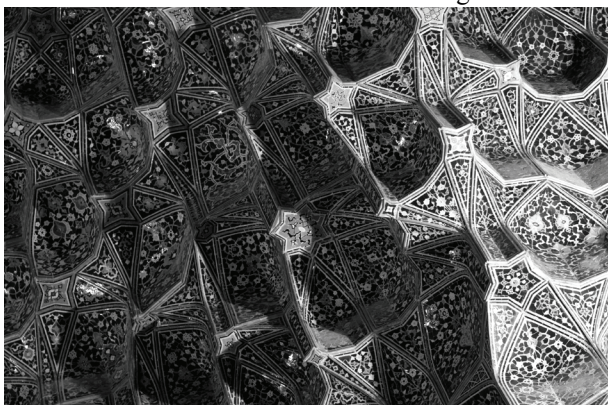


Foto: Nanne Huiges

In oktober reisde een kleurrijk gezelschap naar Isfahan, Iran, om een dialoog in twee universele talen op te starten en te intensiveren. Engels? Farsi? Nee. Veel universeleler: Kunst en Wiskunde. **Tom Goris** doet verslag en hoopt op een bescheiden aanvaring met uw (voor)oordelen...

Goed nieuws uit het oosten...

Twee keer eerder was ik in Iran, als lid van een delegatie onder leiding van Jan Hogendijk. Die bezoeken leidden tot een samenwerking tussen het House of Mathematics te Isfahan en het Freudenthal Instituut, twee instellingen met een grote overeenkomst in doelstelling en activiteiten. Een aantal voornemens moest concreet gemaakt worden, de samenwerking kon uitgebreid worden naar meerdere instituten, kortom, ik moest maar eens zelf ervaren hoe het is om een studiereis naar Iran te organiseren.



Muqarnas van de Imam Moskee te Isfahan

Mijn doel was drieledig: Iran wil mee gaan doen met de A-lympiade, daarnaast zocht ik een contactpersoon om een project, waarin scholen één op één gekoppeld worden, te gaan realiseren en wilde ik het programma samenstellen van een miniconferentie over realistisch wiskundeonderwijs die we volgend jaar in Isfahan willen houden. Maar het wordt natuurlijk pas echt spannend als je zo'n reis voor een hele delegatie organiseert, waarin ieder verschillende doelen nastreeft...

Het was Ali Rejali, 'onze man in Isfahan' zelf die vorig jaar op het symposium 'Geometric Patterns in Islamic Art' in Leiden, aan Harrie Schollen, teamleider Wiskunde van Fontys lerarenopleiding Tilburg, vroeg of Fontys ook geïnteresseerd was in een samenwerkingsverband met Isfahan. Dus Harrie ging mee. Vorig jaar is er in Isfahan een workshop georganiseerd, genaamd 'Mathematics and Art'. Studenten van Jan Hogendijk hebben daar workshops verzorgd die zowel voor wiskundestudenten

als voor studenten van de kunstacademie te volgen waren. U kent deze workshops wellicht van de Nationale Wiskunde Dagen of van de Nationale Rekendagen. Het idee leeft om ook in Nederland zo'n workshop te organiseren, de Hogeschool van de Kunsten van Fontys heeft inmiddels belangstelling hiervoor getoond. Op dat symposium in Leiden exposeerde Elvira Wersche: schitterende aquarellen gebaseerd op islamitische patronen. Omdat Elvira vlakbij Eindhoven woont, gaf ik haar en de schilderijen een lift naar huis. Onderweg vertelde ze over haar 'wereldmandala's': grote geometrische patronen, gestrooid met zand afkomstig van over de hele wereld. In 2008 gaat ze er een maken in het Pergamonmuseum in Berlijn. Files geven vaak aanleiding tot het op hol slaan van de fantasie, zo ook toen.



De Jameh Moskee te Isfahan

Een wereldmandala maken in Isfahan bijvoorbeeld. En dan zou haar dochter, de cineaste Jiska Rickels, het hele proces in een documentaire vastleggen. Jenny Jeanette Fechner, mijn 'lebensgefährtin', uit Berlijn werd ook aan de delegatie toegevoegd. Niet alleen is zij docente kunst en geschiedenis, verzorgt zij trainingen in geweldloze communicatie op middelbare scholen in Brandenburg. Een delegatie was er: toen bekend werd dat Jiska's voor gouden kalveren genomineerde documentaire *4 elements* op een filmfestival in Teheran vertoond werd, hadden we ook een datum. Na enig heen en weer mailen hadden we allemaal een officiële uitnodiging van het House of Ma-

thematics. Vervolgens werden de plannen besproken met de heer Mesbah, de culturele attaché van de Iraanse ambassade in Den Haag. Mesbah is zeer geïnteresseerd in dit soort initiatieven, en verleent altijd alle mogelijke steun bij het aanvragen van visa. En aldus vertrok een bont gezelschap op 14 oktober j.l. naar Teheran. Daar werd de groep uitgebreid met Behrooz Zabihian en Arezo Araghi. Behrooz is een wiskundestudent, musicus en ontwerper van complexe islamitische patronen. Arezo heeft de helft van haar leven in Nederland gewoond, heeft hier tandheelkunde gestudeerd, en is teruggekeerd naar Iran. De voertaal van het gezelschap werd een combinatie van Nederlands, Duits, Engels en Farsi. Allemaal Indo-Europese talen...

Het echte land van dichters en denkers



Persepolis

Geef toe: dat zal niet de eerste associatie zijn bij het horen van de naam van het land. Er komt vrijwel alleen maar slecht nieuws uit Iran. Wat wellicht nog een beetje bekend is, is het feit dat er in Iran moskeeën en paleizen met een betoverende schoonheid te vinden zijn, en wellicht kennen we Persepolis uit een vervlogen geschiedenisboek. Wat je vrijwel nooit hoort, is het feit dat veel Iraniërs onvoorstelbaar gastvrij, behulpzaam en vriendelijk zijn. En dat je als westerling regelmatig op straat aangesproken wordt door mensen die gewoon even een paar woordjes Engels willen wisselen en die zo'n gesprekje vrijwel altijd eindigen met een 'Welcome to Iran' alsof ze persoonlijk vereerd zijn dat je ondanks de tegenwind hun land bezoekt; waar ieder gesprek vanzelf diepgang krijgt, volgens mij bestaat er in het Farsi niet eens een woord voor oppervlakkigheid; waar jongeren uit het hoofd gedichten citeren van middeleeuwse dichters als Hafez en Khayam, alsof ze die 2500 jaar Perzië door hun aderen hebben lopen. Dat andere Iran uit de media moet ergens bestaan, maar het lijkt alsof dat zich verstopt. Het is de eerste indruk die vrijwel iedereen, hoe goed de reis en reiziger ook voorbereid waren, in positieve zin overvalt: het is bijzonder aangenaam toeven in Iran. Zoveel hartelijkheid, en beslist niet alleen naar die zeldzame toeristen toe; ook onderling merk je een grote solidariteit en oprechte belangstelling voor elkaar. En het is er allemaal

niet zo streng als je wellicht denkt. Burqa's zie je niet in Iran, hooguit chadors; lange zwarte gewaden. En ja, vrouwen moeten in het openbaar een hoofddoekje dragen en een manteau, een soort oversized lang overhemd. Maar aan de andere kant is zeventig procent van de studenten op de universiteiten vrouwelijk, ook in de Bèta-richtingen. En zelfs het oversteken van een zesbaansweg in het drukke Teheran kun je leren: je richt je blik op het punt aan de overkant van de straat waar je naar toe wilt, je telt inwendig af van drie tot nul en dan begin je te lopen. De automassa's wijken alsof het de rode zee was.

Dat ene Iran



Jiska en Elvira op het Cinema Verité festival te Teheran

Het eerste hoogtepunt van de trip was de vertoning van Jiska's film in een Teheraanse bioscoop. In de film zit een scene waarin een aantal mijnwerkers onder de douche staat. Dat werd met een kartonnetje voor de lens gecensureerd, onder een handgeklap en gefluit als protest. Even ben je dan in het andere Iran. De volgende dag is er een lang interview met Jiska op de nationale Iraanse TV. En haar doel wordt bereikt: ze kan volgend jaar een aantal maanden samenwerken met een vooraanstaand Iraanse regisseur. 's Avonds het diplomatieke hoogtepunt: we waren voor het diner uitgenodigd in de residentie van Roderick Wols, de cultureel attaché. Wols benadrukte het belang van samenwerking op cultureel gebied en zegde alle steun toe voor het vervolg.



Vlnro: Behrooz, Tom, Harrie, Roderick, Jenny, Arezo, Jiska & Elvira

Met hulp van Ali Rejali, de wetenschappelijk leider van het House of Mathematics, en prof. Ahmad Montazer van de University of Arts had ik vooraf een programma samengesteld voor ons verblijf in Isfahan. Montazer was tot voor kort voorzitter van een commissie die al het architectonisch erfgoed van Isfahan beheert, en dat opent deuren. Hij nam ons mee naar een onvoorstelbaar mooie Koranschool, die normaal gesproken voor niemand toegankelijk is. Ook had hij geregeld dat Elvira een lezing kon houden over haar werk in een vijftiende-eeuws Zoroastriaans auditorium. Gevolg: die wereldmandala gaat er komen in Isfahan, waarschijnlijk volgend jaar al.



Een wereldmandala in 'aanbouw'

In een van de komende edities van de *Nieuwe Wiskrant* wordt ingegaan op de geometrie 'onder' de wereldmandala's en de schilderijen van Elvira. Kortom, de kunstsector van de delegatie was in de wolken. Maar de onderwijssector niet minder! Mijn drie doelen werden ook bereikt.

De A-lympiade in Iran

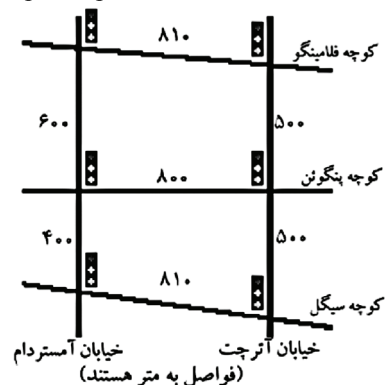


Emran Behrooz tussen zijn leerlingen.

Emran Behrooz, zie foto, is de 'local organizer' van de A-lympiade, dit jaar met tien teams, volgend jaar, Insh'Allah, met tien scholen en het jaar daarna Iranbreed, met de vraag om tegen die tijd ook aan de finale mee te mogen doen. Emran heeft een opmerkelijk artikel over de A-lympiade geschreven voor de Iraanse Wiskrant, zie <http://www.mathhouse.org> voor een voorproefje. Het artikel

gaat over verschillende algemene competenties die een rol spelen bij het oplossen van A-lympiadeopdrachten. Het artikel wordt op dit moment vertaald en zal in de *Nieuwe Wiskrant* van maart 2008 verschijnen.

Op de site van het House of Mathematics staat een groot aantal A-lympiadeopdrachten in het Farsi.



و آترجت، خیابانهای اصلی با حداکثر سرعت ۵۰ کیلومتر بر ساعت هستند. در نمایی نصب شده است. برای داشتن ترافیک روان و نیز کاهش نارضایتی از ترافیک اغ برای رانندهای سبز بوده و وقتی او به چراغ سبز در چهارراه بعدی می‌رسد، آن حالت موج سبز گفته می‌شود. برای نزدیک شدن هرچه بیشتر به موج سبز، مثلاً با *De eerste A-lympiade voorrondeopdracht (1990)*

De opdrachten moeten niet alleen *translated* worden, maar ook nog *Iranized*. Iranizing hebben we gedefiniëerd als het overzetten van wiskundige contexten van de ene cultuur in de andere. Dat betekent dat je met een bepaalde opdracht wel dezelfde doelen nastreeft, maar dat de context authentiek en realistisch voor de betreffende leerling blijft. Dat is overigens in het voorbeeld nog niet gebeurd; hier zien we nog steeds de Amsterdamse- en de Utrechtsestraatweg...

We hebben twee vwo-achtige scholen bezocht, een jongens- en een meisjesschool en daar gesprekken gehad met leerlingen en docenten. Het wiskundeonderwijs in Iran heeft een zeer hoog, zij het zeer formeel niveau, het soort wiskundeonderwijs waar sommigen in Nederland luidruchtig naar terugverlangen maar waar men in Iran, zowel leerlingen als docenten, eigenlijk vanaf wil. Bovendien wordt het hele onderwijs vrijwel volledig gedomineerd door het toelatingsexamen tot de universiteit, 'concours' genaamd. Dat concours is een multiple choice test voor alle vakken en bepaalt het verdere verloop van je (onderwijs)leven. Er is zelfs een gezegde in het Farsi dat vertelt dat er drie belangrijke momenten in je bestaan zijn: geboorte, concours en overlijden. En het is dit concours dat onderwijs vervreemdt tot examentraining....

Ik heb het letterlijk zien gebeuren: in een les aan dertien- en veertienjarigen, die dus nog vier jaar van dat concours verwijderd zijn. De les ging over het schrijven van repeterende kommagetallen als breuken. Dat werd eerst op een inzichtelijke manier uitgelegd, uitstapje naar het positieestelsel, mooie inzichtsvragen, tot ongeveer tien minuten voor het einde van de les de wending kwam. De docente schakelde over naar 'de truc', onder vermelding dat je het zo het beste kon onthouden voor het concours...



Een biologielees

We hebben leerlingen geïnterviewd en gevraagd naar hun mening over de eigenschappen van een goede docent. Deze gesprekken, alsmede een aantal lessen, zijn prachtig in videobeeld gebracht; toch handig als je een professioneel cineaste in je gezelschap hebt... Deze beelden hebben we gebruikt in een workshop voor een veertigtal wiskundeleraars, die iedere maandagavond in het House of Mathematics samenkomen om over wiskunde en didactiek te praten. Het concours domineerde ook de workshop. De docenten willen wel nadenken over mooie didactiek, alternatieve werkvormen, toepassingen en vakverbreding, maar het enige dat de leerlingen motiveert is dat concours. Mede in dat daglicht is de prestatie van het House of Mathematics ongekend: met tal van activiteiten en manifestaties weet men wiskunde, en dan met name de combinatie wiskunde en Islamitische kunst, onder de aandacht te brengen voor een groot publiek.

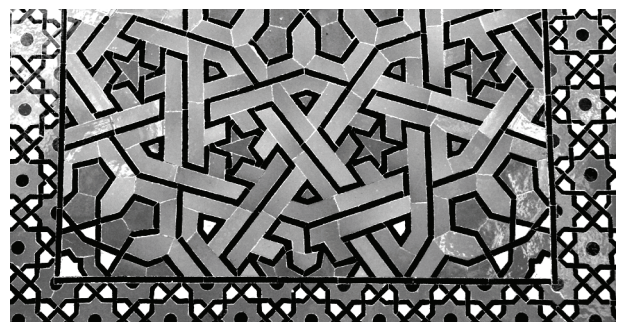


Koepel van de Sjeik Lotfallah Moskee, Isfahan

Tijdens de gesprekken op het House of Mathematics werd het een en ander duidelijk. Rejali vertelde dat men heel hard bezig is om de invloed van dat concours te minimaliseren. Daarna is het zijn persoonlijke wens om het Iraanse wiskundeonderwijs te hervormen naar Nederlands model. Sinds Ali het realistisch wiskundeonderwijs heeft leren kennen, is het zijn ideaal om dit ook in Iran in te voeren. Rejali is bijzonder goed op de hoogte van de discussies die hier spelen. Heel fijntjes vertelt hij dan ook dat hij realistisch wiskundeonderwijs wil, zonder de vermeende nadelen. Ali Rejali wil docenten voorbereiden op

de nieuwe tijd, na het verdwijnen van de invloed van het concours. Op dit moment worden delen van een van de Nederlandse methodes *Iranized*. Met behulp van dit materiaal kunnen docenten een indruk krijgen van realistische methodes, in de hoop dat er auteursteams gaan ontstaan die authentieke Iraanse methodes gaan maken. Ook is er belangstelling voor materialen waar wiskunde en science geïntegreerd zijn, met name voor recente ontwikkelingen hier: NLT. We zagen het al helemaal voor ons hoe de tot nu toe enige gecertificeerde vwo-module 'Rijden onder invloed' *Iranized* kon worden... Overigens: docenten die een workshop willen verzorgen in Isfahan zijn van harte uitgenodigd; u hoeft alleen maar de vlucht naar Iran te betalen, daarna bent u een week te gast bij het House of Mathematics. Meld uw eventuele interesse bij de auteur van dit artikel!

Een van de initiatieven die we gaan proberen op te starten, is een project waarin leerlingen rechtstreeks aan elkaar gekoppeld worden; ook hier is een contactpersoon voor gevonden. Het idee is om teams te vormen van leerlingen in Nederland en Iran die samen een wiskundeopdracht gaan uitvoeren. Een plan dat verder uitgewerkt wordt is het experiment om leerlingen op afstand een wiskundewandeling te laten maken in elkaars stad. Met behulp van Google Earth en digitale foto's. Het ene team gaat dan het andere team instrueren om op bepaalde plaatsen op de grond foto's te maken. Door de grote verschillen in cultuur worden zelfs de gewoonste zaken ineens interessant; nummerborden van auto's bijvoorbeeld of prijsbordjes in winkels of bazaars. Mocht dit experiment inderdaad uitgroeien tot een soort wedstrijd, dan ligt de eerste prijs voor de hand: het ter plaatse uitvoeren van de wiskundewandeling. Zo'n project kan een looptijd hebben van een of twee jaar, en kan in beide landen uitgevoerd worden in samenwerking met docenten Engels, om van docenten Geschiedenis of Aardrijkskunde nog maar te zwijgen. Ook hier geldt: meld uw eventuele interesse!



Niet iedereen begrijpt het dat je enthousiast uit Iran kunt terugkeren, om het maar voorzichtig uit te drukken. Voor mij persoonlijk is het helder. Door de dialoog met het ene Iran te intensiveren, draag je je steentje bij om dat ene Iran in het enige Iran over te laten gaan, zeker als die dialoog ook nog leidt tot goed nieuws uit het oosten. Bij deze.

Tom Goris, Freudenthal Instituut & Fontys Tilburg