

In het kader van het APS-project Digitale Leeromgeving Wiskunde hebben de leerlingen van **Ton Hengeveld** een werkstuk gemaakt over de Chinese bevolkingspolitiek. Hij raakte daardoor zo geboeid door het onderwerp dat hij zelf ook aan de slag ging. Een verslag.

De Chinese bevolkingspolitiek

Een profielwerkstuk wiskunde A12 op het Mummelliusgymnasium

Inleiding

Op 31 oktober 2002 rondden drie leerlingen van het Mummelliusgymnasium in Alkmaar hun profielwerkstuk wiskunde af met een presentatie over de Chinese bevolkingspolitiek. Over profielwerkstukken wiskunde is nog weinig gepubliceerd. Dat was een reden om dit verslag te schrijven. Voor de leerlingen, maar zeker ook voor de begeleidende docent, was het werken aan dit profielwerkstuk een leerzame ervaring. Bij het tot een goed einde brengen van het werkstuk was de strakke organisatie op school een positieve factor. Daar gaan we dan ook eerst op in.

Organisatie op school

Op het Mummelliusgymnasium doen de leerlingen het profielwerkstuk aan het begin van klas 6.

Het hele gebeuren speelt zich af in de eerste twaalf weken. De tijd die aan het profielwerkstuk wordt besteed, valt verder uiteen in twee delen:

- Gedurende drie aaneengesloten weken zijn steeds twee lessen per dag beschikbaar voor het profielwerkstuk. De betreffende lessen vervallen dan. Om die gelijkmatig over alle vakken te verdelen, worden er elke week andere lessen aangewezen. Dit alles staat voor 40 studielasturen.
- Vlak voor de herfstvakantie is er een hele week beschikbaar en vervallen de gewone lessen. Ook dit levert 40 studielasturen op.

In de tijd tussen deze twee periodes wordt er gewoon lesgegeven en hebben de leerlingen de gelegenheid eventuele achterstanden in de planning in te lopen.

Bij het maken van het profielwerkstuk worden vier fasen onderscheiden:

- Verkenning
- Informatie verzamelen en onderzoek
- Concept
- Uitwerking

Per fase is aangegeven wat daarin bereikt moet zijn en wanneer deze fase uiterlijk moet zijn afgerond. De afronding gebeurt bij de begeleidende docent, die dit aftekent op een formulier.

Om overbelasting van een docent te voorkomen, begeleidt deze maximaal twaalf leerlingen. Alleen docenten die in klas 6 lesgeven, kunnen een profielwerkstuk begeleiden. De leerlingen werken in groepjes van twee, drie of vier aan hun werkstuk. Mocht bij de inschrijving een docent zijn overtekend, dan beslist het lot welke leerlingen hun profielwerkstuk bij een andere docent moeten uitvoeren. Leerlingen geven daarom bij de inschrijving een eerste, een tweede en een derde keus aan voor een begeleidende docent. Er wordt natuurlijk zoveel mogelijk afgaan op de eerste keus van de leerlingen. Nadat de verdeling is vastgesteld, mogen leerlingen onderling nog ruilen, echter alleen in overleg met de coördinator en de begeleidende docent.

De rol van de coördinator van de profielwerkstukken is belangrijk. De coördinator ziet erop toe dat de hele organisatie verloopt volgens het tijdschema en de spelregels. Deze strakke organisatie wordt in het algemeen zowel door leerlingen als door docenten gewaardeerd, omdat zo wordt voorkomen dat zij over een lange tijd het profielwerkstuk als last met zich meezeulen.

Het verkenningsstadium

Leerlingen krijgen van elk vak een lijst met beschikbare onderwerpen voor een profielwerkstuk. Ze mogen ook zelf onderwerpen aandragen.

Het profielwerkstuk wiskunde waar dit artikel over gaat, was voor de betreffende leerlingen de tweede keus. Het ging om een groepje van drie leerlingen. Voor wiskunde A12 was er een vijftal onderwerpen beschikbaar.

In het materiaal dat aan leerlingen is uitgereikt, staat bij elk onderwerp een toelichting. Daarin is onder andere te lezen dat het profielwerkstuk uitgewerkt moet worden in *Studyworks*, een uitgebreid softwarepakket voor wiskunde en tekstverwerking. Je kunt er allerlei berekeningen mee uitvoeren en bovendien tekst, plaatjes en animaties toevoegen en het geheel opmaken tot een overzichtelijk werkstuk. De leerlingen hebben in klas vijf al een keer gewerkt met dit pakket. Om het te benutten bij het profielwerkstuk is het wel nodig dat de leerlingen zich verder verdiepen in de mogelijkheden van dit pakket.

De leerlingen kozen voor het onderwerp ‘De Chinese bevolkingspolitiek’. Dit had veel te maken met hun eerste keuze voor aardrijkskunde.

Informatie verzamelen en onderzoek

Uitgangspunt bij het onderwerp is een opgave uit *Getal en Ruimte* over dit onderwerp (EM5 Hoofdstuk 1, opgave 30; zie ook de appendix van dit artikel). Met behulp van een pakket als Studyworks is deze opgave uit te bouwen tot een onderzoek, waarbij wat ingewikkeld rekenwerk niet uit de weg gegaan hoeft te worden. In overleg met de begeleidende docent formuleren de leerlingen de volgende (voorlopige) onderzoeksvragen:

- Wat houdt de Chinese bevolkingspolitiek in?
- Waarom is deze ingevoerd?
- Wat zijn de demografische gevolgen?
- Wat zijn de economische gevolgen?
- Wat zijn de verschillen tussen het model en de werkelijkheid?

Wat betreft de wiskunde worden aan de uitwerking nog de volgende eisen gesteld:

- De groei van de bevolking als gevolg van verschillende maatregelen moet weergegeven worden in grafieken. Hierbij moet worden gerekend met Lesliematrices, die in de les behandeld zijn. Nieuw voor hen is dat zij moeten uitzoeken hoe je met behulp van Studyworks de resultaten van berekeningen met Leslie-matrices kunt weergeven in grafieken.

Leerlingen moeten uitzoeken hoe je relatieve veranderingen in de bevolkingssamenstelling als gevolg van bepaalde maatregelen met behulp van Studyworks kunt berekenen. Hoe maak je bijvoorbeeld vergrijzing zichtbaar met behulp van getallen? Hoe verandert het economisch actieve deel in de loop van de jaren? Hoe haal je geboorteen sterftecijfers uit het model? Vragen die veelal pas werden gesteld na confrontatie van het model met de spaarzaam beschikbare statistische gegevens.

Het werk en het concept van de leerlingen

In het stadium ‘Informatie verzamelen en onderzoek’ bleek dat de leerlingen veel tijd nodig hadden om echt vaardig te worden met Studyworks. Verder moesten zij eerst de opgave uit *Getal en Ruimte* uitwerken. Pas daarna kwamen zij toe aan het maken van grafieken zoals hierboven. Hoe de grafieken van het totale aantal Chinezen konden worden gemaakt, konden zij leren aan de hand van een voorbeelduitwerking van de docent. Naast dit gezamenlijke werken aan de wiskunde waren zij tot de volgende taakverdeling gekomen:

- Eén van de leerlingen hield zich bezig met het zoeken naar globale statistische gegevens van de bevolkingsgroei.
- Een tweede verdiepte zich in de geschiedenis van de huidige bevolkingspolitiek.

- De derde wijdde zich aan de economische en/of demografische gevolgen en de reacties van de bevolking hierop.

Om het model met de aldus verzamelde gegevens te confronteren, ontstond de vraag hoe je uit het model de geboorte- en sterftecijfers kunt halen, hoe je zicht kan krijgen op vergrijzing en belasting van de werkende bevolking door jongeren en ouderen, en wat het model te zeggen heeft over de leeftijdsverwachting van de Chinezen. Leerlingen en begeleidende docent hebben hierover regelmatig gesprekken gevoerd. Zelf bedachten zij de mortaliteitsmatrix.

Aan het eind van de eerste drie lesweken, waarin twee lessen per dag beschikbaar waren voor het profielwerkstuk, moesten de leerlingen met een concept voor het werkstuk komen. Zij waren toen in feite al verder gegaan en hadden twee hoofdstukken geschreven. Aan contact met de docenten aardrijkskunde en het Sinologisch instituut in Leiden waren zij niet toegekomen, want de wiskunde had veel tijd gekost.

Het verzoek van de docent om in hoofdstuk twee de uitwerking van het model ordelijker te doen, en te werken met een meer consistente notatie, werd afgewezen met de motivering dat alles al van Studyworks naar Word was omgezet en dat het veel te veel moeite zou zijn alles weer opnieuw te doen. De docent was verder niet gelukkig met het feit dat zij in dat hoofdstuk de wiskundige uitwerking van het model, de confrontatie met de spaarzame statistische gegevens en de conclusies vermengd hadden in plaats van dat zij dit hadden gescheiden in afzonderlijke hoofdstukken. Bovendien hadden zij in hun eerste hoofdstuk geen korte inleiding geschreven, maar een uitgebreid historisch overzicht met beschrijving van de sociale consequenties. Dat aldus een groot aantal conclusies vooraf gingen aan de uitkomsten van het model vonden zij geen probleem, dit in tegenstelling tot de docent.

Afgezien van deze bezwaren hadden de leerlingen goed werk verricht. Omdat duidelijk werd dat het plezier dat de leerlingen tot dan toe hadden beleefd aan hun werkstuk zou worden vergald als zij de gewenste veranderingen moesten doorvoeren, ging de docent uiteindelijk akkoord met de opzet. Ook van een derde hoofdstuk met algemene conclusies is het niet gekomen (hierover dadelijk meer). De leerlingen moesten voldoende tijd overhouden om de presentatie voor te bereiden.

De presentatie

Na de voltooiing van hun profielwerkstuk dienen leerlingen op het Murmelliusgymnasium een mondelinge toelichting van 25 minuten te geven ten overstaan van leerlingen, ouders en docenten. De presentatie vindt plaats tijdens de zogenoemde Profielmiddag. De profielmiddag wordt afgesloten met een feestelijk samenzijn in de aula en wordt over het algemeen ervaren als een hoogtepunt in het schoolleven.

De drie leerlingen hadden voor hun presentatie de taken verdeeld: de eerste hield een historische inleiding, de tweede lichtte de gegevens uit *Getal en Ruimte* toe waar het model vanuit ging en de grafische resultaten, zonder daarbij in te gaan op de wiskundige tussenstappen, terwijl de derde de algemene conclusies besprak die eigenlijk deel hadden moeten uitmaken van het derde hoofdstuk van het werkstuk. Publiek en docent vonden het een heel duidelijk verhaal dat goed was voorbereid. De leerling die het model besprak, bleek bij vragen uit het publiek een goed inzicht te hebben in de aannames die bij het wiskundige model gemaakt zijn. De combinatie van schriftelijk verslag en mondelinge toelichting werd als 'Goed' beoordeeld door de begeleidende docent.

Ter afsluiting

Om een geheel nieuw model te kunnen opstellen en analyseren vergt een veel bredere wiskundige kennis dan die waarover leerlingen op het vwo beschikken, zeker bij wiskunde A12. Daarom is gekozen voor een bestaand model dat moest worden uitgediept. Daarbij is ook de keuze gemaakt dat de gebruikte wiskunde niet te triviaal mag zijn. Dit betekent dat er veel begeleiding nodig was om te voorkomen dat er te magere resultaten geboekt worden.

Bij de begeleiding moesten er veel wiskundige problemen opgelost worden, die ook de docent de nodige hoofdbrekens hebben gekost. Zo kostte het enige tijd om in te zien dat de 'halfwaardetijd' een geschikte grootte is om uit de overlevingskansen de leeftijdsverwachting te bepalen. En ook de vraag hoe uit de opbouw van de populatie in leeftijdsgroepen van tien jaar een opbouw in drie groepen (jongeren, werkenden en ouderen) kon worden afgeleid. Zeer tot tevredenheid van de docent bedachten de leerlingen zelf de mortaliteitsmatrix naar analogie van de door de docent gesuggereerde overlevingsmatrix. (Zie de appendix voor details.)

De uitvoering van de suggesties in Studyworks is geheel door de leerlingen gedaan zonder praktische bijstand van de docent.

Dit profielwerkstuk is door leerlingen en docent ervaren als een avontuur waar zij het nodige van hebben geleerd. Ook vonden de leerlingen dat het gebruik van Studyworks bij het profielwerkstuk veel voordelen bood. Bovendien bleek dat het vooruitzicht van de mondelinge eindpresentatie een gunstig effect heeft op de aanpak van de leerlingen. Het daagt leerlingen uit om het onderwerp goed te doordenken omdat zij zich moeten voorbereiden op kritische vragen.

De docent raakte zo geboeid door het onderwerp dat hij niet na kon laten het wiskundige model ook op zijn manier uit te werken. Deze uitwerking is te raadplegen op de website van de school (www.murmellius.nl).

De appendix op de volgende bladzijden bevat een gedeelte van deze uitwerking.

*Ton Hengeveld,
Murmelliusgymnasium, Alkmaar*

Docentuitwerking in Studyworks van het wiskundig model

Inleiding

Vanaf de Chinese revolutie in 1949 nam de Chinese bevolking toe van 550 miljoen tot meer dan 1000 miljoen (1 miljard) in 1982. De Chinese leiders zagen in dat een dergelijke bevolkingsgroei ernstige problemen voor het land zou opleveren. In 1982 deed de politiek van 1 kind per gezin zijn intrede.

In de vierde kolom staan de vruchtbaarheidscijfers zoals die golden voordat de campagne startte:

Tabel 1: Gegevens over de bevolking van China in 1982 (uit Getal en Ruimte EM5, Hoofdstuk 1 Opgave 30)

leeftijds-klasse	aantal 10 ⁶	overlevingskans	vruchtbaarheidscijfer
0 – 9	205	.930	0
10 – 19	258	.993	.45
20 – 29	169	.987	.69
30 – 39	127	.981	.13
40 – 49	99	.962	0
50 – 59	74	.907	0
60 – 69	48	.761	0
70 – 79	23	.510	0
80 +	5	.080	0

Toelichting op de tabel:

Stel, in 1982 zijn er 100 Chinezen in de leeftijdsklasse van 10 tot en met 19 jaar. Ervan uitgaande dat er even veel mannen als vrouwen zijn, betekent dit 50 mannen en 50 vrouwen, dat wil zeggen 50 gezinnen.

De overlevingskans van 0,993 betekent dat er na 10 jaar, dus in 1992, er $100 \times 0,993 = 99,3$ van deze groep Chinezen in de volgende leeftijdsklasse van 20 tot en met 29 jaar is terecht gekomen en dat er dus 0,7 Chinees gestorven is.

Verder betekent het vruchtbaarheidscijfer 0,45 dat deze 100 Chinezen in deze periode van 10 jaar $100 \times 0,45 = 45$ kinderen hebben voortgebracht.

Weer 10 jaar later, in 2002, zijn van deze 99,3 Chinezen er $99,3 \times 0,987 = 98,0$ in de leeftijdsklasse van 30 tot en met 39 jaar terechtgekomen en zijn er dus 1,3 gestorven. Deze 99,3 Chinezen hebben $99,3 \times 0,69 = 68,5$ kinderen voortgebracht.

In 2012, dus opnieuw 10 jaar later, zijn er van de oorspronkelijke 100 Chinezen nog $98,0 \times 0,987 = 96,7$ over, die nu in de leeftijdsklasse van 40 tot en met 49 jaar zijn terechtgekomen.

De 98,0 Chinezen hebben $98,0 \times 0,13 = 12,7$ kinderen voortgebracht. De leeftijdsklasse van 40 tot en met 49 jaar heeft vruchtbaarheidscijfer 0 en brengt dus geen kinderen meer voort.

In totaal hebben de 100 Chinezen uit 1982, dus 50 gezinnen, $45 + 68,5 + 12,7 = 126,2$ kinderen voortgebracht in 2012. Dit is $\frac{126,2}{100} = 1,26$ kind per Chinees en $\frac{126,2}{50} = 2,52$ kind per gezin. De som van de vruchtbaarheidscijfers is $0,45 + 0,69 + 0,13 = 1,27$. We zien dat grofweg geldt:

$$(\text{som vruchtbaarheidscijfers}) \times 2 = (\text{aantal kinderen per gezin})$$

Dat deze benadering klopt, ligt aan het feit dat van de oorspronkelijk 100 vruchtbare Chinezen er maar weinig gestorven zijn in hun vruchtbare periode en wel $100 - 96,7 = 3,3$.

Leeftijdsverwachting:

Stel, er worden op een bepaald moment 100 Chinezen geboren.

De kans dat één van deze Chinezen 70 jaar wordt, dus in de leeftijdsklasse van 70 tot en met 79 jaar komt, is $0,930 \times 0,993 \times 0,987 \times 0,981 \times 0,962 \times 0,907 \times 0,761 = 0,594$. Van de 100 geboren Chinezen behalen er dus $100 \times 0,594 = 59,4$ de leeftijd van 70 jaar.

De kans dat één van deze Chinezen 80 jaar wordt, dus in de leeftijdsklasse van 80 tot en met 99 jaar komt, is $0,930 \times 0,993 \times 0,987 \times 0,981 \times 0,962 \times 0,907 \times 0,761 \times 0,510 = 0,303$. Van de 100 geboren Chinezen behalen er dus $100 \times 0,303 = 30,3$ de leeftijd van 80 jaar.

Lineaire interpolatie, met $10 \times \frac{(59,4 - 50)}{(59,4 - 30,3)} = 3,2$, levert dat van de 100 geboren Chinezen er 50 de leeftijd van $70 + 3,2 = 73$ jaar halen. De mediale verwachting van de leeftijd is dus 73 jaar volgens deze gegevens, want de ‘halfwaardetijd’ is 73 jaar.

Gevolgen niet-ingrijpen volgens deze gegevens:

Als de Chinese leiders niet zouden ingrijpen, krijgt elk gezin gemiddeld 2,5 kind. De mogelijke consequenties worden hieronder onderzocht met behulp van de volgende Lesliematrix en de volgende populatiematrix in 1982:

$$L_z := \begin{bmatrix} 0 & .45 & .69 & .13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .930 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .993 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .987 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .981 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .962 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .907 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .761 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .510 & .080 \end{bmatrix}$$

(z betekent: zonder ingrijpen)

$$P_{82} := \begin{bmatrix} 205 \\ 258 \\ 169 \\ 127 \\ 99 \\ 74 \\ 48 \\ 23 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Totaal aantal Chinezen zonder ingrijpen

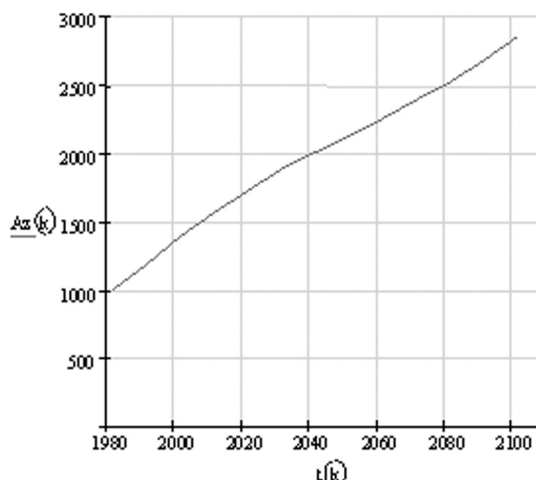
$$k : = 0 \dots 12$$

$$\text{Jaren : } t(k) := 1982 + 10 \cdot k$$

$$\text{Populatiematrix: } P_z(k) := L_z^k \cdot P_{82}$$

$$\text{Totaal aantal: } A_z(k) := \sum P_z(k)$$

Dit levert de volgende grafiek op:



Aantal Chinezen (in miljoenen) in de loop van de jaren (zonder ingrijpen)

Geboorte- en sterftcijfers zonder ingrijpen

Uit de vruchtbaarheidscijfers valt te definiëren:

$$\text{Nataliteitsmatrix : } N_z := [0.45 \quad .69 \quad .13 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Geboortecijfer per jaar bij 1000:

$$G_z(k) := \frac{\sum(N_z \cdot P_z(k))}{A_z(k)} \cdot \frac{1000}{10}$$

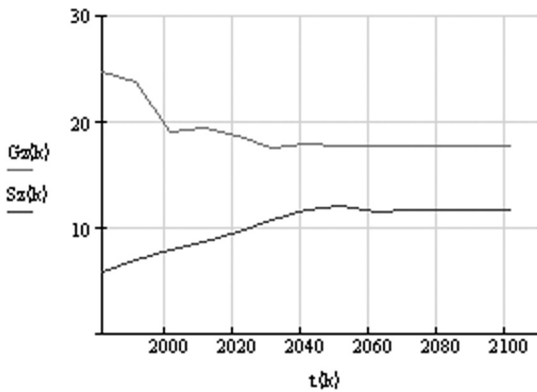
Uit de overlevingskansen valt te definiëren:

$$\text{Mortaliteitsmatrix : } M := [0.070 \quad .007 \quad .013 \quad .019 \quad .038 \quad .093 \quad .239 \quad .490 \quad .920]$$

Sterftcijfer per jaar bij 1000:

$$S_z(k) := \frac{\sum(M \cdot (P_z(k)))}{A_z(k)} \cdot \frac{1000}{10}$$

Dit leidt tot de grafiek:



Geboorte- en sterftcijfers per jaar voor 1000 Chinezen (zonder ingreep)

Procentuele bijdragen jongeren, werkenden en ouderen zonder ingrijpen

De bevolking wordt vaak in drie leeftijdsklassen ingedeeld: de jongeren (0 tot en met 14 jaar) de werkenden (15 tot en met 64 jaar) en de ouderen (65 jaar en ouder). De procentuele bijdragen tot de bevolking van deze groepen wordt als volgt bepaald:

Relatieve populatiematrix:

$$Rz(k) = \frac{Pz(k)}{Az(k)} \cdot 100$$

Bijdrage jongeren: $j := [1 \ .5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

$$Jz(k) := \Sigma(j \cdot Rz(k))$$

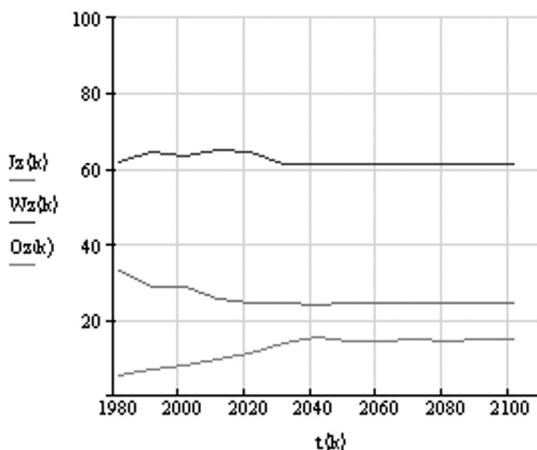
Bijdrage werkenden: $w := [0 \ .5 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ .5 \ 0 \ 0]$

$$Wz(k) := \Sigma(w \cdot Rz(k))$$

Bijdrage ouderen: $o := [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ .5 \ 1 \ 1]$

$$Oz(k) := \Sigma(o \cdot Rz(k))$$

Dit levert op:



Percentages jongeren, werkenden en ouderen (zonder ingreep)

Gevolgen tweekindspolitiek

Nu worden de gevolgen onderzocht voor het hypothetische geval dat de Chinese leiders in 1982 hadden besloten een politiek door te voeren van twee kinderen per gezin. De vruchtbaarheidscijfers in de Lesliematrix worden hiertoe veranderd:

$$Lt := \begin{bmatrix} 0 & .41 & .59 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .930 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .993 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .987 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .981 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .962 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .907 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .761 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .510 & .080 \end{bmatrix}$$

(t betekent: tweekindspolitiek)

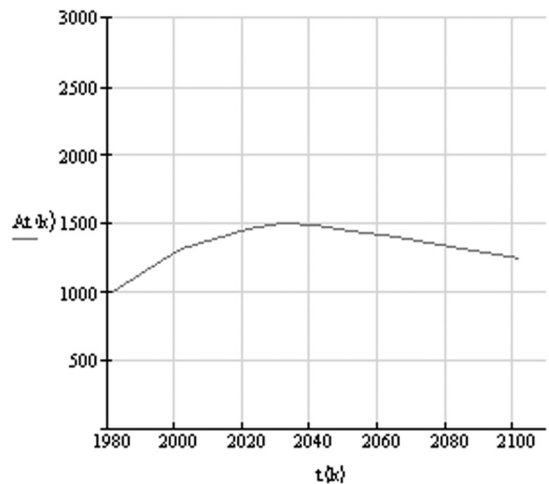
Uit (som vruchtbaarheidscijfers) $\times 2 =$ (aantal kinderen per gezin) volgt nu voor het aantal kinderen per gezin: $(.49+.51) \cdot 2 = 2$

Totaal aantal Chinezen bij de tweekindspolitiek

Populatiematrix: $Pt(k) := Lt^k \cdot P82$

Totaal aantal: $At(k) := \Sigma Pt(k)$

Dit levert de volgende grafiek op:



Aantal Chinezen (in miljoenen) in de loop van de jaren (twee kinderen)

Geboorte- en sterftcijfers bij de tweekindspolitiek

Met de vruchtbaarheidscijfers wordt gedefinieerd:

Nataliteitsmatrix : $Nt := [0 \ .41 \ .59 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

Geboortecijfer per jaar bij 1000:

$$Gt(k) := \frac{\Sigma(Nt \cdot Pt(k))}{At(k)} \cdot \frac{1000}{10}$$

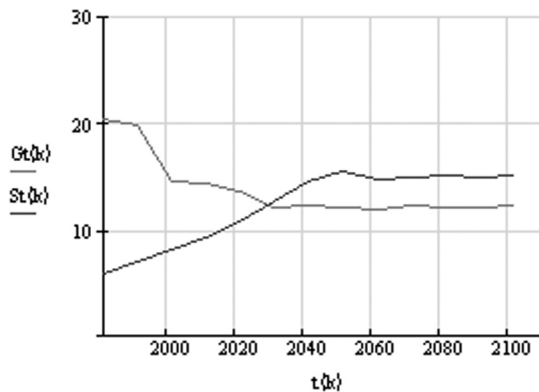
Met de overlevingskansen wordt gedefinieerd:

Mortaliteitsmatrix : $M := [.070 \ .007 \ .013 \ .019 \ .038 \ .093 \ .239 \ .490 \ .920]$

Sterftecijfer per jaar bij 1000:

$$St(k) := \frac{\Sigma(M \cdot Pt(k))}{At(k)} \cdot \frac{1000}{10}$$

Aldus ontstaat:



Geboorte- en sterftecijfers per jaar voor 1000 Chinezen (twee kinderen)

Procentuele bijdragen jongeren, werkenden en ouderen bij de tweekindspolitiiek

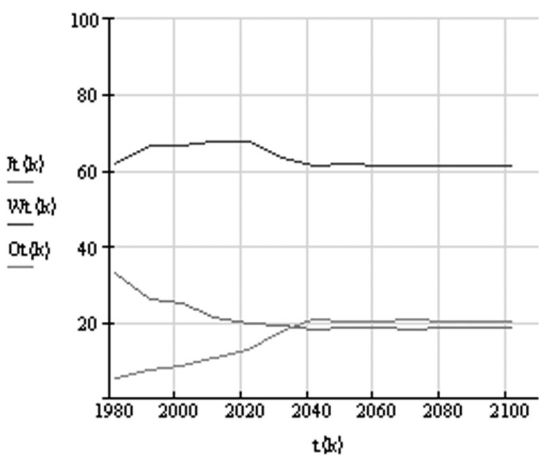
Relatieve populatiematrix: $Rt(k) := \frac{Pt(k)}{At(k)} \cdot 100$

Bijdrage jongeren: $j := [1.5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$
 $Jt(k) = \Sigma(j \cdot Rt(k))$

Bijdrage werkenden: $w := [0.5 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$
 $Wt(k) = \Sigma(w \cdot Rt(k))$

Bijdrage ouderen: $o := [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.5 \ 1 \ 1]$
 $Ot(k) = \Sigma(o \cdot Rt(k))$

Grafisch resultaat:



Percentages jongeren, werkenden en ouderen (twee kinderen)

Gevolgen eenkindspolitiiek

De Chinese leiders hebben besloten een politiek door te voeren van één kind per gezin vanaf 1982. Om de gevolgen hiervan te onderzoeken worden de vruchtbaarheids-

$$Le := \begin{bmatrix} 0 & .28 & .22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .930 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & .993 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .987 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .981 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & .962 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .907 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .761 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & .510 & .080 \end{bmatrix}$$

cijfers in de Lesliematrix nogmaals gewijzigd: (e betekent: eenkindspolitiiek)

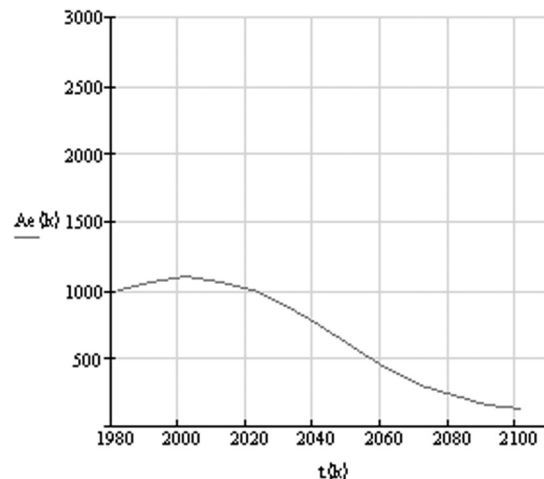
Uit (som vruchtbaarheidscijfers) $\times 2 =$ (aantal kinderen per gezin) volgt nu voor het aantal kinderen per gezin: $(.28 + .22) \cdot 2 = 1$

Totaal aantal Chinezen bij de eenkindspolitiiek

Populatiematrix: $Pe(k) := Le^k \cdot P82$

Totaal aantal: $Ae(k) := \Sigma Pe(k)$

Dit levert op:



Aantal Chinezen (in miljoenen) in de loop van de jaren (1 kind)

Geboorte- en sterftecijfers bij de eenkindspolitiiek

Uit de vruchtbaarheidscijfers:

Nataliteitsmatrix : $Ne := [0 \ .28 \ .22 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

Geboortecijfer per jaar bij 1000:

$$Ge(k) := \frac{\Sigma(Ne \cdot Pe(k))}{Ae(k)} \cdot \frac{1000}{10}$$

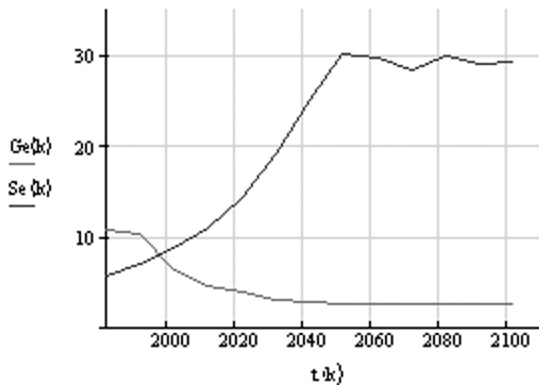
Uit de overlevingskansen:

Mortaliteitsmatrix : $M := [.070 \ .007 \ .013 \ .019 \ .038 \ .093 \ .239 \ .490 \ .920]$

Sterftecijfer per jaar bij 1000:

$$Se(k) := \frac{\Sigma(M \cdot Pe(k))}{Ae(k)} \cdot \frac{1000}{10}$$

Aldus:



Geboorte- en sterftecijfers per jaar voor 1000 Chinezen (1 kind)

Procentuele bijdragen jongeren, werkenden en ouderen bij de eenkindspolitiek

Relatieve populatiematrix: $Re(k) := \frac{Pe(k)}{Ae(k)} \cdot 100$

Bijdrage jongeren: $j := [1 \ .5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

$$Je(k) := \sum(j \cdot Re(k))$$

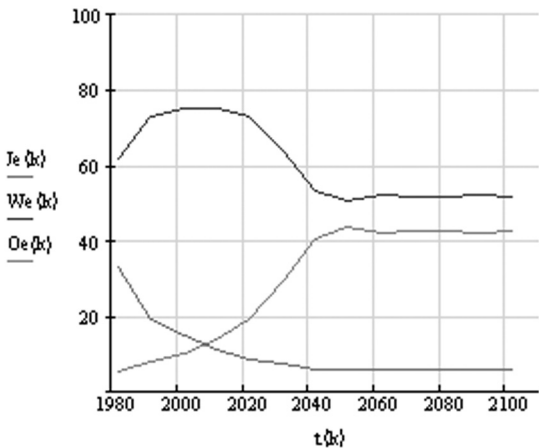
Bijdrage werkenden: $w := [0 \ .5 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0.5 \ 0]$

$$We(k) := \sum(w \cdot Re(k))$$

Bijdrage ouderen: $o := [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.5 \ 1]$

$$Oe(k) := \sum(o \cdot Re(k))$$

Resultaat:



Percentages jongeren, werkenden en ouderen (1 kind)

Combinatie een- en tweekindspolitiek

Bij de eenkindspolitiek zou volgens het hier gepresen-

terde model na 2002 het bevolkingsaantal dramatisch afnemen. In 1995 hebben de Chinese leiders beloven om tot het jaar 2002 de politiek van een kind per gezin te handhaven en daarna over te gaan op een politiek van twee kinderen per gezin.

In 2002 wordt de verdeling van de populatie over de verschillende leeftijdsklassen gegeven door: $P02 := Pe(2)$. Op deze populatie is dus de veranderde politiek van toepassing.

Totaal aantal Chinezen bij de gecombineerde politiek

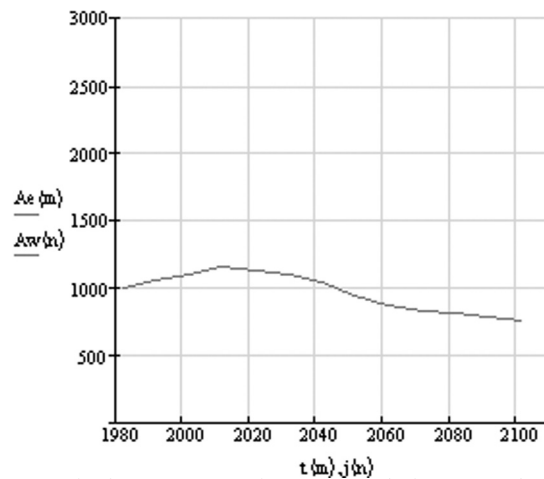
Jaartal: $j(n) := 2002 + 10n$

Populatiematrix: $Pw(n) := L^n \cdot P02$

Totaal aantal: $Aw(n) := \sum Pw(n)$

(w betekent wijziging)

Met $m := 0.. 2$, $n := 0.. 10$ levert dit op:



Aantal Chinezen (in miljoenen) in de loop van de jaren (combinatie)

Geboorte- en sterftecijfers bij de gecombineerde politiek:

Uit de vruchtbaarheidscijfers wordt gedefinieerd:

Geboortecijfer per jaar bij 1000:

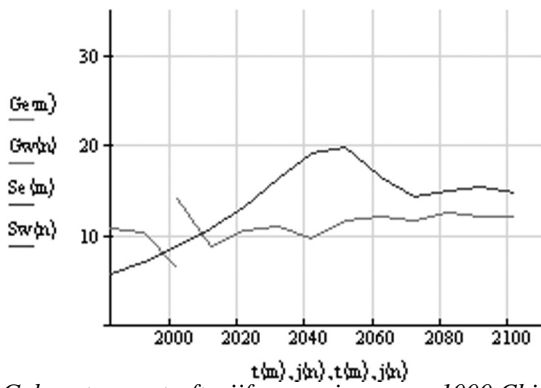
$$Gw(n) := \frac{\sum(Nt \cdot Pw(n))}{Aw(n)} \cdot \frac{1000}{10}$$

Uit de overlevingskansen wordt gedefinieerd:

Sterftecijfer per jaar bij 1000:

$$Sw(n) := \frac{\sum(M \cdot Pw(n))}{Aw(n)} \cdot \frac{1000}{10}$$

Hiermee:



Geboorte- en sterftecijfers per jaar voor 1000 Chinezen (combinatie)

Procentuele bijdragen jongeren, werkenden en ouderen bij de gecombineerde politiek

Relatieve populatiematrix: $Rw(n) := \frac{Pw(n)}{Aw(n)} \cdot 100$

Bijdrage jongeren: $j := [1 \ .5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

$Jw(n) := \Sigma(j \cdot Rw(n))$

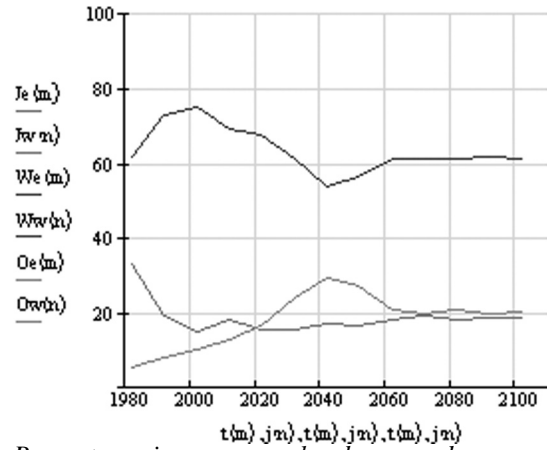
Bijdrage werkenden: $w := [0 \ .5 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0.5 \ 0 \ 0]$

$Ww(n) := \Sigma(w \cdot Rw(n))$

Bijdrage ouderen: $o := [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.5 \ 1 \ 1]$

$Ow(n) := \Sigma(o \cdot Rw(n))$

Resultaat met nogmaals: $J(n) := 2002 + 10 \ n$



Percentages jongeren, werkenden en ouderen (combinatie)

Nationale Wiskunde Dagen

Op vrijdag 2 en zaterdag 3 februari 2007 worden de 13e Nationale Wiskunde Dagen gehouden in Congrescentrum de Leeuwenhorst te Noordwijkerhout.

Kosten per persoon: € 360,00 bij overnachting op een tweepersoonskamer en € 395,00 bij overnachting op een eenpersoonskamer.

Begin september wordt de programmaprochure met aanmeldingsformulier naar de scholen gestuurd. Meer informatie over de NWD is nu al te vinden op <http://www.fi.uu.nl/nwd>.

Inlichtingen:

Ank van der Heiden, telefoon: 030 263 55 55 of e-mail: nwd@fi.uu.nl.

