

In het kader van de rubriek *Gewoon een leuke les* vertelt **Kim Kaspers** over haar lessen in misleiding. Een van de kenmerken die in vrijwel alle definities van gecijferdheid opduikt, is het kritisch kunnen beoordelen van getalsmatige informatie. En als je weet hoe eenvoudig het is iemand te misleiden, dan weet je ook hoe eenvoudig het is kan gebeuren zelf misleid te worden...

Lessen in misleiding

Inleiding

Misschien is het wel een van de minst bekende eindtermen in het examenprogramma wiskunde A1(2): 'Misleiding in grafische representaties onderkennen'. Toch kan het geen kwaad om hier aandacht aan te besteden. Belangrijke beleidsbeslissingen bij de overheid en in het bedrijfsleven worden meestal genomen op basis van onderzoeksrapporten. De cijfermaterialen in deze rapporten worden regelmatig gebruikt om de gewenste beslissing te legitimeren. In deze gevallen wordt er 'gewone' statistiek bedreven, er is geen cijfer gelogen aan de uitkomsten en toch kan het misleidend zijn. Voor leerlingen is dit vaak nieuw: als je iets goed berekent, dan klopt het toch? Wat er in de grafiek staat, is toch waar? Als leerlingen later zelf op posities terecht komen waar ze beslissingen mogen nemen (of aanvechten!), zou ik graag zien dat ze door dit soort rapporten heen kunnen prikken. In een lessenserie¹ heb ik daarom geprobeerd leerlingen inzicht te verschaffen in het proces waarbij je gegevens zo kunt verkrijgen en presenteren dat het door jou gewenste beeld ontstaat. De lessenserie heeft de volgende kernpunten:

1. Leerlingen misleiden en ze daarmee confronteren.
2. Leerlingen kennis laten maken met misleidende technieken.
3. Leerlingen zelf een misleiding in elkaar laten zetten.

Leerlingen misleiden en ze daarmee confronteren

Leerlingen misleiden is mijns inziens een belangrijke eerste stap. Ik kom namelijk twee opvattingen vaak tegen bij leerlingen: 'Het staat er toch? Dan zal het dus wel zo zijn'. Het nut van deze lessen wordt dan niet direct ingezien. De tweede opvatting is lastiger te bestrijden. 'Ja, maar ik laat me niet misleiden hoor'. Leerlingen (en vele volwassenen met hen) denken dat anderen wel misleid kunnen worden, maar zichzelf niet. Deze beide opvattingen staan het leerproces in de weg en moeten dus eerst de wereld uit worden geholpen. Leerlingen zelf misleiden en ze daarmee confronteren is daarvoor erg effectief. De eerste les krijgen leerlingen een stencil met inkomensgegevens

van drie dorpen. Dit stencil is er in vijf versies, elk met een andere inkomensmaat. De leerlingen moeten kiezen aan welk dorp zij ontwikkelingshulp zouden geven.

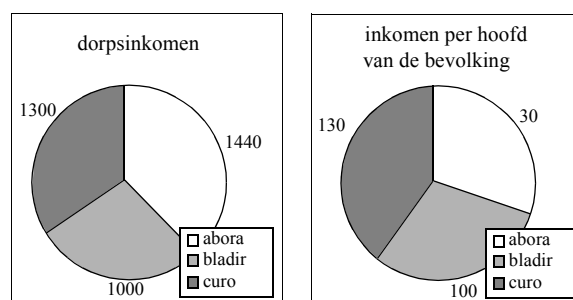


fig. 1 Versie 1 (links) en versie 2 (rechts)

De daaropvolgende les laat ik zien dat de leerlingen verschillende keuzes hebben gemaakt, terwijl het toch om dezelfde drie dorpen ging. De leerlingen krijgen dan ook de volledige gegevens van de betreffende dorpen en mogen een nieuwe voorkeur uitspreken.

	abora	bladir	curo	
m	90	820	241	
m	88	20	250	
m	95	20	258	
m	87	20	243	
m	90	20	258	
v	90	20	9	
v	85	20	10	
v	92	20	12	
v	88	20	8	
v	95	20	11	
v	89			
v	91			
v	90			
v	90			
v	92			
v	88			
		abora	bladir	curo
	gem. inkomen per hoofd	90	100	130
	laagste inkomen	85	20	8
	hoogste inkomen	95	820	258
	mediaan	90	20	126.5
	modus	90	20	258
	totaal inkomen	1440	1000	1300
	% inkomens onder \$50	0	90	50
	% inkomens onder \$100	100	90	50
	gem. inkomen vrouwen	90	20	10
	gem inkomen mannen	90	180	250

fig. 2 De volledige inkomensgegevens van abora, bladir en curo

Leerlingen kennis laten maken met misleidende technieken

De leerlingen hebben nu zelf kunnen ervaren hoe het is om verantwoordelijk te zijn voor beslissingen die misschien niet helemaal juist waren. Dit gebruik ik als aan-

knopingspunt om het een en ander uit te leggen over statistiek. De bekende uitspraak ‘je hebt kleine leugens, grote leugens en je hebt statistiek’ haal ik even aan. De komende lessen laat ik leerlingen kennismaken met verschillende technieken om uitkomsten van onderzoeken te beïnvloeden, dan wel misleidend weer te geven. Ook daarbij laat ik leerlingen waar mogelijk zelf keuzes maken; zo ervaren ze daadwerkelijk hoe het proces in elkaar zit.

In de eerste les hebben leerlingen kennis kunnen maken met het weglaten van of selectief omgaan met gegevens. De technieken die ik in de overige lessen laat zien, zijn achtereenvolgens:

- verschillen vergroten of verkleinen door schaalindelingen
- invloed van de vraagstelling
- het ankereffect
- representativiteit
- absoluut en relatief.

Verschillen vergroten of verkleinen door schaalindeling

Ik laat zien dat de manier waarop je informatie weergeeft, een bewuste keuze is en een doel kan dienen. Grafieken zijn hierbij een krachtig middel. Leerlingen zijn gewend aan het maken van grafieken zonder direct doel: je hebt een tabel en daar maak je een duidelijke grafiek van en je hebt de vraag daarmee goed beantwoord. Het volgende voorbeeld maakt leerlingen duidelijk dat er iets meer achter zit:

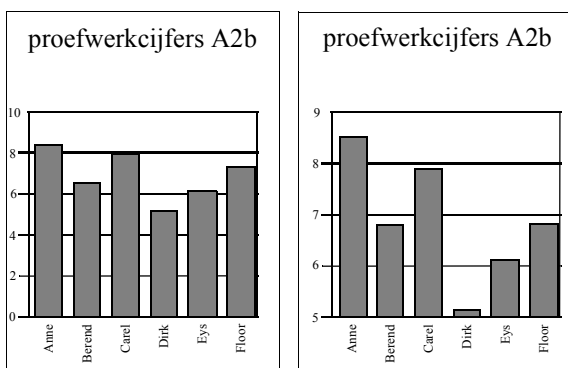


fig. 3 Welke grafiek laat Dirk thuis zien? En Anne?

De leerlingen zijn unaniem in hun keuze: Dirk laat de linkergrafiek aan zijn ouders zien. En bij de meeste leerlingen laat Anne de rechtergrafiek thuis zien. ‘Oké, maar als jij een bepaalde grafiek kiest omdat dat beter overkomt, dan kunnen anderen dat natuurlijk ook, dat als ze jou iets laten zien ...’

Invloed van de vraagstelling

Leerlingen begrijpen ook vooraf meestal wel dat antwoorden bij enquêtes vaak afhangen van de manier waarop de vraag is gesteld. Maar het is toch goed om te laten zien hoe groot dat effect is, en op welke manieren het vervolgens in de krant zou kunnen komen. Hiervoor heb ik twee versies van een enquête gemaakt. In beide enquêtes

staat een viertal min of meer dezelfde stellingen, maar de formulering is anders. De leerlingen kunnen aankruisen of ze het eens of oneens zijn met de stelling. De twee versies leverden een duidelijk verschil in antwoorden op.

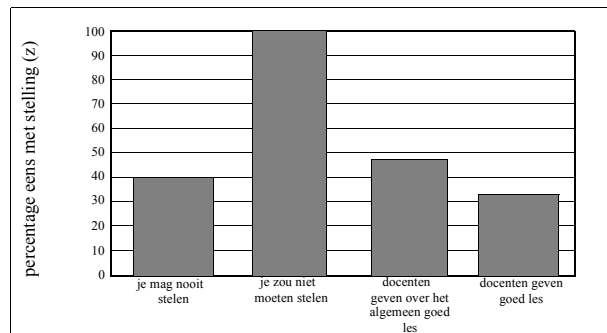


fig. 4 Effect van de vraagstelling

Dit verschil had overigens groter kunnen zijn bij beter gekozen vraagstellingen. Daarna mochten leerlingen reageren op de volgende krantenkoppen die ik verdedigde:

Sancta-leerlingen vinden dat je mag stelen!

Uit een enquête blijkt dat de meerderheid van de leerlingen op het Sancta Maria vindt dat je mag stelen. Dit is des te opmer-

kelijker omdat de school zegt normen en waarden hoog in het vaandel te hebben staan. De directie wilde niet reageren.

Sancta-leerlingen: wij krijgen slecht les!

Uit een enquête blijkt dat de meerderheid van de leerlingen op het Sancta Maria vindt dat de docenten niet

goed lesgeven. In een eerste reactie zei de directie de zaak te zullen onderzoeken.

De discussie die ontstond was erg leuk om mee te maken. Sommige leerlingen werden bijna echt kwaad omdat ik dit soort zaken durfde te suggereren: ‘Dit is hartstikke unfair, juf! Als dit in de krant komt, dan loopt onze school leeg.’ Andere leerlingen vonden het prima: het was toch uit de enquête gekomen? ‘Je mag als krant best de zaken een beetje aanzetten; zij moeten ook hun brood verdienen.’ De leerlingen gingen ook onderling in discussie. Dit zette de goede toon voor de volgende lessen, maar vooral begon er inzicht te ontstaan in het proces waarbij gegevens doelmatig worden bewerkt tot krantenkoppen of rapporten.

Het ankereffect

De leerlingen raakten gewend aan misleiding, maar dachten ook steeds meer dat zij daar nu wel doorheen zouden pikken. Een demonstratie van het ankereffect² bracht iedereen weer terug op aarde. Bij het ankereffect stel je een schatvraag. Deze wordt voorafgegaan door de vraag of het groter of kleiner is dan het anker. De antwoorden op

de eigenlijke schatvraag worden sterk beïnvloed door de grootte van het anker.

Denk jij dat er in 2003 meer of minder dan 20.000 huwelijken werden gesloten?

Meer
Minder

Hoeveel schat jij dat het er waren?
Ongeveer

Denk jij dat er in 2003 meer of minder dan 200.000 huwelijken werden gesloten?

Meer
Minder

Hoeveel schat jij dat het er waren?
Ongeveer

fig. 5 De twee versies

Anker 20.000	Anker 200.000
30.000	250.000
30.000	500.000
35.000	1.000.000
25.000	3.000.000
40.000	200.123
50.000	150.000
100.000	300.000
20.001	175.000
30.000	350.000
25.100	350.000
20.100	300.000
25.000	175.000
27.000	175.000
27.000	175.000
40.000	200.001
gemiddeld:	gemiddeld:
35.480	508.342

fig. 6 De schattingen

De bovenstaande schatvraag (figuur 5) heb ik rond laten gaan in mijn klas. Ik zorgde ervoor dat twee leerlingen naast elkaar altijd dezelfde versie hadden, om ontdekking van het verschil te voorkomen. Ik vertelde mijn klas dat ik kon zorgen dat de ene groep veel hogere schattingen deed dan de andere. Dat geloofden ze niet. Ik sorteerde de versie uit en liet een leerling de schattingen van de eerste versie oplezen en ik berekende het gemiddelde. Daarna voor de tweede versie (de hoger-lager vraag liet ik niet voorlezen). De leerlingen stonden voor een raadsel: hoe kan de ene groep een gemiddelde van 35.480 schatten, terwijl de andere groep 508.342 raadt? Het werkelijke aantal huwelijken was overigens ongeveer 83.000.³ Na de uitleg werd duidelijk dat beïnvloeding soms erg subtiel werkt, en dat niemand er immuun voor is. Enkele leerlingen wilden het dan ook thuis gaan uitproberen.

Representativiteit

Een belangrijk en moeilijk te bereiken punt bij het doen van onderzoek is in hoeverre de resultaten representatief zijn voor de totale groep. Ik heb hier niet heel uitgebreid aandacht aan besteed, maar wel aan leerlingen laten zien dat je hiermee moet uitkijken. Daarom was het des te opvallender dat de meeste leerlingen dit punt bij de slotopdracht gebruikten. Ik heb leerlingen een kort vragenlijstje laten invullen met de vraag waarom het christelijk paas-

feest wordt gevierd en hoe vaak ze naar de kerk gaan. Het betreft hier een actieve katholieke school.

Waarom wordt het christelijk paasfeest gevierd?

- De dood van Jezus
- De uittocht uit Egypte
- De geboorte van Jezus
- De geboorte van Mohammed
- De dood van Mozes
- De wederopstanding van Jezus
- Het begin van de lente
- De doop van Johannes
- Anders:.....

Hoe vaak ga je naar de kerk?

- Eens per week
- 2-3 keer per maand
- Eens per maand
- 6-10 keer per jaar
- 1-5 keer per jaar
- Minder dan eens per jaar
- Anders:.....

fig. 7 Vragenlijst representativiteit op een katholieke school

Landelijk was de reden van het christelijk paasfeest bij nog geen kwart van de jongeren bekend.⁴ Op het Sancta lag dit op ruim tweederde. Het was meteen duidelijk dat je de cijfers van het Sancta niet mag extrapoleren naar heel Nederland.

Absoluut en relatief

Net als schaalverdelingen bij grafieken is het onderscheid tussen absoluut/relatief en procent/procentpunt goed te gebruiken om verschillen uit te vergroten of te verkleinen. Het is een veelgebruikt middel: vooral bij kleine kansen en verhogingen daarvan maakt het een wereld van verschil. Een krantenkop 'Kans op trombose verdubbeld door pilgebruik' komt heel anders over dan 'Kans op trombose 0,02% bij pilgebruik'.⁵ Het verschil tussen absoluut en relatief komt vaker aan bod bij wiskundelessen, dus het rekenwerk moet bekend zijn. Ik heb leerlingen een stencil voorgeschoteld met gegevens over jongeren die zonder hun ouders op vakantie mogen.⁶

Vakantie

In 1997 mocht 43% van de 12- tot 17-jarigen zonder ouders op vakantie. In 2001 was dit 39%.

In 1997 waren er 1.092.979 12- tot 17-jarigen. In 2001 waren dit er 1.136.495. Je zou nu de volgende uitspraken kunnen doen:

1. Het aantal kinderen dat zonder ouders op vakantie mag, is met 4% gedaald.
2. Het aantal kinderen dat zonder ouders op vakantie mag, is met 9,3% gedaald.
3. Het aantal kinderen dat zonder ouders op vakantie mag, is met 27.748 kinderen gedaald.
4. Het aantal kinderen dat zonder ouders op vakantie mag, is met 5,7% gedaald.

Al deze uitspraken zou je in de krant kunnen vinden. Laat zien waar elk cijfer vandaan komt.

fig. 8 Vragenlijst absoluut / relatief

Na het rekenwerk (figuur 8) werd leerlingen gevraagd welke formulering ze zouden kiezen als ze willen klagen over te strenge ouders en waarom. De meeste leerlingen kozen voor formulering 3: Het aantal kinderen dat zonder ouders op vakantie mag is met 27.747 gedaald. We zien weer het belangrijke punt: zonder de gegevens te veranderen, kunnen we toch een beeld naar keuze creëren.

Leerlingen zelf een misleiding in elkaar laten zetten

Wat is er leuker en leerzamer dan zelf misleiden? De school had al langer een 'posterproject' waarin leerlingen

een klein onderzoekje moeten uitvoeren en de resultaten verwerken tot een mooie poster. Vanuit deze lessenserie werd daar, na een korte herhaling van de behandelde misleidingstactieken, de volgende opdracht aan toegevoegd:

Bonusopdracht
Schrijf een 'ingezonden brief' met een reactie op de gegevens in jullie poster. Geef in deze brief de gegevens heel anders weer. Gebruik een van bovenstaande technieken, of een eigen techniek. Probeer het verschil met de rest van de poster duidelijk te maken.

fig. 9 Zelf een misleiding in elkaar zetten

Deze opdracht is wellicht leuker te maken door expliciet te vragen om de lezer te misleiden. Maar ook zo kreeg ik een aantal goede reacties. Er was bijvoorbeeld een groep die een onderzoek had gedaan naar prijzen van verschillende merken chocopasta onder de titel 'de chocopasta prijzenslag'. In de poster werd de prijs per pot vergeleken, in de ingezonden brief werd opgemerkt dat dit geen eerlijke vergelijking is omdat je eerst de potjes naar 'dezelfde grammen moet omrekenen'. Vervolgens werd ook keurig de prijs per gram chocopasta berekend en in een nieuwe tabel gezet.

Ook was er een groep die langs de weg had gestaan om langskomende automerken te turven. In de bonusopdracht liet de groep zien zich goed bewust te zijn van het feit dat automerken turven in Heemstede niet representatief is voor heel Nederland:

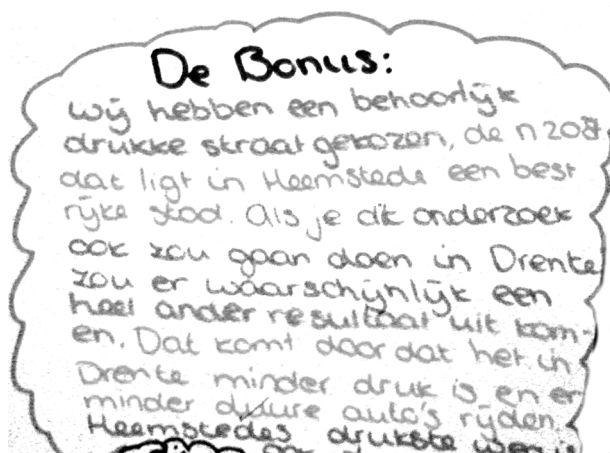


fig. 10 Automerken turven representatief?

Zoals al eerder opgemerkt, werden er relatief vaak vraagtekens gezet bij de representativiteit, en dit met goede argumenten. Zo was er ook een groep die verschillende vervoersmiddelen had geturfd (fietsers, brommers, auto's en bussen). Zij maakten in hun ingezonden brief een analyse waarin zowel het tijdstip van de dag, de samenstelling van de achterliggende woonwijk, als het feit dat er geen bushaltes in de buurt waren, werden aangevoerd als redenen waarom hun onderzoekje niet representatief is voor heel Nederland. Het was goed om te zien dat leerlingen zelf met dit soort kritische kanttekeningen kwamen.

Resultaten

In een begin- en eindenquête heb ik leerlingen dezelfde vragen gesteld: 'Als er in de krant staat dat 45% van alle Nederlanders wel eens liegt, dan denk jij ...'. En zo nog een aantal stellingen.

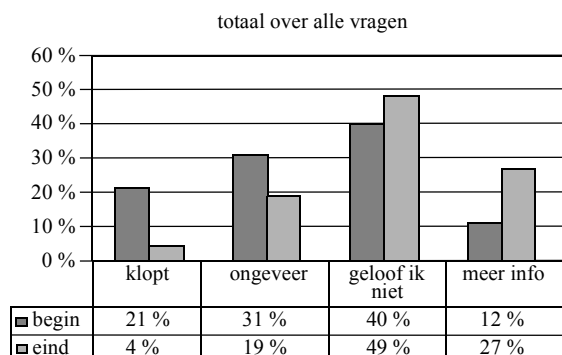


fig. 11 Antwoorden in begin- en eindenquête

Het antwoord 'dat klopt' werd in de eindenquête beduidend minder gegeven dan in de beginenquête. Het antwoord 'ik wil eerst meer informatie' werd juist veel vaker gegeven. Bovendien werd daarbij om terzake doende informatie gevraagd. Zo werd bij de stelling dat 90% van alle Nederlanders de stelling van Pythagoras kent de vraag gesteld of het onderzoek misschien in een VWO-klas was uitgevoerd. Bij de stelling dat 10% van de Nederlanders een mobieltje heeft, werd gevraagd of het onderzoek soms lang geleden of onder bejaarden was uitgevoerd. Het blijkt dat de leerlingen gedurende de lessenserie meer zijn gaan nadenken over de manier waarop het verzamelen en representeren van gegevens de beeldvorming kan beïnvloeden.

En misschien net zo belangrijk: deze vorm van statistiekonderwijs is leuk voor leerling én docent.

Kim Kaspers, Lyceum Sancta Maria, Haarlem

Noten

- [1] Deze lessenserie heb ik uitgevoerd in een 2 VWO-klas, en laten aansluiten bij het hoofdstuk 'Statistiek' van Moderne Wiskunde, maar is ook los te gebruiken. Het gebruikte lesmateriaal staat op: <http://www.euronet.nl/~kimk/misleiding/> en mag naar eigen inzicht gebruikt en herschreven worden.
- [2] Idee uit *Een wiskundige leest de krant* van J.A. Paulos (1995).
- [3] Statline van het CBS.
- [4] Enquête Jeugdjournaal.
- [5] Patiëntbrief Nederlands Huisartsen Genootschap.
- [6] Statline van het CBS.