

Heeft u ze bewaard, de eclipsbrilletjes voor de zonsverduistering van 11 augustus 1999? Mooi, dan heeft u nog ruim de tijd om ze tevoorschijn te halen om ze op 8 juni aanstaande weer op te zetten. Dan kunt u getuige zijn van een nóg zeldzamer kosmisch verschijnsel: een Venusovergang. **Steven Wepster** legt uit hoe u dan en passant de afstand van de Aarde tot de zon kunt bepalen. Met hulp van een verre kennis...

Venusovergang 2004: een bijzondere gebeurtenis

Inleiding

Op 8 juni 2004 beweegt de planeet Venus vanaf de Aarde gezien voor de zon langs. De laatste keer dat een dergelijke Venusovergang plaatsvond was in 1882 en de volgende is op 6 juni 2012. De overgang is zonder sterrenkijker zichtbaar, als u maar wel uw ogen beschermt met een eclipsbril of een donker lasruitje. De Venusovergangen in de achttiende en negentiende eeuw werden aangegrepen om de afstand van de Aarde tot de zon te bepalen. In het onderstaande leest u waarom ze zo zeldzaam zijn, en hoe ze gebruikt werden voor de afstandbepaling. Om het verhaal te begrijpen heeft u, naast een beetje wiskunde en een goed ruimtelijk inzicht, wat kennis nodig van planeetbewegingen. Die kennis vindt u in de volgende paragraaf.

Astronomie opgefrist

We veronderstellen dat de planeten Venus en Aarde in cirkelbanen om de zon bewegen. Het vlak waarin de aardbaan ligt noemen we de ecliptica. De baan van Venus ligt in een vlak dat een hoek i (genoemd de inclinatie) van $i = 3.39^\circ$ maakt met de ecliptica. Venus staat de helft van de tijd zuidelijk van de ecliptica en de helft van de tijd noordelijk ervan. De twee punten op de baan van Venus die precies in de ecliptica vallen heten de knopen. De knopen liggen op de knopenlijn, dat is de snijlijn van het Venusbaanvlak met de ecliptica. De omlooptijd van de Aarde is $T_A = 365,256$ dagen en de omlooptijd van Venus is $T_V = 224,701$ dagen. De baan van Venus is kleiner dan de aardbaan zodat Venus tussen de Aarde en de zon in kan komen. Als de loodrechte projectie van Venus op de ecliptica precies op de verbindingslijn van de zon en de Aarde valt, zeggen we dat er *samenstand* of *conjunctie* is. Alleen de benedenconjuncties, waarbij Venus tussen de Aarde en de zon in staat, zijn hier van belang.

Hoewel het voor het midden van de achttiende eeuw nog niet goed gelukt was om de straal van de aardbaan te bepalen, waren wel de verhoudingen van de baanstralen van Venus en Aarde (nl. 1 : 1,38) bekend.

Venus is ongeveer even groot als de Aarde, maar de zon

heeft een diameter die 110 keer zo groot is. Voordat de straal van de aardbaan was bepaald, wist men dat niet. Wel had men gemeten dat de diameter van de zon een hoek van $D = 32'$ beslaat. Tijdens de overgang neemt men de Venusdiameter waar als $1'$.

Hoe vaak overgang?

Indien de baan van Venus in de ecliptica lag, dan zouden we een Venusovergang waarnemen tijdens elke (beneden)conjunctie. Immers op dat moment zouden de middelpunten van zon, Venus, en Aarde op één lijn liggen. Maar doordat de Venusbaan gekanteld is, staat Venus bij een conjunctie bijna altijd noordelijk of zuidelijk van de zon. Alleen die conjuncties waarbij Venus in of dichtbij de ecliptica staat, kunnen wij waarnemen als een overgang. Zoeken we de momenten van overgang, dan zoeken we dus naar conjuncties die in de buurt van één van de twee knopen van de Venusbaan plaatsvinden. Eerst berekenen we wat we precies moeten verstaan onder 'in de buurt van'; vervolgens gaan we op zoek naar de geschikte conjuncties.

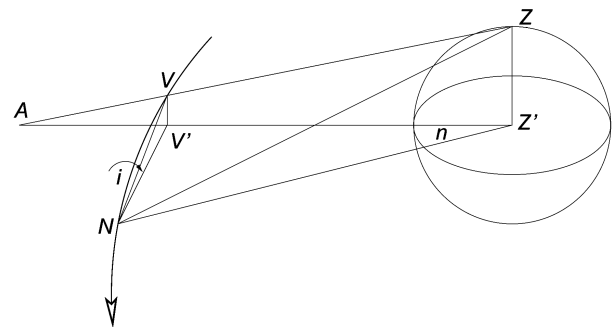


fig. 1 Conjunctie 'in de buurt' van een knoop

In figuur 1 is A de Aarde, Z' het middelpunt van de zon, en V Venus. De rechte door A en V snijdt de zon in Z zodat er nog net een kleine overgang te zien is. N is de dichtstbijzijnde knoop, zodat ANZ' in de ecliptica ligt. V' is de loodrechte projectie van V op de ecliptica. Omdat er conjunctie is, liggen A , V' , en Z' op een rechte; het vlak AZZ' valt samen met het vlak AVV' dat loodrecht op de

ecliptica staat. Boldriehoek NVV' is klein genoeg om als vlakke driehoek te beschouwen. Onder de aanname dat de Venusbaan cirkelvormig is, geldt $NZ' = VZ'$. Omdat VV' veel kleiner is dan $V'Z'$ geldt $VZ' \approx V'Z'$, zodat bij benadering driehoek $NZ'V'$ gelijkbenig is.

Met de beschikbare gegevens van de schijnbare zonnediameter $D = 32'$, inclinatie $i = 3.39^\circ$, en de verhouding $AZ' : V'Z' = 1,38$, berekenen we de maximale hoek n tussen de conjunctielijn AZ' en de knopenlijn NZ' , waarbij nog net een overgang plaatsvindt. Met behulp van $\tan \frac{1}{2}D = \frac{ZZ'}{AZ'}$, $\tan i = \frac{VV'}{NV'}$ en $VV' : ZZ' = AV' : AZ' = (AZ' - V'Z') : AZ'$ vinden we

$$\sin \frac{n}{2} = \frac{\frac{1}{2}NV'}{V'Z'} = \frac{VV'}{2 \tan i V'Z'} = \frac{ZZ' \cdot AV'}{2 \tan i AZ' \cdot V'Z'}$$

$$= \frac{\tan \frac{1}{2}D}{2 \tan i} \cdot \frac{AZ' - V'Z'}{V'Z'}$$

of in goede benadering:

$$n \approx \frac{180}{\pi} \cdot \frac{D}{2i} \left(\frac{AZ'}{V'Z'} - 1 \right) = 1,7^\circ$$

Per dag legt de Aarde iets minder dan een graad af in haar baan door de ecliptica. Dus indien een conjunctie plaatsvindt terwijl de Aarde minder dan 1,7 dagreis verwijderd is van een Venusknoop, is er een overgang te zien.

De tijdsduur tussen twee conjuncties berekenen we uit het verschil van de omloopsnelheid van Venus en Aarde:

$$1 / \left(\frac{1}{T_V} - \frac{1}{T_A} \right) \approx 583,92 \text{ dagen}$$

Deze tijdsduur wordt de synodische periode van Venus genoemd. Toevallig (en ik bedoel werkelijk toevallig) is deze synodische periode bijna een halve dag korter dan $1\frac{3}{5}T_A$. Bijgevolg zijn vijf synodische periodes slechts 2,4 dag korter dan acht jaar. Elke vijfde Venusconjunctie vindt dus plaats op bijna dezelfde kalenderdatum en op bijna dezelfde plaats in de ecliptica: preciezer, circa $2,4^\circ$ teruggeschoven. Stel nu dat bij conjunctie nummer 1 een overgang plaats heeft op laten we zeggen 1° voorbij een knoop. Conjuncties 2 tot en met 5 zijn dan conjuncties zonder overgang, en nummer 6 is weer wel een overgang maar dan $1,4^\circ$ vóór dezelfde knoop. Alle overgangen van een paar eeuwen voor onze tijd tot een paar eeuwen erna blijken in dit soort paren van acht jaar voor te komen. Bij conjunctie 11 is de afstand tot de knoop te groot voor een overgang. Intussen schuift het rijtje van conjuncties 2, 7, 12, ... langzaam richting de *andere* knoop van de Venusbaan (precies aan de overliggende kant van de ecliptica), waar bij nummer 67, 72, of 77 de volgende overgang zal plaatsvinden. Na de overgang van 2012 duurt het dus zó lang tot de volgende dat uw leerlingen het waarschijnlijk niet meer meemaken. Door op een bierviltje de knopenlijn en de plaats van de Aarde bij de achtereenvolgende conjuncties te tekenen, kunt u nog duidelijker zien hoe het werkt.

Als het goed is kunt u nu verklaren waarom Venusover-

gangen hetzij begin juni, hetzij begin december plaatsvinden. In welke maand verwacht u de eerstvolgende overgang na 2012?

Een té simpele voorstelling

Overgangen van Venus werden in de achttiende (1761 en 1769) en negentiende eeuw (1874 en 1882) aangegrepen om de afstand van de zon tot de Aarde te bepalen. Hoe dat werkt wordt soms als volgt voorgesteld.

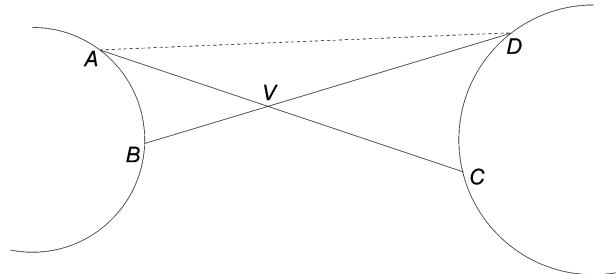


fig. 2 Afstand Aarde-zon bepalen

In figuur 2 ziet u twee waarnemers A en B , die Venus V tegen de zonnescijf waarnemen op respectievelijk C en D . Uit de posities van A en B en de aardstraal laat de lengte van AB zich berekenen. De afstanden van de Aarde en Venus tot de zon waren niet bekend, maar we hebben gezien dat wel de verhouding van die afstanden bekend was, $AV : VC \approx 1,38$.

Daarmee berekenen we $CD = \frac{VC}{AV} AB$, waarbij we voor het gemak aannemen dat AB evenwijdig aan CD is (de driehoeken ABV en CDV zijn dan gelijkvormig). De afstand Aarde-zon d_A volgt dan bij benadering uit $\frac{CD}{d_A} \approx \tan \angle CAD$, als maar CD loodrecht op de ecliptica staat.

Deze uitleg bevredigt niet helemaal. De meetkunde ram-melt wat, maar dat is eenvoudig op te lossen, ik laat dat buiten beschouwing. Wat niet lekker zit is dat waarnemer A wel de plek van C op de zonnescijf kan vaststellen, maar niet die van D , die door B moet worden vastgesteld. Waarnemer A kan dus alleen hoek CAD weten als B op exact hetzelfde tijdstip zijn waarneming doet en die door-geeft aan A . In de jaren zestig van de achttiende eeuw was het niet mogelijk de waarnemingen tegelijkertijd te doen. Bij de overgangen aan het eind van de negentiende eeuw werd veel verwacht van nieuwe technieken, zoals nauwkeurige chronometers, fotografie, en deels ook telegrafie, maar de resultaten vielen toch tegen.

Daarnaast is de figuur niet op schaal getekend, waardoor u lichtelijk in de maling wordt genomen. Om het juiste gevoel voor schaal te krijgen denkt u zich de Aarde en Venus ter grootte van een knikker en de zon als een skip-pybal. De aardknikker legt u aan de voet van de Euromast in Rotterdam en de skippybal hangt u aan de top. De Venusknikker komt op ongeveer een derde van de hoogte voorbijzweven. Volgens bovenstaande uitleg gaan twee 'waarnemers' op de onderste knikker elkaar vertellen

waar op de achtergrond van de skippybal zij de middelste knikker waarnemen. U begrijpt het al: dat wordt niets. Het te verwachten hoekverschil is kleiner dan de schijnbare Venusdiameter, ja zelfs minder dan 1% van de schijnbare zonnediameter. De meetfout heeft een te grote invloed op de uitkomst van de berekening.

Afstand bepalen door tijdmeting

Is het hele idee van afstandbepaling door middel van een Venusovergang dan hopeloos? Nee, dat niet, maar er is een indirecte meting nodig om de hoek CAD te bepalen. Edmund Halley, geïnspireerd door een overgang van Mercurius in 1677, bedacht de volgende methode.

Halley's idee was om de tijdsduur van de overgang te meten, vanaf het moment dat Venus zich helemaal aftekent op de zonneshijf tot het moment dat Venus de zonneshijf begint te verlaten. Deze tijdsduur is niet voor alle waarnemers hetzelfde; hij hangt (onder andere) af van de lengte van de koorde die Venus schijnbaar van de zon afsnijdt. Het tijdsverschil is veel nauwkeuriger te meten dan het verschil in de schijnbare positie van Venus op de zonneshijf. Ik denk dat u zich dit het duidelijkst voor kunt stellen met behulp van een kegel, waarvan de top in uw oog gelegen is, en waarvan de zonneshijf zogezegd het grondvlak vormt. Als Venus zich binnen de kegel (en tussen u en de zon in) bevindt, ziet u haar tegen de zon afgetekend. De tijdsduur van de overgang is de verblijfsduur van Venus binnen de kegel. Voor een waarnemer op bijvoorbeeld Réunion in de Indische Oceaan denkt u zich precies zo'n kegel in, met de top dus wat zuidelijker dan de uwe. In de Réunion-kegel passeert Venus daardoor op een iets andere afstand van de kegel en Venus heeft dus een iets andere weglengte door de kegel. Daar komt nog bij dat de Aarde met beide waarnemers erop ronddraait. De toppen van de kegels bewegen daardoor met verschillende snelheid van west naar oost, dat is tegen de beweging van Venus in. De verkorting van de overgangsduur die daardoor ontstaat laten we verder buiten beschouwing.

De maximale tijdsduur van een overgang berekenen we met de diameter van de zon $D = 32''$, de synodische periode van Venus $T = 583,92$ dagen, en de verhoudingen van de baandiameters $d_A : d_V = 1,38$. Vanaf de zon gezien is de hoeksnelheid van Venus, vergeleken met de Aarde, $360 / T$ graden per dag sneller. Bij de conjunctie is vanaf de Aarde gezien de hoeksnelheid van Venus ten opzichte van de zon dan $\frac{360d_V}{T(d_A - d_V)}$ graden per dag. Een overgang

duurt dan maximaal

$$t_{\max} = \frac{DT(d_A - d_V)}{60 \cdot 360d_V} = \frac{32 \cdot 583,92}{60 \cdot 360}(1,38 - 1) = 0,329 \text{ dag,}$$

dat is ongeveer 7,9 uur. De meeste overgangen zullen aanzienlijk korter zijn, al naar gelang de afstand van Venus tot het vlak van de ecliptica tijdens de overgang groter is. De overgang van 8 juni aanstaande duurt ongeveer

zes uur. We zullen nu onderzoeken hoe de hoek CAD (figuur 2) te berekenen is uit het tijdsverschil zoals verschillende waarnemers dat meten op de niet-roterende Aarde. We verwaarlozen het afstandverschil tot Venus tussen het centrum en de oppervlakte van de Aarde.

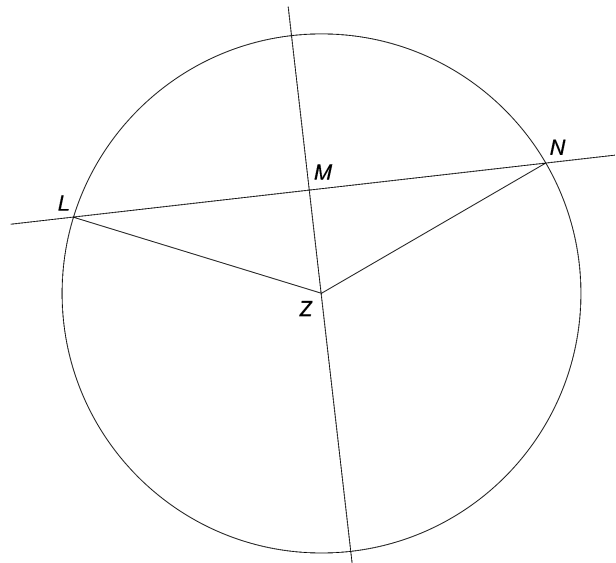


fig. 3 Baan van Venus over de zon

In figuur 3 is Z het centrum van de zon. LMN is de baan van Venus over de zon zoals een van onze waarnemers dat zou meemaken. Aangezien we zojuist hebben uitgerekend hoe lang Venus erover doet om de hele middellijn van de zon te volgen, kunnen we de lengte van de koorde eenvoudig vinden uit de gemeten tijd via $LN = \frac{t}{t_{\max}}D$. Vervolgens vinden we

$$MZ = \sqrt{D^2 - \left(\frac{1}{2}LN\right)^2} = D \sqrt{1 - \left(\frac{t}{2t_{\max}}\right)^2}$$

Indien een tweede waarnemer de overgang waarneemt als $L'M'N'$ in tijd t' , dan is het hoekverschil voor de waarnemers:

$$\angle CAD = MZ - M'Z = D \left(\sqrt{1 - \left(\frac{t}{2t_{\max}}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{t'}{2t_{\max}}\right)^2} \right)$$

Met deze hoek kan, zoals boven besproken, de afstand Aarde-zon worden berekend.

Omdat deze methode berust op de meting van tijdsduur, komt de precieze geografische lengte van de waarnemers er niet zo op aan. In de achttiende eeuw was dat zeker een voordeel. Een nadeel was dat zowel de intrede als de uitrede waargenomen moest worden, waar het weer dan wel aan moest meewerken. Bij de overgangen in de negentiende eeuw konden de waarnemers (die naar de uit hoeken van de Aarde afreisden) al beschikken over goedlopende klokken, en daardoor konden ze een andere methode toepassen, die berustte op het waarnemen van de (absolute) tijdstippen van alleen intrede of uitrede. Dat maakte hen minder afhankelijk van een heldere hemel.

Conclusie

De resultaten van alle afstandbepalingen via Venusovergangen vielen nogal tegen. Dat kwam vooral omdat het niet goed mogelijk bleek om het moment waarop het Venusbeeld loskomt van de rand van de zon nauwkeurig te bepalen (het zogenaamde druppel-effect). Tegenwoordig wordt de afstand tot Venus en andere planeten gemeten met behulp van radar.

Bij de aanstaande Venusovergangen zijn overigens wél directe metingen van de hoek *CAD* mogelijk, omdat de

beelden van verschillende sterrenwachten direct op internet zullen komen.

Er is al veel materiaal op internet te vinden; goede pagina's zijn www.transitofvenus.org, Fred Espanak's sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/-eclipse.html, en de Nederlandstalige home.hetnet.nl/~smvanroode. Voor dit artikel heb ik gebruik gemaakt van onder andere een online artikel van Heinz Blatter, *Venustransit 2004*, bereikbaar via eclipse.astronomie.info/transit/venus/project2004/pub.html

Steven Wepster, Mathematisch Instituut, Utrecht

Persbericht: Zomerkampen Jongerenwerkgroep voor Sterrenkunde

De sterren dichterbij - sterrenkundekampen voor 8 – 13 en 14 – 18 jaar

De sterrenhemel en de enorme uitgestrektheid van het heelal zijn vaak een onderwerp van fascinatie bij kinderen en jongeren. De Jongerenwerkgroep voor Sterrenkunde (JWG) is een vrijwilligersorganisatie die onder andere door het organiseren van zomerkampen kinderen en jongeren de kans geeft om ook eens van dichtbij kennis te maken met de sterrenkunde. In de komende zomer organiseert de JWG zomerkampen voor de leeftijdsgroepen van 8 tot 13 en van 14 tot 18 jaar.

Op een sterrenkundekamp kunnen de deelnemers met behulp van de aanwezige telescopen de sterrenhemel ontdekken. Enige voorkennis is hierbij niet nodig: overdag wordt – natuurlijk op een niveau dat aansluit bij de betreffende leeftijdsgroep – van alles uitgelegd over hoe de apparatuur werkt en wat er zoal mee gezien kan worden. En natuurlijk is er ook 's avonds (en voor de ouderen 's nachts) de nodige deskundige begeleiding aanwezig bij de telescopen.

Maar een sterrenkundekamp bestaat uit meer dan sterrenkunde alleen: het is ook een leuke vakantie met een groep leeftijdgenoten, waarbij activiteiten als een speurtocht (voor de jongeren), een dropping (voor de ouderen), een potje voetbal of een avondje rond het kampvuur een belangrijke plaats innemen.

Voor deelnemers van 8 tot 13 jaar zijn er twee kampen van een week, van maandag 12 juli tot en met zondag 18 juli en van maandag 19 juli tot en met zondag 25 juli. Deze kampen vinden plaats in een kampeerboerderij in Ootmarsum (in Twente) en kosten €110.

Voor deelnemers van 14 tot 18 jaar is er een kamp van twee weken, dat duurt van maandag 9 tot en met zaterdag 21 augustus. Dit kamp kost € 190 en vindt plaats in een kampeerboerderij in Ommel (Noord-Brabant).

Voor meer informatie kunt u terecht op:

www.sterrenkunde.nl/jwg/kampen, of bij Joyce Schut (joyceschut@sterrenkunde.nl), 023-563 33 67 (jongeren) en Klaas Huijbregts (k.m.l.huijbregts@students.uu.nl), 06-48 15 72 07 (ouderen).

Op reis naar de sterren - sterrenkundig zomerkamp voor jongeren van 16 – 21 jaar

Wie zou de sterren, planeten en sterrenstelsels niet eens van dichterbij willen bekijken? In de zomer van 2004 organiseert de Jongerenwerkgroep voor Sterrenkunde (JWG) een zomerkamp voor jongeren van 16 tot en met 21 jaar, waarop die mogelijkheid bestaat. Op de Sirenesterrenwacht in Zuid-Frankrijk krijgen de deelnemers de gelegenheid om met behulp van enkele van de grootste telescopen van Europa de sterrenhemel te ontdekken.

Overdag – wat na een lange nacht sterrenkijken meestal 's middags betekent – wordt in een aantal werkgroepen uitgelegd hoe de apparatuur van de sterrenwacht werkt, en wat er zoal mee gezien en gefotografeerd kan worden. Enige voorkennis is dus beslist niet noodzakelijk! De deelnemers bepalen zelf het waarnemingsprogramma voor de nacht, maar kunnen daarbij natuurlijk de assistentie van de deskundige begeleiding inroepen.

Er wordt tijdens het kamp overdag meer gedaan dan alleen sterrenkunde: natuurlijk krijgen de deelnemers ook de kans om iets van de typisch Zuid-Franse sfeer te proeven. Zo zijn er bijvoorbeeld excursies naar de Gorges de la Nesque en naar Sault-en-Provence, en is er ook de nodige vrije tijd die de deelnemers naar eigen keuze kunnen indelen. 's Avonds is het dan weer terug naar de sterrenkunde: de in de vorige nacht gemaakte foto's kunnen afgedrukt en nog eens nader bestudeerd worden, en natuurlijk moet het waarnemingsprogramma voor de komende nacht worden voorbereid!

Het Sirene-kamp vindt plaats van donderdag 29 juli tot en met zondag 8 augustus 2004 in de Sirenesterrenwacht en de nabijgelegen herberg in het plaatsje Saint Cristol in de Zuid-Franse Provence. Het kamp is bedoeld voor iedereen van 16 tot en met 21 jaar, en zal € 595 kosten. De busreis naar Zuid-Frankrijk en de deelname aan de excursies zijn bij dit bedrag inbegrepen. Voor meer informatie of aanmelden kunt u terecht op:

www.sterrenkunde.nl/jwg/kampen/sirenekamp, bij Joost Hartman (joosthartman@sterrenkunde.nl), of 073-613 57 29 (tijdens kantooruren).

Inschrijving voor dit kamp sluit eind april.