

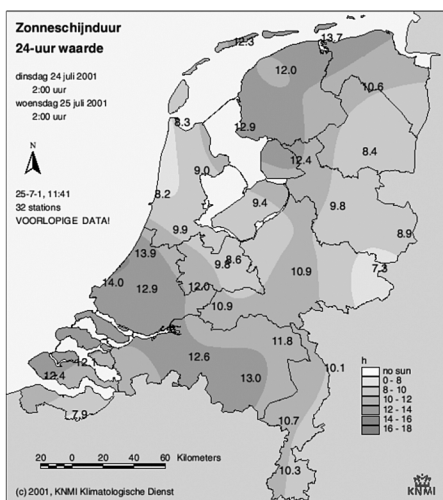
Het eerste artikel uit de Handbookserie, gebaseerd op 'Wiskundige geletterdheid' (Mathematical Literacy), geschreven door **Eva Jablonka** van de Freie Universität Berlin. **Kees Hoogland** bespreekt de hoofdzaken uit dat hoofdstuk. Verder doet hij enkele suggesties voor wat de door Eva Jablonka gesignaleerde tendensen zouden kunnen betekenen voor het Nederlandse wiskundeonderwijs.

Wiskundige geletterdheid en gecijferdheid

Introductie

Als ik met mensen praat over gecijferdheid en wiskundige geletterdheid blijkt keer op keer dat er een grote verscheidenheid aan beelden, noties en connotaties bij deze begrippen bestaat. Datzelfde zie je in artikelen over gecijferdheid en wiskundige geletterdheid. Men begint bijna altijd op te merken dat er geen eenduidige definitie van is, dat mensen er allerlei verschillende beelden over hebben, dat het te pas en te onpas wordt gebruikt voor van alles en nog wat.

Zelf vind ik gebruik van echte beelden een krachtige manier om discussies over de definities te beginnen. Door het artikel heen ziet u voorbeelden.



In verschillende landen om ons heen worden heel verschillende soorten woorden voor gecijferdheid en wiskundige geletterdheid gebruikt, zoals te zien in het lijstje hieronder.

- Engels: Numeracy, Mathematical Literacy
- Amerikaans: Mathematical Literacy, Mathematical Proficiency
- Duits: Mathematische Grundbildung, Mathematische Kompetenz
- Frans: La culture mathématique

Nederlands: Gecijferdheid, wiskundige geletterdheid
 Spaans: La formación matemática

De definitie die mij zelf het meest aanspreekt is die van Jeff Evans uit het boek *Adults' Mathematical Thinking and Emotion*. Deze definitie gaat sterk uit van het individu zelf. 'Gecijferdheid is het vermogen om getalsmatige, kwantitatieve, ruimtelijke, statistische en zelfs wiskundige informatie te verwerken, te interpreteren en ermee te communiceren op manieren die passend zijn in een grote verscheidenheid aan contexten. Dat vermogen moet het voor een lid van een gemeenschap of subcultuur mogelijk maken effectief te participeren in activiteiten die hij/zij belangrijk vindt.' (Evans, 2000)

In het hoofdstuk van Eva Jablonka wordt uitgebreid ingegaan op verschillende definities van wiskundige geletterdheid. Die worden besproken in de volgende paragrafen. Aan het eind van het artikel geef ik aan wat de gesignaleerde tendensen zouden kunnen of moeten betekenen voor het wiskundeonderwijs in Nederland.

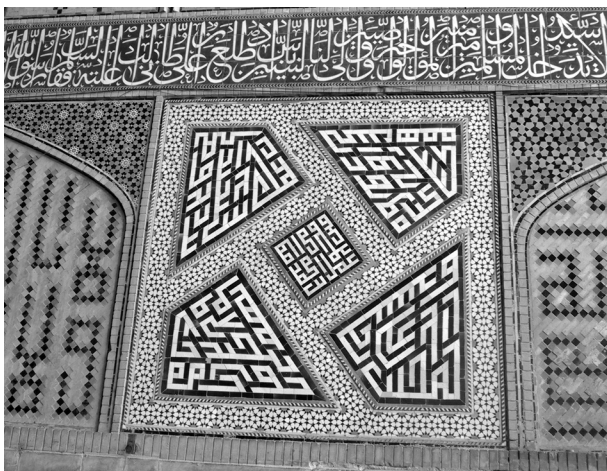
Even terug in de tijd

In 1996 verscheen voor het eerst het *International Handbook of Mathematics Education*, een lijvig en gedegen overzicht van de stand van zaken in het wiskundeonderwijs wereldwijd: wat wordt er gedacht, waar wordt onderzoek naar gedaan en wat zijn de kernpunten voor de ontwikkeling van het wiskundeonderwijs.

In het openingshoofdstuk van dat handboek werden de internationale ontwikkelingen in basisonderwijs en onderbouw van het voortgezet onderwijs door Mogens Niss in één zin samengevat: 'The goals of primary and lower secondary mathematics education have been broadened considerably so as to encompass the essential aspects of numeracy and 'mathematical literacy' in society.' (Niss, 1996). Dat dit handboek een terugblik is blijkt als in de index het begrip numeracy verder nog slechts eenmaal voorkomt, namelijk in een hoofdstuk over volwasseneneducatie (FitzSimons, 1996). De term wiskundige geletterdheid werd nog niet gebruikt of was nog niet in de index opgenomen.

In 2003 is het *Second International Handbook of Mathematics Education* verschenen. Aan de opbouw, de inhoud en de index is te zien dat de aandacht voor gecijferdheid en wiskundige geletterdheid is toegenomen. Het handboek begint met een deel over wiskundeonderwijs en beleid, waarin hoofdstukken voorkomen als ‘Wiskunde, wiskundeonderwijs en de economische toestand’, ‘Is wiskunde voor iedereen?’, ‘Een leven lang wiskundeonderwijs’, ‘Wiskundeonderwijs in internationale en wereldwijde context’ en het hoofdstuk over ‘Wiskundige geletterdheid’.

Hieruit blijkt dat de afgelopen tien jaar de begrippen gecijferdheid en wiskundige geletterdheid een grotere bekendheid en invloed hebben gekregen in het denken over de doelen van wiskundeonderwijs en de vormgeving ervan. Het hoofdstuk ‘Wiskundige geletterdheid’ zal verder centraal staan in dit artikel.



Wiskundige geletterdheid

Eva Jablonka kiest welbewust voor ‘Wiskundige geletterdheid’ als titel van haar hoofdstuk. Gecijferdheid verwijst volgens haar teveel naar cijfermatige aspecten, terwijl wiskundige geletterdheid zowel verwijst naar de veel bredere benadering die de wiskunde kent, als naar ‘geletterdheid’, wat een connotatie heeft van goed geïnformeerde mensen met een adequate opleiding.

In de afgelopen jaren is er een waaier ontstaan van definities van wiskundige geletterdheid. Er is inmiddels wel min of meer overeenstemming over het feit dat wiskundige geletterdheid niet gedefinieerd kan worden in wiskundige eindtermen. Het gaat namelijk vooral om de functionele kant van wiskundige kennis. Het gaat om individuele competenties om met wiskundekennis iets te doen. Het is altijd: wiskundige geletterdheid om te of wiskundige geletterdheid ten behoeve van

Eva Jablonka rangschikt de verschillende benaderingen in vijf categorieën. Volkomen terecht constateert zij dat de verschillen in benadering direct gekoppeld zijn aan de doelen die men nastreeft met het wiskundeonderwijs in zijn of haar land. De volgende benaderingen laat zij de revue passeren:

- Wiskundige geletterdheid om Human Capital te ontwikkelen.
- Wiskundige geletterdheid ten behoeve van culturele identiteit.
- Wiskundige geletterdheid ten behoeve van sociale verandering.
- Wiskundige geletterdheid ten behoeve van milieubewustzijn.
- Wiskundige geletterdheid om wiskunde te leren herkennen en op waarde te schatten.

De tweede, derde en vierde benadering kennen een relatief geringer aantal aanhangers, althans in de Westerse wereld. De eerste benadering is vrij dominant door de internationaal vergelijkende onderzoeken die deze benadering gebruiken. De laatste benadering is favoriet bij Eva Jablonka. Daaraan wordt in het hoofdstuk dan ook de meeste aandacht besteed.

Wiskundige geletterdheid om Human Capital te ontwikkelen

In deze benadering ligt de nadruk op het toerusten van mensen met wiskundige gereedschappen om daarmee het dagelijkse leven te interpreteren en te organiseren. Het idee is dat met wiskunde allerlei problemen gemodelleerd kunnen worden en vervolgens met wiskundige technieken opgelost. Het gaat dan om zowel problemen uit het dagelijks leven, problemen op de werkvloer, als problemen van wereldschaal. De wiskunde die daarvoor nodig is wordt gezien als universeel.

Dit is ook de benadering die gebruikt wordt door de Organisation for Economics Cooperation and Development (OECD, in Nederlands: OESO). Op basis daarvan geven zij de volgende definitie van wiskundige geletterdheid: ‘Wiskundige geletterdheid is het vermogen om wiskunde te herkennen, te begrijpen en te gebruiken. Dit vermogen moet het mogelijk maken goed beargumenteerd een oordeel uit te spreken over de rol die wiskunde speelt, en dan wel die wiskunde die nodig is in iemands huidige of toekomstige leven, werkzame leven, sociale leven met kennis en familieleden en zijn/haar leven als een constructieve, betrokken en reflectieve burger.’ *OECD (1999)*.



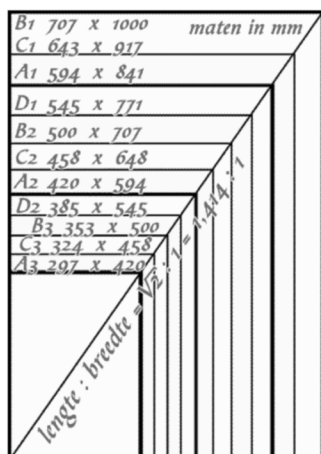
Op deze definitie is ook het internationale vergelijkend onderzoek PISA gebaseerd. Wiskunde is in deze opvatting namelijk niet-cultuurgebonden en waardenvrij en dus wereldwijd vergelijkbaar. Volgens de OECD is er een automatische causaliteit tussen leren van wiskunde en verhoging van levensstandaard, vergroting van democratisch vermogen, en ontplooiën van economisch potentieel, et cetera.

Je kunt je echter afvragen of je door het gebruik van wiskundige gereedschappen alle problemen in de wereld kunt oplossen. Bij de invoering van New Math in de jaren zestig hanteerde de OECD een vrijwel identiek soort argumenten.

Wiskundige geletterdheid ten behoeve van culturele identiteit

Deze benadering treft men vooral aan in de zogenaamde ontwikkelingslanden. Daar constateert men keer op keer dat er een grote discrepantie is tussen de wiskunde die leerlingen op school moeten leren en de wiskunde die zij gebruiken in het dagelijkse leven en waarmee ze de problemen in het dagelijkse leven oplossen. De benadering is tevens een pleidooi om die informele wiskunde een belangrijkere plaats te geven in het curriculum. Die informele wiskunde kan gezien worden als een vorm van wiskundige geletterdheid. Al langer staat deze visie bekend als 'ethnomathematics': de wiskunde van de markt en van de werkplaats. Deze visie is vooral sterk geworteld in Zuid-Amerika en Afrika.

Interessant is dat er vanuit deze visie ook oppositie is tegen het vertalen van curricula en schoolboeken uit andere landen en culturen. Dat heeft namelijk voor docenten en leerlingen het negatieve psychologisch effect dat de wiskunde iets is dat van buitenaf komt en niet iets dat een onlosmakelijk onderdeel uitmaakt van de eigen wereld, iets dat niet behoort tot hun culturele identiteit. Dit staat dus haaks op de benadering dat dezelfde soort wiskunde overal ter wereld een vergelijkbaar deel moet uitmaken van wiskundige geletterdheid.



Wiskundige geletterdheid ten behoeve van sociale verandering

Deze benadering komt uit de hoek van de kritische pedagogiek: wiskundige geletterdheid is een competentie om anders tegen de werkelijkheid aan te kijken en deze te veranderen. Wiskundige geletterdheid moet vooral leiden tot kritische burgers. Er is vanuit deze benadering grote kritiek op de schoolse wiskunde die alleen maar leidt tot reproductie van ongelijkheid op het gebied van kennis, sociale klasse en sekse.

Wiskunde zou zich vooral moeten richten op het kritisch beschouwen van sociaal en politiek betekenisvolle zaken, vooral als daar statistiek aan te pas komt. De onderwerpen die bij wiskundige geletterdheid verder aan de orde zouden moeten komen in de klas zijn bijvoorbeeld: energieprijzen, kindersterftecijfers, levensverwachting, et cetera.

Deze benadering ademt een beetje de sfeer van opvoeden tot weerbaarheid, bekend van de kritische leraren uit de jaren zeventig.

Wiskundige geletterdheid ten behoeve van milieubewustzijn

De opvatting dat wiskunde een nuttige en heilzame bijdrage leverde aan de industrialisatie en wetenschappen, en zodoende aan het verbeteren van de levensomstandigheden en niveau van welzijn van de bevolking, wordt wereldwijd breed gedragen.

Aanhangers van de benadering 'Wiskundige geletterdheid ten behoeve van milieubewustzijn' constateren echter dat wiskunde ook heeft bijgedragen aan militaire technologie en aan vervuilende massa-industrieën in lagelonenlanden. Zij zouden voorbeelden willen zien hoe wiskunde juist kan bijdragen aan het analyseren van de wereldwijde milieuproblemen, om op die manier allerlei mensen, maar vooral ook wiskundigen, veel bewuster te maken van deze rol van wiskunde. In extreme vorm stellen aanhangers zelfs voor dat er mogelijk een heel ander soort wiskunde zou moeten komen, waarbij de nadruk veel meer ligt op creativiteit en op een open wijze bedenken van allerlei ontwikkelingen, een vorm van milieu-wiskunde of groene wiskunde.

Deze benadering heeft veel overeenkomsten met de vorige benadering; het lijkt echter meer een jaren tachtig en negentig variant.

Wiskundige geletterdheid om wiskunde te leren herkennen en op waarde te schatten

In de samenleving wordt wiskunde volop expliciet en impliciet gebruikt:

- In het schoolvak wiskunde.
- In allerlei cijfermatige discussies in de politiek.
- In gepresenteerde modellen en grafische weergaven.
- In technologie.

Vanuit deze benadering zou een onderdeel van wiskundige geletterdheid moeten zijn dat je die (rol van de) wiskunde leert herkennen en daar kritisch mee om kan gaan. In eerste instantie is dat dus een meer passieve rol van

zien en herkennen. In de schoolwiskunde zie je dit zelden terug. Daar gaat het meestal direct om het maken van sommetjes.

Om aan deze vorm van wiskundige geletterdheid te werken zal dus veel discussie en dialoog nodig zijn in de wiskundeles. Het is nog lang niet duidelijk hoe dat tot efficiënte leerlijnen te organiseren is in de schoolpraktijk.

Vervolgens geeft Eva Jablonka ter illustratie nog enkele voorbeelden van expliciet gebruik van wiskunde in de maatschappij. De belangrijkste zijn:

– Het gebruik van indicatoren en indices.

Er is een toenemende tendens om allerlei verschijnselen samen te ballen in één getal: inflatie, consumentenvertrouwen, productiviteit, aandelenkoersen, et cetera.

Hoe complexer het getal is samengesteld, hoe groter de kans is dat er alleen gepraat wordt over de uitkomst van het getal en niet over de manier waarop het is samengesteld, terwijl er veel discussie mogelijk is over welke factoren al dan niet bijdragen aan zo'n indicator en in welke zwaarte. Een wiskundig geletterde volwassene zou zich bewust moeten zijn van het gevaar alleen maar af te gaan op samengebalde cijfers. Dit soort indicatoren kunnen hun waarde hebben, maar altijd alleen als ze vergezeld gaan van de relevante maatschappelijke of politieke achtergrond.

– Het gebruik van modellen.

Op basis van een aantal empirische gegevens kan al snel een model gemaakt worden dat passend is bij die gegevens. Vooral door automatisering wordt dat steeds makkelijker. En een model dat eenmaal gemaakt is, kan een eigen leven gaan leiden. Het zou een onderdeel van wiskundige geletterdheid moeten zijn om daar kritisch tegenover te staan.

Zo is het model van Verhulst (1845) een zeer bekend model voor bevolkingsgroei:

$$P(n+1) = k \cdot P(n) - c \cdot P(n)^2$$

Het model heeft een gedegen theoretische onderbouwing, beschreven in de artikelen waarin het model werd gepresenteerd. Het model was voor een reeks van jaren een goede voorspelling van de bevolkingsgroei in de Verenigde Staten. Het kent echter ook een asymptotische bovengrens, zodat het lijkt of de bevolking rustig toegroeit naar een maximale hoeveelheid. Een onkritisch gebruik van het model leidde tot de veronderstelling dat dat in de werkelijkheid ook zo zou zijn.

Het volgende model komt uit een Engels onderzoek naar de kans op recidive door een crimineel:

$$S = 31 - A - C + 75 \sqrt{\frac{g}{F+5}} + K$$

Waarbij A de leeftijd is, C het aantal misdrijven, g het aantal veroordelingen en F het aantal jaren na het eerste misdrijf. K is een constante die afhangt van het soort misdrijven en kan opgezocht worden in een lijst. Op zich



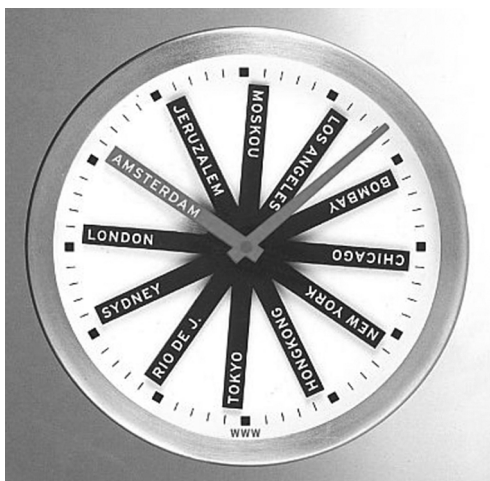
doet zo'n formule weinig kwaad (en ook weinig goeds overigens). Er is wel reden voor zorg als zo'n formule onkritisch gebruikt zou worden door reclasseringsambtenaren of door beleidsmedewerkers van justitie. Er lijkt namelijk geen enkele aannemelijke theoretische achtergrond te zijn voor de vorm van dit model, hoe goed de formule mogelijk ook past bij een bepaalde set gegevens. Bij wiskundige geletterdheid zou het besef moeten horen dat een model pas bruikbaar kan zijn als de vorm (van de formules) van het model aannemelijk is op basis van theoretische overwegingen.

Jablonka's conclusies

Aan het eind van het hoofdstuk trekt Eva Jablonka een aantal conclusies. Ik heb daaruit de conclusies geselecteerd die naar mijn idee het meest relevant zijn voor het wiskundeonderwijs in het voortgezet onderwijs.

- Er zijn veel verschillende manieren waarop de relatie tussen schoolwiskunde en buitenschoolse wiskunde kan worden geanalyseerd. Definities van wiskundige geletterdheid hebben te maken met deze relatie, omdat ze gaan over iemands individuele vermogen de wiskunde te gebruiken die op school geleerd zou moeten worden.
- Wiskundige aspecten van dagelijkse situaties kunnen begrijpen en daar een oordeel over kunnen geven is een belangrijk onderdeel van wiskundige geletterdheid.
- Het vermogen om kritisch te kijken is op zich niet wiskundig van aard, noch is het een resultaat van een hoog niveau van wiskundig denken.
- Het invoeren van kritische discussies (...) betekent het invoeren van veel klassengesprekken over het gebruik van wiskunde. Dat zal uiteindelijk leiden tot een nieuwe vorm van buitenschools wiskundig handelen van goed geïnformeerde burgers.

Daar heb ik niet zoveel aan toe te voegen. In de rest van het artikel staat mijn inschatting van de mogelijke impact van signaleerde tendensen op het huidige wiskundeonderwijs.



Internationale consequenties

De komende tien jaar zijn wereldwijd de volgende discussies te verwachten over de inrichting van het wiskundeonderwijs. Ik beperk me nu maar even tot het voortgezet onderwijs.

In de programma's zal een balans gevonden moeten worden tussen elementen die te maken hebben met wiskundige geletterdheid, met het aanleren van wiskundige technieken en met het kennismaken met de gedachtenwereld van de academisch wiskunde. Daarbij spelen ook nog een toenemende automatisering van allerlei wiskundige technieken en de toepassing van wiskunde in andere vakken een rol. Daarnaast is er nog een tendens in de richting van competenties en van een vakoverstijgende en probleemgeoriënteerde aanpak van vraagstukken en thema's. Het lijkt dat het denken over wiskundige geletterdheid wat beter aansluit bij deze tendens dan het denken in meer traditionele invullingen van het wiskundecurriculum.

Deze discussies zouden wel eens versneld kunnen worden als de resultaten bekend worden van allerlei internationaal vergelijkende onderzoeken naar het niveau van wiskunde en wiskundige geletterdheid. Toevallig worden in 2003 zowel het vierjaarlijkse TIMSS-onderzoek, als het driejaarlijkse PISA-onderzoek, als het IALS/ALL-onderzoek (International Adult Literacy Study / Adult Literacy and Life Skills, met daarin een numeracy gedeelte) herhaald. De meeste resultaten zullen in 2004 bekend worden en zullen internationaal hoogstwaarschijnlijk weer veel aanleiding geven tot verhitte discussies. Onbetwistbaar toetsen deze onderzoeken alle drie voor een groot deel het niveau van wiskundige geletterdheid en eigenlijk in veel mindere mate het niveau van technisch wiskundig handelen.

Consequenties voor het (wiskunde)onderwijs in Nederland

In de komende jaren zal ook in Nederland de discussie gevoerd moeten worden welke rol wiskundige geletterd-

heid kan of moet spelen in de programma's van de verschillende wiskundevakken in het voortgezet onderwijs. Ik doe enkele suggesties.

HAVO en VWO wiskunde A

In het begin van de jaren tachtig was Wiskunde A een vernieuwend en fris programma, waardoor grote groepen leerlingen kennis konden maken met de rol van wiskunde in realistische situaties. Ook toen waren er al doelstellingen die te maken hadden met wiskundige geletterdheid: het ging om het kritisch kijken naar statistieken en grafische voorstellingen en het ging over het oplossen van problemen uit het dagelijks leven met wiskundige technieken. Inmiddels is er twintig jaar lang niets wezenlijks meer aan het vak veranderd. Het heeft dan ook in grote mate zijn frisheid en zinvolheid verloren. Is bijvoorbeeld het met de hand tweedimensionaal lineair programmeren het antwoord op de problemen die jongeren tegenkomen in de maatschappij op het gebied van wiskundige geletterdheid? In de laatste plannen (Ministerie van OCenW, 2003) voor de wiskundeprogramma's in de tweede fase van HAVO en VWO wordt voorgesteld wiskunde A1 weer te laten verdwijnen van de HAVO, het VWO zal op deze manier snel volgen. Ook wordt een hybride vorm van wiskunde AB voorgesteld. Het is toch niet al te ingewikkeld om een modern en voor alle A-leerlingen uitdagend curriculum te maken dat in het teken staat van wiskundige geletterdheid (A1), af te sluiten met een goed op kwaliteit gecontroleerd schoolexamen.

Daarnaast kan gekeken worden welke wiskundige modellen de moeite waard zijn bij economische activiteiten en welke wiskunde nodig is om geautomatiseerde wiskundige technieken te kunnen begrijpen en inzetten (A2).

Onderbouw (VMBO)/HAVO en VWO

In de ideeën van W12-16 die geleid hebben tot het nieuwe onderbouwprogramma in 1993, speelden zeker allerlei ideeën rond gecijferdheid en wiskundige geletterdheid een rol. Het meest sprekende voorbeeld daarvan was wel het domein 'Informatieverwerking en statistiek'. Opvallend genoeg wordt dit onderdeel in achtereenvolgende edities van de schoolboeken steeds meer gemarginaliseerd. Wat overblijft is: sommetje, antwoord, uitwerking op de CD. Overigens is dit wel enigszins begrijpelijk omdat het op de examens niet anders is. Daar zal de komende jaren weer een hele omslag moeten komen als wiskundige geletterdheid een vanzelfsprekend onderdeel wordt van het leerplan.

VMBO

Op het nog jonge VMBO zijn er de komende jaren allerlei kansen om wiskundige geletterdheid een plaats te geven. Voor de theoretische, gemengde en kaderberoepsgerichte leerweg in de sectoren techniek en landbouw moet goed gekeken worden welke wiskundige technieken voor de leerlingen van belang zijn. Maar daarnaast hebben deze leerlingen ook een flinke dosis wiskundige geletterdheid

nodig, gewoon om zich goed te kunnen redden in deze complexe maatschappij. En misschien is het wel van belang om technieken en wiskundige geletterdheid in het programma eens goed uit elkaar te trekken. In het huidige programma is het steeds van alles wat: elke vergelijking moet in een realistische context worden opgelost en elke (kritische) beschouwing van een realistische situatie moet vergezeld gaan van een sommetje.

Daarnaast zit er nog een grote groep leerlingen in de basisberoepsgerichte leerweg, al dan niet met leerwondersteuning en al dan niet in een leerwerktraject. Voor deze leerlingen heeft het huidige wiskundecurriculum simpelweg niets te bieden: er wordt geen enkele aandacht besteed aan gecijferdheid en technieken zijn verschaald tot trucs of knik-vragen. Het afnemen van centraal schriftelijke eindexamens wiskunde voor deze leerlingen en de correctie daarop via de centraal vastgestelde normen is een zinloze folklore, waar de leerlingen in ieder geval niet beter van worden. Juist deze leerlingen zijn gebaat bij een goede basis van gecijferdheid om zich te kunnen redden in situaties die te maken hebben met geld, medicijnen, kans, decoderen van informatie, et cetera.

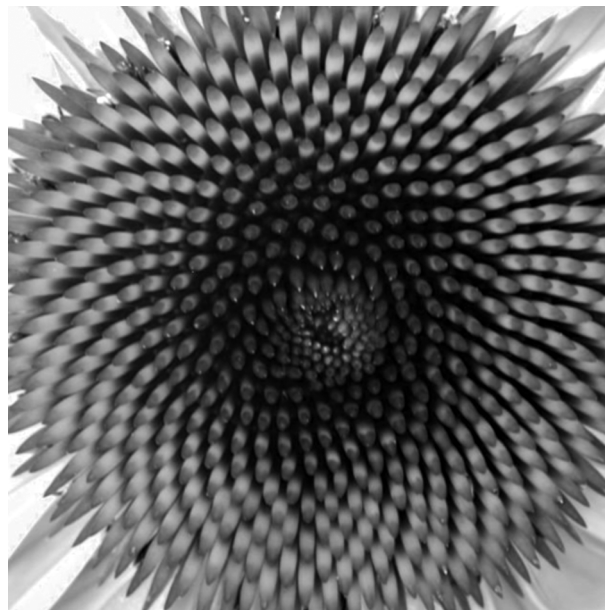
Voor leerlingen in een leerwerktraject is verplicht gesteld dat zij iets doen aan taal, aan computervaardigheden en aan een beroepsgericht vak. Dat laat zien dat er op de essentiële plaatsen waar beslissingen genomen worden over het VMBO geen mensen zitten die op de hoogte zijn van de internationale discussies over 'literacies'. Anders had er toch eenvoudig gestaan dat deze leerlingen een relevante basis moeten hebben op het gebied van geletterdheid en gecijferdheid, toegesneden op de sector waarin hun belangstelling ligt en toegesneden op het werktraject?

Klassenactiviteiten op het gebied van gecijferdheid / wiskundige geletterdheid

1. Op de website www.gecijferdheid.nl staan verschillende PowerPoint-presentaties met een verzameling foto's van gecijferdheidssituaties. Deze plaatjes kunnen een discussie met leerlingen op gang brengen over de kwantitatieve kanten van de wereld rondom ons. De leerlingen kunnen mogelijk zelf de collectie uitbreiden.

2. Geef leerlingen de opdracht te bedenken in welke activiteiten van de vorige dag getallen een rol speelden, vanaf het moment van opstaan tot het moment van slapen gaan. Eerst alleen, vervolgens uitwisselen in tweetallen en vervolgens inventariseren met de hele klas. U moet niet verbaasd zijn als de totale collectie in de tientallen loopt, misschien wel over de honderd. Het kan de leerlingen bewust maken van de grote verscheidenheid van activiteiten waarin gecijferdheid een rol speelt. Het effect kan zijn dat ze op dat gebied bewuster naar de wereld om hen heen gaan kijken.

3. Geef leerlingen de opdracht om twee weken lang voorbeelden te verzamelen van concrete zaken waarbij een beroep wordt gedaan op hun vaardigheid in het omgaan



met getallen. Het doel is te komen tot een persoonlijke collage van voor de leerling betekenisvolle kwantitatieve situaties. Aan de hand daarvan kunnen de leerlingen iets vertellen.

Gemeenschappelijk in al deze activiteiten is dat het juist niet gaat om het maken van sommetjes, maar dat ze gericht zijn op het op gang brengen van het gesprek over gecijferdheid / wiskundige geletterdheid.

Kees Hoogland, APS, Wiskunde, Utrecht

Websites

Met onder andere informatie over PISA: www.oecd.org

Informatie over het IALS/ALL onderzoek: www.ets.org/all

Informatie over het National Numeracy Network (USA): www.woodrow.org/nced/national_numeracy_network.html

Informatie over de National Numeracy Strategy (UK): www.dfes.gov.uk/numeracy

Website in opbouw voor Nederlands taalgebied door Kees Hoogland: www.gecijferdheid.nl

Literatuur

Evans, Jeff (2000). *Adults' Mathematical Thinking and Emotions*. London, UK: Routledge Falmer (ISBN 0-750-70912-X).

FitzSimons, G., H. Jungwirth, J. Maass & W. Schloeglmann (1996). Adults and Mathematics (Adult Numeracy). In A.J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde A. (Eds.) *International Hand-*

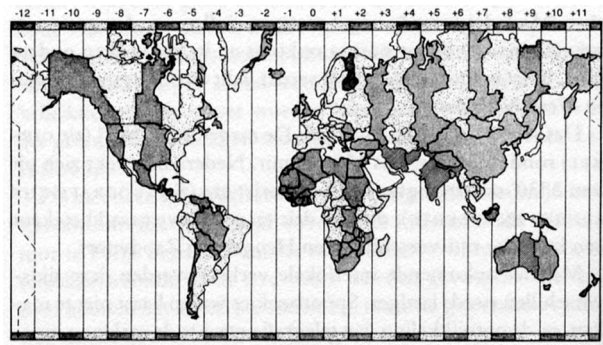
book of Mathematics Education (pp.755-784). The Netherlands: Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

FitzSimons, G., D. Coben & J. O'Donoghue (2003). Lifelong Mathematics Education.

In A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F.K.S. Leung (Eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 103-142). The Netherlands: Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy. In A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F.K.S. Leung (Eds.). *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 75-102). The Netherlands: Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Niss, M. (1996). Goals of Mathematics Teaching. In A.J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.). *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 11-48). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.



Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills: A new Framework for Assessment*, (p.50). France: Paris, OECD.

Verhulst, P.-F. (1845). Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population. *Nouv. mém. de l'Académie Royale des Sci. et Belles-Lettres de Bruxelles* 18, 1-41.

Verschenen

Titel: *Learning algebra in a computer algebra environment. Design research on the understanding of the concept of parameter.*

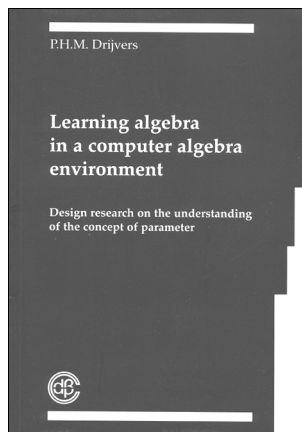
Auteur: Paul Drijvers

Uitgever: Utrecht: CD β-Press, 2003

Bestelinformatie: w.hofman@fi.uu.nl

ISBN 90 73346 55 X

Prijs: € 20,-



Algebra leren in een computeralgebra-omgeving
Ontwikkelingsonderzoek naar het inzicht in het begrip parameter.

In toenemende mate maken leerlingen bij rekenen en wiskunde gebruik van technologische hulpmiddelen, zoals de grafische rekenmachine. En wellicht binnenkort ook

van computeralgebrasystemen en symbolische rekenmachines. Dit gereedschap roept vragen op. Weten leerlingen nog wel wat ze doen als ze het algebraïsche werk niet meer met de hand hoeven uit te voeren? Kan het werken met computeralgebra leerlingen confronteren met wiskundige verschijnselen die het denken stimuleren en de conceptvorming bevorderen?

Om deze vraag te onderzoeken is een onderwerp uit de algebra gekozen: het parameterbegrip. Bij dit onderwerp is een leergang ontwikkeld voor leerlingen van VWO-3 en VWO-4, waarin computeralgebra is geïntegreerd. Volgens de methode van ontwikkelingsonderzoek is dit lesmateriaal beproefd in een drietal cycli van onderwijsexperimenten met de TI-89. Observaties, interviews, toetsen en schriftelijk werk van leerlingen zijn geanalyseerd om na te gaan hoe het gebruik van computeralgebra het leren beïnvloedt, hoe leerlingen denkschema's ontwikkelen bij oplosprocedures met de machine en hoe dit het algebraïsch inzicht ondersteunt.

De resultaten ondersteunen het belang van het tweeledige leerproces dat leerlingen bij het gebruik van computeralgebra doorlopen: ze moeten oplossingstechnieken met de machine leren en dit gaat gepaard met een begripsmatige ontwikkeling. Deze zogenaamde instrumentatie kan plaatsvinden als er geschikt lesmateriaal wordt aangeboden en als de docent aandacht besteedt aan de mogelijkheden van de machine in samenhang met de bijbehorende inzichten. De vrees dat leerlingen niet meer hoeven na te denken als ze computeralgebra gebruiken, lijkt op basis van de ervaringen van dit onderzoek ongegrond te zijn: technische vaardigheden en algebraïsche inzichten ontwikkelen zich hand in hand.