

Dyslexie, dyscalculie en nu is er ook nog fixatie disparatie. Het grote voordeel van fixatie disparatie is echter dat dit te verhelpen is. Als wiskundedocent kun je fixatie disparatie op het spoor komen en vaak wordt dan van die leerling gezegd dat hij/zij dyslectisch is. Wat fixatie disparatie is en hoe je dat als wiskundedocent kunt herkennen leest u in dit artikel van **Olly Satoer**. Hij is wiskundedocent en heeft contacten met optologen die fixatie disparatie kunnen verhelpen.

Wiskundeonderwijs en visuele probleemdetectie bij leerlingen

Een van de disciplines in het wiskundeonderwijs voor het voortgezet onderwijs is meetkunde. Met verschillende wiskundemethoden leren leerlingen vanaf de brugklas de ruimte om hen heen verkennen. Onder meer krijgen zij de opdracht zij-, voor- en bovenaanzichten te construeren op een plat vlak. Tevens moeten zij met behulp van kijklijnen gebieden aangeven die in de ruimte zichtbaar zijn. Ook oefenen zij in het tekenen van driedimensionale figuren met dieptelijnen (wel of niet zichtbaar) op een plat vlak.

Op creatieve wijze en met behulp van foto's beantwoorden de leerlingen vragen vanuit praktijksituaties.

- 5 Een fotoğraf is om de tafel met cadeautjes gelopen en heeft de foto's hieronder gemaakt. In het bovenaanzicht is met pijltjes aangegeven vanuit welke richting de foto's genomen zijn.
- Foto A is genomen vanuit richting 4. Leg uit hoe je dat kunt zien.
 - Vanuit welke richting zijn foto B en C genomen?
 - Hoe komt het dat op foto C maar twee cadeautjes te zien zijn?
 - Uit één van de vier richtingen staat er geen foto. Maak een tekening hoe die foto eruit ziet.
- Extra oefening – opdracht E-1



Opgave uit *Moderne Wiskunde*, brugklas

We gaan ervanuit dat leerlingen ruimtelijke afbeeldingen op dezelfde manier interpreteren als wijzelf. Maar we zien ook resultaten van leerlingen waarbij we ons afvragen hoe het mogelijk is dat die leerlingen zelf niet in de gaten hebben dat hun tekeningen helemaal fout zijn.

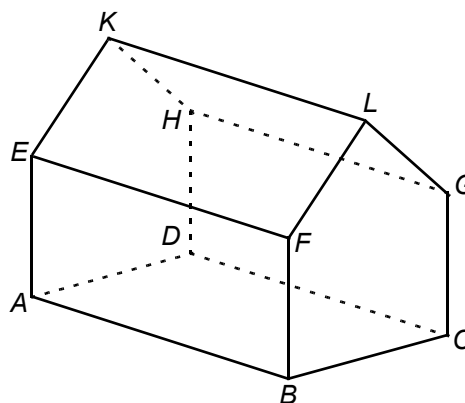
Staan wij er wel eens bij stil dat wij als wiskundedocenten de wereld en dus de ruimte bepalen en dat leerlingen er vaak een heel ander beeld van hebben?

De praktijk

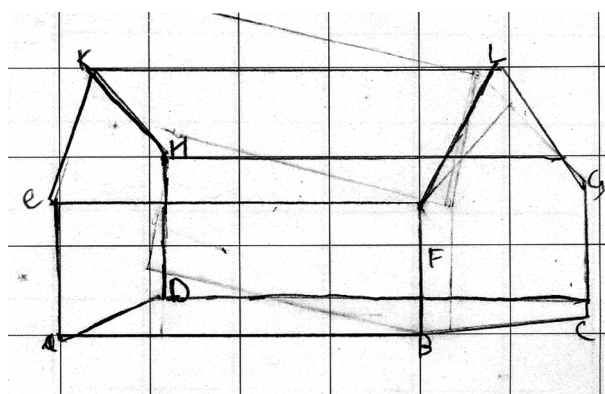
Als docent wiskunde aan het Jac.P. Thijsse College in Castricum heb ik heel vaak leerlingen meegemaakt die

niet in staat waren de meest eenvoudige wiskundige driedimensionale lichamen op een plat vlak te tekenen. Een voorbeeld.

De opdracht luidde heel eenvoudig: neem onderstaande figuur over:

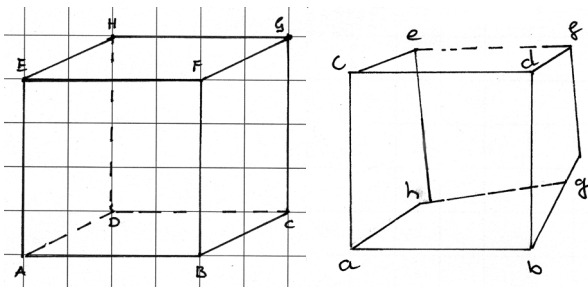


En hier ziet u zo'n onverklaarbaar resultaat:



Natuurlijk kon ik met ruitjespapier aangeven hoe zij de 'diepte'lijnen van bijvoorbeeld een kubus dienden te bepalen. De lijnen die naar 'achter' lopen teken je dan 'twee hokjes naar rechts en één omhoog'. De methode onthielden zij. In het vervolg deden zij braaf na wat ik hun had uitgelegd. Zelfs de onzichtbare ribben werden keurig gestippeld. Mijn leerlingen wilden immers de opdracht keurig uitvoeren en mij niet teleurstellen.

Wanneer zij echter op een blanco vel exact hetzelfde moesten uitvoeren, deden zij dat fout. De onzichtbare ribben die zij moesten stippelen en de zichtbare ribben in de diepte liepen uit in de meest vreemde richtingen:



Destijds realiseerde ik me niet dat leerlingen wellicht een visueel probleem konden hebben. Roepen wij als docent niet te snel dat het een leerling aan ruimtelijk inzicht ontbreekt?

Over de relatie wiskundeonderwijs en visuele problemen bij leerlingen gaat dit artikel.

Zicht \neq zien

Allereerst dienen we onderscheid te maken tussen de termen 'zicht' en 'zien'.

'Zicht' is het vermogen om licht te ontvangen en dit naar de hersenen door te seinen.

'Zien' is het vermogen om de binnenkomende visuele informatie te interpreteren en te begrijpen.

Dikwijls heb ik meegemaakt dat een leerling met een mogelijk visueel probleem, tijdens een oogmeting van de opticien te horen kreeg dat er niets mankeerde aan de ogen. Het zicht was in orde en een bril was niet nodig. Terwijl veel kinderen die honderd procent zicht hebben, kunnen kampen met een ernstig visueel probleem dat het leren nadelig beïnvloedt! Als het zicht goed is wil dat nog niet zeggen dat de leerlingen zien wat onze bedoeling is. Lijnen die in een parallelprojectie evenwijdig lopen kunnen zij juist in perspectief zien en visa versa. Ook kan het zijn dat zij een voorwerp dat ergens in het midden staat, links of rechts aangeven. In hun wereld zien zij op een andere manier de plaats van het voorwerp.

Wij hebben als wiskundedocenten de wereld en de ruimte om ons heen gedefinieerd zoals wij die 'zien' en zoals die er hoort uit te zien volgens een aantal gegeven axioma's. Het dient als uitgangspunt voor onder meer de opgaven en projecten waarmee leerlingen leren rekenen, construeren en meten van zowel twee- als driedimensionale figuren.

Bij leerlingen kunnen we tijdens het uitvoeren van wiskundige meetkundeopdrachten visuele problemen ontdekken. De dieptelijnen en onzichtbare lijnen worden vaak verkeerd aangegeven. Bovendien komt het vaak

voor dat de ribben, die samen moeten vallen in de hoekpunten, niet juist door de leerling worden geconstrueerd. Een kijkje in het schrift van deze leerling geeft ook veel informatie. Het handschrift zal vaak onregelmatige afstanden (spaties) tussen de woorden vertonen. De tekeningen zijn vaak chaotisch.

Wat is zien?

Als baby zien wij de wereld op zijn kop. In een later stadium passen onze hersenen deze omgekeerde projectie aan. Het (driedimensionale) beeld wordt dan honderdtachtig graden omgedraaid waardoor we weer 'normaal' zien.

Twee ogen bepalen *zien* tot één beeld. Het zien met twee ogen wordt ook wel *binoculair enkelzien* genoemd.

Binoculair enkelzien stelt ons eveneens in staat om goed de diepte te bepalen. Bovendien kunnen wij de plaats van een voorwerp aangeven. Dat geldt zowel voor de afstand in de diepte als voor links, rechts of in het midden van ons. In feite zijn wij in staat om van twee ogen een *cyclopenoog* te maken.

De tekeningen op de bladzijde hiernaast maken duidelijk hoe dat in z'n werk gaat. De ogen kijken naar het huis. Links is te zien waar de beelden van paard, huis en boom terechtkomen in beide ogen.

Om dit verschijnsel zelf te ervaren kunt u bijvoorbeeld door een raam naar een vergelegen object kijken. Ga zo staan dat de stijl in het raam de toren aan het zicht onttrekt. (En merk op dat de stijl doorzichtig lijkt te worden ...) Kijk vervolgens door het linker- en het rechteroog.



linkeroog

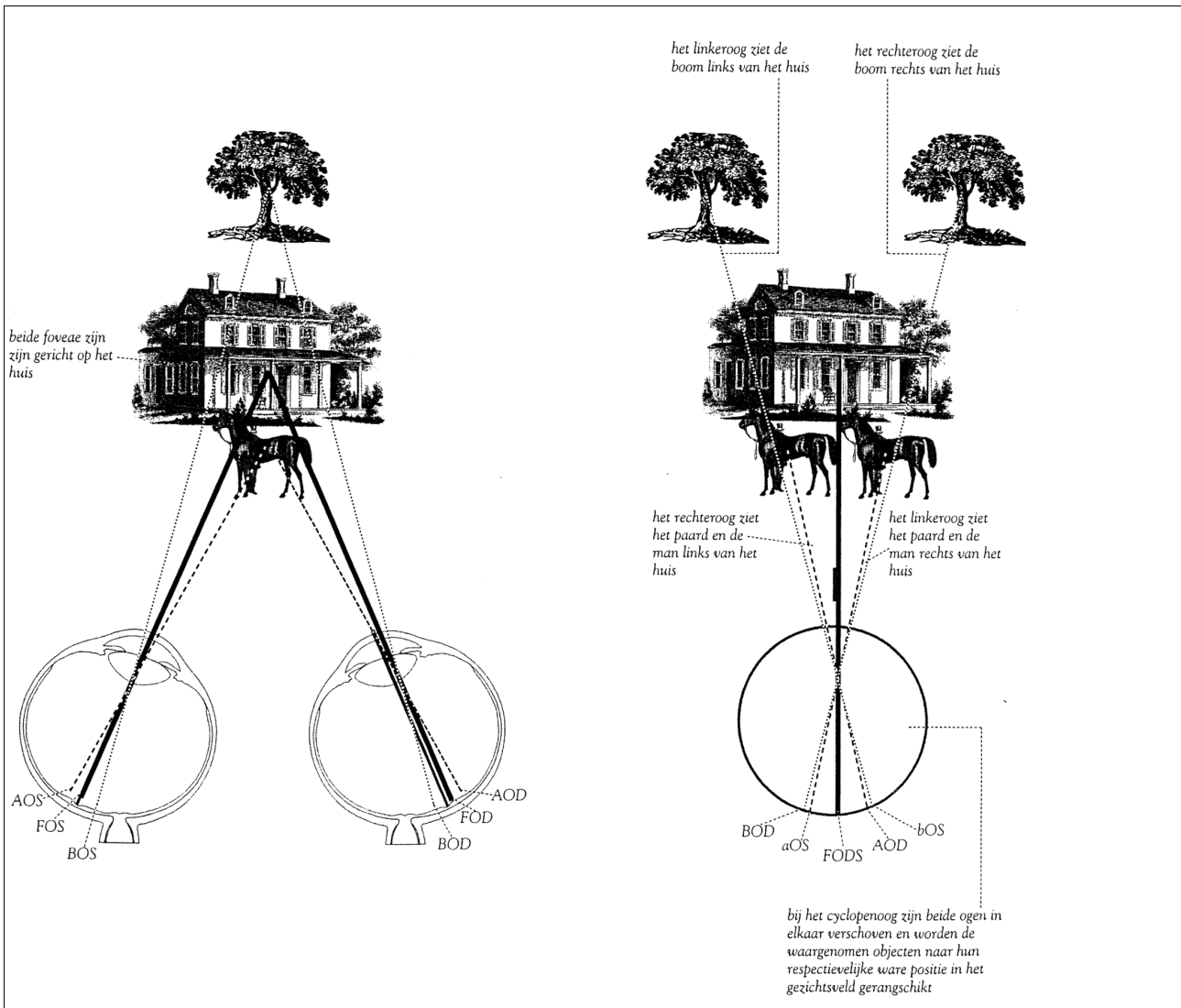
rechteroog

In de rechter tekening is te zien wat de hersens doen met de informatie uit beide ogen. Er wordt een beeld gemaakt alsof het door één oog waargenomen wordt.

Leerlingen die niet het vermogen bezitten om *cyclopisch* te zien, definiëren de ruimte om ons heen anders.

Het visuele probleem dat deze leerlingen hebben noemt men in de functionele optometrie *fixatie disparatie*. Hierdoor kunnen zij niet goed een enkelbeeld waarnemen.

Leerlingen krijgen te maken met onze wiskundeopdrachten zoals het trekken van kijklijnen, waarbij zij zichtbare gebieden (een gezichtsveld) moeten aangeven. Uitgegaan wordt van het cyclopisch zien.



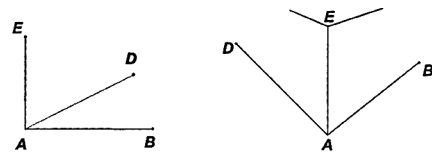
De samenvoeging van het beeld van het linker- en het rechteroog in een cyclopeenoog

Fixatie disparatie

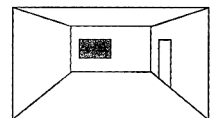
In de derde klas van het HAVO en VWO proberen we onderscheid te maken tussen centrale en parallelle projecties.

Met behulp van twee opgaven uit *Moderne Wiskunde* probeerde ik te achterhalen waarom sommige leerlingen het verschil tussen deze projecties niet zagen. Met de opdracht om een horizonpunt aan te geven op een plat vlak, vraag je immers om problemen bij leerlingen die niet goed cyclopisch kunnen zien. De constructies van de dieptelijnen zagen er heel vreemd uit.

Hiernaast staan de opgaven.

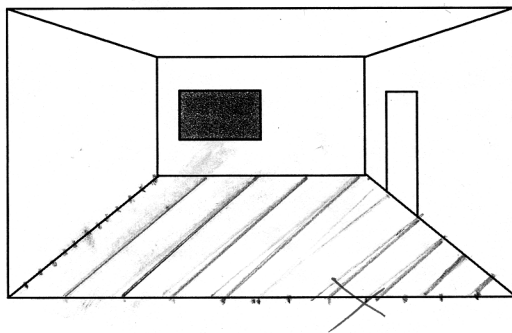
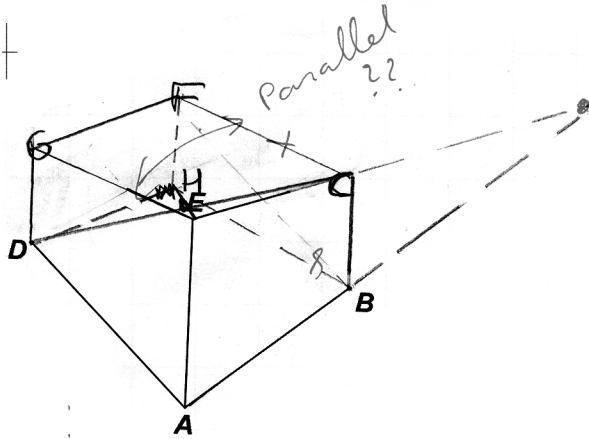


- a. In de linker figuur is een begin gemaakt met een tekening in parallelprojectie van de balk $ABCD.EFGH$. Maak de tekening op het werkblad af. Stippel steeds de lijnen die je niet rechtstreeks ziet.
 - b. De rechter figuur is het begin van een perspectieftekening van de balk. Maak ook deze tekening op je werkblad af.
 - c. M is het midden van EH . Teken het punt M in beide figuren op je werkblad. Laat steeds in je tekening zien hoe je M gevonden hebt.
2. Hiernaast zie je een tekening van een woonkamer. Deze tekening staat ook op het werkblad.
- a. Is deze tekening een perspectieftekening of een parallelprojectie? Licht je antwoord toe.
 - b. De vloer is 12 bij 12 meter. Op de grond komen vierkanten met witte en zwarte vloerbedekking. Deze vierkanten zijn 3 bij 3 meter. Hoeveel vierkanten passen er in deze kamer?
 - c. Teken deze vierkanten op je werkblad. Laat duidelijk zien hoe je dat gedaan hebt. Laat hulplijnen dus staan.



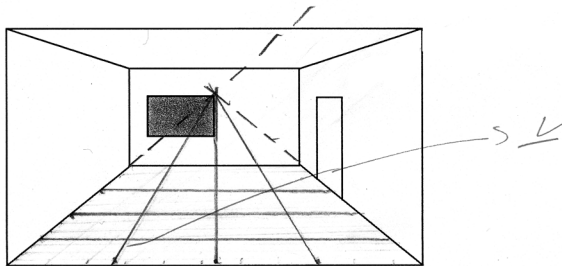
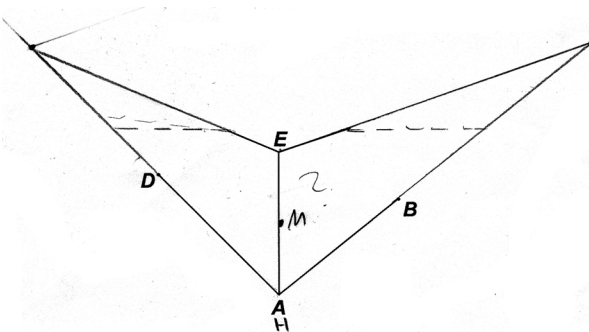
Twee opgaven voor 3 vwo

Hier eerst twee foutieve oplossingen van een leerling die wellicht te kampen heeft met fixatie disparatie:



Uitwerking van een leerling die vermoedelijk FD heeft

En vervolgens twee oplossingen van een leerling die het 'gewoon' fout doet:



Uitwerking van leerling: geen FD, 'gewoon' fout

Bij de FD-leerling is te constateren dat het 'begrip' punt op oneindig niet juist wordt geïnterpreteerd, omdat de FD-leerling heel veel moeite zal hebben om diepte op een plat vlak te zien. Bij de balk $ABCD.EFGH$ in perspectief begrijpt de FD-leerling wel (uit zijn opgaven uit het wiskundeboek) dat hij met snijdende lijn(en) moet werken, dus creëert de FD-leerling een snijpunt van twee lijnen. Vervolgens gaat hij echter de mist in met de diepteribben die hij in parallelprojectie tekent.

Bij de woonkamer raakt de FD-leerling helemaal van slag. Zonder goed stereozien herkent hij niet dat de achterwand op het platte vlak in perspectief getekend staat. Hij is niet in staat de belangrijkste eerste stap te maken, namelijk het creëren van het punt op oneindig. Dat is voor een FD-leerling onbegonnen werk. Zelfs als hij toch een punt op oneindig weet te construeren dan is het maar de vraag (zoals bij de balk) of hij het ook als een 'diepte'-punt interpreteert!

Bij de uitwerking van de leerling zonder FD is uit de tekeningen te halen dat ze in staat is op het platte vlak het begrip 'punt op oneindig' te construeren. Bij de woonkamer beheerst ze alleen niet de diagonaalconstructie om in perspectief de middens te bepalen om uiteindelijk de vierkanten te tekenen.

Daarom adviseerde ik de vader van de eerste leerling een *functioneel optometrist* voor zijn zoon te consulteren.

In tegenstelling tot een 'normale' opticien (de Nederlandse optometrie overigens staat internationaal zeer hoog aangeschreven) onderzoekt de functionele optometrist naast het *zicht* het *zien* van de patiënt. Hij onderzoekt hoe de patiënt onder andere het contrast van beelden ervaart, hoe lijnen lopen en hoe de plaats van voorwerpen zich in de ruimte verhouden.

Functionele optometrie vindt zijn toepassing bij visueel gerelateerde lees- en leermoeilijkheden en vermoeidheids- en spanningsproblemen. Deze discipline gaat ervanuit dat 'zien' een aangeleerd en dynamisch proces is. Visuele training en/of het dragen van een prismabril (een bril met brillenglazen voorzien van een prismacorrectie) kan het zien bij de patiënt op positieve wijze veranderen. Alleen door zich in te spannen kunnen patiënten een enkelbeeld creëren. Over het algemeen echter houden zij dit niet lang vol. Al gauw treden er vermoeidheidsverschijnselen op, die zelfs gepaard kunnen gaan met hoofdpijn. Lang studeren is eigenlijk uit den boze. Vooral teksten met lange zinnen zorgen voor problemen.

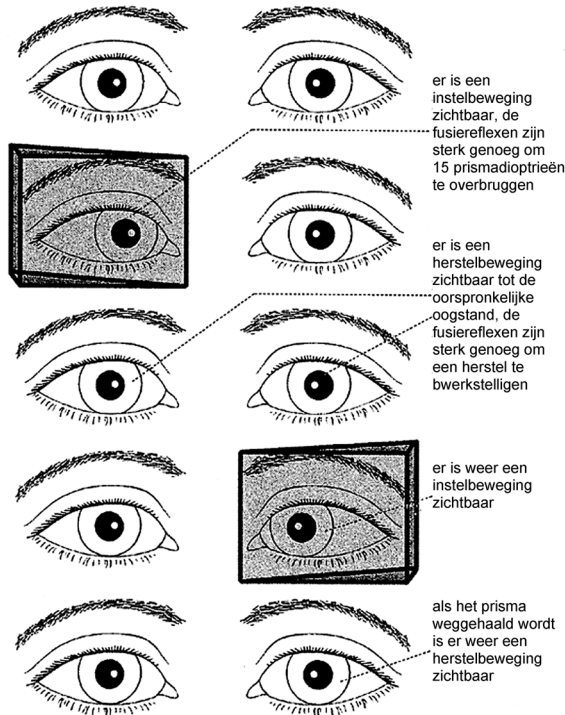
Ten onrechte worden op scholen leerlingen met een *fixatie disparatieprobleem* vaak als *dyslectisch* aangeschreven. Met de hulp van een functioneel optometrist is een fixatie disparatieprobleem meestal op te lossen. Een dyslectische leerling heeft een helaas (nog) onoplosbaar probleem. Ik ben ervan overtuigd dat binnen de verzameling gekenmerkte dyslectische kinderen er heel veel lijden aan fixatie disparatie.

In 1994 heeft Fons Laan aan de Faculteit Biologie van de Universiteit Utrecht een wiskundig proefschrift geschre-

ven, genaamd: *Binocular Correlation Detection*. Hierin bespreekt hij onder andere de effecten van fixatie disparatie op zowel tweedimensionale figuren als driedimensionale lichamen.

Een korte samenvatting van zijn conclusies:

Met stereozien bedoelt men: het zien van diepte met twee ogen. Net zoals voor stereohoren twee oren nodig zijn, zo vereist stereozien twee ogen. De basis hiervoor is het gegeven dat de twee ogen op enigszins verschillende plaats in ons hoofd zitten. Daardoor zijn de netvliesbeelden een beetje verschillend, en die verschillen (de zogenaamde dispariteiten) zijn maatgevend voor diepte.



Een voorbeeld van een training

Het stereozien is in essentie moeilijk: vanuit een linker en rechter tweedimensionale projectie dient de driedimensionale werkelijkheid gereconstrueerd te worden. Dat kan eigenlijk niet, althans niet op een eenduidige manier. Als men het stereozien probeert te begrijpen, blijken er twee problemen door elkaar te lopen: het correspondentieprobleem en de dieptereconstructie.

Deze problematiek is circulair. Wat hoort bij wat? Welk deel van het linkerbeeld hoort bij welk deel van het rechterbeeld? Is de gelaagdheid in diepte al bekend, dan is die vraag niet zo moeilijk meer, maar het bepalen van diepte(verschillen) is pas gemakkelijk als we eerst weten wat bij wat hoort.

Daarom dacht men vroeger dat allereerst herkend moet worden wat er nu eigenlijk te zien is, waarna dan dispariteiten bepaald kunnen worden, om daarmee ten slotte het diepteverloop, respectievelijk reliëf, te bepalen. Dat bleek onjuist te zijn. Het bewijs werd daarvoor later gele-

verd (vooral door Julesz) door gebruik te maken van ruisbeelden, spikkeltjespatronen. Daar valt per oog 'niets' in te herkennen, maar bij het kijken met twee ogen springt de diepte er onmiddellijk uit. Stereozien is dus erg basaal, snel en automatisch.

Hulp

Een voorbeeld van een training om FD te verhelpen: Een prisma voor een van de ogen zorgt ervoor dat het beeld verschoven wordt. Bij een niet-FD-er wordt een enkelbeeld een dubbelbeeld, waarna de niet-FD-er zelf weer het dubbelbeeld corrigeert tot een enkelbeeld. De FD-er echter heeft de prisma's juist nodig om het enkelbeeld te creëren.

Het prisma in de tekening hiernaast is echter een 'zware' prisma. Een hele lichte prisma geslepen in een brillenglas kan al tot verbluffende resultaten leiden.

In Nederland zijn landelijk verspreid slechts zeven functionele optometristen operationeel.

Een kijkje in de praktijk van functioneel optometrist Rob Groenink van Groenink Optiek te Amsterdam zal voor elke wiskundige een openbaring zijn. Rob doet onderzoek met onder andere tangrammen en allerlei wiskundige figuren en lichamen. Maar ook de gravures van Escher, de meester van het visueel bedrog, komen aan bod.



Een functioneel optometrisch onderzoek duurt ongeveer twee uur. Vanwege de overvolle agenda's van deze groep optometristen is bij een leerling tijdige signalering van een mogelijk visueel probleem gewenst.



Mogelijke kenmerken van fixatie disparatie

De leerlingen die mogelijk lijden aan fixatie disparatie zullen veel problemen hebben met het construeren van ruimtelijke figuren op het platte vlak.

Kenmerken zijn onder andere:

- Bij het tekenen in parallelconstructie van een kubus, balk, prisma, enzovoorts, worden de onzichtbare lijnen foutief aangegeven. Bovendien lopen de dieptelijnen niet evenwijdig met de corresponderende ribben.
- De getekende ribben vallen niet samen in een hoekpunt.
- Het aangeven van letters bij de hoekpunten van een kubus of balk is volkomen willekeurig en niet volgens het traditionele *ABCD.EFGH*.
- Slordige constructies.

- De overgang van constructies op ruitjespapier naar blanco papier. Op blanco papier heeft de leerling geen 'houvast of referentiepunten' en gaat fouten maken.
- Bij het lezen van een vraagstuk houdt hij of zij een vinger of pen bij de te lezen zinnen.
- Let op hoe het handschrift eruitziet; zelfs als het netjes is geschreven geven de spatiafstanden veel informatie.
- Bij het hardop lezen van lange zinnen klinkt het hakkelend.
- Perspectieftekeningen vertonen dieptelijnen die zowel in parallelprojectie als in perspectief staan getekend.
- Een rij even grote bomen wordt in perspectief van klein naar groot getekend of vertoont onregelmatigheden.

Vaak blijkt dat een leerling met genoemde symptomen al een verleden heeft met problemen met lezen en schrijven. Deze leerlingen vertonen snel vermoeidheidsverschijnselen.

Meer informatie naar aanleiding van dit artikel kunt u krijgen via ondergetekende of Groenink.

Olly Satoer, Jac.P. Thijsse College, Castricum
 Email: osinsu@worldonline.nl
 Tel. 023-55 53 479

Rob Groenink, HBO-gediplomeerd Optometrist conform de wet BIG (beroepen in de individuele gezondheidszorg) en Functioneel Optometrist OEP.
 Sarphatistraat 32, 1018 GL Amsterdam
 Tel. 020-62 50 989

Met dank aan: Lidy Wesker, Ivo van der Horst, de medewerkers Cora, Gerben en Fred van Groenink Optiek en dr. Gert Moleman.

Literatuur

- Moderne Wiskunde 1 mhy, 2 HV en 3V.* Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Rijn, L.J. van (23 april 2001). *Signalering van oogafwijkingen bij kinderen van baby tot brugklasser.* Amsterdam: VU Medisch Centrum Oogheelkunde, Organisatie-Uitgever: PAOG-VU.
- Groenink, R. *Gids voor leerkrachten bij visuele problemen.* Amsterdam: Groenink en Zn. Optiek.
- Gutter, M. (1998). *Handleiding praktische vaardigheden orthoptie.* Barendrecht: Luiten.
- Laan, A.C. (1994). *Binoculair Correlation Detection. Dissertatie.* Utrecht.