

Niet alleen het vak natuurkunde 'verkwalfteert', het is ook de tendens die waarneembaar is in het vak economie. En dat is een verkeerde ontwikkeling, aldus **Alphons Mantel** en **Joost Klerks** in een artikel dat in 2002, dus ver voor de profielenkaalslag, verscheen in het *Tijdschrift voor het Economisch Onderwijs* (TEO). Dat is de spreekbuis van de VECON, de vereniging van leraren in de economisch/maatschappelijke vakken.

## Economie en wiskundige vaardigheden; een probleemsignalering

### Inleiding

Het algemene economieonderwijs voor het vwo is de laatste jaren volop in beweging en kent tevens enkele belangrijke problemen. We hoeven alleen maar te wijzen op het docententekort en op de tien fouten die in de eindexamenopgaven vwo van 1999 zaten.

De invoering van de Tweede Fase en het studiehuis hebben – in het algemeen gesproken – waarschijnlijk niet bijgedragen tot kwaliteitsverhoging van het schoolvak economie. Volgens de recent benoemde hoogleraar didactiek aan de Universiteit van Groningen, Anne van Streun, is de invoering van deze Tweede Fase zelfs schadelijk geweest<sup>1</sup>. Verder lezen we vrijwel dagelijks in de krant over personeelstekorten<sup>2</sup>; in totaal 750 fulltime vacatures in het voortgezet onderwijs<sup>3</sup>. Ook bij het vak economie is dit docententekort stijgende<sup>4</sup>. We zien derhalve steeds vaker de situatie dat onbekwame en/of onbevoegde docenten het vak economie geven. De docent geschiedenis of aardrijkskunde die denkt economie er 'even bij te doen' zal waarschijnlijk van een heel erg koude kermis thuiskomen.

Het centrale onderwerp van deze beschouwing vormt de korte uiteenzetting van de knelpunten die wij als docenten signaleren binnen het vakgebied algemene economie met betrekking tot de wiskundige/modelmatige benadering van onderwerpen.

Economie is in feite een gedragswetenschap; het beschrijft en verklaart het menselijk handelen inzake de keuze van schaarse, alternatief aanwendbare middelen. Bij de beschrijving van sommige onderwerpen (model van Keynes, consumenten- en producentengedrag) wordt gebruikgemaakt van elementaire wiskundige modellen om de complexe werkelijkheid te benaderen en hanteerbaar te maken.

Een tweede reden is de wens van de econoom om bepaalde begrippen te kwantificeren en daardoor meetbaar te maken. De maatschappelijke relevantie van het gebruik van modellen in de economie moet vooral niet onderschat worden. Teneinde ingewikkelde maatschappelijke verschijnselen (economische groei, inflatie, werkgelegen-

heid, introductie van de euro, enzovoort) te kunnen begrijpen, heeft men een gedegen denkkader nodig om de werkelijkheid te kunnen beschrijven en verklaren en om problemen te kunnen oplossen/voorkomen, vaak wiskundige vaardigheden.

Er is reeds lang een debat gaande of algemene economie de (gedrags-)wetenschappelijke benadering moet behouden of meer een maatschappijvak moet worden, met minder aandacht voor wiskundige modelvorming. Zo kan men waarnemen dat in de laatste versie van de eindtermen voor het vwo-examen concrete productiefuncties niet meer mogen worden gevraagd<sup>5</sup>. Hieruit blijkt een tendens tot minder exactheid van het vakgebied, want genoemde functies zijn exponentieel van hun wiskundige aard.

De auteurs van dit artikel, en uiteraard ook vele andere docenten algemene economie, hebben ervaren dat de wiskundige/natuurwetenschappelijke benadering van onderwerpen binnen het schoolvak economie bij relatief veel leerlingen problemen geeft. Wij vragen ons in dit artikel af om welke problemen het exact gaat en wat de oorzaken hiervan zouden (kunnen) zijn. Tevens wordt getracht enkele oplossingsuggesties aan te dragen.

Ten slotte nemen wij een duidelijk standpunt in wat betreft de inhoud van ons vak: de wiskunde en de bijbehorende modelvorming moet expliciet gehandhaafd blijven in de algemene economie. Aan het einde van dit artikel gaan we hier verder op in.

### Praktijkvoorbeelden

In het algemeen is onze ervaring dat een aantal leerlingen, dat bij de modelvorming in de economie gebruik moet maken van een aantal basisbegrippen uit de wiskunde, deze opeens 'vergeten' lijken te zijn als ze deze moeten toepassen in de economie.

Onze ervaring in de lessen bij 6 vwo leert dat bij de uitleg van het Keynesiaanse model de meest elementaire wiskundige basisbegrippen door zeker dertig procent van de leerlingen niet meer worden herkend.

**Tabel 1: Wiskundige vaardigheden in de algemene economie**

Wiskundige vaardigheid	Soort economie	Onderwerpen
Factoren buiten haakjes halen	Algemeen	Model van Keynes de multiplier
Lineaire vergelijkingen opstellen en oplossen	Algemeen	Model van Keynes Omzetberekening Winstberekening
Kwadratische vergelijkingen opstellen en oplossen	Micro	Kosten minimalisatie Winst maximalisatie
Grafiek tekenen en begrijpen/interpreteren	Algemeen	Model van Keynes
Statistiek: Gemiddelde en gewogen gemiddelde	Micro en macro	prijsindex (samengesteld)
Differentiëren (verschil tussen marginale en gemiddelde waarde van een variabele)	Micro en macro	Winstmaximalisatie Kostenminimalisatie de multiplier

**Voorbeeld 1**

Gegeven is het volgende eenvoudige Keynesiaanse model (we gaan even niet in op de betekenis):

1.  $C = c Y + C_0$   $C = 0,6 Y + 100$
2.  $Y_b = Y - B$
3.  $B = b Y - B_0$   $B = 0,3 Y - 40$
4.  $I = I_0$   $I = 200$
5.  $O = O_0$   $O = 474$
6.  $E = E_0$   $E = 60$
7.  $X = x Y$   $X = 0,2 Y$
8.  $E.V = C + I + O + E - X$
9.  $E.V = W$
10.  $W = Y$

De volgende problemen worden dan ervaren:

- het opstellen van twee lineaire vergelijkingen
- het grafisch vertalen van deze vergelijkingen
- het uitrekenen van het snijpunt (= inkomensevenwicht).

Deze problemen kunnen met basale wiskundige kennis toch eenvoudig worden opgelost.

Indien dan de multipliers in dit model moeten worden afgeleid komen meer leerlingen in moeilijkheden. Leerlingen weten vaak niet wat een multiplier betekent en dus kunnen ze deze vervolgens ook niet uitrekenen om ermee verder te redeneren.

We kunnen dit probleemgebied uitbreiden door te vragen welk effect het verhogen van de belastingvrije voet heeft op het nationaal inkomen. Stel dat deze verhoging gelijk is aan +10.

Uit de maatschappelijke redenering moet naar voren komen dat dit gunstig is voor het nationaal inkomen, mensen hoeven per saldo immers minder belasting af te dragen. Via dit model valt deze redenering dan ook nog eens te kwantificeren via het multipliereffect. Zonder de beno-

digde wiskundige vaardigheden valt dit maatschappelijk gevolg niet te bewijzen!

Onze vraag luidt hoe het mogelijk is dat, gezien het feit dat de meest basale wiskundige onderwerpen uitvoerig zijn behandeld bij wiskunde in de klassen 2 tot en met 4, deze ineens niet meer kunnen worden toegepast.

Bovenstaand geven we in tabel 1 een korte schets van de benodigde wiskundige kennis en vaardigheden en de toepassing daarvan in onderwerpen binnen de algemene economie.

**Probleemstelling**

Wat zijn de (mogelijke) oorzaken voor het verschijnsel dat relatief veel leerlingen basale wiskundige kennis en vaardigheden niet of nauwelijks kunnen toepassen op de modelmatige algemene economie?

Het gaat hier veelal om de volgende wiskundeonderwerpen: formules opstellen en interpreteren, grafieken tekenen, begrijpen en interpreteren, factoren buiten haakjes halen en vergelijkingen/ongelijkheden opstellen, begrijpen en oplossen.

Bij deze probleemstelling gaan we ervanuit dat de modelmatige benadering van genoemde onderwerpen blijft bestaan. Daarvoor zijn volgens ons goede redenen; deze zullen we verderop bespreken.

**Voorbeeld 2**

Op een markt zijn in totaal honderd ondernemingen actief die allen streven naar maximale totale winst en daarbij de marktprijs niet kunnen beïnvloeden. De productiecapaciteit per aanbieder is constant en bedraagt drie eenheden product. De totale kostenfunctie voor elke individuele aanbieder luidt:

$$TK = q^2 + 5q + 4$$

De collectieve aanbodfunctie op deze markt luidt:

$$Q_a = 50P - 250$$

De collectieve vraagfunctie op deze markt luidt:

$$Q_v = -20P + 450$$

De symbolen hebben de volgende betekenis:

$TK$  = totale kosten in geldeenheden

$q$  = aantal eenheden product van een individuele aanbieder

$Q_a$  = totaal aangeboden aantal eenheden product

$Q_v$  = totaal gevraagd aantal eenheden product

$P$  = prijs per eenheid product in geldeenheden

Een van de manieren waarop de overheid milieubeleid voert, is het opleggen van heffingen.

De milieuschade die met de productie van deze bedrijven gepaard gaat, wordt geschat op 300 geldeenheden. De overheid besluit de bedrijven een milieuheffing op te leggen en de opbrengst te gebruiken om de milieuschade te compenseren. Als randvoorwaarde geldt dat de bedrijven niet in een verliesgevende positie mogen belanden.

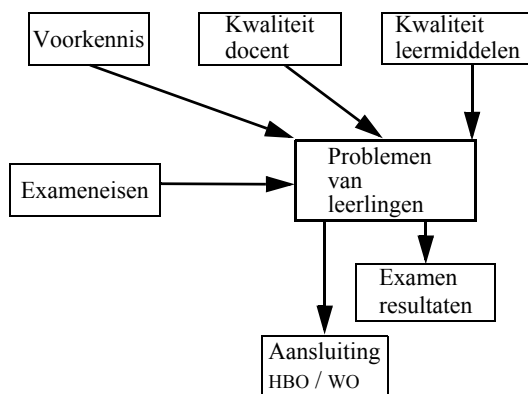
De heffing wordt vastgesteld op 1,4 geldeenheden per eenheid product. Leerlingen weten dat de aanbodfunctie hierdoor verandert. Ze kunnen echter deze verandering niet wiskundig vertalen tot  $Q_a = 50P - 320$ . Daarnaast is de leerling niet in staat om te controleren of de milieuschade volledig gedekt wordt en de randvoorwaarde ingewilligd wordt.

## Probleemaanpak

Om de geschetste problemen te kunnen onderzoeken hanteren wij het volgende stappenplan:

1. Inventarisatie van de mogelijke oorzaken
2. a. inhoudelijk onderzoek per oorzaak  
b. onderzoek naar de mogelijke samenhang tussen de oorzaken
3. Onderzoek naar de ervaren knelpunten onder leerlingen Algemene Economie
4. Verschilanalyse van de bevindingen van de fasen 2 en 3
5. Conclusies
6. Aanbevelingen richting onderwijs en richting overheidsbeleid.

Hieronder treft u het denkschema aan van onze probleemstelling en de daarbij relevant geachte factoren.



### Voorkennis van de leerling

Hieronder verstaan we de economische en wiskundige kennis en vaardigheden die een leerling eerder heeft opgedaan.

### Kwaliteit docent

Docenten uit andere vakgebieden beschikken in veel gevallen niet over de juiste vaardigheden om het vak economie op voldoende wijze te doceren.

### Kwaliteit leermiddelen

Als de leermiddelen teveel hameren op het maatschappelijk aspect, welke tijdsgebonden is, zal de leerling moeilijker in staat zijn om de werkelijkheid economisch te verklaren.

### Exameneisen

Deze exameneisen vormen een externe factor in het geheel. En juist nu, nu de Tweede Fase een begin heeft gemaakt, moeten nieuwe commissies de eisen onder de loep nemen.

Bovenstaande factoren vormen dus de mogelijke oorzaken van de problemen bij leerlingen bij het vak economie. De problemen hebben echter ook gevolgen. Deze gevolgen vallen te splitsen in een korte en lange termijn effect.

### Korte termijn

De eerste resultaten op toetsen, schoolonderzoeken en examens wijzen nog niet direct op een verbetering. De leerling heeft nog steeds moeite om opgebouwde kennis en vaardigheden voldoende toe te passen binnen een toets.

### Lange termijn

De doelstelling van de Tweede Fase is om de kloof tussen middelbare school en vervolgstudie te verkleinen. Volgens prof. A. van Streun echter blijft deze kloof bestaan of wordt de kloof misschien wel groter. Pas de komende jaren kunnen gegronde uitspraken worden gedaan over het al dan niet behalen van de eerder genoemde doelstelling. Dan zullen de eerste leerlingen van de Tweede Fase afstuderen.

## Probleemaanpak

Om de eventuele problemen op het grensvlak tussen wiskunde en economie nader te kunnen bezien zullen we de probleemstelling verder moeten uitwerken. Indien op voorhand gezocht wordt naar mogelijke verklaringen, dan komen we tot de volgende *werkhypotheses*:

1. De leerling is de wiskundige begrippen vergeten.
2. De leerling is de begrippen niet vergeten, maar deze worden niet herkend als zijnde (voor de leerling bekende) wiskunde binnen de economieles.
3. De leerling herkent de begrippen niet, omdat deze

worden toegepast in een andere situatie (namelijk niet meer met de uit de wiskunde bekende symbolen  $x$  en  $y$ , maar met andere symbolen voor de variabelen).

4. De leerling is te veel op economie gefocust om überhaupt te beseffen dat het hier om een wiskundige toepassing gaat.
5. De gebruikte leermiddelen (tekstboek, opdrachten, enzovoort) zijn niet goed.
6. De docent heeft onvoldoende (wiskunde)kennis en/of onvoldoende wiskunde-didactisch verantwoorde presentatie.

Een probleemoplossing zal derhalve een per werkhypothese verschillend karakter dienen te hebben. Het stellen van een diagnose (op basis van genoemde werkhypothesen) bij de desbetreffende leerlingen is vanzelfsprekend van elementair belang bij een gedetailleerde probleemdiagnose en signalering. Wij willen proberen hiervoor in de nabije toekomst een op maat gesneden diagnostische vragenlijst te ontwerpen.

## Suggesties voor oplossingen

Voorafgaand aan het uiteindelijke onderzoek vallen er suggesties voor oplossingen van onze werkhypothesen aan te dragen.

### *ad 1*

Indien de leerling de begrippen vergeten is, zou een door een docent geïnitieerde herhaling (op basis van zelfstudie) het probleem in beginsel moeten kunnen oplossen; de vraag is dan relevant op welke wijze wordt getoetst of de leerling die opgehaalde kennis ook feitelijk beheerst en toe kan passen.

### *ad 2*

De docent zal er in dit geval expliciet op moeten wijzen dat deze begrippen afkomstig zijn uit de wiskunde en moeten aangeven in welk boek deze eventueel terug te vinden is. Ook hier kunnen we uitgaan van zelfstudie, waarbij wederom relevant is op welke wijze wordt getoetst of de leerling die opgehaalde kennis ook feitelijk beheerst en toe kan passen.

### *ad 3*

Hier heeft de docent een ander probleem; de benodigde wiskundekennis en -vaardigheden zijn wel aanwezig, maar kunnen moeilijk worden toegepast omdat er andere symbolen voor de variabelen worden benut. Hiervoor is naar onze mening een in beginsel relatief kleine inspanning van de docent nodig om de 'vertaalslag' naar de nieuwe symbolen te kunnen maken.

### *ad 4*

Deze situatie vereist veel meer en andersoortige inspanningen van de betrokken docent; zeker dient aan de leerling duidelijk te worden gemaakt dat de onderhavige eco-

nomie-stof is gebaseerd op voor hem bekende wiskundige principes. Daarna kan de docent vervolgens volstaan met het onder 2 genoemde.

### *ad 5*

Het op elke school gebruikte leermateriaal zal kritisch moeten worden bezien op aanpak, inhoud, wiskundige methodiek, enzovoort.

### *ad 6*

De docent zal kritisch moeten worden geëvalueerd op kennis van wiskunde, modelvorming en bijbehorende didactische vaardigheden.

## Aanbevelingen

Het natuurwetenschappelijke karakter (inclusief de bijbehorende wiskundige modelvorming) van Algemene Economie moet naar onze mening gehandhaafd blijven. Zo blijft het niveau van onderwijs hoog en is de aansluiting van het VWO op een universitaire studie economie veel beter. Bovendien profiteren ook de exacte schoolvakken (met name natuurkunde en scheikunde) van een goede en gedegen modelmatige probleemaanpak.

Een verbeterde aansluiting tussen wiskunde en economie zou naar onze mening als volgt bewerkstelligd kunnen worden:

- Meer expliciete aandacht van de docent economie voor de wiskundige aspecten in de diverse modellen (Keynes, enzovoort); dit moet plaatsvinden *voordat* de feitelijke modellen in de les worden gepresenteerd.
- Een aparte les modelvorming door een docent economie of door een docent (bijvoorbeeld wiskunde) met kennis van modelvorming. Deze les is vakoverstijgend en kan eveneens tot voordeel strekken voor de vakken natuur- en scheikunde en biologie.
- De toepassing van een zuiver instrument om de juiste diagnose bij probleemleerlingen te kunnen stellen; dit instrument zullen wij gaan ontwerpen en bestaat uit een gedetailleerde op het probleem toegespitste vragenlijst voor leerlingen en docent.

*Alphons Mantel, LUZAC College, Utrecht*

*Joost Klerks, LUZAC College, Den Bosch en Eindhoven*

*Met dank aan Ton van Haperen.*

*Eventuele reacties zijn van harte welkom.*

## Noten

- [1] Studiehuis trekt niveau HAVO en VWO omlaag, *dagblad Trouw*, 19 december 2001.
- [2] *de Volkskrant*, 7 november 2001.
- [3] *Utrechts Nieuwsblad*, 7 november 2001.
- [4] *de Volkskrant*, 27 november 2001.
- [5] *Eindexameneisen Economie I voor VWO*. Zoetermeer: Ministerie van Onderwijs, 2001.