

Leerlingen over een wiskundeopgave laten discussieren *op een kring*. Dat is het doel van het project Actief en op Tijd Leren. **Michiel Doorman** en **Ad Mooldijk** laten u zien hoe zo'n discussie op een kring eruit ziet en geven hun bevindingen.

## Een discussie op internet

### Inleiding

De invulling van het studiehuis in de tweede fase gaat vaak gepaard met een vermindering van het aantal contacturen voor de vakken. Er wordt zelfstudietijd voor leerlingen gecreëerd waarin zij zelfstandiger moeten studeren. Binnen de natuurwetenschappelijke vakken is echter discussiëren over en actief en gezamenlijk werken aan een onderwerp belangrijk voor het ontwikkelen van de vaktaal en een goede begripsvorming (Genseberger, 1997). Die afname van de contacttijd en de voorwaarden voor begripsvorming bij de bètavakken staan zo op gespannen voet met elkaar.

### Discussie voor begripsvorming

Een van de werkvormen in het onderwijs is het klassengesprek. Tijdens zo'n gesprek wordt een actieve instelling van leerlingen verwacht. Echter, niet elke leerling weet in een discussie direct aan te geven wat hij of zij bedoelt. Sommigen uiten zich moeilijk in een groep of hebben meer tijd nodig om tot een uitspraak te komen. Meestal is er dan wel iemand die intussen het woord overneemt. Anderen kunnen beter nadenken als ze iets moeten noteren.

Met behulp van ICT kan een andere dimensie aan discussiëren gegeven worden. Communicatie via ICT hoeft niet noodzakelijk tezelfdertijd te gebeuren en bovendien hoeft niet iedereen zich op dezelfde plaats te bevinden. Dit kan als voordeel hebben dat ook degenen die een wat grotere responstijd nodig hebben aan de discussie kunnen deelnemen (Linn, 2000). Daarnaast is bij de huidige technologie, e-mail of een discussieplatform, de leerling gedwongen op te schrijven wat zij of hij denkt. Dat zorgt ervoor dat de respons beter doordacht is (Hammond, 2000).

### Start van het project

Tijdens de invoering van het studiehuis bleek al snel dat de schaarse contacttijd een probleem is in alle vier bètavakken. Men had behoefte aan ideeën om die contacttijd zo goed mogelijk te benutten. Een initiatief daartoe is het

ICT-project Actief en op Tijd Leren (het ATL-project). Dit project is begin september 2000 gestart op scholengemeenschap Brokdele te Breukelen en scholengemeenschap de Breul in Zeist. Deze scholen werken in het project samen met het Centrum voor Didactiek van de Wiskunde en Natuurwetenschappen (CD-β) van de Universiteit Utrecht.

Een van de doelen van het ATL-project is het vinden van vormen voor communicatie tussen docenten en leerlingen over kernbegrippen uit de vakken, ter verhoging van de kwaliteit van de voorbereiding, de uitvoering en de afronding van de contactlessen in de tweede fase. Een middel daartoe is het gebruik van opdrachten op een kring van kennisnet waarop leerlingen buiten de les om reageren (Novak, 1999).

Zo'n kring faciliteert deze werkwijze doordat er een plek is waar je opdrachten kunt neerzetten en er een zogenaamd prikbord is waar leerlingen en docenten vragen kunnen stellen, opmerkingen kunnen plaatsen en op elkaar kunnen reageren (zie Tolboom (2002) voor een beschrijving van zo'n leeromgeving). Het is hierbij de bedoeling om het gebruik van de opdrachten te verweven in de contactlessen.

### De eerste opdrachten

In het voorjaar van 2001 zijn voor de verschillende bètavakken de eerste opdrachten uitgevoerd. Deze opdrachten varieerden van het beantwoorden van korte vragen over een experiment (welke effecten zie je als een lamp op een CD schijnt?) tot een discussie over hoogovens (waarom zijn ze hoog?). Centraal staat telkens dat de activiteit rond de kring als gevolg heeft dat leerlingen goed voorbereid de lessen binnenkomen. In veel gevallen is het een alternatieve vorm van huiswerk ten behoeve van de voortgang met het boek.

De respons en het enthousiasme bij deze eerste serie zijn nogal uiteenlopend. Uit de evaluatie blijkt dat het gebruik van de kring stimulerend kan werken voor leerlingen en leraar. De leerlingen vinden het leuk als anderen reageren op hun antwoorden. Bij enkele opdrachten wordt zelfs opgemerkt dat het een persoonlijk contact mogelijk

### Konijnenjacht

In een natuurgebied in de duinen wordt op konijnen gejaagd om de populatie in stand te houden. Een aantal biologen volgt de konijnen al een paar jaar. Ze onderscheiden vier leeftijdscategorieën en tellen ieder jaar het aantal konijnen in iedere leeftijdscategorie. Met deze cijfers hebben ze de volgende overlevingscijfers en een geboortecijfer bepaald.

Bovendien hebben ze gemerkt dat de omvang van de konijnenpopulatie aan het afnemen is. Stel dat op een zeker moment de populatievoorspellingsmatrix en de omvang van de populatie als volgt zijn:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0,6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2000 \\ 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

De biologen willen dat er minder op de volwassen dieren mag worden gejaagd. Door minder te jagen zal het overlevingscijfer (0,7) voor de volwassen konijnen toenemen.

De jagers zeggen dat je ook één keer bijvoorbeeld 500 jonge konijnen kunt uitzetten. Dan zal de populatie zich wel stabiliseren. Zij kunnen bovendien gewoon doorgaan met jagen.

De gemeente wil een beslissing nemen en zoekt een expert. Jij bent die expert.

1. Ga na dat in de huidige situatie inderdaad de omvang van de populatie afneemt volgens de cijfers van de biologen.
2. Onderzoek wat de gevolgen zijn van het plan van de biologen en van het plan van de jagers.
3. Schrijf een brief aan de gemeente met je resultaten. Schets de huidige situatie en de gevolgen als er niets verandert.
4. Geef aan welke maatregelen nodig zijn om de konijnenpopulatie te stabiliseren (geïllustreerd met tabellen en/of grafieken).

Je kunt je onderzoek laten testen of eventuele vragen stellen voordat je de getallen verwerkt in je brief. Plaats daartoe een vraag op het Discussion board (via Communication).

maakt, persoonlijker dan tijdens een lessituatie. Bij een andere opdracht is de uitvoering echter veel moeizamer verlopen. De betreffende docent geeft aan dat de leerlingen veel aan hun hoofd hebben in de tweede fase, waardoor iets als de kring een lage prioriteit krijgt. Er staat niet direct een beloning tegenover.

Een probleem bij zo'n discussieplatform is de niet te voorziene tijdsinvestering. Als je de leerlingen een wat langere discussie wilt laten opzetten, dan moet je eigenlijk meteen aan het begin van het hoofdstuk met de discussievraag beginnen en deze pas een paar weken later afsluiten. Dit zorgt echter wel voor beperkingen in de vragen die je kunt stellen. Voor de docent is het lastig om

de leerlingen niet te veel te sturen en toch de leerlingen te helpen als ze vastzitten.

Een duidelijke les uit deze periode is in elk geval dat er goede en tijdige communicatie moet zijn tussen leerlingen en docenten. Leerlingen moeten de tijd krijgen om op de kring rond te kijken en de activiteiten moeten een wezenlijk onderdeel van de lessen zijn.

### De konijnenjacht

De opdrachten zijn bijgesteld na de ervaringen van het eerste schooljaar. Voor wiskunde is er een nieuwe opdracht ontwikkeld rond het onderwerp matrices. Deze opdracht is dit voorjaar uitgevoerd op KSG De Breul in samenwerking met docent Albert Dorresteyn. De opdracht en de ervaringen worden hieronder beschreven. Ze geven een beeld van de mogelijkheden en de beperkingen van kringgebruik.

#### Opzet en doel

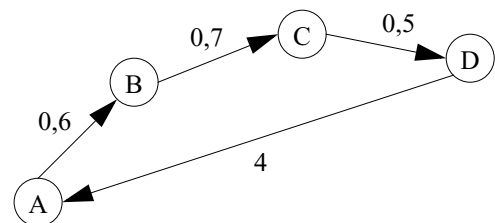
In vwo 6 wordt het onderwerp matrices in een korte periode als keuzeonderwerp wiskunde B behandeld. De docent heeft voor dit onderwerp zes lessen gereserveerd. Op de kring is een opgave rond een voorspellingsmatrix van een populatie konijnen geplaatst.

Tijdens de serie van zes lessen komen alle technische aspecten van matrices aan de orde. Direct na de lessenserie krijgen de leerlingen een PTA-toets. In de eerste van de zes lessen is aangekondigd dat de toets zou bestaan uit een opdracht die lijkt op het konijnenprobleem van de kring. Leerlingen kunnen op de kring over de opdracht discussiëren en de docent zal – indien nodig – ook af en toe een bijdrage aan die discussie leveren. Het konijnenprobleem zelf komt niet tijdens de lessen aan de orde.

#### Wat is er gebeurd?

Al snel ontstaat op de site een aardige discussie tussen enkele leerlingen. Er zijn vragen en leerlingen geven elkaar antwoord.

Jos is een slimme leerling. Hij plaatst het eerste bericht met een berekening bij de huidige situatie van de konijnenpopulatie. Wat hij er niet bij zegt is dat je zijn berekening met een graaf van de situatie kunt begrijpen door de levenscyclus van een groep te volgen:



Het voordeel van zijn aanpak is dat je de factor die door de jacht wordt beïnvloed als variabele in een formule kunt krijgen. Zo kan hij precies de kritieke waarden achterhalen. Hieronder is zijn eerste bericht en een deel van de volgende discussie te zien.

Date: 13-Mar-2002 20:54:37

Subject: Re: Konijnenjacht

*Ik denk inderdaad dat als je niet ingrijpt de populatie afneemt. Aan de cijfers kun je dit volgens mij zien, omdat  $4 * 0,6 * 0,5 = 0,84$ .*

*Van een generatie jonge konijnen hou je er dan maar 84% procent over. Dit is dus na een cyclus, dus na 4 berekeningen, oftewel  $[A]^4 * [B]$ . Hierin zijn  $[A]$  en  $[B]$  de matrices uit de opdracht. Als je deze berekening uitvoert zie je dat er ook nog maar 84 procent van de oorspronkelijke populatie over is. Als je dus nog een keer een cyclus doorloopt kom je weer tot een percentage van 84% dat leeft.*

*Hiermee is het eerste punt van de vraag volgens mij beantwoord, vragen over onduidelijkheden zie ik graag tegemoet.*

Jos

---

Date: 18-Mar-2002 16:54:18

Subject: Re: Konijnenjacht

*Jos (of iemand anders),*

*Ik snap niet wat in de eerste matrix de rij voorstelt en wat de kolom. (Zoals bij het voorbeeld van mr. Dorrestein van/naar.) Hierdoor begrijp ik ook niet helemaal wat er staat. Wil je het even uitleggen?*

*Bedankt, Caroline*

---

Date: 18-Mar-2002 17:11:39

Subject: Re: Konijnenjacht

*De eerste matrix betekent de kolom van en de rij naar. Dat houdt in dat het gaat over de kans om van het ene jaar naar het andere jaar over te gaan. Dus de kans om als klein konijntje een stap verder te gaan is 0,6. Het getal 4 staat voor het aantal kinderen dat de laatste groep konijnen krijgt.*

*Als je het nog niet geheel begrijpt, stel dan een iets specifiekere vraag.*

Jos

---

Date: 19-Mar-2002 19:52:34

Subject: Re: Konijnenjacht

*Waarom neem je 0,7 (de kans dat een tweejarige drie wordt) niet mee in je berekening? Is dat omdat je de driejarige tot de oudere konijnen rekent? Ik heb gewoon in de rekenmachine beide matrices ingevoerd en dan  $(A)^{20} * (B)$  gedaan, om de populatie over twintig jaar te berekenen. Dan zie je dat de totale populatie 2091 is geworden en de populatie dus is afgenomen.*

*Is dit ook goed of moet het op de manier van Jos?*

Caroline

Caroline reageert in eerste instantie niet op Jos' werkwijze. Ze wil eerst begrijpen hoe de opgave in elkaar zit. Vervolgens kijkt ze terug naar Jos' eerste bericht en mist ze daar de 0,7 (die Jos vergeten is in te tikken). Ze vraagt zich af welke methode gewenst is. Even later blijkt dat ze niet op een antwoord wacht, maar haar eigen weg volgt. Hierop reageert Andrea, die nu niet precies begrijpt hoe Caroline het heeft aangepakt en wat de relatie is met de uitleg tijdens de les:

---

Date: 19-Mar-2002 20:05:51

Subject: Re: Konijnenjacht

*Bij het plan van de biologen zal inderdaad het overlevingscijfer toenemen. Ik ben voor het gemak even uitgegaan van een overlevingscijfer van 0,8. Als je dan uitrekent wat de populatie is over twintig jaar, zie je dat deze in totaal 4077 is. En daarmee is de populatie dus nog steeds afgenomen, alleen minder snel. Echt effectief is het plan dus uiteindelijk nog steeds niet.*

*Als je naar het plan van de jagers kijkt en onder jonge konijnen nuljarigen verstaat en weer uitrekent wat de grootte van de populatie is over twintig jaar, kom ik uit op 4484. De populatie is nog steeds afgenomen. Maar veel minder snel dan wanneer je het overlevingscijfer van de oudere konijnen verhoogt.*

*Mee eens?*

Caroline

---

Date: 19-Mar-2002 20:16:32

Subject: Re: Konijnenjacht

*Hoi Caroline,*

*Hoe heb je dat dan uitgerekend, kun je dit probleem niet oplossen met behulp van je rekenmachine, zoals we het vandaag ook in de les deden met die vogeltjes...?*

Andrea

---

Date: 19-Mar-2002 20:19:58

Subject: Re: Konijnenjacht

*Ik zal hem eens proberen uit te rekenen met de rekenmachine, en dan kijken wat ik voor een antwoord eruit krijg.*

Andrea

---

Date: 19-Mar-2002 21:15:15

Subject: Re: Konijnenjacht

*Als je naar het plan van de jagers kijkt en onder jonge konijnen nuljarigen verstaat en weer uitrekent wat de grootte van de populatie is over twintig jaar, kom ik uit op 4200. (Ik neem dan de tweede matrix.) De populatie is dus inderdaad nog steeds afgenomen.*

*Het plan van de biologen en de 0,7 verandert in 0,8 in de tweede matrix krijg ik 6612, dus dat zou betekenen dat de populatie dan juist groeit...*

Andrea

Jos wijst tijdens dit gesprek nog eens op zijn berekening. Hij laat zien hoe je kunt beredeneren dat er een stabiele situatie ontstaat als de overlevingskans 0,83333 is. Daar reageert verder niemand op. Meike stapt dan in de discussie en vraagt zich af hoe Andrea aan haar getallen komt:

---

Date: 20-Mar-2002 09:51:37

Subject: Re: Konijnenjacht

*Je zegt dat waarom je het niet gewoon zou uitrekenen, het is ook wel goed, maar ik denk dat het beter is als je het ook op een bepaalde manier kunt bewijzen. Op je rekenmachine is er geen kunst aan, maar het uitzoeken van het probleem op papier is net iets moeilijker en nuttiger.*

*Jos*

---

Date: 20-Mar-2002 15:13:51

Subject: Re: Konijnenjacht

*Hé Andrea,*

*Hoe heb je dit berekend? Ik krijg namelijk, ook met de rekenmachine, hele andere uitkomsten (dezelfde als Caroline)...*

*Meike*

---

Date: 21-Mar-2002 21:32:36

Subject: Re: Konijnenjacht

*Hoi Meike*

*Maar heb jij dan de eerste of de tweede matrix gebruikt, dat is namelijk wel een groot verschil, het kan zijn dat ik natuurlijk een fout heb gemaakt. Je hoort nog van me.*

*Andrea*

---

Date: 20-Mar-2002 10:01:19

Subject: Re: Konijnenjacht

*Carolien als je mijn verhaal leest staat er:*

*Bij een overlevingskans van 0,83333 blijft de konijnenpopulatie stabiel. 0,8 is lager, dus de populatie neemt af. Je hebt het ook maar voor 20 jaar gekeken, wat is 20 jaar nou, je moet gaan kijken wat er na 150, 200 jaar gebeurt, dan zie je pas dat die konijntjes toch al redelijk dood beginnen te gaan.*

---

Thijs stelt een dag later een technische vraag over een programmaatje voor de grafische rekenmachine dat bij de opdracht stond. Hij is al zeker dat Jos zal reageren:

---

Date: 21-Mar-2002 21:03:30

*Tijdens de les van vandaag miste ik een gedeelte, nl het volgende. Het omzetten van een matrix naar een lijst (list) was geen probleem, vervolgens dit weer naar  $Y=$  brengen leverde problemen op. Hoe doe ik dit?*

*En als dit gelukt is wat dan, plotten, helling, maar wat*

*kan ik daar mee?*

*Een ander puntje, van matrixen naar List, er worden dan 2 listen gecreëerd met getallen, wat houden deze 2 listen in?*

*(dank je Jos voor het antwoord dat je gaat geven)*

*Thijs*

---

Date: 21-Mar-2002 21:12:04

*Ten eerste Thijs ik heb voor de lichtelijk minder begaafde programmeurs, als jij, een update gemaakt van mr. Dorresteijn zijn programma. Deze is iets gebruiksvriendelijker, je hebt geen gekloot met mismatches en ook vult hij zelf*

*L1 en  $Y=$ .*

*Thijs je zet de lijst in  $Y=$  door*

*ExpReg L1,L3,Y1*

*Als je het nu nog niet begrijpt, vraag je het morgen maar.*

*Jos*

---

Date: 25-Mar-2002 20:41:50

*de Nederlandse taal wordt gekenmerkt door logica, het is NIET logisch om te beginnen met Ten eerste en vervolgens geen Ten tweede te noemen.*

*Maar nu nog een vraag: wat is het doel van het plaatsen in  $Y=$  (daarmee helling berekenen?)*

*Een andere vraag: waarom staan er in LIST 2 rijen, wat houden deze twee rijen in?*

*Thijs*

---

Deze berichten geven een beeld van de discussie zoals hij uiteindelijk in zijn geheel op de kring stond. Verder kwam bijvoorbeeld nog de vraag naar voren hoeveel jaren doorgerekend moest worden. Jos vond 200, Caroline was met 20 tevreden. Natuurlijk is in deze context 20 meer dan voldoende. Dan is het voorstel van de jagers om jonge konijnen uit te zetten zo gek nog niet. Maar om het model te begrijpen, en om de gevolgen van een ingreep – als er verder niets verandert – te onderzoeken, is vaker doorrekenen, of een redenering als die van Jos, heel mooi.

Het feit dat de hele discussie op internet plaatsvindt biedt nieuwe mogelijkheden. Leerlingen kunnen op diverse momenten en op verschillende niveaus inhaken. Zo krijgt iedere leerling een kans om op het gewenste moment op de juiste plek een opmerking te plaatsen of nog eens een bericht te lezen. Dit aspect van deze discussie noemen leerlingen tijdens de evaluatie ook zelf en wordt door hun gewaardeerd.

Uiteindelijk levert echter niet meer dan de helft van de klas een wezenlijke bijdrage en weet je niet zeker in hoeverre ze werkelijke begrijpen wat ze opschrijven. Maar in hoeverre weet je dat na een bespreking tijdens de les? In ieder geval is deze discussie als uitwerking van de opga-

ve meer eigendom van de leerlingen dan een antwoordvel van de docent. Tot slot een opmerking van Mariette:

---

Date: 27-Mar-2002 16:20:50

Subject: Re: bedankt!!

Hi

*Ik heb de discussie gevolgd en ben blij dat het zo wordt uitgelegd. Zelf heb ik het idee dat alles wel duidelijk is!! Ik ben alleen benieuwd, als ik dit allemaal begrijp, moet ik verder nog meer dingen doen voor morgen??? het konijnenprobleem is op te lossen! ben benieuwd of er nog tips zijn voor mij en voor de rest???*

Bedankt!

Mariette

---

Tijdens de zes lessen op school zijn de leerlingen geïnteresseerd en goed geconcentreerd. De docent is echter onzeker over het niveau van alle leerlingen. Hij besluit om de laatste les nog een variant van de konijnenopdracht te behandelen over een populatiematrix voor mezen in een voliëre. Aan de orde komen populatieberekening met verschillende overlevingskansen voor de kuikens, een programma voor de grafische rekenmachine om de totalen in een lijst te plaatsen, het plotten van de populatieomvang in vijftig jaar en exponentiële regressie. Ook is de overlevingskans bepaald van de kuikens die een stabiele populatie oplevert. Tijdens die les komt Jos weer met zijn berekeningen die hij afleidde uit een graaf. Prachtig was dat zijn maat Gerard in staat was uit te leggen waarom die berekening met de graaf mogelijk was: 'Je kunt rustig het aantal kuikens dat van elke leeftijdsgroep afkomt optellen en afleiden uit de hoeveelheid kuikens van verschillende jaren. Want als de populatie stabiel is, dan is de hoeveelheid kuikens gelijk.' Het probleem met de konijnen wordt weer helemaal doorgespit, zonder dat het woord konijn valt.

## Conclusies

Dit voorbeeld laat zien hoe een discussie op internet kan worden gevoerd. De docent had deze opgave natuurlijk ook uit kunnen delen en een keer met de klas kunnen bespreken, maar dan was die bespreking waarschijnlijk anders verlopen. Een nadeel van de discussie op internet is dat er geen directe interactie is. Voordelen zijn dat leerlingen elkaars vragen en opmerkingen kunnen nalezen en op een gekozen plek en op het gewenste moment een bijdrage kunnen leveren.

Uit de ervaringen met de opdrachten bij de diverse vakken blijkt dat vooral die zaken die discussie uitlokken of waarbij een duidelijk en eenduidig antwoord ontbreekt, op de kring worden gewaardeerd. Onderwerpen die zowel discussie vereisen als strak binnen een schema van lessen passen, zijn minder geschikt, doordat de leerlingen meestal laat reageren en er dan weinig tijd voor hoor en wederhoor overblijft. Niet alle leerlingen zien dan de voordelen van het kringgebruik.

Bovendien blijkt dat leerlingen een motief moeten hebben om aan de discussie deel te nemen. Het is voor hen een tijdsinvestering waarvan het nut duidelijk moet zijn. De opdracht over de konijnenjacht was een voorbeeld voor de uiteindelijke toets. Waarschijnlijk heeft vooral dat aspect voor de leerlingen stimulerend gewerkt.

De vraag blijft of het op deze manier lukt om lessen beter voor te bereiden. In ieder geval laat de discussie over de konijnenjacht zien dat het mogelijk is om een lessenserie zo op te zetten, dat leerlingen elkaar ondersteunen en dat andere leerlingen daar ook weer profijt van hebben.

*Michiel Doorman, Freudenthal Instituut*

*Ad Mooldijk, Vakgroep Natuurkundedidactiek, Universiteit Utrecht*

## Literatuur

- Genseberger, R.J. (1997). *Interesse-georiënteerd natuur- en scheikundeonderwijs, een studie naar onderwijsontwikkeling op de Open Scholengemeenschap Bijlmer*. Utrecht: CD-β Press.
- Hammond, M. (2000). Communication within on-line forums: the opportunities, the constraints and the value of a communicative approach. *Computers & Education*, 35, 251-262.
- Linn M.C. & S. Hsi (2000). *Computers, Teachers, Peers, Science learning partners*. Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. Publishers.
- Novak G., A. Gavrin, W. Christian & E. Patterson (1999). *Just-In-Time Teaching: Blending Active Learning with Web Technology, 1/e*. New Jersey: Prentice Hall.
- Tolboom J. (2002). Een digitale leeromgeving voor het vak wiskunde, *Nieuwe Wiskrant* 21(3), 19-22.

Materialen en discussies van het ATL project zijn te zien op: <http://kringen.kennisnet.nl/courses/ATL/index.html> (inloggen met 'atl' en 'atl') zolang kennisnet de 'oude' kringen toegankelijk houdt. Informatie is ook te vinden op [www.cdbeta.uu.nl](http://www.cdbeta.uu.nl)