Als omscholend docente Engels aan de HTS kwam **Ineke Koekkoek** in het kader van het schoolpracticum van de tweedegraads lerarenopleiding op ROC Utrecht terecht. Alle lessen waren gerelateerd aan één onderwerp: de bouwput. Een verslag waaruit blijkt dat zowel docente als de deelnemers veel geleerd hebben.

Een bouwput tijdens de wiskundeles

Inleiding

De middenkaderopleiding Infratechniek is een voortzetting van de vroegere MTS-opleiding Grond-, Water- en Wegenbouw, ook wel Civiele Techniek genoemd. De opleiding is overgestapt op PGO (projectgestuurd onderwijs): dit betekent dat gedurende de gehele opleiding in een bepaalde lesperiode één project centraal staat en alle theorie en instructie die nodig is om dit project zinvol af te ronden aan de orde komt.
Het werken vanuit projectthema's is dit jaar gestart en staat nog in de kinderschoenen. Dit betekent dat nog veel materiaal aangepast aan en ontwikkeld moet worden rond deze projecten. Elk project kent een aantal opdrachten, welke na het aanbieden van de benodigde theorie of instructie individueel, in tweetallen of in grotere groepjes worden uitgevoerd. Alle afsluitende opdrachten moeten met een voldoende worden afgesloten. Een aantal afsluitende opdrachten wordt weliswaar in groepjes uitgevoerd, maar de leerlingen moeten een individueel rapport uitbrengen, zodat individuele beoordeling mogelijk is.
Voor het wiskundeonderwijs betekent projectgestuurd onderwijs dat die theorie wordt aangeboden die nodig is, of passend wordt geacht bij de projecten. De wiskundelijn zoals deze de afgelopen jaren werd gevolgd, wordt verlaten en het is nog onduidelijk óf alle onderdelen wel terug zullen komen en wanneer deze aangeboden zullen worden. Veel wiskundedocenten vrezen ook dat hun vak wordt ondergesneeuwd, een vrees die de komende jaren wel of niet terecht zal blijken.

De bouwput

Het eerste project dat de opleiding de startende leerlingen aanbiedt is 'de bouwput'. Alle lessen en activiteiten staan in het teken van de bouwput. De leerlingen leren een bouwput tekenen (met de hand en met de computer met het programma Autocad), een bouwput uitzetten, enzovoort.
In dit project zitten twee wiskundige onderdelen, namelijk het werken met een logaritmische schaal en inhoudsberekeningen.

De logaritmische schaal wordt geïntroduceerd omdat deze in de techniek veel wordt gebruikt. De leerlingen leren de verschillen en overeenkomsten tussen de 'gewone' en de logaritmische schaal. Zij maken kennis met logaritmisch papier, leren punten aflezen en punten uitzetten. De relatie met de praktijk wordt duidelijk als een zandmonster wordt gezeefd. Dit gebeurt namelijk altijd met behulp van een reeks zeven met maaswijdten van 32, respectievelijk 16, 8, ... 0,25 en 0,125 mm. Het zandmonster wordt gezeefd en de fracties (%) worden bepaald. De leerlingen verwerken de resultaten. Zij kiezen een juiste schaalverdeling, zetten de meetpunten uit en trekken conclusies met betrekking tot dit monster.

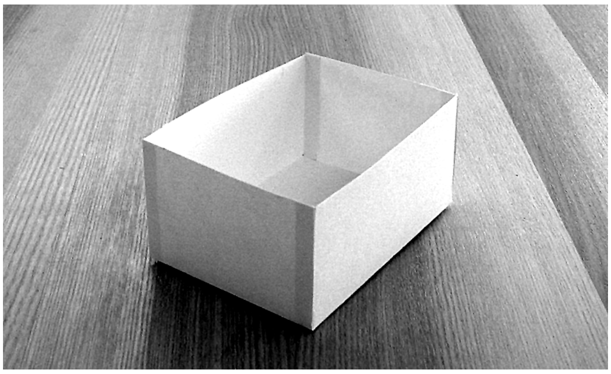
Inhoudsberekeningen
Omdat de leerlingen gedurende hun vooropleiding alle benodigde theorie om de inhoud van een bouwput te berekenen al hebben gehad, heb ik besloten de leerlingen na een klassengesprek, waarin deze theorie wordt opgehaald en in een overzicht op het bord komt te staan, in tweetallen aan het werk te zetten met kartonnen modelletjes waarvan de inhoud moet worden berekend. De leerlingen moeten hun oplossing en berekening op een duidelijke manier op papier zetten, zodat ook een buitenstaander de oplossing kan volgen.
In het klassengesprek komt het volgende aan de orde:
a. de oppervlakten van een rechthoek, parallellogram, trapezium en van driehoeken met scherpe, rechte en stompe hoek. Op het bord verschijnen tekeningen met de gewenste formules
b. het vinden van de benodigde lengte-, breedte- en hoogtematen door te meten en te berekenen. De Stelling van Pythagoras wordt opgehaald, evenals de begrippen sinus, cosinus en tangens
c. oppervlakten en inhouden van drie-dimensionale figuren. Tekeningen en formules van balk, een in de lengterichting gehalveerde balk en piramide komen op het bord.

De kennis over oppervlakte- en inhoudsberekeningen is weggezakt, maar het principe weten de leerlingen nog goed en de meeste kennis komt, mede door de sturing van het klassengesprek, weer snel boven. De formule van de

inhoud van een piramide is even lastiger, want er is nogal wat twijfel over de factor $\frac{1}{3}$. De kennis van sinus en cosinus blijkt erg mager, maar daar ga ik niet al te diep op in, omdat ze de inhoud veel makkelijker kunnen berekenen met behulp van de Stelling van Pythagoras.
De leerlingen werken in tweetallen verder en krijgen drie kartonnen modelletjes waarvan ze de inhoud (in cm^3) moeten bepalen:

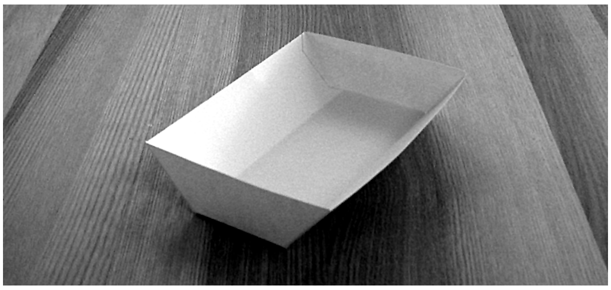
1. rechthoekige bouwput
2. bouwput met twee rechte en twee schuine zijkanten
3. bouwput met vier schuine zijkanten.

Als ze de inhoud van deze drie modellen hebben weten te berekenen, krijgen ze een bouwplaat en moeten ze het laatste model 4, een bouwput met een haakse hoek en allemaal schuine zijkanten, zelf in elkaar zetten en de inhoud berekenen. Omdat de leerlingen hun eigen bouwput zien ontstaan, hoop ik dat ze voldoende inzicht krijgen in dit model om de inhoud te kunnen berekenen.
Het leukste van deze les is de constatering dat er duidelijke verschillen in aanpak zijn. Deze verschillen worden ook steeds meer zichtbaar naarmate de modellen complexer worden (3 en 4).



Model 1

Model 1 levert (uiteraard) geen problemen op. Het is echter wel een verrassing voor de leerlingen dat de lengte en breedte niet is gegeven en dat je nu de lengte en breedte gewoon mag opmeten en niet van een tekening af moet lezen.

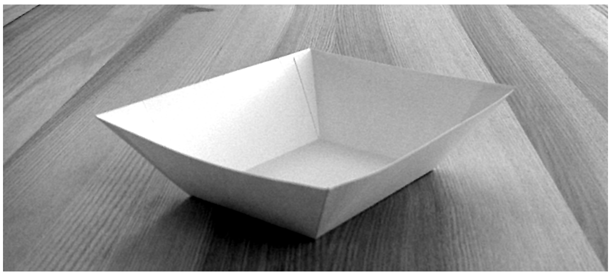


Model 2

Bij model 2 worden door de verschillende tweetallen de volgende oplossingen gebruikt:

– het model wordt verdeeld in een balk en twee halve balken
– de halve balk van de ene kant wordt verplaatst naar de andere zijde en er als het ware aangeplakt, zodat een nieuwe rechthoekige balk ontstaat
– de oppervlakte van het trapezium wordt berekend en vermenigvuldigd met de diepte/hoogte.

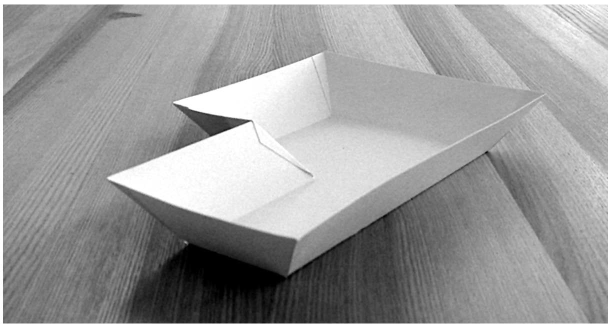
Het bepalen van de hoogte levert uiteraard geen probleem op. De hoogte is weer gewoon op te meten.



Model 3

Bij model 3 wordt dezelfde aanpak gebruikt en desgewenst uitgebreid:

– het model wordt verdeeld in een balk en vier halve balken. Nu blijven de hoeken over, waarbij de meesten moeite hebben de piramidevorm te ontdekken
– de halve balken worden weer verplaatst, van links naar rechts en van voor naar achter. Ook hier blijven de hoeken over en moeten de vier piramiden worden ontdekt
– de oppervlakte van het trapezium wordt berekend en vermenigvuldigd met de diepte. Er blijven nu twee vreemde kanten over, die na enig onderzoek weer de twee halve balken en vier piramiden opleveren.



Model 4

In aanvulling op de gebruikte oplossing bij model 2 hebben eigenlijk alle tweetallen moeite met het ‘zien’ van de piramidevorm van de overgebleven hoekjes. Het draaien van het model (van bak naar dak) is daarbij een nuttige tip. Een aantal groepjes plaatst de vier piramiden/hoeken tegen elkaar en ziet dan de meer gebruikelijke piramide met de top midden boven het grondvlak en berekent vervolgens de inhoud. Anderen berekenen de inhoud van één piramide/hoekje en nemen dit vier keer.
Bij de berekening moet nu wel de hoogte worden bere-

kend. De hoogte is niet meer te meten. Een aantal leerlingen maakt een schatting, maar daar neem ik uiteraard geen genoegen mee, de hoogte moet worden berekend. Het zien van de hoogte die nodig is voor de berekening is even lastig, omdat ze zich moeten verplaatsen in het model om de hoogte en de bijbehorende zijden van de 'driehoek' te bepalen, maar als ze dit eenmaal één keer hebben gedaan in model 3 is dit geen punt meer in model 4. Het berekenen van de hoogte met behulp van de Stelling van Pythagoras levert bij geen enkele groep problemen op.
Het knippen en plakken van het laatste model vinden de leerlingen erg leuk om te doen. Het is een welkome onderbreking na de problemen met model 3. Ik ben ervan overtuigd dat dit het inzicht in het model heeft bevorderd.
De oplossingen die worden gebruikt om de inhoud van dit model te berekenen, zijn meestal variaties op en combinaties van de oplossingen die worden gebruikt bij de vorige modellen. Eén nieuwe oplossing wordt nog aan het repertoire toegevoegd. Eén tweetal ziet in het laatste model een combinatie van model 3 en model 2. Model 3 is niet zo lastig te zien, dat doen wel meer groepjes, maar model 2 is ook te zien als je de evenwijdige schuine zijden in je gedachten weet te verplaatsen naar de andere kant.
De leerlingen zijn onder de indruk van al mijn modelletjes en hebben medelijden met mij vanwege al het knip- en plakwerk van de modellen 1, 2 en 3. Toch is dit werk de investering waard, want de modellen zijn nog prima intact en een jaar later weer te gebruiken. Het model dat de leerlingen zelf hebben gemaakt, wordt mee naar huis genomen: de modellen 1, 2 en 3 krijg ik terug, maar ik heb geen model 4 meer gezien.

Nog meer inhoudsberekeningen

Tijdens dit project leren de leerlingen zelf ook een bouwput op schaal te tekenen volgens de daarvoor geldende regels. Zo zijn bijvoorbeeld de maten die worden opgegeven de maten van het onderoppervlak (de put), en de schuine zijde wordt altijd gegraven met de verhouding 2 : 3, dat wil zeggen de hoek is altijd $33{,}7^0$.
Ter afsluiting van dit projectonderdeel tekenen de leerlingen hun eigen bouwput. Alle bouwputten hebben andere afmetingen, zodat ze niet zo eenvoudig bij hun buren hulp kunnen halen.
Als de leerlingen deze put hebben getekend moeten ze bovendien de inhoud van deze bouwput berekenen. Om de leerlingen wat te helpen met de aanpak heb ik een tekening op het bord gemaakt en de verschillende onderdelen nummers gegeven, zodat ze enig idee hebben van de onderdelen en zodat het ook wat makkelijker wordt de antwoorden na te kijken.
De leerlingen gaan aan de gang en worden al snel geconfronteerd met problemen. Het lezen van de gegevens zonder model is lastiger dan gedacht en de leerlingen krijgen kleine tips. Ook twijfelen zij over de formules en omdat het niet gaat over het reproduceren van de formules, maar over het toepassen ervan, bevestig noch ontken ik hun voorstellen.
De leerlingen hebben hiervoor ook veel meer tijd nodig dan ik had gedacht. Eén leerling is vlot klaar, maar de meesten hebben nogal wat tijd nodig. Er wordt flink gezwoegd, maar uiteindelijk komt een ieder eruit (met meer of minder hulp). De sfeer is dan ook zeer wisselend gedurende deze taak. Er wordt een frisse start gemaakt. Maar na een half uur wordt een aantal leerlingen kribbig, want ze realiseren zich dat zij de vorige week niet voldoende hebben gewerkt, of hebben problemen met het toepassen van het geleerde op deze nieuwe situatie. Als ik ze wat tips ga geven fleuren ze weer op, omdat ze er weer een gat in zien en uiteindelijk zijn ze trots en/of tevreden, maar in ieder geval blij met hun resultaat en verlaten ze allemaal monter het lokaal. Er is dus toch een prestatie geleverd.

Evaluatie

Ik kijk terug op geanimeerde lessen, waarin de leerlingen actief bezig zijn geweest.
Het werken in tweetallen gaat goed en alle tweetallen zijn in staat geweest de inhoud te bepalen. De modellen die ik heb gemaakt voldoen goed, de opbouw in de moeilijkheid van de modellen is goed en volledig. Ter verbetering van deze les zou ik nog extra modellen van 2 en 3 moeten maken, waarbij deze modellen uit elkaar te halen zijn in de verschillende onderdelen: de rechthoekige en de in de lengterichting gehalveerde balk en de piramidehoekjes, om zo de verschillende oplossingen visueel te ondersteunen.
Ik heb me wel verkeken op de vaardigheden van de leerlingen om vanuit de modellen een mentale overstap te maken naar de twee-dimensionale tekening. Er zou een opdracht moeten komen waarbij de leerlingen van het model een tekening moeten maken, en omgekeerd.
Ten slotte lijkt het me zinvol om een model te maken dat overeenkomt met de tekening zoals deze leerlingen die ook moeten tekenen. Dat lijkt mij een zinvolle schakel tussen tekening, model en werkelijkheid.
Omdat de leerlingen in de week hierna een bouwput op schaal volgens de standaardregels moeten tekenen, kom ik meer te weten over de bouwputten zoals die in het echt gegraven worden. De helling van de schuine kanten is altijd 2 : 3 en er wordt ook een inrit in geplaatst om materieel de bouwput in en uit te rijden. De helling van deze inrit is altijd 1 : 5. Deze technische details wist ik nog niet, maar als ik deze les weer zou geven, zou ik ook deze kennis verwerken in mijn nieuwe modellen.

Projectgestuurd onderwijs is niet alleen aansprekend voor de leerling, maar zeker ook voor de docent. Het vraagt echter veel van de docenten, wederzijdse interesse in praktijk en theorie in combinatie met veel overleg kan leiden tot zinvolle, leerzame, interessante en leuke uitwisselingen.

Ineke Koekkoek, Hogeschool van Utrecht