

Begin 2001 heeft het bestuur van de NVvW een algebrawerkgroep in het leven geroepen. De werkgroep heeft in november 2001 een discussiestuk gepubliceerd en een (begin van) een toetsenbank. Als lid van de werkgroep geeft **Sieb Kemme** een beschrijving van deze digitale toetsenbank.

Welke algebra is nodig voor klas 4?

Kenmerken van algebraopgaven

In de digitale toetsbank zijn opgaven verzameld met een zo groot mogelijke variatie in niveau en inhoud. Naast kale opgaven over letterrekenen zijn er ook puzzelachtige opgaven die een groter beroep doen op het inzicht. Om een verstandige keuze te kunnen maken is gezocht naar relevante kenmerken voor algebraopgaven. Centrale vraag daarbij is dus: welke algebra dient een leerling aan het eind van klas 3 te beheersen om met succes aan de wiskunde van klas 4 te kunnen beginnen? Dat geldt zowel voor het beheersingsniveau als voor de wiskundige onderwerpen waar leerlingen mee te maken krijgen.

Drie niveaus

Om de bovenbouw HAVO en VWO met succes te kunnen beginnen, is een zeker beheersingsniveau nodig aan algebraïsche kennis en vaardigheden. Er zijn acht profielen voor de vervolgopleidingen. In elk profiel komt wiskunde voor. In elk profiel weer op haar eigen niveau en inhoud. Strikt genomen zijn er dus ook acht verschillende soorten wiskunde in de bovenbouw van HAVO en VWO. Maar in klas 4 zijn de onderlinge verschillen nog niet zo groot. In feite zijn er voor de algebra drie verschillende beheersingsniveaus aan het eind van klas 3 relevant voor de vervolgwiskunde:

- HAVO A1 (HA1): een licht wiskundeprogramma voor het C&M-profiel, afgesloten met een schoolexamen
- HAVO A12 (HA12): het vroegere wiskunde A-programma voor de HAVO waarin algebraïsche vaardigheden een bescheiden rol spelen, zeker na de invoering van de grafische rekenmachine
- HAVO B, VWO A, VWO B (HB&VWO): voor leerjaar 4 zijn de eisen die aan de algebra in de verschillende profielen gesteld worden vergelijkbaar.

In feite gaat het om stapelende niveaus. Wat de HAVO A1-leerlingen aan algebra nodig hebben, hebben ook de HAVO A12 nodig, enzovoorts. Daarom kunt u de volgende niveaus kiezen:

- HAVO B en VWO
- HAVO A12, HAVO B en VWO

– HA1, HA12, HB&VWO.

Rekenen en/of redeneren

Bij voldoende beheersing van het algebraïsche niveau gaat het er niet alleen maar om of leerlingen beschikken over voldoende vaardigheden in het letterrekenen. Uit diverse analyses van de leerstof in de latere leerjaren blijkt dat ook een breder inzicht noodzakelijk is. Het gaat daarbij om vaardigheden als het kunnen interpreteren van een specifieke formule, het kunnen combineren van verschillende vaardigheden en het doen van globale uitspraken over formules. Daarom wordt in de toets onderscheid gemaakt tussen *algebraïsch rekenen* (specifieke algebraïsche vaardigheden) en *algebraïsch redeneren* (algemene algebraïsche vaardigheden). Bij veel algebraïsche situaties is de beheersing van beide niveaus in samenhang van belang. Daarom is de combinatie van beide vaardigheden als een apart criterium opgenomen.

Vlot of met moeite

Over de herleiding: $a + a + a = 3a$ mag een leerling aan het eind van klas 3 niet meer hoeven nadenken. Maar er zijn natuurlijk andere herleidingen die de aanstaande leerlingen voor wiskunde B vlot moeten kunnen maken, terwijl het geen ramp is als de aanstaande HAVO A-leerling daar even over moet nadenken. Sommige vaardigheden vragen dus om een *vlotte* beheersing, dat wil zeggen: op een gedachteloos niveau. Bij andere volstaat een beheersing *met moeite*, dat is: na enig denkwerk en zelfstandig herstel van fouten.

Van → Naar

Algebra is meer dan letterrekenen. Een goed functioneren van algebra vraagt om een inbedding van de algebra binnen de wiskunde. Daarbij spelen ‘vertaal’-vaardigheden een belangrijke rol. Bijvoorbeeld van formule naar grafiek en van verhaal naar formule. Ook het herleiden van formules valt daaronder. In dat geval spreken we van een vertaling van analytisch naar analytisch.

Gebruikelijk is de volgende indeling:

naar van	1. Verbaal	2. Numeriek	3. Grafisch	4. Analytisch/ Algebraïsch
1. Verbaal	Herformuleren	Uitrekenen Tabel maken	Schets maken	Formaliseren Modelleren
2. Numeriek	Interpreteren	Doorrekenen	Tekenen grafiek	Opstellen formule of vergelijking
3. Grafisch	Interpreteren	Aflezen	Uitbreiden Combineren	Benaderen met een for- mule
4. Analytisch/ Algebraïsch	Interpreteren	Berekenen	Schets maken	Herleiden

In de profielen zullen de accenten in deze vertaalvaardigheden verschillen. In wiskunde A zullen vooral de overgangen van de eerste drie categorieën aan bod komen. In wiskunde B zal ook de vierde categorie een belangrijke rol spelen. Voor het opstellen van een evenwichtige toets is het belangrijk voldoende variatie in deze keuze te brengen.

Technologie

De grafische rekenmachine speelt een belangrijke rol bij de algebra in de tweede fase. Vooruitlopend op een ontwikkeling waarin de grafische rekenmachine wellicht ook ingezet gaat worden in 3 HAVO en 3 VWO, zijn opgaven in de toetsbank opgenomen die nagaan in hoeverre leerlingen beschikken over technologische beheersing van de algebra. In de onderbouw hebben veel leerlingen gewerkt met grafiekenprogramma's. Die ervaringen kunnen een rol spelen bij een goede aansluiting op het gebruik van de grafische rekenmachine. Bijvoorbeeld bij het kunnen instellen van een geschikt window.

Algebraïsch kenmerk

Werken met kwadratische vormen stelt in het algemeen hogere eisen aan algebraïsche vaardigheden dan werken

met lineaire vormen. Het kunnen oplossen van vergelijkingen is weer een verhaal apart. Op deze manier kunnen we algebraïsche vaardigheden mede onderscheiden naar hun specifieke algebraïsche kenmerken, zoals: lineair, kwadratisch, exponentieel, machten, vergelijkingen oplossen, formules maken, herleiden, ...

In feite is dit een soort restrubriek waarmee de gebruiker de keuze kan verfijnen.

Een digitale toetsbank

Op basis van bovengenoemde kenmerken is een digitale toetsbank van 70 opgaven geconstrueerd. De opgaven kunnen geselecteerd worden door een combinatie van deze kenmerken te kiezen.

Deze opgaven variëren dus in onderwerp en niveau.

Een voorbeeld van een keuze:

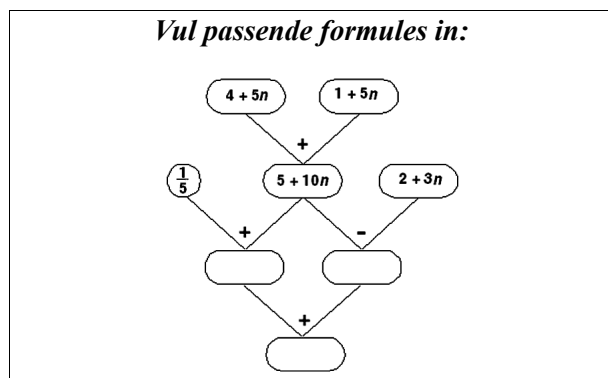
Vervolg: HavoA12,HavoB en VWO
 Vaardig: rekenen & redeneren
 Routine: vlot
 Domein: analytisch > analytisch
 Algebraïsche kenmerken: lineair
 Technologie: Geen
 zoek

Deze keuze levert het volgende resultaat:

Opgave	Vervolg	Vaardig	Routine	Domein van	Domein naar	Algebraïsch kenmerk	Technologie
Vul de passende formules in	HA1, HA12, HB&V	rekenen & redeneren	vlot	analytisch	analytisch	lineair	Geen
Vul de passende formules in	HA1, HA12, HB&V	rekenen & redeneren	vlot	analytisch	analytisch	lineair	Geen
Vul de passende formules in	HA1, HA12, HB&V	rekenen & redeneren	vlot	analytisch	analytisch	lineair	Geen
Vul de passende formules in	HA1, HA12, HB&V	rekenen & redeneren	vlot	analytisch	analytisch	lineair	Geen

Het lijkt alsof dit telkens dezelfde opgave oplevert. In feite gaat het om vier verschillende varianten van één type opgave.

Door dubbel te klikken op een opgave wordt een Word document geopend:



Dit document kunt u gebruiken als ieder ander Word document, dus printen, bewaren, wijzigen, ...

Een ander voorbeeld is de volgende opgave:

Gelijkwaardige lineaire vormen kiezen

Kies bij elk van de formules aan de linkerkant de bijbehorende (gelijkwaardige) formule rechts ($x \neq 0$)

a. $x + y = 3$	h. $y = 0,75x$
b. $y = 3x - 6$	i. $y = 3x$
c. $y = 3x - 2$	j. $y = 3 - x$
d. $y = \frac{3x}{4}$	k. $y = 3(x - 2)$
e. $y = 2 - 3x$	l. $3x - y = 2$
f. $y = -\frac{x}{2}$	m. $3x + y = 2$
g. $\frac{y}{x} = 3$	n. $3x + 6y = 0$

Deze opgave hoort bij de volgende keuze van de kenmerken:

Vervolg:	<input type="text" value="-Maakt niet uit-"/>
Vaardig:	<input type="text" value="rekenen & redeneren"/>
Routine:	<input type="text" value="-Maakt niet uit-"/>
Domein:	<input type="text" value="analytisch"/> > <input type="text" value="analytisch"/>
Algebraïsche kenmerken:	<input type="text" value="-Maakt niet uit-"/>
Technologie:	<input type="text" value="Geen"/>
<input type="button" value="zoek"/>	

Het is goed mogelijk dat de opgave verschijnt bij een andere keuze van de kenmerken. De juiste indeling en keuze van de kenmerken bij een opgave is van cruciaal belang voor het goed functioneren van de opgave.

Een prototype

De verzameling opgaven is verre van compleet. Voor een goed functioneren van de bank moeten meer opgaven beschikbaar komen en zal de variatie groter moeten zijn.

Ook heeft de indeling in categorieën nog geen definitieve vorm bereikt. Dat geldt zowel voor de keuze van de categorieën als voor de determinatie van een opgave bij een bepaalde combinatie van kenmerken. Je kunt je bijvoorbeeld afvragen in welke mate aanstaande HAVO A1-leerlingen het werken met ongelijkheden dienen te beheersen om met succes aan het A1-programma te kunnen beginnen.

In de huidige opzet zult u vaak worden teleurgesteld, doordat het programma na uw keuze meldt dat er geen opgaven aanwezig zijn die aan uw kenmerken voldoen. Dat is een gevolg van het niet ruim genoeg instellen van de keuzecriteria. Royaal gebruik van het criterium 'maakt niet uit' biedt uitkomst.

De toetsbank moet in de praktijk haar waarde bewijzen. Hoe meer ermee gewerkt gaat worden, hoe beter de uiteindelijke kwaliteit zal worden. In ieder geval krijgt u op deze manier de keuze uit een zeer gevarieerd aanbod van algebraopgaven voor klas 3 HAVO en VWO.

Hoe verder?

De werkgroep heeft naast dit prototype van een digitale toetsbank ook een discussiestuk opgeleverd met de titel *Ter discussie: algebra om te begrijpen*. Het discussiestuk en de toetsbank kunt u vinden op de site van de NVvW (www.nvww.nl). De toetsbank is ook direct toegankelijk via internet op het adres:

www.educadbv.nl/opgaven/opgaven.asp

De werkgroep hoopt dat het discussiestuk en de toetsbank ertoe bijdragen dat er een discussie op gang komt die bijdraagt aan meer helderheid over doelen en eindniveau van de algebra in de onderbouw van HAVO en VWO.

Uw reactie is van harte welkom bij de leden van de NVvW-algebrawerkgroep: Swier Garst, Aad Goddijn, Sieb Kemme, Martin Kindt, Gerard Koolstra, Peter Kop en Anne van Streun.

Sieb Kemme, Lettelbert