

In 1995 en 2000 werd in tweede klassen de internationale, praktische TIMSS-toets afgenomen. **Paulien Vos** en **Wilmad Kuiper** beschrijven de taken en gaan in op de resultaten. Die bleken in vijf jaar niet te zijn veranderd. Hoe goed kunnen de Nederlandse leerlingen eigenlijk modelleren?

Een internationale praktische wiskundetoets

Inleiding

Niet alleen in Nederland, maar ook internationaal, is er de behoefte om wiskundetoetsen méér te laten zijn dan een rij sommen. Men wil wiskunde laten aansluiten bij ervaringen en daarvoor zijn activiteiten nodig als onderzoeken, waarnemen, puzzelen, experimenteren en conclusies trekken. Maar hoe toets je deze activiteiten? In Nederland is men tegenwoordig vooral geneigd leerlingen werkstukken te laten maken. Er zijn echter ook andere mogelijkheden.

In internationaal verband is door TIMSS een praktische vaardigheidstoets voor de tweede klas ontworpen. Leerlingen moesten binnen beperkte tijd experimenten doen, waarbij ook wiskundige taken waren opgenomen. In 1995 werd deze toets in 19 landen afgenomen, waaronder Nederland.

De prestaties van de Nederlandse leerlingen in 1995 vielen tegen: ze eindigden in de middenmoot van de landenvergelijking. Dat was opmerkelijk, omdat er vanaf 1993 met W12-16 en de basisvorming meer aandacht is voor toepassingsgerichte vaardigheden. Maar misschien was de tijd nog niet rijp en volgde de internationale toets van 1995 te kort op de leerplanveranderingen van 1993. De toets is daarom in 2000 opnieuw afgenomen. Hoewel andere landen werden uitgenodigd ook weer mee te doen, bleef het ditmaal een Nederlandse aangelegenheid. Hierdoor kunnen de onderzoeksresultaten van 2000 niet internationaal, maar wél in de tijd vergeleken worden.

In onderstaand artikel wordt een beschrijving gegeven van deze praktische toets. Zouden de Nederlandse leerlingen van 2000 beter presteren dan hun leeftijdgenoten van 1995?

TIMSS

De Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) is een internationaal project waarin landen hun onderwijs in de exacte vakken met elkaar vergelijken. In de *Nieuwe Wiskrant* van maart 2001 stonden de resultaten van de schriftelijke TIMSS-toets die in 1999 in 38 landen was afgenomen in de tweede klas van het voortgezet

onderwijs. De Nederlandse leerlingen scoorden op deze kale, schriftelijke toets behoorlijk hoog ten opzichte van de andere deelnemende landen.

In aanvulling op de schriftelijke toets heeft het TIMSS International Study Center in Boston een praktische vaardigheidstoets voor science en wiskunde ontwikkeld. Hiermee kwam men tegemoet aan het bezwaar dat met een schriftelijke toets vooral 'kennis' en in mindere mate 'vaardigheden' onderzocht kunnen worden. De praktische toets voor de tweede klas is in 1995 in 19 landen afgenomen, waaronder Nederland.

Tabel 1: Rangorde van 19 landen in 1995 op de twee TIMSS wiskundetoetsen

schriftelijke toets score op wiskundeopgaven		praktische vaardigheidstoets score op 7 wiskundige taken	
Land	Score	Land	Gemidd % correct
1 Singapore	643	1 Singapore	70
2 Tsjechië	564	2 Zwitserland	66
3 Zwitserland	545	3 Australië	66
4 Nederland	541	4 Roemenië	66
5 Slovenië	541	5 Zweden	65
6 Australië	530	6 Noorwegen	65
7 Canada	527	7 Engeland	64
8 Zweden	519	8 Slovenië	64
<i>Int. gemidd.</i>	<i>509</i>	9 Tsjechië	62
9 Nw Zeeland	508	10 Canada	62
10 Engeland	506	11 Nw Zeeland	62
11 Noorwegen	503	12 Nederland	62
12 USA	502	13 Schotland	61
13 Schotland	498	<i>Int. gemidd.</i>	<i>59</i>
14 Spanje	487	14 Iran	54
15 Roemenië	482	15 USA	54
16 Cyprus	474	16 Spanje	52
17 Portugal	454	17 Portugal	48
18 Iran	428	18 Cyprus	44
19 Colombia	385	19 Colombia	37

De resultaten uit 1995 op zowel de schriftelijke als de praktische toets zijn in Tabel 1 weergegeven (betreffende

wiskunde). Hierin staan de landen die in 1995 zowel aan de schriftelijke als aan de praktische toets van TIMSS meededen. De score op de schriftelijke toets is gegeven op een schaal met gemiddelde 500 en standaarddeviatie 100. De score op de praktische toets is berekend als een gemiddeld percentage correct (dit komt overeen met het percentage behaalde punten ten opzichte van het maximaal aantal te behalen punten).

Singapore heeft op beide toetsen de hoogste score en Colombia de laagste. Voor beide toetsen is de internationaal gemiddelde score ook in de tabel aangegeven. Kijken we naar Nederland, dan valt het volgende op: de positie van de Nederlandse leerlingen op de schriftelijke toets in de internationale vergelijking is duidelijk hoger dan op de praktische toets. Voor de praktische toets is de score van Nederland (gemiddeld 62%) nauwelijks verschillend van het internationale gemiddelde (59%), terwijl de score op de schriftelijke toets significant verschilt van het internationale gemiddelde. Dat wekt enige bevreemding natuurlijk. Zouden Nederlandse leerlingen meer theoretisch, op kennis gericht, geschoold zijn?

De internationale praktische toets voor klas 2

In de praktische vaardigheidstoets werden de leerlingen gedurende 90 minuten in een practicumomgeving getoetst. Ze werden voorzien van tastbare materialen (klei, magneten, vouwblaadjes, plakband, enzovoort) en eenvoudige meetapparatuur (thermometer, liniaal, weegschaal, enzovoort). Hiermee gingen ze aan de slag met opdrachten als het opzetten en uitvoeren van experimenten, het doen en beschrijven van waarnemingen, het zoeken naar regelmaat, het noteren en interpreteren van meetgegevens, enzovoort. In alle deelnemende landen waren de opdrachten gelijk.

De toets werd afgenomen als *stationspracticum* waarbij de leerlingen na dertig minuten rouleerden naar een ander station. Via een rotatieschema kregen de leerlingen aselect een serie stations toegewezen. Uit hun commentaren bleek dat ze het jammer vonden dat ze niet vrij konden uitkiezen, en ook vonden enkele leerlingen het jammer dat ze niet alle opdrachten konden doen.

Hieronder volgt een beschrijving van enkele wiskundetaken uit de toets.

In de taak *Dobbelstenen* moesten de leerlingen een transformatieregel toepassen op de ogen van een dobbelsteen (even ogen: plus 2; oneven ogen: min 1). Vervolgens moesten ze de dobbelsteen 30 keer gooien en de uitkomsten verklaren. Deze taak was voor de Nederlandse leerlingen op bijna alle onderdelen redelijk goed te maken. Alleen de laatste vraag (geef een verklaring waarom de 4 het vaakst als uitkomst voorkomt) was relatief lastig voor hen. In tegenstelling tot andere landen behoort kansbegrip in Nederland niet in alle tweede klassen tot de stof.

VOUWEN EN KNIPPEN

Bij deze opstelling heb je nodig:

9 velletjes papier

Een schaar

Een envelop

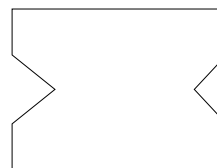
Je opdracht:

Vouw en knip de velletjes papier op zo'n manier dat ze overeenkomen met de gegeven vormen. Voor iedere vorm mag je het papier zo vaak vouwen als je wilt, maar je mag maar EEN KEER RECHT knippen.

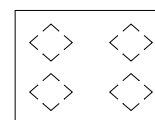
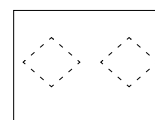
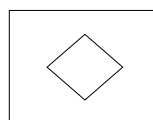
Kijk eens naar vorm 1 hieronder. Vouw een vel papier zo vaak als nodig is en knip EEN KEER RECHT, zodat, wanneer je het vel open vouwt, het dezelfde VORM heeft als vorm nummer 1. Je velletje papier en de weggeknipte stukjes hoeven niet even GROOT te zijn als in de tekening is aangegeven. Als het niet lukt, mag je het nog een keer proberen met een ander stukje papier. Je mag het in totaal DRIE keer proberen.

- Schrijf nummer 1 op ieder velletje papier dat je voor deze opdracht gebruikt hebt.
- Schrijf je voornaam op ieder velletje papier.

Vorm 1



Hierna volgden nog drie opdrachten met onderstaande vormen. Bij de laatste figuur mocht niet gevouwen of geknipt worden, maar moesten alleen de benodigde vouwlijnen getekend worden.



Stop al je velletjes papier in je envelop, ook je mislukte pogingen.

Zet je naam op de envelop.

Gooi alle restjes papier weg.

De taak *Vouwen en knippen* deed een beroep op inzicht in symmetrie. Leerlingen moesten met een schaar in een gevouwen blaadje met slechts één rechte knip een vierkantje, of zelfs twee vierkantjes maken. Voor één figuur moesten ze een vouwplan tekenen (zonder daadwerkelijk knippen). Nederlandse leerlingen konden deze taak redelijk goed aan.

De taak *De bocht om* ging over het verhuizen van meubels. Ze kregen een kartonnen model van een gang met een haakse bocht. De leerlingen moesten rechthoekige



Inpakken

schaalmodellen voor meubels maken en uitknippen. Hiermee konden ze testen of de meubels door de gang pasten. Op deze taak scoorden de Nederlandse leerlingen ruim boven het internationale gemiddelde. De taak eindigde met de vraag naar een algebraïsche regel voor de afmetingen van rechthoeken die precies door de gang pasten. Dit bleek voor bijna alle tweedeklassers (in alle landen) te hoog gegrepen.

De taak *Rekenmachine* bestond uit twee onderdelen. Uit de vermenigvuldigingen 34×34 , 334×334 en 3334×3334 moesten de leerlingen een regelmaat in de uitkomsten ontdekken en deze voortzetten voor grotere getallen. Doordat de leerlingen waren voorzien van een rekenmachientje met slechts acht posities in het venster was dit geen vanzelfsprekende zaak. Daarnaast moesten ze het getal 455 ontbinden in twee gehele getallen tussen 10 en 50. Naar Nederlandse begrippen was dit een saaie opdracht, maar men moet bedenken dat in een aantal landen het rekenmachinegebruik in de klas beperkt is vanwege financiële en/of didactische overwegingen (bijvoorbeeld Roemenië, Tsjechië, Iran en Cyprus). Ondanks de dagelijkse omgang van Nederlandse leerlingen met de rekenmachine, was hun score echter middelmatig op deze taak. Met de laatste vraag (het ontbinden van $455 = 13 \times 35$) ging driekwart van hen de mist in doordat ze de wortel van 455 benaderden (met een rekenmachine zonder wortel-toets) en niet alert waren op het begrip 'geheel getal'.

De taak *Inpakken* vroeg de leerlingen om ruimtelijk verschillende doosjes te schetsen voor vier pingpongballen. Hierbij moesten ze ook de uitslagen schetsen. Van één geschetst ontwerp moest het doosje met correcte maten getekend en uitgeknipt worden. De Nederlandse leerlingen toonden hier wederom hun ruimtelijke vaardigheden en scoorden bovengemiddeld.

Naast bovengenoemde vijf wiskundetaken waren er nog zeven andere taken. Er was een biologietaak (*Hartslag*), een scheikundetaak (*Oplossingen*), twee natuurkundetaken (*Batterijen* en *Magneten*) en drie vakoverschrijdende

INPAKKEN

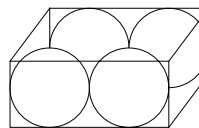
Bij deze opstelling heb je nodig:

- 4 pingpongballen in een vierkant doosje
- Dubbelzijdig plakband om ervoor te zorgen dat de ballen niet gaan rollen
- Wit papier om een doosje met de ballen te tekenen
- Een passer
- Een liniaal van 30 cm lang
- Twee stukken karton om de ballen mee op te meten
- Een schaar
- Plakband

Je opdracht:

Ontwerp een aantal doosjes waar de 4 pingpongballen precies in passen.

De vier pingpongballen passen precies in het doosje dat je hebt gekregen (zie de tekening hieronder).



Het is mogelijk meer doosjes te maken waar de ballen precies in passen, maar die anders van vorm zijn.

1. Gebruik de ballen om 3 andere doosjes te bedenken waar de ballen precies in passen. Maak een tekening van ieder doosje met de 4 ballen erin.
2. Maak nu een tekening van de uitslag van ieder doosje.
3. Kies EEN van de doosjes die je getekend hebt. Neem het witte velletje papier. Teken op dit papier de uitslag van het doosje dat je hebt gekozen. Teken de uitslag op ware grootte. Als je het doosje echt zou maken zouden de 4 ballen er precies in moeten passen.

Maak de uitslag aan deze bladzijde vast met een paperclip. Laat alle andere dingen achter zoals je het aangetroffen hebt.

taken die we hieronder ook uitgebreider beschrijven.

De taak *Elastiekje* behelsde een onderzoek naar de uitrekking van een elastiekje, waaraan ringetjes werden gehangen. Hoewel er maar tien ringetjes gegeven waren, moest er ook geëxtrapoleerd worden naar de uitrekking bij twaalf ringetjes. De Nederlandse leerlingen maakten hier hele mooie grafieken en tabellen. De score op deze taak was licht boven het internationale gemiddelde en had veel hoger kunnen zijn. De Nederlandse leerlingen waren namelijk slordig met de bijschriften bij de assen of de kopteksten van de tabellen. Daarnaast was er een groep leerlingen die weigerde om de oprekking van het elastiekje letterlijk te meten. Zij 'verzonnen' dat het elastiekje bij elk ringetje precies 0,5 cm uitrekte. Zij maakten hier een gestileerde, kaarsrechte grafiek, zoals we die kennen

van pseudo-realistische contexten met ‘mooie’ uitkomsten. Hun ‘meetpunten’ klopten niet met de werkelijkheid. Een ware meting zou schommelingen te zien geven, met stapjes variërend tussen 0,3 cm en 0,6 cm per toegevoegd ringetje en de uitrekking zou gaandeweg licht afnemen.



Elastiekje

De taak *Schaduw* voorzag de leerlingen van een zaklamp, een vierkant kaartje op een standaard en een projectiescherm. De opdracht was om de afstanden hiertussen te onderzoeken zodat de schaduw tweemaal zo breed zou zijn als het kaartje zelf. Hiervoor moest een algemene regel geformuleerd worden. De Nederlandse leerlingen deden hier relatief weinig metingen: ze vonden het al mooi met één meting en concludeerden dan meteen: ‘het kaartje moet precies tussen de lamp en het scherm staan’. Het opstellen van een onderzoeksplan en de uitvoering ervan bleef beperkt. De geformuleerde regel was dus vaak wel correct, maar de onderzoeksmethode te minimaal (generaliseren vanuit één voorbeeld).



Schaduw

De taak *Klei* voorzag de leerlingen van een eenvoudige balansweegschaal en twee loodgewichtjes van 20g en

50g. Hiermee moesten ze strategieën verzinnen om stukjes klei van respectievelijk 20g, 10g, 15g en 35g af te wegen. Een groot aantal Nederlandse leerlingen dacht dat de helft kon worden afgewogen door de weegschaal scheef te laten hangen, met de lagere schaal op halve hoogte van de hogere schaal (netjes gemeten met een liniaal). Dit gaf zwaardere stukjes klei dan was gevraagd. Daarnaast viel het hen niet mee de gebruikte strategie te verwoorden. Het gevolg was dat deze taak slecht gemaakt werd (relatief in de internationale vergelijking).

Culturele verschillen

De opdrachten bij elke taak stonden op een werkblad dat uit het Engels was vertaald. De oorspronkelijke versies zijn te lezen op de TIMSS-website, <http://timss.bc.edu/> en dan doorklikken naar *TIMSS-95* en vervolgens naar *Performance Assessment* (de Engelse benaming van deze praktische toets).

Het lastige bij het opstellen van dergelijke werkbladen is de mate waarin je de leerlingen ‘bij het handje’ moet nemen. In sommige landen en op sommige scholen hebben leerlingen meer ervaring met open opdrachten. Daarmee zou je echter andere leerlingen benadelen die meer sturing nodig hebben. In de voorliggende praktische toets is een conservatief standpunt gekozen (= redelijk veel sturing geven), ervan uitgaande dat leerlingen, die al meer ervaring hebben met het doen van onderzoekjes, hiervan geen hinder zouden ondervinden.

Bij internationaal vergelijkende wiskundetoetsen moet men rekening houden met culturele verschillen. Door culturele verschillen kunnen thema’s een geheel verschillende interpretatie krijgen. Als je een leuke wiskundesom over bijvoorbeeld het onderwerp ‘dolfijnen’ gaat samenstellen, dan gaan leerlingen in sommige landen dit onderwerp meteen associëren met ‘lekker eten’, terwijl in andere landen leerlingen nog nooit van dit dier hebben gehoord.

Een context kan dus tot verschillende interpretaties leiden, waardoor prestatieverschillen ontstaan die niets zeggen over de wiskundige vaardigheden.

Het voordeel van de TIMSS praktische vaardigheidstoets was dat de contexten fysiek aangeboden werden. Nóg concreter kan haast niet. De leerlingen konden (moesten zelfs) alles aanraken en uitproberen. Door de tastbare aanwezigheid van de materialen werden de contexten non-verbaal verhelderd. Het verminderde de interpretatieverschillen door culturele achtergronden. De pingpongballen stuisden vrolijk rond, dus kon geen leerling een verkeerde associatie maken (voor sommige leerlingen is PingPong een computerspelletje!). En de klei was kneedbaar beschikbaar, zodat geen leerling aan modderige grond behoefde te denken.

Verder merkten enkele leraren tijdens de toets op dat sommige leerlingen die in de ‘gewone’ wiskundeklas niet echt uitblinken, zich op deze toets wél konden onderscheiden.

Enkele onderzoeksproblemen

Het onderzoek werd uitgevoerd volgens een streng internationaal protocol, waardoor de toets in alle landen op dezelfde manier zou plaatsvinden. Vanuit het toetscentrum reisden getrainde toetsleiders het land in met een box vol weegschalen, thermometers, en dergelijke. Hierdoor zou de toets op alle scholen op dezelfde manier en met dezelfde apparatuur uitgevoerd worden.

Het internationale voorschrift schreef een steekproef van vijftig scholen voor, waar aselekt negen leerlingen getoetst werden. In 1995 zegden in Nederland echter slechts 18 van de vijftig scholen in de eerste trekking hun medewerking toe (een *respons* van 36%). De resterende 32 scholen konden of wilden niet meewerken. Voor deze afzeggende scholen zijn vervolgens vervangende scholen aangezocht met een vergelijkbaar profiel als de aanvankelijk geselecteerde school (dus bijvoorbeeld ter vervanging van een IVBO-school werd een andere IVBO-school uitgenodigd). Aldus kwam in 1995 uiteindelijk een representatieve steekproef van 48 scholen tot stand.

In 1995 konden we nog enkele aanstaande wiskundeleraars als toetsleider aanstellen. Maar in 2000 bleek dat de belangstelling voor de lerarenopleiding zodanig was geslonken, dat we met personeelstekort kampten. Daardoor moesten we de omvang van de steekproef beperken en werd in 2000 de vervangingsmethodiek voor afzeggende scholen niet toegepast. Gelukkig werd meteen in de eerste ronde al een, naar Nederlandse begrippen, respectabele *respons* van 54% bereikt (27 van de vijftig scholen). Blijkbaar heerste er onder de geselecteerde scholen voor deze internationale praktische vaardigheidstoets niet de gangbare *onderzoeksmoeheid*. In tegendeel, veel leraren gaven aan dat enige nieuwsgierigheid naar deze alternatieve toets hen, ondanks het overladen lesprogramma, over de streep had geholpen.

Een tweede onderzoeksprobleem deed zich voor in de betrouwbaarheid van de data. Bij nadere analyse bleek dat de toetsomstandigheden in 1995 en 2000 niet bij alle taken volledig vergelijkbaar waren geweest. Bij de taak *Klei* bijvoorbeeld was in 1995 een metalen weegschaal gebruikt (als van Vrouwe Justitia), die echter zó wiebelde dat het evenwicht pas na enig wachten werd bereikt. In

2000 hadden we een plastic weegschaal gevonden (bij de firma Eurofysica, Den Bosch) die even precies, maar veel efficiënter werkte. Hierdoor kregen de leerlingen meer tijd voor denk- en schrijfwerk. Het maakte dat de prestaties van 1995 niet te vergelijken waren met die uit 2000. Ook bij de taken 'Elastiekje' en 'Schaduw' waren de toetsomstandigheden van 1995 en 2000 niet goed vergelijkbaar. Voor het voorliggende onderzoek betekende het dat deze drie taken uit de toets niet geschikt waren voor een vergelijking tussen 1995 en 2000. Maar gelukkig hielden we nog vijf wiskundige taken over waarmee wél een trend in de prestaties gemeten kon worden.

De resultaten uit 2000 vergeleken met 1995

In Tabel 2 en Tabel 3 hebben we de resultaten weergegeven voor de vijf wiskundetaken. De resultaten zijn gesplitst naar schooltype. Zo worden in Tabel 2 de gemiddelde scores van de VBO/MAVO-leerlingen in 1995 en 2000 vergeleken. In Tabel 3 is hetzelfde gedaan voor de HAVO/VWO-leerlingen. Deze splitsing is gemaakt omdat in de steekproef van 2000 relatief iets meer HAVO/VWO-leerlingen zaten dan in die van 1995 (zo iets kan per toeval gebeuren bij steekproeven). Hierdoor zouden echter ook de gemiddelde prestaties door de steekproefopstelling beïnvloed kunnen worden (meer HAVO/VWO-leerlingen betekent meestal ook een hogere gemiddelde prestatie).

De resultaten zijn net als in Tabel 1 weergegeven met de gemiddelde p-waarde. Hieruit kan men aflezen dat de leerlingen bijvoorbeeld op de taak *Inpakken* een lagere score haalden dan op de andere taken. Dit wil echter niet zeggen dat zij in de internationale vergelijking op deze taak ook lager scoorden, integendeel.

Bij de resultaten moet men voorts rekening houden met onzekerheidsmarges. Een p-waarde van 65 bij een steekproefomvang van $n=259$ betekent dat de werkelijke waarde met 95% zekerheid ergens tussen 59 en 71 ligt. Als men dit in aanmerking neemt, blijkt dat de verschillen in de scores tussen 1995 en 2000 op alle taken bijzonder dicht bij elkaar liggen. Voor geen enkele taak is het verschil tussen beide metingen meer dan zes punten. De

Tabel 2: Gemiddelde p-waarde van VBO/MAVO-leerlingen per practicumtaak, vergelijking 1995-2000

Practicumtaken	1995 (n=259)	2000 (n=125)
Dobbelstenen	73	67
Vouwen	67	72
De bocht om	63	66
Rekenmachine	54	52
Inpakken	46	49
<i>Totaal gemiddeld</i>	<i>61</i>	<i>62</i>

Tabel 3: Gemiddelde p-waarde van HAVO/VWO-leerlingen per practicumtaak, vergelijking 1995-2000

Practicumtaken	1995 (n=176)	2000 (n=108)
Dobbelstenen	83	82
Vouwen	80	83
De bocht om	74	72
Rekenmachine	73	68
Inpakken	61	60
<i>Totaal gemiddeld</i>	<i>74</i>	<i>73</i>

scores van de leerlingen in 1995 verschillen daarmee op geen enkele taak significant van de scores van de leerlingen in 2000. Voor de vijf wiskundige taken uit de TIMSS praktische vaardigheidstoets moeten we dus een *nultrend* constateren. De Nederlandse leerlingen hebben in 2000 volgens deze toets dus helaas niet meer vaardigheden gekregen (maar gelukkig ook niet minder).

Terzijde zij hier vermeld dat er op de science-taken tussen 1995 en 2000 wél vooruitgang geboekt werd. Met name de scheikundetaak *Oplossingen* vertoonde een significante verbetering. In deze taak moest onderzocht worden of de snelheid waarmee bruistabletten oplossen afhangt van de temperatuur van het water. Dat deze taak beter werd gemaakt is goed te verklaren, omdat scheikunde tegenwoordig in de tweede klas wordt aangeboden, terwijl het vroeger pas in de derde klas aan bod kwam.

Enkele observaties

Wat betreft de wiskundige taken kunnen we met de TIMSS praktische vaardigheidstoets dus geen verandering constateren. Hebben de tweedeklas leerlingen in 2000 dan niet meer toepassingsvaardigheden dan in 1995? Deze vraag hield ons bezig, want de resultaten van de TIMSS praktische toets waren in tegenspraak met onze verwachtingen. Het wiskundeleerplan is toch juist veel realistischer en authentieker geworden? De leerlingen leren in de basisvorming toch juist om wiskunde toe te passen?

Dat er geen veranderingen waar te nemen zijn, zegt iets over de toets. Deze blijkt niet goed aan te sluiten bij het realistische wiskundeonderwijs, zoals dat gegeven wordt. De leerlingen gaven massaal aan dat ze de opdrachten leuk vonden, maar nog nooit eerder hadden gedaan. 'Dit is heel anders dan wat we normaal in de klas doen.' Dergelijke korte, praktische onderzoeksopdrachten zijn ook niet of nauwelijks in de schoolmethodes te vinden. En omdat de meeste leraren zich aan het schoolboek houden, ontmoeten de leerlingen geen praktische onderzoeksopdrachten in de wiskundeles.

Daarnaast voeren Nederlandse wiskundeleraren praktische bezwaren aan. 'Weleens in je wiskundelokaal gezorgd voor voldoende weegschalen en dertig leerlingen stukjes klei laten afwegen?' vroeg een leraar. Dit is een terechte vraag, en misschien moeten we daarvoor te rade gaan bij onze natuur-/scheikunde-collega's die meer ervaring hebben met practica met diezelfde dertig leerlingen. Dan hoor je bijvoorbeeld dat niet alle leerlingen tegelijk aan zo'n weegschaalopdracht hoeven te werken.

Ook geven leraren aan dat onderzoekjes tijdrovend zijn, omdat het meerdere lessen kost. Dan doelen ze meestal op opdrachten waarbij de leerlingen data buiten de klas moeten verzamelen (de oppervlakte van het schoolplein meten, verkeer turven bij gevaarlijke kruispunten). De opdrachten uit de TIMSS praktische toets waren echter groot op vijftien of dertig minuten.

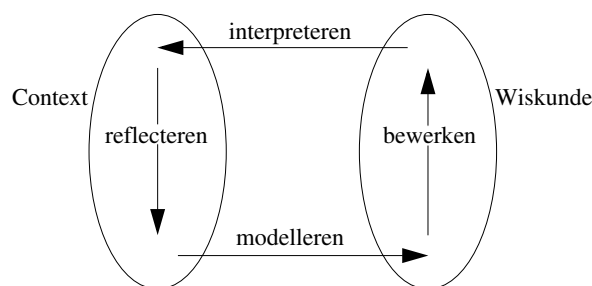
Nederlandse leerlingen blijken dus opdrachten zoals die

uit de TIMSS praktische vaardigheidstoets niet vaak tegen te komen in hun wiskundelessen. Het is dus niet verwonderlijk dat ze er in de internationale vergelijking niet mee opvallen. Maar de opdrachten uit de toets sluiten wél aan bij de kerndoelen in de basisvorming. Ter bevestiging hiervan hadden we de taken uit de toets voorgelegd aan enkele 'leerplan-experts' (mensen van het FI, APS, Cito en lerarenopleiders). Zij oordeelden in 2000, evenals in 1995 trouwens, redelijk tot zéér positief over de taken. Hoewel sommige onderdelen niet letterlijk tot de beoogde leerstof behoorden, pasten zij meestal wel naar de aard van het breed geformuleerde algemene kerndoel: *Een wiskundige werkhouding ontwikkelen waarbij systematisch en methodisch werken, generaliseren, kritisch beoordelen van gegevens en uitkomsten alsmede het creatief bedenken van oplossingen aan de orde komen.*

Uit de praktische TIMSS-toets is ons nu gebleken dat Nederlandse leerlingen in de internationale vergelijking vooral goed zijn in ruimtemeekundige opdrachten (dit blijkt met name uit de taken *De bocht om* en *Inpakken*, en in mindere mate uit de taak *Vouwen*). Wat ze verder redelijk goed kunnen is tabellen omzetten naar grafieken en grafieken interpreteren. Wat ze gemiddeld minder goed kunnen dan leerlingen in andere landen zijn typische onderzoeksactiviteiten (een plan maken, aangeven hoe ze hun data willen gaan verzamelen, hun strategie en conclusies verwoorden).

Een mogelijke verklaring

Bij het doen van onderzoekjes is het nodig dat leerlingen leren om te *mathematiseren*. Als we, naar een idee van Adri Treffers, twee 'werelden' onderscheiden (de werkelijke wereld gegeven door een context en de wiskundige wereld), dan worden deze onderling gekoppeld door activiteiten (het mathematiseren). In een model ziet dit er als volgt uit:



De eerste stap in een onderzoekje bestaat eruit om een realistische context zó te bewerken, dat je naar een wiskundig model kunt gaan (modelleren). Hiervoor moet een onderzoekje opgezet worden, waarbij gepland moet worden hoe de waarnemingen overzichtelijk weergegeven kunnen gaan worden. Het verkregen model kan vervolgens wiskundig bewerkt worden, om tot antwoorden te komen. Het interpreteren van deze antwoorden betekent

weer terugkeren naar de context. Binnen de context kan de interpretatie dan in verband met de oorspronkelijke vraag worden gebracht (reflecteren).

In deze cyclus krijgt de allereerste stap in ons onderwijs merkwaardigerwijs minder aandacht dan andere onderdelen van het mathematiseren. In de schoolmethoden, en ook in de examens, staan veel levendige contextopgaven waarin de eerste stap al door de auteurs is gemaakt. Dan gaat het bijvoorbeeld over een dokter die een formule heeft voor het voorspellen van de lengte als je volwassen bent, of een bosbouwer die een lesliematrix voor zijn bomeenteelt heeft, of het gaat over de consumentenbond die een grafiek gemaakt heeft van de levensduur van batterijen. In de meeste voorbeelden is het horizontaal mathematiseren (gegevens verzamelen en schematiseren) dus al een gepasseerd station. Het verschraalde model van de realiteit wordt kant-en-klaar aan de leerlingen geleverd, in de vorm van een graaf, staafdiagram, formule of tabel. Hierdoor krijgen de leerlingen relatief minder oefening in het zelf verzamelen en weergeven van data.

Vanuit het wiskundige model moeten de leerlingen de gegevens vervolgens bewerken (verticaal mathematiseren). Dit is een veel geoefende activiteit, en uit de TIMSS praktische toets blijkt dat de Nederlandse leerlingen dit redelijk goed beheersen. Het model vervolgens interpreteren kunnen ze ook redelijk goed. Maar het laatste onderdeel uit de cyclus blijkt weer minder goed ontwikkeld. Dit betreft het verticaal mathematiseren in de werkelijke wereld, waarbij de antwoorden terug worden vertaald naar de oorspronkelijke vraag (een duidelijke conclusie trekken) en gereflecteerd wordt op het hele onderzoeksproces. Gemeenschappelijk aan de twee minder ontwikkelde mathematiseervaardigheden is dat in beide het verwoorden een belangrijke rol speelt.

Hiermee komt dus een aandachtspunt naar boven voor wiskunde in de basisvorming. De leerlingen verwerven daar momenteel niet alle vaardigheden die nodig zijn voor het uitvoeren van onderzoekjes. Een aantal van deze

vaardigheden komt niet automatisch mee als bijproduct van het huidige realistische wiskundeonderwijs. Maar als deze praktische vaardigheden in de basisvorming al geoefend worden, dan zullen zowel leerling als leraar daarvan later profiteren, bijvoorbeeld bij het sector- of profielwerkstuk van het schoolexamen.

Pauline Vos en Wilma Kuiper, Universiteit Twente.

Email: vosp@edte.utwente.nl en kuiper@edte.utwente.nl

Literatuur

- Bos, K.Tj. & W.A.J.M. Kuiper (1998). Praktische vaardigheden internationaal vergeleken. *NVOX*, 23(7), 366-372.
- Bos, K.Tj. & F.P. Vos (2000). *Nederland in TIMSS-1999, exacte vakken in leerjaar 2 van het voortgezet onderwijs*. Enschede: Universiteit Twente, OCTO.
- Dormolen, J. van (1993). *Wiskunde werklokaal – het gebruik van materialen en instrumenten bij het leren van wiskunde*. Utrecht: Algemeen Pedagogisch Studiedecentrum.
- Harmon, M., T.A. Smith, M.O. Martin, D.L. Kelly, A.E. Beaton, I.V.S. Mullis, E.J. Gonzales & G. Orpwood (1997). *Performance assessment in IEA's Third International Mathematics and Science Study*. Boston: Boston College.
- Kuiper, W.A.J.M., K.Tj. Bos & Tj. Plomp (1997). *Wiskunde en de natuurwetenschappelijke vakken in leerjaar 1 en 2 van het voortgezet onderwijs. Nederlands aandeel in TIMSS populatie 2*. Enschede: Universiteit Twente, OCTO.

Verder klikken:

Enkele praktische wiskundige onderzoekjes voor de basisvorming zijn verzameld op:

<http://projects.edte.utwente.nl/hotmath>

De TIMSS-website: <http://timss.bc.edu>