

Referentieniveaus rekenen en de overgang van po naar vo

Probleemloos de brug over
16 november 2011
Monica Wijers

hand verschillen
recent verbeteren
referentiekader
primair
praktische bespreken alleen VO aansluiting
invoering
voorbeelden staat
onderwijs leerlijn gaat werkgroep gaan
overeenkomsten
daarbij opnieuw vak voortgezet rekenen/wiskunde
wiskunde tussen volgens belangstelling
overgang doorlopende taal tips
PO

rekenen

Tafelweb

- Trek lijntjes tussen sommen die bij elkaar horen en leg uit
- wat ze met elkaar te maken hebben. Bereken de sommen.

$$77 \times 8 =$$

$$70 \times 8 =$$

$$7 \times 32 =$$

$$7 \times 16 =$$

$$7 \times 88 =$$

$$7 \times 8 = 56$$

$$7 \times 64 =$$

$$7 \times 80 =$$

$$70 \times 80 =$$

$$14 \times 8 =$$

$$75 \times 80 =$$

$$17 \times 8 =$$

$$17 \times 81 =$$



Hoe lost u dit zelf op?

- 2003
1989 -
- 16×30
- $3 : 1/5$

programma

- Uw eigen vragen centraal
- Referentiekader – kort
- Didactiek rekenen po/vo – voorbeelden
 - Delen en domein getallen
 - Procenten, modellen en domein verhoudingen
 - Breuken
 - Zakrekenmachine
 - Notaties, taal en kladpapier
 - Oefenen
- Afstemming & tips

Deel 1

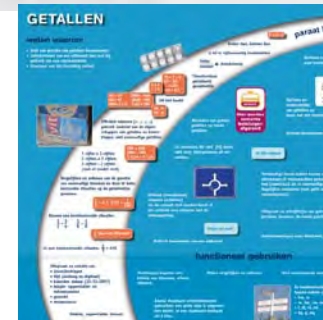
REFERENTIEKADER

referentiekader

Over de drempels met rekenen



C Gebruiken	2 - fundament	3 - fundament
- In de context van verhoudingen berekeningen uitvoeren, ook met procenten en verhoudingen	Paraat hebben - rekenen met samengestelde grootheden (km/u, m/s en dergelijke): Een auto rijdt 50 km/u. Welke afstand wordt in 2 seconden afgelegd? - bepalen op welke (eenvoudige) schaal iets getekend is, als enkele maten gegeven zijn - uitvoeren procentberekeningen: Inkoop prijs is € 75,-. Wat wordt de prijs inclusief btw? - verhoudingen met elkaar vergelijken en daartoe een passend rekenmodel kiezen, bijvoorbeeld verhoudingstabel: Welk sap bevat naar verhouding meer vitamine C?	Paraat hebben
	Functioneel gebruiken - vergroting als toepassing van verhoudingen: Een foto wordt met een kopieermachine 50% vergroot. Hoe veranderen lengte en breedte van de foto?	Functioneel gebruiken - succesvolle strategie hebben om verhoudingsprobleem aan te pakken - omzetten naar standaard verhouding: 344 auto's per 1000 inwoners is ongeveer 1 per - rekenen met schaal en bepalen op welke schaal iets getekend is
	Weten waarom - Waarom mag je soms percentages bij elkaar optellen bij berekeningen?	Weten waarom



Consolideren, onderhouden, gebruiken en verdiepen

Onderdeel van de eindrapportage van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen

4 domeinen

- Getallen
- Verhoudingen
- Meten & meetkunde
- Verbanden

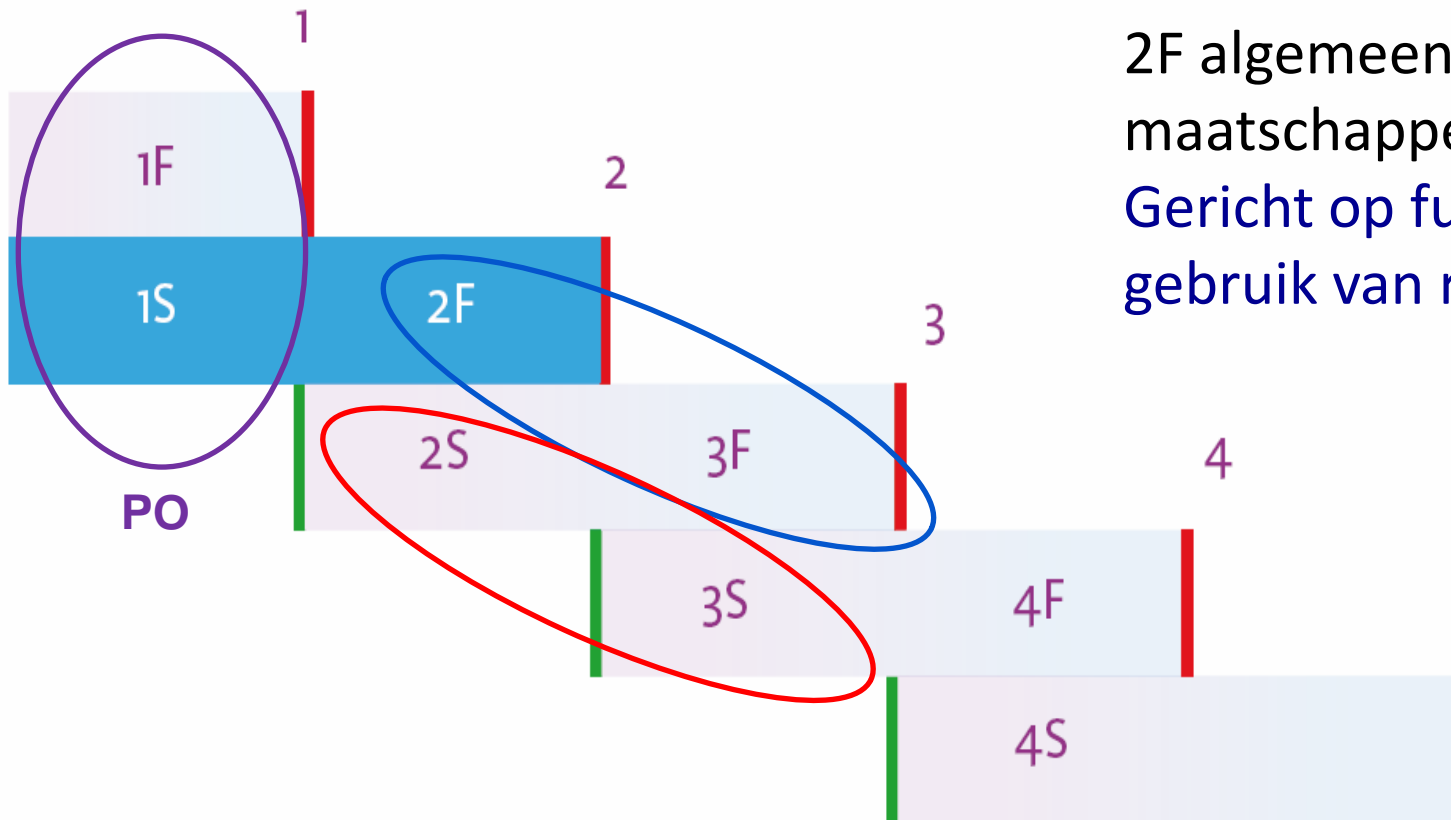
Nu: 75% haalt 1F

Toekomst: 85%

Nu: 50% haalt 1F en 1S

Toekomst: 65%

Referentiekader



2F algemeen
maatschappelijk niveau.
Gericht op functioneel
gebruik van rekenen

Meer weten?

- www.taalenrekenen.nl

SLO namens OCW

Alles over de referentieniveaus

- officiële stukken
- diverse concretiseringën (voor het onderwijs)
- aanbod ondersteuning
-

REFERENTIENIVEAUS IN HET ONDERWIJS

PO

1F

- 75% haalt minstens 1F
- Focus op kern vanaf 7/8 voor zwakkere rekenaars
- Alle onderwerpen
 - Begrip
 - Eenvoudiger getallen
 - Vaker informele procedures
 - Oefenen van kern
 - Ballast schrappen

1S

- 50% haalt dit nu
- Normale programma
- Alle onderwerpen
 - Begrip
 - Verdieping
 - Werken naar formeel niveau
 - Uitbreiding en formalisering

Rekenen: hoe verder na po?

- PO (1S) -> havo/vwo (via 2F/2S -> toets 3F)
 - Rekenvaardigheden uitbouwen naar algebraïsche vaardigheden
 - *Rekenen onderhouden? hoe, wie en wat?*
 - *Rekenen gebruiken? hoe, wie en waar?*
- PO (1F) -> vmbo b/k/gt (toets 2F)
 - Rekenvaardigheden gebruiken en onderhouden
 - *1F afmaken/inhalen? Waarom, hoe?*

VAN PO NAAR VO

Wat is er anders?

- Voorheen
 - Van rekenen/wiskunde naar wiskunde
- Nu
 - Van rekenen/wiskunde naar wiskunde
 - *Van rekenen/wiskunde naar rekenen*
 - *Van 1F/1S naar 2F en verder*

Wat speelt er bij overgang po-vo?

- rekenen/wiskunde – *wiskunde en rekenen*
- begrip – *procedures - oefenen*
- kladpapier – *uitwerkingen - notaties*
- mix – *onderwerp per hoofdstuk*
- elke dag – *af en toe*
- zonder of *met* rekenmachine
- aanleren – gebruiken – *onderhouden*
- leerlijnen – *onderwerpen*
- concreet - modelondersteund - *formeel*

Buijs et al. (2008)

	Po	Vo
1. Rekenmachine	Incidenteel op aangeven van de methode	Volledige beschikbaarheid
2. Notaties	Geheugensteun die niet wordt bewaard	Volwaardig onderdeel waar op het proefwerk punten aan worden toegekend
3. Uitleg	Leraar is de bron	Boek, medeleerling en leraar zijn bron
4. Ordening leerstof	Mix van onderwerpen in één hoofdstuk waar bij alle onderwerpen een stap(je) vooruit wordt gedaan	Per hoofdstuk wordt één onderwerp sterk uitgediept
5. Rekenen in het schoolbrede curriculum	Één vak dat binnen specifieke uren wordt beoefend	Een kennisgebied waarop bij veel vakken op gezette tijden een beroep wordt gedaan.

Tabel 1: Contrasten tussen po en vo in de manier waarop rekenen aan bod komt.

DIDACTIEK VIA VOORBEELDEN

Onderwerpen rekenen PO

leerdomein	groep						
	1-2	3	4	5	6	7	8
getalrelaties en getalbegrip	•	•	•	•	•	•	•
basisvaardigheid optellen		•	•	•	•	•	•
basisvaardigheid aftrekken		•	•	•	•	•	•
basisvaardigheid vermenigvuldigen			•	•	•	•	•
basisvaardigheid delen			•	•	•	•	•
cijferend optellen					•	•	•
cijferend aftrekken					•	•	•
cijferend vermenigvuldigen					•	•	•
cijferend delen						•	•
breuken					•	•	•
kommagetallen					•	•	•
procenten						•	•
verhoudingen	•	•	•	•	•	•	•
rekenmachine						•	•
lengte en omtrek	•	•	•	•	•	•	•
oppervlakte	•	•	•	•	•	•	•
inhoud/volume	•	•	•	•	•	•	•
gewicht	•	•	•	•	•	•	•
meetkunde	•	•	•	•	•	•	•
geld		•	•	•	•	•	•
tijd	•	•	•	•	•	•	•
tabellen en grafieken	•	•	•	•	•	•	•

DELEN

Hoe doet u (uw leerling) dit?

$$3953 : 12 = \dots\dots$$

The image shows a handwritten long division of 3953 by 12. The student has written the quotient as 329 with a remainder of 5. The work is organized into several stages, each with a horizontal line above it. The stages and their corresponding multipliers are:

- 3953 - 1200 = 1753 (multiplier 100X)
- 1753 - 1200 = 553 (multiplier 100X)
- 553 - 360 = 193 (multiplier 10X)
- 193 - 120 = 73 (multiplier 10X)
- 73 - 60 = 13 (multiplier 5X)
- 13 - 12 = 1 (multiplier 1X)
- 1000 - 960 = 40 (multiplier 4X)
- 40 - 36 = 4 (multiplier 1X)
- 4 - 0 = 4 (multiplier 1X)

The final result is 329 with a remainder of 5.

verkorting

31

$$\begin{array}{r} \text{(a) } 12 \overline{)420} \\ \underline{120} \\ 300 \\ \underline{120} \\ 180 \\ \underline{120} \\ 60 \\ \underline{12} \\ 48 \\ \underline{12} \\ 36 \\ \underline{12} \\ 24 \\ \underline{12} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 10 \text{ euro} \\ 10 \text{ euro} \\ 10 \text{ euro} \\ 1 \text{ euro} \\ 1 \text{ euro} \\ 1 \text{ euro} \\ 1 \text{ euro} \\ 1 \text{ euro} \\ \underline{1 \text{ euro}} \\ 35 \text{ euro} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{(b) } 12 \overline{)420} \\ \underline{120} \\ 300 \\ \underline{240} \\ 60 \\ \underline{60} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 10 \\ 20 \\ 5 \\ \underline{35} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{(c) } 12 \overline{)420} \\ \underline{360} \\ 60 \\ \underline{60} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 30 \\ 5 \\ \underline{35} \end{array}$$

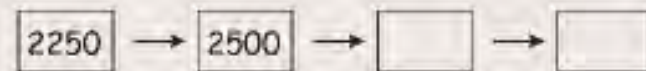
PRESTATIES IN DOMEIN GETALLEN

1] Welk kommagetal hoort bij de pijl



5] Tel zo verder.

Welke getallen moeten in de lege hokken staan?



4] $43 - 7 =$ _____

5] $500 + 8900 =$ _____

6] $3450 + 500 =$ _____

3] $7 \times 9 =$ _____

*PPON-opgaven uit het domein Getallen die door alle bb-leerlingen **goed** en soms matig beheerst worden*

14]



De bouw van dit theater kostte 6 miljoen euro.

Er was gerekend op 6,2 miljoen euro.

Hoeveel euro heeft de bouw minder gekost?

(Schrijf het getal helemaal met cijfers!)

27] $10\,000 - 25 =$ _____

28] $100 - 0,5 =$ _____

29] $1 - 0,125 =$ _____

21] $100 \times 3,75 =$ _____

22] $10 \times 10,9 =$ _____

23] $0,06 : 10 =$ _____

17] De kilometerteller van de auto draait net door naar 999,9 km.

Hoeveel km moet de auto nog rijden voordat de teller naar 1000,0 draait?


*PPON-opgaven uit het domein Getallen die door de slechtst presterende leerlingen **onvoldoende** en door de best presenterende leerlingen **goed** beheerst worden*

20]

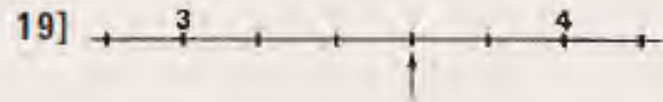


Irene fietst van Duindam naar Bosscherheide. Tijdens de tocht passeert ze deze richtingwijzer. Hoeveel kilometer liggen deze twee plaatsen van elkaar?

26]

Voetbalstadions		Capaciteit
Arena (Ajax)		51 324
Alkmaarderhout (AZ)		11 130
De Vijverberg (De Graafschap)		10 900
Gelredome (Vitesse)		26 675

In de Arena is plaats voor 51 324 mensen. Rond dit aantal af op een honderdtal.



Welk getal hoort op de plaats die de pijl aanwijst?

PPON-opgaven uit het domein Getallen die door alle bb-leerlingen **onvoldoende** en soms matig beheerst worden.

Getallen in rekenmethoden vo

- Weinig (basaal) hoofdrekenen
- Geen strategieën voor hoofdrekenen
- Weinig schatten
- Snel naar cijferen en standaardaanpak
- Insteek vaak 'het is ophalen/herhalen'
- Snel op (te) formeel niveau
 - In wiskundemethode meer (functionele) toepassingen

PROCENTEN EN MODELLEN

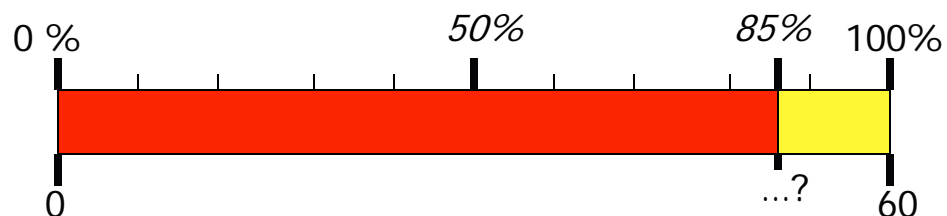
Hoe doet u (uw leerling) dit?



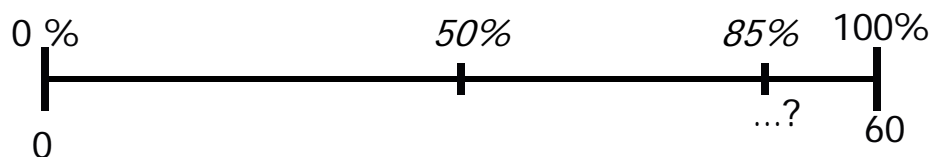
**-15%
korting**

Modellen als brug

Strook



Dubbele getallenlijn



Verhoudingstabel

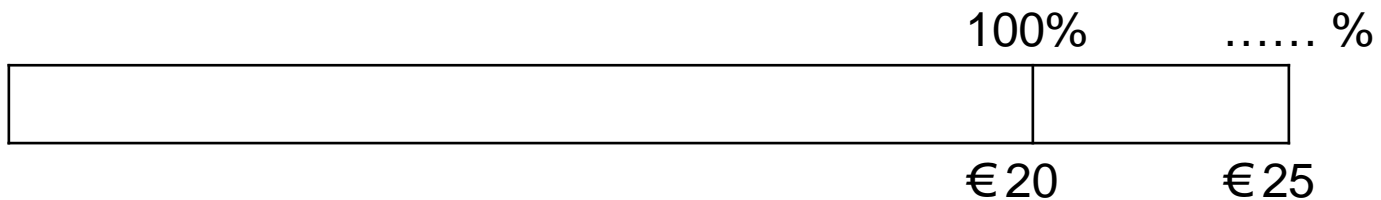
<i>Percentage</i>	100%	50%	10%	80%	5%	85%
<i>Hoeveelheid</i>	60	30	6	48	3	51

Hoe?

Vorig jaar kostte een kerstboom €20,- nu moet ik €25 betalen.

De kerstbomen zijn % duurder geworden.

$$\frac{\text{Nieuw} - \text{Oud}}{\text{Oud}} * 100$$



5% van €1250,-

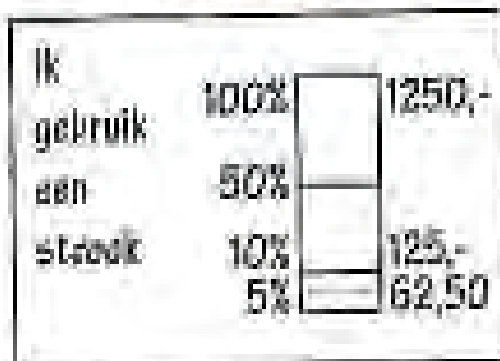
Hoe reken jij?

a Een procentensom: 5% van €1250,- is ...?

Hoe reken jij? Op de manier van Lisette, Jovianca of Ronnie?



Lisette:



Jovianca:

Ik doe eerst 10%:
10% van € 1250,- is € 125,-
5% is € 62,50 (de helft)



Ronnie:

Ik neem eerst 1%:
1% van € 1250,- is € 12,50
5% is € 12,50 = € 62,50

Onthoud deze handige percentages

de helft = $\frac{1}{2}$ deel = 50%

een tiende = $\frac{1}{10}$ deel = 10%

twee tiende = $\frac{2}{10}$ deel = $\frac{1}{5}$ deel = 20%

een kwart = $\frac{1}{4}$ deel = 25%

twee vierde = $\frac{2}{4}$ deel = $\frac{1}{2}$ deel = 50%

driekwart = $\frac{3}{4}$ deel = 75%

Voorbeeld

Bereken 35% van € 800,-.

bedrag in euro's	800	8	280
procenten	100	1	35

Diagram illustrating the calculation of 35% of 800 using a ratio table. The table shows the relationship between the amount in euros and the percentage. The first column represents the original amount (800) and percentage (100). The second column represents the calculated amount (8) and percentage (1). The third column represents the final result (280) and percentage (35). Arrows indicate the operations: dividing by 100 to go from 800 to 8, multiplying by 35 to go from 8 to 280, dividing by 100 to go from 100 to 1, and multiplying by 35 to go from 1 to 35.

Dus 35% van € 800,- is € 280,-.

Voorbeeld

Hoeveel procent is 15 van 50?

Gebruik een verhoudingstabel en reken bij *aantal* via 1.

aantal	50	1	15
procenten	100	2	30

Diagram illustrating the calculation of the percentage of 15 relative to 50 using a ratio table. The table shows the relationship between the number and the percentage. The first column represents the original number (50) and percentage (100). The second column represents the calculated number (1) and percentage (2). The third column represents the final result (15) and percentage (30). Arrows indicate the operations: dividing by 50 to go from 50 to 1, multiplying by 15 to go from 1 to 15, dividing by 100 to go from 100 to 2, and multiplying by 15 to go from 2 to 30.

Dus 15 is 30 procent van 50.

PRESTATIES DOMEIN VERHOUDINGEN

1]



Welk deel van de cirkel is donkergrijs gemaakt?

1] 55% van de kinderen van Basis-school 'Op Dreef' heeft een spel-computer.

Hoeveel procent van de kinderen heeft geen spelcomputer?

2]



Femke heeft een reuzenreep chocolade gekocht. Zes blokjes is $\frac{1}{4}$ deel van de reep.

Hoeveel blokjes heeft de hele reep?

PPON-opgaven uit het domein Verhoudingen die door alle bb-leerlingen goed en soms matig beheerst worden

9]



Karin kookt voor 6 personen.
Hoeveel gram rijst heeft ze nodig?

7]



Mariska koopt dit racket.
Ze krijgt 5% kassakorting.
Hoeveel moet ze dan betalen?

11] De leeftijd van de inwoners van Ellingen



Legenda:

- 0-19 jaar
- 20-39 jaar
- 40-59 jaar
- 60-79 jaar
- 80 jaar en ouder

De gemeente Ellingen heeft
16 000 inwoners.
Hoeveel inwoners zijn jonger dan
20 jaar?

*PPON-opgaven uit het domein Verhoudingen die door de slechtst presterende leerlingen **onvoldoende** en door de best presenterende leerlingen **goed** beheerst worden*

VERHOUDINGEN OVERAL

Hoe doet u dit?

Tarwe, door de boer geteeld, wordt in de fabriek verwerkt tot bloem. De bakker verwerkt de bloem tot brood.



100 kg tarwe → 75 kg bloem → 100 broden

Hoeveel kg bloem is nodig voor 60 broden?

verhoudingstabel

Voor 60 broden is 45 kg bloem nodig

<i>bloem</i> (kg)	75	7,5	15	45
<i>broden</i>	100	10	20	60



: 10 ×2 ×3 |

BREUKEN

Hoe spreekt u dit uit?

$$\frac{1}{4} \times 240$$

Wat is een breuk?

1F/2F vooral: deel van, maat

1S/2S ook: (reken)getal

Kerdoel PO

Kerdoel 26

De leerlingen leren structuur en samenhang van aantallen, gehele getallen, kommagetallen, breuken, procenten en verhoudingen op hoofdlijnen te doorzien en er in praktische situaties mee te rekenen.

Breuken in situaties

1 Kijk in het recept en reken uit.

a Hoeveel heb je nodig voor 4 glazen?

bananen	$\frac{1}{2}$	1	2
glazen	1	2	4



1 glas	4 glazen
$\frac{1}{2}$ banaan bananen
$\frac{1}{2}$ appel appels
$\frac{1}{2}$ perzik perzikken
$1\frac{1}{2}$ bolletje ijs bolletjes ijs



b Hoeveel glazen kun je vullen?

- met 3 bananen?
- met 8 appels?
- met 3 perziken?
- met 9 bolletjes ijs?

bananen	$\frac{1}{2}$	1	3
glazen	1	2	6



2 Kijk in het recept en reken uit.

a Maak de tabel af.

1 glas	6 glazen	18 glazen
kiwi	kiwi's	kiwi's
kopje ananassap	kopjes ananassap	kopjes ananassap
limoen	limoenen	limoenen
mango	mango's	mango's

b Hoeveel glazen kun je vullen?

- met 6 kiwi's?
- met $1\frac{1}{2}$ kopje ananassap?
- met 10 limoenen?
- met 12 mango's?

c Hoeveel glazen kun je vullen?

- met $7\frac{1}{2}$ kiwi?
- met $4\frac{1}{2}$ kopje ananassap?
- met 15 limoenen?
- met 15 mango's?



ZAKREKENMACHINE

zrm

po

- Weinig gebruikt
- Eind po sporadisch

vo

- Alle vakken
- Wie leert het de leerlingen?

Belang van

- Schatten
- Afronden
- Keuzes maken

NOTATIES UITSPRAAK EN KLADPAPIER

Notatie en taal

po

- Erbij
- Haakdeling
- Happen
- Deel van

Kladpapier = 'zwaktebod'

vo

- Plus
- Staartdeling
- $\frac{1}{4}$ keer

Uitwerkingen cruciaal en ook beoordeeld

OEFENEN

Basale vaardigheden

- Po

Elke dag

Soms klassikaal

Vaak betekenisvolle rijtjes

$$10 \times 17$$

$$5 \times 17$$

$$6 \times 17$$

$$12 \times 17$$

- Vo

Niet systematisch

Meest individueel

Vaak willekeurige rijtjes

R-4 Bereken.

a $23,2 + 14,6 =$

b $45,6 - 21,3 =$

c $102,7 + 8,8 =$

d $0,9 + 12,8 =$

e $78,3 - 6,6 =$

f $23,9 + 8,3 =$

g $123,3 + 91,8 =$

h $134,7 - 67,5 =$

LESOPBOUW

Rekenles!?

po

- Groepsleerkracht
- Elke dag 1 uur
- Lesopzet (zie hierna)

vo

- Docent wiskunde
- **Andere vakdocenten**
- Rekendocent?
- 1 uur per week
- **Verweven in andere vakken**
- Veel zelfstandig werken

Inoefenen

Start van de les

Groepsinstructie

Zelfstandig werken

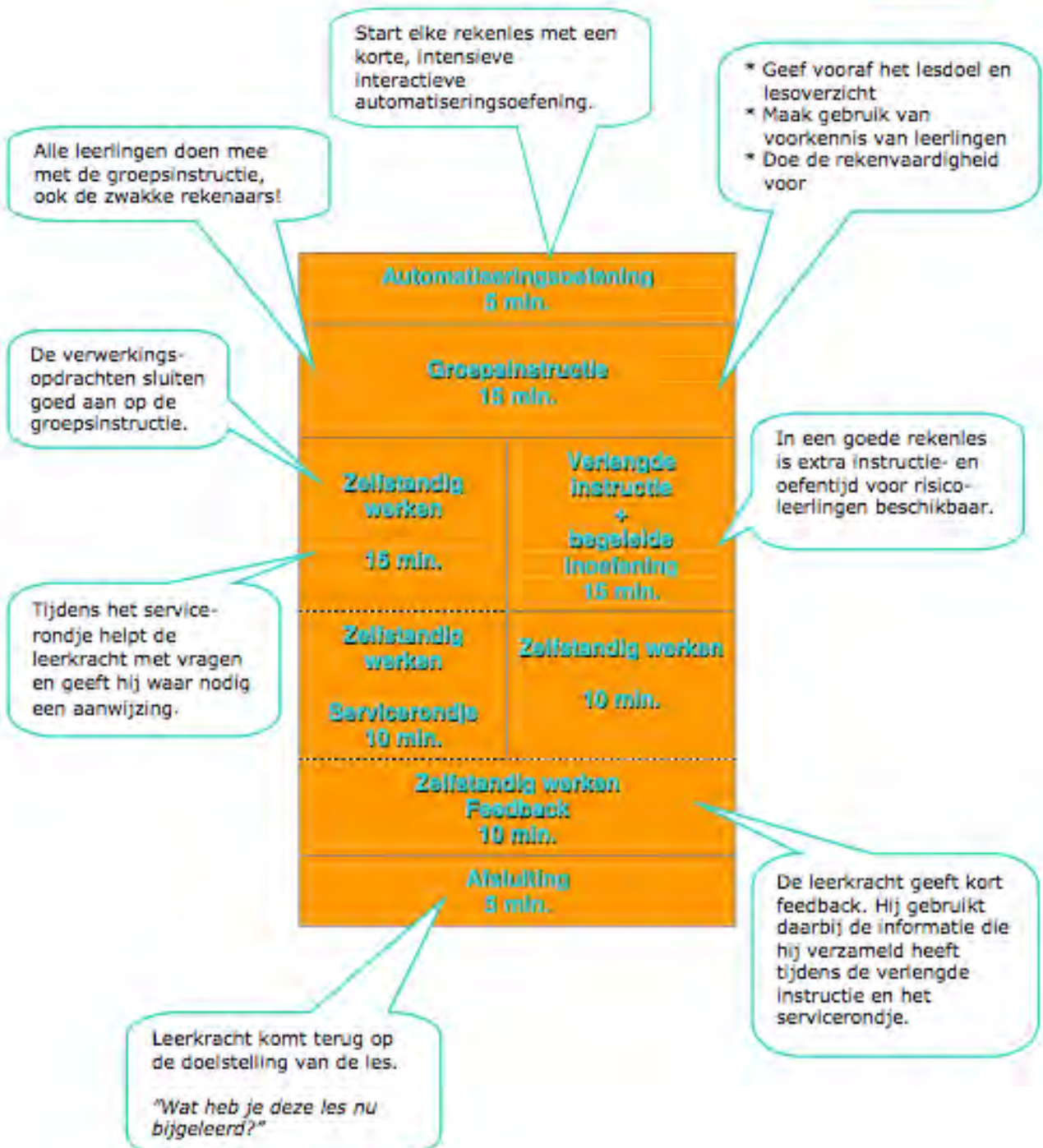
**Verlengde instructie
+
Begeleide inoefening**

Zelfstandig werken

Nabespreken

Evaluatie en afsluiting

<http://schoolaanzet.nl/kwaliteitskaarten>



Alle leerlingen doen mee met de groepsinstructie, ook de zwakke rekenaars!

Start elke rekenles met een korte, intensieve interactieve automatiseringsoefening.

- * Geef vooraf het lesdoel en lesoverzicht
- * Maak gebruik van voorkennis van leerlingen
- * Doe de rekenvaardigheid voor

De verwerkingsopdrachten sluiten goed aan op de groepsinstructie.

In een goede rekenles is extra instructie- en oefentijd voor risicoleerlingen beschikbaar.

Tijdens het servicerondje helpt de leerkracht met vragen en geeft hij waar nodig een aanwijzing.

De leerkracht geeft kort feedback. Hij gebruikt daarbij de informatie die hij verzameld heeft tijdens de verlengde instructie en het servicerondje.

Leerkracht komt terug op de doelstelling van de les.
"Wat heb je deze les nu bijgeleerd?"

AFSTEMMEN EN TIPS

Po tips

- Besteed aandacht aan noteren
- Stuur aan op verkorting (mn 1S)
- Bied alle leerlingen alle onderwerpen aan tenminste op basaal niveau

www.schoolaanzet.nl

Didactiek: te doen in VO (tips)

- Weten wat IIn hebben ‘gehad’ & hoe ze rekenen
- Verdiepen in leerlijnen en rekendidactiek PO
- Keuzes maken (!)
- Gebruik van modellen
- Aandacht voor eigen oplossingswijze
- Aandacht voor begrip, bij/naast procedures
- Onderhouden van getalbegrip, rekenen met het hoofd, oefenen – zoals gewend in PO

Groep 5

Groep 6

Groep 7

Groep 8

Klas 1

Klas 2

Rekenen: hoofdrekenen

Getallen tot 1000

Vermenigvuldigen en delen: hoofdrekenen

Optellen en aftrekken: standaardprocedures

Vermenigvuldigen en delen: standaardprocedures

Schattend rekenen

Grote getallen en het rekensysteem

Uitbreiding getalsysteem

Eigenschappen van bewerkingen

Negatieve getallen

Breuken

Breuken: ervaringen vooraf

Breuken: begrip en taalontwikkeling

Gelijkwaardigheid en vergelijken

Samenhang breuken en kommagetallen

Bewerkingen met breuken

- * breuk als operator
- * bewerkingen modelondersteund
- * bewerkingen formeel: standaardprocedures (1s)



Blijven oefenen

10 minuten per dag -> per les

<http://www.fi.uu.nl/zoefi/>



m.wijers@uu.nl

VOORBEELDEN UIT TOETS 2F

Uit voorbeeldtoets 2F

13. Schat hoeveel deze boodschappen in totaal kosten.
Geef het antwoord in hele euro's.

€ ,--

4. 30% van 700 is

5. Schrijf het getal 20 miljard in cijfers.

A 20 000

B 20 000 000

C 20 000 000 000

D 20 000 000 000 000

6. $300 \times 58 + 300 \times 2 =$

7. $\frac{1}{5}$ deel van iets is gelijk aan %

8. Rond 58,2459 af op één decimaal.

Het antwoord is

9. $348 - 267 =$

Kale opgaven 2F

2F verbanden

17. Om te berekenen hoe lang een meisje ongeveer zal worden kan deze formule gebruikt worden:

$$\text{lengte dochter} = \frac{1}{2} \times (\text{lengte vader} + \text{lengte moeder} - 12) + 3$$

Alle lengtes zijn in centimeters.

De vader van Afra is 1,84 m lang, haar moeder is 1,68 m lang. Hoe lang zal Afra volgens de formule worden? Schrijf je antwoord op in cm.

 cm

2F verhoudingen

21. Op een pak ontbijtcrackers staat dat 1 cracker 66 kcal aan energie oplevert. Dat is 3% van de aanbevolen dagelijkse hoeveelheid.

Hoeveel kcal is de aanbevolen dagelijkse hoeveelheid?

kcal

Zie: <http://www.steunpunttaalenrekenenvo.nl/>

Servicedocument bij de rekentoetswijzer