

OnderbouwWiskundeDag 2015: Vissen en erwten

Je werkt de hele dag in een groepje van 3 of 4 leerlingen aan een groot open probleem. De bedoeling is dat er aan het eind van de dag een werkstuk ligt als resultaat van jullie werk. Hieronder zie je een checklist met aandachtspunten.

<i>De werkwijze</i>	<i>check</i>
- Lees eerste de hele opdracht door en denk vast na over: <ul style="list-style-type: none"> ○ aanpak ○ verdeling van taken ○ beschikbaarheid computer ○ tijdsplanning (en maak die ook!). Hou er rekening mee dat de meeste tijd zal gaan zitten in de slotopdrachten. 	
- Werk samen: overleg regelmatig met elkaar of je nog op de goede weg bent en of je planning nog klopt; vergeet niet dat je aan het eind van de dag tijd nodig hebt om er een samenhangend geheel van te maken.	
- Wees niet te snel tevreden. Probeer bij de opdrachten verschillende varianten/werkwijzen/strategieën uit en verwerk deze ook in je verslag.	
- Onderbouw altijd je keuzes met argumenten en beschrijf hoe je te werk bent gegaan.	
- Maak een echt verslag, dus niet een lijstje antwoorden op de vragen; zorg dat het een logisch geheel is.	
- Zorg dat je verslag als zelfstandig geheel te lezen is zonder dat de jury de opgave erbij nodig heeft. Het verslag bestaat uit 3 samenhangende delen: de INLEIDING met de uitwerking van de opdrachten 1 t/m4; de uitwerking van SLOTOPDRACHT DEEL 2, met als BIJLAGE daarbij de uitwerking van SLOTOPDRACHT DEEL 1.	
- Vergeet niet de pagina's te nummeren.	
- Vermeld de namen van de teamleden en de school op het voorblad.	

De beoordeling

Het gaat bij deze opdracht niet om 'het enige goede antwoord'; dat is er niet, er zijn bij verschillende opdrachten meerdere mogelijkheden. Bij de beoordeling wordt met name gelet op:

- of jullie werkwijze helder is beschreven;
- of jullie de keuzes en de resultaten goed hebben onderbouwd;
- hoe je de opdracht hebt aangepakt, of je systematisch gewerkt hebt, en of het gebruik van wiskunde en berekeningen correct, zinvol en duidelijk is;
- hoe je de uitwerking van de slotopdrachten hebt aangepakt. De SLOTOPDRACHTEN tellen in de beoordeling zwaarder mee dan de instapopdrachten!
- of het verslag/werkstuk een samenhangend geheel is (een echt verslag) dat als zelfstandig geheel is te lezen, zonder de opgave erbij nodig te hebben.

Veel plezier en succes!

Vissen en erwten

Inleiding

Soms kun je iets niet precies tellen, zoals vissen in een vijver. Je moet dan andere manieren bedenken om het totale aantal te schatten. In deze opdracht ga je hiermee aan het werk.

Instapopdrachten

Pelle heeft achter zijn huis een grote vijver met een speciaal soort vis, de Sterrevis. Hij wil graag weten hoeveel Sterrevissen er in die vijver leven en bedenkt de volgende methode:

- hij vangt een aantal vissen;
- die vissen merkt hij met een speciale kleurstof en hij gooit ze daarna levend terug in de vijver;
- de volgende dag (als de vissen weer goed gemengd zijn) vangt hij opnieuw een aantal vissen;
- hij telt hoeveel er daarvan gemerkt zijn en maakt op basis daarvan een schatting van het totaal aantal vissen in de vijver.



De eerste dag vangt Pelle 15 vissen, deze vissen merkt hij en hij zet ze terug in de vijver. De volgende dag vangt hij 20 vissen, waarvan er 4 gemerkt zijn. Ook deze vissen zet hij terug.

Opgave 1

Hoeveel vissen schat jij dat er, op basis van de resultaten van Pelle, in totaal in deze vijver aanwezig zijn? Leg duidelijk uit hoe je dit hebt bepaald en waarom je dit een goede methode vindt.

Opgave 2

Weer een dag later vangt Pelle opnieuw een aantal vissen en hij telt de gemerkte vissen. Nu heeft hij 6 vissen gevangen waarvan er 2 gemerkt zijn. Wil je je schatting uit vraag 1 aanpassen? Licht je antwoord duidelijk toe.

Formules

Er bestaan verschillende formules waarmee je een schatting kunt maken op basis van het aantal gevangen en gemerkte vissen. We geven er twee.

Formule 1

$$N = \frac{K \cdot n}{k}$$

Formule 2

$$N = \frac{(K+1)(n+1)}{(k+1)} - 1$$

N = de schatting van het totaal aantal vissen in de vijver

K = aantal vissen dat op dag 1 werd gevangen en gemerkt

n = aantal gevangen vissen op dag 2

k = aantal gevangen vissen op dag 2 dat al gemerkt is

Opdracht 3

Leg deze formules uit en laat zien hoe ze werken. Vergelijk ze met je eigen methode of rekenregel uit opdracht 1 en 2.

Welke formule geeft volgens jou betere schattingen? Waarom?

Vaker vangen

Tot nu toe schatte je het totaal aantal vissen op basis van twee vangsten:

- op dag 1 vang en merk je de vissen en zet je ze terug;
- op dag 2 vang je een nieuw aantal, tel je de gemerkte vissen, gooi je ze terug en schat je het totaal aantal vissen.

Je kunt natuurlijk ook nog meer dagen achter elkaar vissen vangen: dus ook op dag 3, 4, 5 etc. waarbij je alle vissen wel steeds terugzet.

Je moet dan zelf een nieuwe formule of rekenregel bedenken om het totaal aantal vissen te schatten.

Opdracht 4

Pelle (zie opdracht 1) gaat nog een aantal dagen door met vangen en tellen.

Dit zijn alle resultaten:

Op dag 1 heeft Pelle 15 vissen gevangen, hij heeft deze allemaal gemerkt en teruggezet.

Vervolgens vangt hij op de dagen erna het volgende:

Dag 2:	20 gevangen	waarvan er 4 gemerkt zijn
Dag 3:	6 gevangen	waarvan 2 gemerkt
Dag 4:	12 gevangen	waarvan 5 gemerkt
Dag 5:	8 gevangen	waarvan 0 gemerkt
Dag 6:	2 gevangen	waarvan 2 gemerkt
Dag 7:	6 gevangen	waarvan 1 gemerkt

Schat op basis van deze gegevens het totaal aantal vissen in de vijver. Laat duidelijk zien op welke manier jullie dit doen. Gebruik wat je ontdekt hebt in opgave 1 tot en met 3 en leg uit waarom jullie manier een goede schatting oplevert.

Slotopdracht

De slotopdracht bestaat uit twee delen:

- 1) het uitvoeren en beschrijven van een experiment en
- 2) het geven van een advies aan visbiologen

Experiment

In de voorgaande opgaven is het lastig om te bepalen of de schatting van het totaal aantal vissen goed is uitgevoerd: je hebt immers geen informatie over het echte aantal. Daarom ga je nu een experiment uitvoeren waarmee je het vissen vangen en merken simuleert. Hierdoor krijg je inzicht in hoe de schattingsmethoden werken en welke methode in welke situaties de beste schattingen geeft.

Van je docent krijg je een groot aantal kleine 'objecten' (bijvoorbeeld spliterwten) en een merkstift. Je hebt ook een bakje of zak nodig.

- Tel een flink aantal (ca. 100) objecten af en stop dat in een zak of bakje;
- Trek er een aantal uit (noteer dit aantal), merk ze (bijv. met een watervaste stift) en stop ze terug;
- Meng alles goed en trek weer een aantal: noteer het aantal dat je trekt en het aantal daarvan dat gemerkt is;
- Maak met behulp van deze gegevens een schatting van het totaal aantal objecten – gebruik de eerder genoemde formules en/of je eigen regels uit opdrachten 1 t/m 4
- Vergelijk het resultaat van de schattingen met het echte totaal (dat je hebt geteld aan het begin).



Slotopdracht deel 1

Herhaal alle stappen van het experiment een groot aantal keer waarbij je alles wat je wilt kunt variëren. Varieer bijvoorbeeld: het totaal aantal objecten waarmee je begint, het aantal dat je vangt K , n , etc.

Houd alle gegevens zorgvuldig bij (op papier).

Beschrijf je experimenten en de resultaten ervan in een verslag. Dit verslag is een bijlage bij het advies dat je maakt in slotopdracht deel 2.

Advies

Visbiologen zijn op zoek naar een methode om te schatten hoeveel vissen (van een bepaalde soort) in een meer zitten. Ze willen dit doen door vissen te vangen en te merken. Er zijn wel kosten verbonden aan een dergelijke methode. Zo wordt er bijvoorbeeld voor elke gevangen vis een bedrag gerekend (ook als ze de vis teruggooien).

Slotopdracht deel 2

Schrijf een advies voor de visbiologen waarin je de methode die volgens jullie de meest betrouwbare schattingen oplevert, bespreekt. Licht toe waarom dat volgens jullie zo is. Leg uit hoe de visbiologen te werk moeten gaan en geef aan hoe jullie methode werkt in verschillende omstandigheden, bijvoorbeeld als er kleine of juist grote aantallen van de vis rondzwemmen. Houd in je advies ook rekening met de kosten.