

- 2/19, Marty, voortoets4  
Fo-rei+, Fo-inz+
- Paul: Hoe heb je dat gedaan, weet je dat nog?  
Marty: Ik dacht a-x is y, dus als ik dan a-x in het kwadraat zet dan is dat dus hetzelfde als y in het kwadraat, plus x in het kwadraat is dus 10.
- Va3-0650, Fred, 1.7  
In-p&p: in p&p geen twee minnen
- Fred: *legt het verschil tussen de twee minnen uit*
- Va3-800, Fred, Cedric, 1.10  
In-cas: num-exact
- Rina: Wat is het verschil daar nou eigenlijk tussen?  
Fred: Die 3 gedeeld door 2 wordt een heel groot getal...  
Cedric: Het wordt geschreven als een breuk en als je op die ongeveer drukt wordt het geschreven als een komma-getal.  
Rina: En hoe kun je nou aan die 1 komma 5 zien of het een breuk is of een komma-getal met nog een heleboel erachter?  
Cedric: Nou dan staat er een schuine streep tussen.  
Rina: Dan staat er een schuine streep tussen en dan bedoelen ze 1 komma 5 precies met niks erachter.
- Vb3-0420, diverse llen, 1.10
- Rob: Als je bijvoorbeeld 2 gedeeld door 3 intypt (...)  
Jonneke: Wat moet je dan gebruiken?  
Rob: Enter. Dan krijg je een breuk en als je dat in een komma-getal wil zetten dan doe je diamantje (...)  
Jonneke: Mathew, drie-tweede, is dat een uitkomst? (*zegt nog iets over 1.5?*)  
Mathew: Dat maakt niet zo veel uit.  
Jonneke: Is  $3/2$  ook een goed antwoord?  
Sandra: De rekenmachine geeft het toch, dus dan is het een uitkomst.  
*(meningen verdeeld, niet goed te verstaan)*  
Jonneke: *op het bord  $67/6$  en  $1.16666$*   
Jonneke: Welk getal is eigenlijk exacter?  
Ll:  $1\frac{1}{6}$ ,  $7/6$   
Jonneke: Waarom?  
Marty: Ja als je nou 300 cijfers achter de komma hebt dan maakt het waarschijnlijk niet veel uit. Ik bedoel je moet hem afronden op een gegeven moment.
- Vb2-1300, Sandra, 1.10  
In-cas: num-exact
- Sandra: *krijgt 1.5.*  
Sandra: Waarom zegt ie dan is ongeveer en niet gewoon is?  
Donald: Is ongeveer gelijk aan. Waarom staat er bij mij 3 punt 2?  
Sandra: OK dan zegt ie 3 gedeeld door 2 is 3 tweede. Wat heb je daar nu aan?  
Donald: Sluit nu af met enter ... Bij mij staat er 3 (?) 2, kijk maar.  
Sandra: Bij mij ook. Waarom zegt ie niet gewoon 1 komma 5? O nee kijk je moet is ongeveer gelijk doen.
- 2/14, Donald, , ZT1.1  
In-cas: num-exact
- Paul:  $8/15 = 0,5333$ , is dat precies?  
Donald: Eh, ja ik weet niet, misschien wel, ik weet niet wat precies is in het rekenmachientje.  
Paul: En (*op machine:*)  $1/3 = 0,3333$ , is dat precies?  
Donald: Ja ik dacht het wel, nee dat kan niet precies zijn.  
Paul: Waarom niet?  
Donald: Omdat 3 keer, als je 0,33333 keer 3 doet, is niet precies 1.  
Paul: Ja heel goed, dus wat je krijgt met dat ongeveer gelijk/  
Donald: 33333 probeert dan/  
Paul: is een benadering  
Donald: probeert dan met 3 keer 3,3333, je kan niet 10 gedeeld door 3 delen.

Vb2-2300, Sandra, ZT1.1  
*In-cas: num-exact*  
 Sandra: Nul komma 5 een derde.

2/15, Jack, ZT2.3  
*In-sub+ getal: numerieke subs*  
 Jack: *kan goed met zoom in en zoom out omgaan, maar weet niet wat hij met het kijkvenster aanmoet. Ik teken eerst de grafieken in het standaard kijkvenster. Er zijn dan geen grafieken te zien.*  
 Paul: Maar dan kijk je even naar die twee functies.  
 Jack: 200 en min 500.  
 Paul: Ja, dus wat zou er voor je functiewaarde gelden, bijvoorbeeld als  $x=0$ ? Dat zou je eens kunnen invullen.  
 Jack: Als  $x=0$  dan heb je 200 en min 500, maar waar je die dan in hemelsnaam in moet vullen ...  
 Jack: *Na uitleg past hij y<sub>min</sub> aan tot -500 en y<sub>max</sub> tot 200.*

1/4, Nick, ZT1.1  
*In-cas, Fo-rei-: 8/15 is opdracht*  
 1/5, Marg, Simone, ZT1.1  
 Paul: Snap jij het verschil tussen die 8/15 en die 0,53333?  
 Nick: Ja, dat is een breuk, zeg maar 8 gedeeld door 15,  
 Paul: Ja, en die andere?  
 Nick: Dat is de uitkomst van 8 gedeeld door 15.  
 Paul: Als je  $1/3 + 1/5$  deed, dan kreeg je die 8/15, is 0,53. Snap je het verschil tussen die 8/15 en die 0,53, of is er geen verschil, wat denk je daarvan?  
 Marg: O, hoe dit staat (?)  
 Paul: 8/15, is dat precies hetzelfde als 0,53?  
 Simone: O, dat lijkt me wel, ik dacht gewoon dat dit alleen een kommagetal is, misschien is het anders  
 Marg: Dat is preciezer, denk ik, echt/  
 Paul: Je bedoelt 8/15 is preciezer?  
 Marg: Ja, dat is gewoon echter, hier (*bij 0,53*) kan nog een heleboel achter zitten.  
 Paul: Wat kan er achter zitten?  
 Marg: Nou gewoon, allemaal eentjes of zo, maar die zie je dan niet. (...)  
 Paul: Jullie vinden waarschijnlijk 0,53 een echter antwoord?  
 Marg: Ja, dat is gewoon duidelijker, dit (8/15) is net alsof het nog een som is. (...) Dat is een beetje niksig.

1/7, Maria, Silke, ZT1.1  
*In-cas, Fo-rei-*  
 Paul: Wat is nu het verschil tussen die twee (8/15 en 0,53)?  
 Maria: Nou dit (8/15) is zeg maar preciezer, en dat (0,53) is het afgeronde, als je het die 8 ook door die 15 deelt.  
 Paul: Die 0,53 is het afgeronde bedoel je?  
 Maria: Ja en dan heb je dit ook echt door elkaar gedeeld en nu (8/15) is het zeg maar gewoon wat het is, maar dan heb je nog geen getal.  
 Paul: Jij vindt 8/15 nog geen getal, het is pas een getal als het 0,53 is?  
 Maria: Nou ja het wel een getal maar je kan er niet echt iets mee, ja/  
 Paul: Je ziet er nog niet zo veel aan?  
 Maria: Nee, dat bedoel ik.

vb3-2650, Donald, 2.19  
 Paul: Hoe kun je dat verklaren? Wat heeft dat snijpunt van  $y_1$  en  $y_2$  te maken met dat nulpunt van  $y_3$ ?  
 Donald: Ik denk hij gaat gewoon naar een andere grafiek en dat doet ie dan precies daar beneden.  
 Paul: Maar waarom is die derde functie 0 als die andere twee elkaar, ongeveer, snijden?  
 Donald: Wat bedoel je daarmee? Weet ik niet.  
 Paul: Hoe is  $y_3$  gedefinieerd?  
 Donald:  $y_2(x) - y_1(x)$

- In-oplo: vgl-graf*  
Paul: En wat gebeurt er nou als  $y_1$  en  $y_2$  gelijk zijn?  
Donald: Daar begint ie.  
Paul: Wat bedoel je daarmee?  
Donald: Daar is ie nul, daarom, daar begint ie.  
*Er ontstaat verwarring omdat ook  $y_1$  en  $y_3$  elkaar snijden, maar nu op de y-as.*
- 2/17, vb4-1120, Paul, 2.19  
*In-opl+: vgl-graf*  
Paul: Wie weet er waarom dat logisch is (*dat het snijpunt van  $y_1$  en  $y_2$  precies boven het nulpunt van  $y_3$  ligt*)?  
Ll: Dat als je van het snijpunt op en neer gaat springen dat je dan bijna 0 houdt.
- va4-3000, Fred, 3.7  
*In-cas: num-exact*  
Fred: krijgt  $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$  en is verbaasd over het antwoord, terwijl hij eerder al  $(x - 1.41..)(x + 1.41..)$  had gekregen zonder dat hem dat verwonderde.  
Fred: O dan krijgen we een heel raar antwoord.  
Fred: edit wel handig omvan de 2 weer een 2.0 te maken.
- 1/33, Ada, 3.8-3.9-3.10  
*In-opl- syn*  
(Opgave 8 is gelukt, bij 9 typt ze opnieuw in, ze weet wel dat dat handiger kan.)  
Ada: Ik heb gewoon, solve en dan doe ik  $x^2=3$ , (?) dicht, enter.  
Paul: wijst op de komma x  
Ada: Komma x  
Ll: Wat betekent die komma x dan?  
Paul: Dat je naar x oplost.
- 2/23, Jack, 3.10  
*In-opl- syn*  
Jack: heeft ingevoerd solve( $x^2=3,0$ ).Hij verwacht de komma met de punt, en kennelijk is de bedoeling van de toevoeging komma-x niet duidelijk.
- 2/33, Dean, 3.10?  
*In-p&p*  
Dean: Wat is nou precies het verschil tussen een komma en een punt? De ene keer schrijft ie hem als wortel en de andere keer niet.  
[Dat is ook verwarrend, want de punt is voor decimale getallen en de komma om aan te geven naar welke letter je oplost, maar in het boek en in het schrift wordt juist met de komma een decimaal getal aangegeven.]
- 1/35, Thomas, 3.13 - 3.14  
*Pa-plao, Fo-rei-*  
Paul: Vind je dat niet gek bij 13, zo'n antwoord van  $-(b-5)$  gedeeld door a?  
Thomas: Volgens mij maakt hij een formule voor (?) en dan moet je later nog vragen van wat is het nou als ik ehm een waarde invoer voor b en a zeg maar.  
Paul: OK. En wat is het verschil tussen de uitkomst van 13 en de uitkomst van 14?  
*Fo-reio, Pa-rol+*  
Thomas: Eh bij b berekent ie ehm de uitkomst vanuit de b dus staat er iets van  $b =$  ehm een formule, en bij die andere (*bij 13*) zegt ie van a keer x plus b is een onbekende, in dit geval 5.  
Paul: En als je nou hier op het eind een a zou zetten in plaats van de x, wat voor iets zou je dan krijgen? Het gaat me niet om de precieze uitkomst, maar hoe zou dat eruit zien, hoe begint dat antwoord?  
*In-oplo inz*  
Thomas: Dan gaat ie denken van die a moet gelijk zijn aan die a die daar staat, en dan gaat ie dus x en b modelleren (?) (?) dat ze op een of andere manier uiteindelijk uitkomen bij a.
- E2/3, Barbara, 3.22  
Barbara: vraagt naar wat substitueren is.  
Obseva: Als het goed is, heb je dat in deze (3.3) paragraaf gehad().

*In-sub+ inz, In-sub+ getal*

Barbara: Oja, als je die streep gebruikt.  
Obseva: Ja, en weet je wat die streep betekent?  
Barbara: Ehm, ja, dat je daar achter in moet vullen waar de letter dan voor staat.  
Obseva: En als je dan op enter drukt, wat gebeurt er dan met wat er achter de streep staat? Bijvoorbeeld je hebt dit ingevuld (*pagina 17 bovenaan*  $3x + 5/x=2$ ) Wat moet 'ie dan doen?  
Barbara: Het getal invullen voor de letter  
Obseva: Ja, hier doe je eigenlijk hetzelfde (*som 22*). Hier zeggen ze: je kunt iets controleren. (...)  
Obseva legt controleren uit met substitutie. Barbara vult in en het klopt.  
Barbara: Oja, maar ik had dat dus gewoon verkeerd ingevuld.

*E2/5, Ada, 3.20*

Obseva: Je bent nu bij som 20. En heb je geleerd wat die streep betekent?

Ada: Ja

Obseva: Wat gebeurt er dan als je die streep intoetst? Zoals hier (*pagina 17*). Daar staat  $(a + b)^3$  en streep  $a = 5$  en  $b = 3$ . Wat betekent dat?

*In-sub+ inz*

Ada: Ja, dan weet 'ie wat 'ie moet gebruiken.

Obseva: Dus wat vult hij dan in?

Ada: De gegevens die hierna staan.

Obseva: Dat doet 'ie hier eigenlijk ook. (*som 20*)  $v = g \cdot h$ , waarbij  $g = \pi \cdot r^2$ . Dus wat denk je dat ie dan gaat doen als je dit zo intikt?

Ada: Nou, dan gebruikt 'ie dat  $v = \pi \cdot r^2 \cdot h$ .

Obseva: Ja.

*1/36, Thomas, 3.20-3.21*

*In-sub+ inz*

Paul: Wat betekent nou precies die schuine streep?

Thomas: Dat betekent dat de linker formule afzonderlijk is van de rechter, en dat ze dan samengevoegd kunnen worden.

Paul: En wat bedoel je met samenvoegen?

Thomas: Dat als je, dat je van die twee formules een formule kunt maken.

Paul: Hoe doe je dat dan?

Thomas: Ehm dan voer je die dingen in met een streep en dan maakt ie er automatisch een formule van.

*E2/6, Eva, 3.13-3.14*

Obseva: Heb jij 13 al gedaan?

Eva: Ja

Obseva: En wat kreeg je daar uit?

Eva: Dat weet ik niet, ik heb alleen een krul gezet, dat ik het heb gedaan. Oh bij 3, wacht even, ja een krul.

Obseva: Nou, het antwoord staat hier ook (*pagina 16*). Vind je dit zeg maar een eind antwoord?

*In-for*

Eva: Nou, ik hoef het verder niet te weten, ik vind het wel goed zo.

Obseva: Haha, je vindt het wel goed zo, maar vind je het raar dat er nog een a en b in het antwoord staan?

Eva: Ja, dat staat daar uitgelegd he. In 13, dus het zal wel zo kloppen denk ik.

Obseva: En heb je ook gezien wat er gebeurt als je in plaats van x hier en b invult? (*Opgave 14*)

Eva: Ja

Obseva: En wat gebeurt er dan?

Eva: Nou dat weet ik niet meer, maar ik heb het wel gedaan. Even kijken hoor, het wordt iets anders zie je? Komma b en dan krijg je dit (*pagina 16*).

<i>Pa-rol+, In-opl+ inz, Fo-reio</i>	<p>Obseva: Dus wat gebeurt er dan als je als laatste b invoert.  Eva: Nou, dan rekent 'ie uit wat b is.  Obseva: Dus de letter achter de komma?  Eva: Dat zegt wat er uit komt.</p>
<i>E2/8, Dirk, 3.23</i>	<p>Obseva: Kun je mij even vertellen wat je hebt gedaan bij vraag 23?  Dirk: () Dat moet ik even invullen dan (<i>vult de opgave in</i>)  Obseva: Weet je nu ook wat je doet precies?  Dirk: Eh, Je geeft y een waarde. Hij zegt dus <math>x+1</math> is dit (wijst <math>x^2+x+6</math> aan). Wanneer is <math>x+1</math> dit?</p>
<i>Fo-rei+</i>	<p>Obseva: Dus wat gebeurt er precies met wat achter de streep staat?  Dirk: Dat wordt hier ingevuld. Dus <math>x+1=-x^2+x+6</math>.  Obseva: Dus <math>x+1</math> wordt voor de y ingevuld. Goed, nu krijg je dat, maar je wilt de vergelijking oplossen. Heb je de hem nu opgelost?  Dirk: Nee</p>
<i>In-sub+ inz</i>	<p>Obseva: Dus wat doe je dan?  Dirk: Dan doe je solve, nee, dan doe je, even kijken, wat was dat hoofdstuk ook alweer? Even kijken (zoekt onder F2, algebra), ja, factoren. Dan maak je er factoren van.  Obseva: Dan doe je dus factor en dan neem je?  Dirk: Dit (<i>toetst in: factor(<math>x+1=-x^2+x+6,x</math>)</i>). Ok.  Obseva: Ja, nu is 'ie ontbonden in factoren, maar weet je nu voor welke x ze gelijk zijn?  Dirk: Nou, dan doe je solve. Dan moet je volgens mij <math>x+1=</math> weglaten. [Haalt <math>x+1=</math> weg en zet ,x erachter, enter.<i>Machine geeft foutmelding</i> ]  Dirk: He wat? Nou, dan zetten we het (<math>x+1</math>) er weer voor. [Hij loopt met &gt; terug en weer naar het einde van de regel.]  Dirk: Een knopje naar end zou wel makkelijk zijn.  Obseva: Ok, nu krijg je twee waarden, en nu heb je hem wel opgelost?  Dirk: Ja, dan weet je wat x is.  Obseva: En weet je nou waarom je <math>x+1</math> wel ervoor moest laten staan?  Dirk: Nee  Obseva: <i>legt wat over solve uit en het feit dat je de vergelijking <math>y1=y2</math> wilt weten.</i>  Obseva: En waarom heb je factor gebruikt? Denk je dat dat noodzakelijk is?  Dirk: Je moet eerst in factoren ontbinden, wil je hem kunnen oplossen.</p>
<i>In-opl- inz: eerst factor?</i>	<p>Obseva: Dus wat doe je dan?  Dirk: Dan doe je solve, nee, dan doe je, even kijken, wat was dat hoofdstuk ook alweer? Even kijken (zoekt onder F2, algebra), ja, factoren. Dan maak je er factoren van.  Obseva: Dan doe je dus factor en dan neem je?  Dirk: Dit (<i>toetst in: factor(<math>x+1=-x^2+x+6,x</math>)</i>). Ok.  Obseva: Ja, nu is 'ie ontbonden in factoren, maar weet je nu voor welke x ze gelijk zijn?  Dirk: Nou, dan doe je solve. Dan moet je volgens mij <math>x+1=</math> weglaten. [Haalt <math>x+1=</math> weg en zet ,x erachter, enter.<i>Machine geeft foutmelding</i> ]  Dirk: He wat? Nou, dan zetten we het (<math>x+1</math>) er weer voor. [Hij loopt met &gt; terug en weer naar het einde van de regel.]  Dirk: Een knopje naar end zou wel makkelijk zijn.  Obseva: Ok, nu krijg je twee waarden, en nu heb je hem wel opgelost?  Dirk: Ja, dan weet je wat x is.  Obseva: En weet je nou waarom je <math>x+1</math> wel ervoor moest laten staan?  Dirk: Nee  Obseva: <i>legt wat over solve uit en het feit dat je de vergelijking <math>y1=y2</math> wilt weten.</i>  Obseva: En waarom heb je factor gebruikt? Denk je dat dat noodzakelijk is?  Dirk: Je moet eerst in factoren ontbinden, wil je hem kunnen oplossen.</p>
<i>1/37, Nick, 3.13-3.14</i>	<p>Paul: Vind je dat bevredigende antwoorden?  Nick: Ja want solve betekent oplossen en oplossen is eigenlijk gewoon zonder haakjes schrijven, dus ja/  Paul: Oplossen is zonder haakjes schrijven.  Nick: Ja soms wel met haakjes maar dus in ieder geval wel al/  Paul: die <math>-(b-5)</math> daar zitten wel haakjes in  Nick: Ja daar wel</p>
<i>In-opl+ inz, Fo-reio, Pa-rol+</i>	<p>Paul: En wat is nou het verschil tussen 13 en 14?  Nick: Ehm even kijken hoor, ehm nou bij 13 ga je de x uitrekenen en bij 14 de b.</p>
<i>1/38, Marg, 3.10</i>	<p><i>Marg krijgt steeds 'to few arguments' bij solve. Paul wijst haar op de ontbrekende komma x]</i>  Marg: Maar hier zeg je toch al dat ie de x moet doen door die x die je tussen haakjes hebt?  Paul: <i>legt uit dat er ook andere letters in de formule zouden kunnen staan en dat daarom de letter moet worden aangegeven.</i></p>
<i>In-oplo syn, In-oplo inz: 1 variabele, geen komma</i>	

- 1/39, Marg, 3.13 - 3.14
- Paul: Bij 13 heb je de goede oplossing zie ik en bij 14 ook. Vind je dat niet gek, zo'n heel verhaal als oplossing?
- Marg: Nee, want ze vragen, (*kijkt even in de opgave*), ze vragen, ze zeggen eigenlijk alleen maar dat er zo'n dingetje tussen moet staan, ik geloof niet dat het echt om een som gaat.
- Paul: Nee OK, dat is waar. Maar je had die formule, a maal x min  $b = 5$  en nou krijg ik ineens bij 12 (*moet zijn 13*) x is min b min 5 gedeeld door a.
- Fo-rei-, In-opl+ inz, Pa-rol+ Marg: Ja want kijk want je moest x uitrekenen, dus je moest weten wat de x was.
- Paul: En wat is dan het verschil, en hoe zit dat dan bij 14?
- Marg: Nou bij 14 moet je weten wat de b is, daar moet je weten hoe je b moet uitrekenen.
- Paul: Ja. En als je nu zou schrijven solve huppeldepup komma a?
- Marg: Nou dan krijg je  $a = ..$  een verhaaltje.
- 1/40, Simone, Marg, 3.20-3.21,  
In-subo getal: numeriek
- Paul: Weet je wat dat voorstelt, die verticale streep, wat doet die, of wat betekent dat eigenlijk?
- Simone: Ja dat was iets met een letter of zoiets, dat je daar een cijfer voor kon doen of zoiets?
- Paul: Dat kan, je bedoelt, hier bedoel je (*opgave 3.16*) dat je  $x=2$  invult, bij opgave 16?
- Simone: Ja.
- In-sub- inz Paul: En als er nou niet  $x = 2$  staat maar  $g = \pi r^2$ , zoals bij opgave 20, wat betekent dat dan denk je?
- Simone: Ehm, wat die streep betekent?
- Paul: Ja, wat is dan het gevolg daarvan, van het feit dat je hier die streep zo zet?
- Simone: Geen idee.
- In-p&p: met de hand Marg: Maar dan kan je toch ook haakjes zetten?
- Paul: Waar kun je haakjes zetten?
- In-sub+ inz Marg: Nou kijk, nee nee dat (...) nou kijk maar die ( $g = \pi r^2$ ) moet daar ( $v = g * h$ ), maar waarom schrijf je die dan niet meteen op?
- Paul: Dat is mooi wat je zegt, dus die  $\pi r^2$  bedoel je, wat moet daar mee?
- Fo-reio Marg: Nou kijk dat is g maar waarom schrijf je dat dan niet meteen op?
- Paul: Dat kan ook, maar soms zijn die formules ingewikkelder. Want hier, bij opgave 16,  $3x+5$ , en dan  $x=2$ , dan kun je ook wel zeggen, dan zou je ook wel meteen die 2 kunnen zeggen. Wat zou je dan opschrijven?
- In-sub+ getal Marg: 3 keer 2 + 5.
- Paul: Dus wat er steeds gebeurt steeds is je hebt een formule en daarachter die streep, wat daar achter zit/
- Fo-rei+ Simone: Daarachter staat de waarde voor de nieuwe/
- Paul: Ja de waarde, ik weet niet of je zeker of je bij  $g = \pi r^2$  of je dat een waarde noemt/
- Marg: Nee
- Paul: Hoe zou je dat dan noemen?
- Fo-rei- Marg: Hoe je hem moet gebruiken.
- 1/41, Maria, Silke, 3.13 - 3.14
- Paul: Vind je dat geen gekke uitkomst, min b min 5 gedeeld door a, of 5 min a keer x, daar kijk je verder niet van op?
- Silke: Dat kwam er uit, maar. (...)
- Maria: Daar heb ik niet echt...
- Paul: En wat heb je daar nu aan? Weet je nu wat x is bij 13?
- Silke: Nee, nog niet denk ik.
- Maria: Je kunt toch wel weer met zo'n streep doen? Dit (*de oplos-*

		<p><i>sing?</i>) is denk ik wat makkelijker als dit helemaal (<i>de vergelijking?</i>).</p> <p>Paul: En wat is het verschil tussen 13 en 14?</p> <p>Maria: Dat je hier (13) de a (moet zijn x) kunt uitrekenen en hier (14) de b.</p> <p>Paul: Ja. En als je nu in plaats van komma x of komma b zou zetten komma a, wat voor soort antwoord zou je dan krijgen?</p> <p>Maria: Met de a aan het begin en dan komen de b en de x hierin.</p>
	<i>1/42, Maria, Silke, 3.20-3.21</i>	<p>Maria: Ik heb het gewoon ingevoerd, 21 snapte ik echt niet.</p> <p>Paul: Snappen jullie wat die verticale streep doet?</p> <p>Silke: Ja.</p> <p>Maria: Ja daar ben ik nu wel mee bezig maar ik snap het niet helemaal eigenlijk, wat het nou is. Volgens mij kun je dan iets uitrekenen in de formule, de a of de b uitrekenen toch?</p> <p>Paul: njaa, uitrekenen is het eigenlijk niet want hier, <math>3x+5</math> waarbij <math>x=2</math>, wat gebeurt er dan bij opgave 16 bijvoorbeeld?</p>
	<i>Fo-rei-, In-sub- inz</i>	<p>Maria: Nou dan neemt ie x als 2 dus dan is het 3 keer 2/</p> <p>Silke: Dan vult ie 2 in in de formule.</p> <p>Paul: Ja, dus hij vult 2 in in de formule. En wat doet ie nou bijvoorbeeld bij 20, <math>v=g*h</math> waarbij <math>g=\pi r^2</math>?</p>
	<i>In-sub+ getal</i>	<p>Maria: Nou dat ie er gewoon één formule van maakt.</p> <p>Paul: Ja, en hoe doet ie dat dan?</p> <p>Maria: Door ze samen te voegen of zo?</p> <p>Paul: Nja, nou hier (3.16) zei jij hij vult die 2 in. En wat ie hier doet is in feite die uitdrukking voor g invullen.</p>
	<i>In-subo inz</i>	
	<i>1/43, Michael, Josef, 3.13-3.14</i>	<p>Paul: Wat is het verschil tussen die twee uitkomsten eigenlijk, van 13 en 14?</p> <p>Michael: Die ene dan is het <math>x=</math> en die andere <math>b=</math>.</p> <p>Paul: Ja. En als je nou zou zeggen solve die vergelijking en dan komma a, wat voor iets zou je dan krijgen?</p>
	<i>In-opl+ inz, Pa-onb+</i>	<p>Michael: Dan lost ie a op</p> <p>Josef: a is en dan x en b</p>
	<i>Fo-inz+</i>	<p>Michael: Hierzo die x en dan die a is een x.</p> <p>Paul: O dan worden de a en de x verwisseld. Dus wat gebeurt er nou als je doet solve en dan een vergelijking, komma en dan een letter?</p>
	<i>In-opl+ inz</i>	<p>Josef: Dan lost ie die ene letter op.</p> <p>Paul: Ja. Dus hoe zal het antwoord dan beginnen?</p> <p>Josef: Ehm, als er achter die komma een x staat, dan is het x is</p>
	<i>1/43, Michael, Josef, 3.21</i>	<p>Paul: Snappen jullie wat die schuine streep betekent, die verticale streep?</p> <p>Josef(?): Ja dan staat er achter wat bijvoorbeeld x is of (?) of x in de formule is of iets anders.</p> <p>Paul: En wat gebeurt er dan mee, met dat gegeven?</p> <p>Josef: Dan weet de rekenmachine dat x zoveel is dus dan rekent ie dat uit.</p> <p>Paul: Waar rekent ie dat dan uit?</p> <p>Josef: Er staat wel x maar eigenlijk staat er bijvoorbeeld 2 of zo, dat staat achter de streep staat <math>x=2</math>.</p> <p>Paul: En voor de streep?</p> <p>Josef: eh</p> <p>Paul: daar staat iets anders, met x erin,</p> <p>Josef: Ja en dan is de x voor de streep dat is dan 2, dan weet de rekenmachine dat die x 2 is, dan kan die dat (?) in die formule.</p>
	<i>1/44, Barbara, 3.13-3.14</i>	<p>Paul: Vind je dit (3.13) een bevredigend antwoord?</p>

	<i>Fo-reio: antw</i>	Barbara: (..) Ja dan moet je de x eruit halen en kijken hoe dan de formule wordt als je de x wilt weten.
	<i>In-opl+ inz, Pa-rol+</i>	Paul: Ja. En wat is het verschil dan tussen 13 en 14? Barbara: Daar (bij 14) wil je de b weten. Paul: Ja. En als je nou de a wilt weten wat voor commando moet je dan invoeren? Barbara: met de a achter de komma.
	<i>1/45, Barbara, 3.20-3.21</i>	Paul: Wat betekent dat nou, die verticale streep, wat doet die nou eigenlijk?
	<i>In-sub+ getal, In-sub+ inz</i>	Barbara: Dan kun je een van de letters uit de formule, daar kan je dan invullen welk getal daarvoor moet staan. Paul: Invullen welk getal... maar hier (3.20) staat helemaal geen getal.
	<i>Fo-reio</i>	Barbara: Nee daar staat weer een formule om die g mee te berekenen. Paul: En wat gebeurt er dan met die formule? Barbara: Met welk van de twee bedoel je? Paul: Met die achter de streep staat? Barbara: Nou die wordt dan eigenlijk ingevuld op de plaats van de g.
	<i>va5-1300, Fred, Dirk, 3.20 - 3.21</i>	<i>Fred: heeft een formule met <math>d/2</math> in plaats van <math>r</math> en vraagt Dirk's commentaar met het oog op de demonstratie die hij zo moet geven.</i> Dirk: Hoe kom je aan dit, $d/2$ ? Fred: Nou, doorsnee gedeeld door 2 dan heb je de straal(...) Dirk: Het klopt wel alleen het is een beetje alternatief, het hoeft niet. (...)
	<i>Fo-inz+</i>	Dirk: Als de formule is gewoon straal in het kwadraat dan hoef je er ook niet doorsnee gedeeld door 2 in het kwadraat van te maken. Fred: Maar je moet niet straal hebben, je weet alleen de doorsnede. Dirk: Je weet helemaal niets, er staat alleen maar Fred: Jawel ze zeggen de hoogte is gelijk aan de doorsnede, dus de doorsnee gedeeld door 2 .. Dirk: Ik heb gewoon dit genomen ( <i>formule met <math>r</math></i> )
	<i>va5-1740, Fred, 3.20</i>	<i>Rina: komt te hulp.</i> Rina: Wij willen hem graag met $r$ hebben en jij doet $d$ gedeeld door 2. Fred: Maar dit is de doorsnede. Rina: Maar kijk als we hier ( <i>bij 3.21?</i> ) dan ook in $r$ gaan uitdrukken dan willen we alles graag in dezelfde letter anders hebben we weer twee verschillende letters. Het is makkelijker als je zo min mogelijk verschillende letters hebt.
	<i>In-sub+ syn, Fo-reio</i>	Fred: Dus $g=v*h$ en dan zo'n scherpje [streepje?] en dan $g=Pi*2r$ . [Moet $r^2$ zijn? Verwarring over factoren 2. Rina raadt aan om dan maar te substitueren $d = 2r$ .]
	<i>1/46, Fred, 3.20-3.21</i>	<i>Fred: heeft bij 3.21 ingevuld achter de streep <math>g=pi*(d/2)^2</math> and <math>h = 2r</math>.</i>
	<i>In-sub+ inz, Fo-reio</i>	Paul: Wat betekent nou precies die verticale streep? Fred: Nou dat betekent, hier (achter de streep) wordt een verklaring gegeven voor die variabele. Paul: De variabele wordt uitgelegd bedoel je als het ware? Fred: Ja, in ieder geval dat dacht ik en dat kwam er ook wel zo een beetje uit. Paul: Maar wat bedoel je nou precies, de variabele die voor de streep staat, of/ Fred: Ja die voor de streep staat, die worden hier uitgelegd.



- va5-2100, Cedric, 3.23  
In-sub+ getal  
Cedric voert in  $y1(x)=y2(x)|x=\text{wortel}(5)$  en krijgt true. Dat was niet echt de bedoeling. In tweede instantie volgt hij toch de beoogde substitutiemethode, maar hij lost de vergelijking naar x niet op.
- va5-2550, 1/48, Miou, Cedric, Ada, 3.13-3.14  
In-oplo inz  
Pa-rol+  
Fo-inz+  
Miou: *klassikale demo met viewscreen*  
Rina: Waarom doe je komma x?  
Miou: Omdat dat er staat?  
Rina: Maar weet je ook waarom?  
Miou: Nou eigenlijk niet. Ja, omdat je x apart moet uitrekenen of zo.  
Cedric: Omdat je x wilt weten.  
Miou: Ja, dat. [dan verschijnt de oplossing]  
Rina: Heb je nou antwoord gekregen voor x?  
Miou: Ja ik zit even te kijken, eh ja. (...)  
Rina: Nou wil ik graag een antwoord hebben met b=  
Miou: Dan moet je de x veranderen in de b, omdat je die wilt weten, dan weet je b. [geeft de oplossing voor b, nadat ze de vorige opdracht adequaat heeft ge-edit]  
Rina: Kun je nou nog een letter oplossen?  
Miou: a [doet het][...]  
Rina: Wat zou je in dit geval kiezen, de a de b of de x?  
Ll: De b.  
Rina: Waarom?  
Miou: Dat is een makkelijkere formule. Het is niet met haakjes, geen deling, geen negatieve getallen. [...]  
Ada: De a is gelijk aan de x.  
Rina: Is de a gelijk aan de x?  
Miou: Ja, nou, ze zijn omgedraaid.
- va5-2900, 1/50, Miou, 3.15  
Fo-inz+  
Rina: Wat zou dat nou betekenen, and  $y+6$  moet kleiner of gelijk zijn aan 0?  
Miou: Nou dat het niet anders kan. Je kan het niet kleiner als min 6 maken omdat er dan error komt.
- 1/51, Fred, Cedric, Maria, 3.21  
Fo-reio  
Fred: *klassikaal met viewscreen. F leest opgave voor.*  
Rina: Wat ga je nu doen denk je?  
Fred: Een formule maken waardoor je de inhoud kunt aangeven. Maar deze is namelijk anders omdat de diameter is gelijk aan de hoogte.  
Fred: De formule die ik had gemaakt eerst voor dat was  $v = g*h$ , dan heb ik zo'n ding neergezet, zo'n ...  
Rina: Wat moest je daar ook weer tegen zeggen?  
Rina: *probeert F zo ver te krijgen dat hij 'waarbij' tegen de verticale streep zegt.*  
Fred: ... waarbij  $g = \text{pi}$  maal, en dan had ik, de r weet je niet dus dan moet je dat zo uitrekenen met haakje en de d van diameter heb ik maar gekozen, ik wist niet welke letter daarvoor was, d gedeeld door 2, want de straal is van het midden tot aan het eind en de diameter is helemaal door het midden en dan moet je gedeeld door 2 voor de straal en als je nou  $d/2$  dan is dat gelijk aan r en dan heb je eigenlijk dan staat er dus eigenlijk gewoon r maar dan op een moeilijke manier.  
Dus hier staat eigenlijk dus gewoon  $v = g$  keer h, waarbij g is pi keer  $r^2$ . [op scherm:  $v=g*h|g=\text{Pi}*(d/2)^2$ . Resultaat  $v = d^2*h*\text{Pi}/4$ .]  
Rina: Ja. En kun je nou nog een keer uitleggen waarom je nu met de diameter werkt en niet met de straal?
- In-sub+ syn, Fo-reio

	<i>Pa-onb</i>	Fred:	Omdat de diameter gelijk is aan de hoogte en de straal die weet je niet precies, en nu is het gewoon helemaal uitgeschreven. (...)
		Paul:	Maar wat is er nu precies gebeurd in vergelijking, tussen wat je ingevoerd hebt en het antwoord?
	<i>In-sub- inz</i>	Fred:	Hij is vereenvoudigd.
		Paul:	Nja, dat is waar, maar... Wie kan er uitleggen wat nou precies het effect van die waarbij is?
	<i>In-sub+ inz</i>	Cedric:	Nou die, dat is eigenlijk een handleiding voor de formule die er naast staat want eh die zegt van ja $v = g$ keer $h$ en daarnaast staat ja, en daar $g$ dat is $\pi$ en dan $r^2$ .
	<i>Fo-rei+</i>	Maria:	Volgens mij is het zo, je hebt een formule, en dan ga je $g$ invullen in de formule, zodat zeg maar wat er uitkomt dat is zeg maar dezelfde formule alleen dan heb je $g$ zeg maar een waarde gegeven, en dat is dan ook weer een formule, en dan geef je die een waarde, dan ga je hem invullen. (...)
		Fred:	Nou bij 21 staat er, er wordt gegeven $h = 2r$ , dus dat is eigenlijk gewoon de hoogte. (...)
			<i>Fred: verandert nu de uitdrukking in <math>v+g*h/g = \pi*r h=2*r</math>. Op advies van anderen voegt hij AND toe. Anderen zeggen dat er <math>r^2</math> moet bij g.</i>
<i>va5-3500, 3/1, Fred, Petra, 3.21</i>		<i>Fred: voert in <math>v=g*h/g=\pi*r^2</math> and <math>h=2r</math></i>	
		Fred:	Ik zal het even uitleggen, want $g$ is $h$ [ $\pi$ ?] keer $r$ kwadraat, dat is eigenlijk hetzelfde als daar, maar nu weet je het al dus nu schrijf je dat veel makkelijker op, én, én, $h$ in die formule, die is 2 keer $r$ , dus eigenlijk gewoon de diameter.
	<i>In-sub+ inz</i>	Rina:	Wie kan dat and nog een keer uitleggen?
		Petra:	Met die verticale streep zal ik maar zeggen leg je de letter voor de streep uit, en eerst had je gewoon één letter uitgelegd en met and geef je aan dat je twee verschillende letters uitlegt.
<i>va5-3650, 3/4, Cedric, 3.25 Pa-pla</i>		Cedric:	$b$ is en dan een accolade $5 \frac{1}{3}$ .
		Ll:	Dat geeft aan de eh punten van $b$ .
			<i>Cedric: Later blijkt dat hij geen grafieken krijgt omdat <math>x_{min}</math> groter is dan <math>x_{max}</math>: <math>x_{min} -25</math> en <math>x_{max} -500</math>, dat geeft een foutmelding</i>
<i>2/3, Thomas, 1.10</i>		Thomas?:	Maakt niet zoveel uit.
		Jonneke:	Is drie tweede ook een goed antwoord?
		Ll:	Nee
		Jonneke:	Jij zegt nee. Thomas?
		Thomas:	Bij drie tweede dan is de teller hoger dan de noemer.
		Jonneke:	Ja. En bij 1 komma 5?
		Thomas:	Dan is er geen noemer.
		Ll:	Je kan ook 1 een tweede ...
		Jonneke:	Maar is drie tweede geen uitkomst?
		Ll:	Ja het is wel een uitkomst.
			(...)
		Jonneke:	Als ik zeven zesde heb/
<i>In-cas: llen willen helen eruit halen</i>		Ll:	een een zesde/
		Jonneke:	als ik dat met die andere knop zou doen ( <i>ongeveer gelijk aan</i> ) dan krijg ik ...
		Ll:	een vijf
		Jonneke:	1 komma 1 6 eindeloos 6 tot dat die hem eindelijk afrondt op 7, welk getal is eigenlijk exacter?
		Ll:	$1 \frac{1}{6}$ , $\frac{7}{6}$
		Jonneke:	Waarom?
<i>In-cas</i>		Ll:	Ja kijk als je nou 300 getallen achter de komma hebt dan

		Marty:	maakt het waarschijnlijk niet veel uit. Je moet hem afronden op een gegeven moment omdat het eindeloos blijft.
	2/7, Misha, 2.2	Misha:	$x^2$ kwadraat min $5x$ min $1$ , (...) maar die $x$ , hoe vul je die hier in want ik zie hier niet een lettertje $x$ staan.
		Paul:	Daar staat-ie.
		Misha:	Dat is $x$ ?
		Paul:	Ja.
	In-p&p: symbolen $x$ en keer	Misha:	En dat is altijd in een functie van $x$ of de $x$ van de onbekende waarde, of is dat ook een $x$ waarmee je 3 keer 6 kunt doen of zo?
	2/8, Deirdre, 1.18	Deirdre:	heeft alles al ingevoerd maar kan nu niet meer zien welke som het is. Ze heeft moeite met het vertalen van eenregelige invoer in tweedimensionale uitvoer.
	In-p&p	Paul:	Hoezo, het is toch som 18?
		Deirdre:	Jawel maar hier staat het zo tussen haakjes en hier staat er zo'n streep tussen, dat vind ik wel lastig.
		Paul:	Snap je dat wel?
		Deirdre:	Ja ik weet het nu wel maar/
		Paul:	<i>Paul: begint uitleg bij het voorbeeld <math>(1+10)/10+1</math>.</i>
		Paul:	(...) Die haakjes betekent dat je door dat hele stuk deelt, dus dat is deze, snap je?
		Deirdre:	11 gedeeld door 10.
		Paul:	Ja. (...) En hier, die derde, $1+10$ gedeeld door haakje open $10 + 1$
		Deirdre:	Dat is ehm, eigenlijk hetzelfde, toch, of niet? O nee, dat is $10$ plus $11$ plus $1$ , of niet?
		Paul:	Hoe bedoel je $10 + 11$ ?
		Deirdre:	Nee wacht even, $10$ gedeeld door $11$ /
		Paul:	Ja precies/
		Deirdre:	plus $1$ .
	2/9, Jens, ZT1.1 en ZT1.3	Paul:	Wat had je hier bij $1$ ?
		Jens:	$8/15$ , en dan ongeveer $0,53\dots$
		Paul:	Wat vind jij nu eigenlijk het goede antwoord?
	In-cas	Jens:	Het is in principe hetzelfde antwoord maar je kunt met deze ( $0,53\dots$ ) kun je meer.
		(...)	
		Paul:	OK. En welke is nou het meest precies als antwoord?
		Jens:	Nou dat ligt eraan of dit ( $0,53\dots$ ) nou afgerond is.
		Paul:	Ja, wat denk je, is het afgerond?
	In-cas	Jens:	Ik denk dat het afgerond is, want het is wel ongeveer.
		Paul:	Ja dat klopt.
		Jens:	Dus dit ( $8/15$ ) is in principe preciezer.
	2/10, Jack, 2.19	Jack:	Trace staat hier wel leuk te staan maar ik weet niet hoe ik nou in hemelsnaam kan zorgen dat ik hier op nul uitkom.
		Paul:	Dat komt omdat je de wiskunde, de vraag niet helemaal goed begrijpt. Welke is de grafiek van $y_1$ ?
		Jack:	Ehm, ja dat is deze, daar staat een $1$ bij.
		Paul:	En welke is die van $y_2$ ?
		Jack:	Deze.
		Paul:	En waar ligt het snijpunt?
		Jack:	O hier.
		(...)	

	Paul:	En als je nu verticaal omlaag springt, wat zie je dan voor die $y_3$ ?
	Jack:	Die zit op hetz, eh, de $x_c$ is hetzelfde, nogal logisch.
	Paul:	Ja en de $y_c$ ?
	Jack:	Die is heeeel klein.
	Paul:	Hoeveel is die ongeveer?
	Jack:	eh, 1487
	Paul:	Nee, dat is de $y_2$ . De $y_3$ vroeg ik.
	Jack:	Eh 6, 32 dat is de $y$ van 3.
	(...)	
	Paul:	Als die $y_1$ en $y_2$ gelijk zijn, wat weet je dan van die $y_3$ ?
<i>In-opl+ inz</i>	Jack:	Eh, ... dan is die nul.
	(...)	
	Paul:	Wat voor verband kun je nu zeggen over dat snijpunt, en die nul, die verschilfunctie, want $y_3$ is het verschil van $y_1$ en $y_2$ .
<i>In-opl+ graf</i>	Jack:	Ja, ..., hoe dichter op het snijvlak hoe dichter naar de nul toe.
<i>2/13, Donald, Sandra, 2.19</i>	Paul:	Welke grafiek is van $y_1$ en welke van $y_2$ en welke van $y_3$ , weet je dat?
	Donald:	Nou dat staat er bovenin. [Hij wijst de goede aan.]
	Paul:	OK. En als je nou naar het snijpunt van 1 en 2 gaat, en je springt dan naar beneden, naar 3, wat zie je dan gebeuren?
	Donald:	Ga ik helemaal naar beneden op diezelfde lijn van de/
	Paul:	Ja. Hoe kun je dat verklaren?
	Donald:	Hij gaat gewoon naar een andere grafiek en dat doet ie dan naar beneden.
	Paul:	Maar waarom is die derde functie nul, bijna, als die andere twee elkaar snijden?
	Donald:	Wat bedoel je daarmee?
	Paul:	Nou, wat ik zeg.
	Donald:	Ehm, weet ik niet.
	Paul:	Hoe is $y_3$ gedefinieerd?
	Donald:	$y_2(x)$ min $y_1(x)$ .
	Paul:	Ja. En wat gebeurt er nou als $y_1$ en $y_2$ gelijk zijn?
<i>In-opl+ graf</i>	Donald:	Daar begint ie.
	Paul:	Wat bedoel je?
	Sandra:	Daar is ie nul.
	Donald:	Ja dat bedoel ik, daar is ie nul, daar begint ie.
	Sandra:	<i>kijkt naar het snijpunt van <math>y_1</math> en <math>y_3</math>, dat ongelukkigerwijs op de <math>y</math>-as ligt.</i>
<i>vb4-1650, Sandra, Donald, 3.10</i>	Donald:	<i>krijgt <math>V_3</math> en <math>-V_3</math>, over die laatste lijkt hij wat verbaasd te zijn. Dan maakt hij van de 3 een 3.0, zoals gevraagd.</i>
<i>In-opl- syn</i>	Sandra:	<i>ligt wat achter en vergeet de komma-x bij <math>x^2=3</math>, en dan denken Sandra en Donald dat het misschien komt door de 3 in plaats van de 3.0.</i>
	Sandra:	Waarom moet je komma x doen?
	Donald:	Wat wou je anders dan doen? [Het lijkt wel alsof ze 3-komma-x als een geheel zien, net zoiets als 3-komma-5?]
	Sandra:	Waarom moet je dan 3 komma x doen, betekent dat is x of zo?
<i>In-oplo inz</i>	Donald:	Ik denk het, in x oplossen.
<i>vb4-2000, Sandra, Donald, 3.13 - 3.14</i>		
<i>Fo-reio</i>	Sandra en Donald:	<i>lossen 13 en 14 zonder problemen op en stellen zich geen vragen bij het feit dat de uitkomst een formule is die nog andere letters bevat.</i>

2/28, vb4-2600, Sandra, 3.13

Paul: Is dat eigenlijk niet gek, een antwoord, is dat eigenlijk wel een antwoord?

Sandra: Ja.

Paul: Waarom?

Sandra: Nou je kan alles als antwoord geven ik bedoel dan kan je ook zeggen datbijvoorbeeld eh, dat 5a niet goed is, ik bedoel het is natuurlijk niet het kleinste vast dat je kunt krijgen/

Paul: Hoe bedoel je het kleinste?

Sandra: Nou misschien kun je het nog wel vereenvoudigen.

Paul: Jaja. Zou je dat kunnen denk je hier, vereenvoudigen?

Sandra: Even denken hoor, nou volgens mij niet want vijf, b-5 is een ding dus als je niet weet wat b is kun je het ook niet makkelijker opschrijven.

*Fo-rei+*

---

2/29, vb4-2670, Donald, 3.14

Donald: *In het schrijft staat  $b = 5 - a \cdot x$ .*

Paul: Ben je het daarmee eens of denk je het zal wel kloppen?

Donald: (leest de opgave) ja nou ik snap hem eigenlijk niet helemaal want ik snap ook niet waarom je die komma, die komma, waar heb je die komma voor nodig?

Paul: (*uitleg P*)

Donald: Dus moet je eh opgeloo/ b is gelijk aan.

Paul: Kun je nu uitleggen wat die letter achter de komma betekent?

Donald: Dat ie daar in moet worden opgelost, dat die letter moet worden opgelost.

Paul: Ja en wat betekent dan oplossen?

Donald: ehm

Paul: Vind je dat b opgelost is?

Donald: Eh, ja, hij is hier dus wel opgelost op zich maar ik dus weet niet wat a en b eh en x dan zijn, wat voor waarden je daarvoor in kunt vullen, welke variabelen dat zijn.

Paul: Ja. Maar verder vind je het wel opgelost.

Donald: Ja nou ik weet niet hoe ik hem verder zou kunnen oplossen.

Paul: En als we nou komma a zouden zetten, dus die vergelijking komma a, wat voor soort antwoord verwacht je dan?

Donald: a =

*In-opl+ inz, Pa-rol+*

---

3/3, Barbara, 3.23

Paul: Is dat gelukt, opgave 23? (?)

Barbara: Je hebt dit ingetypt (*regel in de opgave*) en dan krijg je dit (*ui tvoer met kwadratisch = lineair*), snap je dat?

Paul: Eh, even kijken hoor, ..., ja dat is gewoon dan hetzelfde, wat er voor de streep staat en wat er na staat.

Paul: Maar waarom is het dan logisch dat die machine dan dit geeft, dat ie dan  $x+1=-x^2$  enzovoort geeft?

Barbara: Eh, ... effe kijken hoor, hij draait het gewoon om, hij zet nou deze ( $x+1$ ) aan de andere kant.

Paul: Accoord, hij gaat y uitleggen achter de streep,  $y=x+1$ , dus vult ie hier (*y voor de streep*)  $x+1$  voor in, snap je dat?

Barbara: Ja, en dan wordt het - /

Paul: En nu zou je het weer met solve kunnen oplossen, als je wil.

Barbara: O en dan kan je, wat de x dan is.

*In-subo inz*

---

3/6, Nick, 3.23

Nick: *Hoe functies in het bestand te wissen?*

Paul: Snap je dat je dit krijgt? Je had y1 is iets met een kwadraat, y is iets met een kwadraat, en y is ook x+1.

Nick: Snap je dan dat dit eruit komt, kun je dat uitleggen?

Paul: Nou deze twee (de twee  $y=$  formules) geven zeg maar de-

*In-p&p*

zelfde y, en dezelfde x lijkt me ook, niet dezelfde x dan, ehm, dus, ..., dat kun je ook schrijven als  $x+1$  is gelijk aan  $-x^2 + x + 6$ .

Paul: Ja. Want wat ie doet bij dat 'waarbij' (...), bij dat 'waarbij' gaat ie die y uitleggen/  
 Nick: Ja  
 Paul: dus die y vooraan, die wordt vervangen door  $x+1$ , snap je?  
 Nick: Ja.  
 Paul: en nu heb je alleen nog maar x-en dus nu zou je solve weer kunnen gebruiken om x op te lossen.

*In-p&p* Nick: Ja daar kwam iets uit, dat had ik geprobeerd, hier, solve, daar komt eh min, hoe spreek je dat uit eigenlijk, min de wortel uit 5, of wortel 5.

*3/10, Simone, ZT3.2* Simone: Bij dit, (?), wortel 25 min x invoeren.  
 Paul: En wat is je probleem?  
 Simone: Nou het gaat niet.  
 Paul: Waarom niet?  
*In-p&p* Simone: Gewoon zo (typt wortelteken, krijgt wortel haakje openen, haalt het openingshaakje weg)  
 Paul: Maar waarom haal je dat haakje nou weg?  
 Simone: Omdat het hier (in het boekje) niet staat.  
 Paul: Accoord, maar die machine wil dat die wortel van 25 min x kwadraat, hij wil weten dat dat hele stukje die wortel moet zijn.  
 Simone: O  
 Paul: als je typt (*bedoelt: schrijft*) dan zie je dat aan het feit dat dat die bovenkant van dat wortelteken helemaal doorloopt maar dat heb je op dat machientje niet dus dan moet je er haakjes omheenzetten.

*3/11, Marg, 3.23* Paul: Opgave 23, was dat gelukt? (...)  
 Snap je dat je dit ( $x+1 = -x^2...$ ) krijgt als je dit ( $y=-x^2.../y=x+1$ ) intypt?  
*In-sub+ inz, Fo-rei+* Marg: Nou, ja, eigenlijk, dat is heel stom eigenlijk, want het enige dat ie heeft gedaan is die  $x+1$  daar (y voor de streep) ingevuld, heel stom.  
 Paul: Maar je snapt wat er gebeurt. En het voordeel is, je hebt nu alleen nog maar x en nu kun je solve dit naar x doen en dan heb je hem uitgerekend.  
 Marg: O ja

*3/14, Maria, ZT3.3*  
*In-sub+ syn* Maria: Heb ik het goed gedaan zo, ik wist niet zeker of het nou goed was. (Ze heeft  $y=x+1|y=\text{wortel}(...)$ )  
 Paul: Ja je kunt het die kant op doen of je kunt het andersom doen, dat maakt niet zo veel uit, en dan krijg je hier iets met alleen nog maar x en dat kun je dus oplossen met solve, snap je, dus het begin is goed, maar je moet het nog wel oplossen met solve. (...)  
*In-opl- inz* Maria: Moet ik dit dan nog een keer met solve doen, dat hoeft toch niet?  
 Paul: Eigenlijk hoort dat er dan nog bij want je weet nu nog niet wat de x is.  
 Maria: A dus dit moet ik nog een keer bij de solve invullen.

*va5-5460, 3/18, Ivar, Ralph, ZT3.3*  
*In-opl+ syn* Ivar: Die met solve is wel gelukt, maar die met substitutie is niet gelukt dus ik doe wel even solve. Weer bij algebra, solve,

		[voert in solve( $y_1(x)=y_2(x),x$ )]
		Ivar: $x=3$ .
		Ralph: Hoe komen we nu aan die tweede coördinaat?
		Ll: Met komma $y$ ?
		Dat doet I en dat geeft $0 = \text{wortel}(25-x^2)-x-1$
	<i>In-opl- inz, In-sub+ syn</i>	Ivar: O dat is iets met die substitutie, ALS $x=3$ . [Voert in: solve( $y_1(x)=y_2(x),y$ )  $x=3$ . Dat geeft true]
		Ivar: Het is in ieder geval waar.
		Paul: Kun je snappen waarom dit waar is?
	<i>In-opl - syn</i>	Ivar: Ja dat heb je net al uitgerekend. [Dan haalt I de komma- $y$ weg, dat geeft een foutmelding. Ook als er een haakje achter wordt gezet. Een heel geklungel.]
	<i>In-p&amp;p</i>	Ralph: De functie uitschrijven voor $y$ is en dan voor $x$ de waarde invullen.
	<i>In-opl- syn</i>	[Ralph voert in: solve( $y=x+1=\text{wortel}(25-x^2),y$ )  $x=3$ ]
		Ralph: Ik weet niet of het werkt omdat je in het begin wel heel veel =tekens hebt.
		(...)
		Ralph: Ja $y = x + 1$ , $3+1=4$ .
		Ralph: Het is eigenlijk hetzelfde als we vaak op het bord doen. Je hebt de $x$ -waarde en die vul je in in EEN van de vergelijkingen, maakt niet uit welke, en dan vind je de $y$ waarde. [P helpt zodat uiteindelijk wordt ingevoerd $y_1(x) x=3$ ]
	<i>va5-5820, 3/19, Ivar, ZT3.4</i>	
	<i>In-sub+ getal</i>	Ivar: Je vult, eh met groen en F1 kom je weer bij $Y=$ , dan vul je bij $Y_1$ wortel ( $b^2-x^2$ ) waarbij $b =$ [Hij vergeet de accolades om de waarden van $b$ .]
	<i>2/31, Ronnie, 3.10</i>	
	<i>In-opl- syn</i>	Ronnie: vergeet de komma- $x$ bij solve.
	<i>2/25, Marty, 3.10</i>	
	<i>In-opl- inz</i>	Marty: vraagt naar de betekenis van de komma. Marty: Anders doet ie keer bijvoorbeeld ( <i>hij bedoelt keer x</i> )
	<i>vb5-0460, 3/26, Misha, Anita, 3.7</i>	
	<i>Fo-inz+</i>	Misha: Dat ontbinden, is dat in dit geval dat er gewoon geen $x$ kwadraat meer mag staan, dat er alleen $x$ als losse waarde in staat? (...) Misha: Bij de ene (de niet-gefactoriseerde vorm) blijft er gewoon kwadraat staan en bij de andere (wel gefactoriseerd) blijft er $x$ staan.
		Jonneke: Dat is ontbinden ja.
		Misha: Dat er geen $x$ kwadraat in staat. (...)
	<i>In-cas</i>	Anita: Je krijgt een komma getal. [bij het derde onderdeel van 3.7]
		Jonneke: Enig idee wat dat komma getal is?
		Ll: wortel 2.
	<i>va5-0400, Dirk, Ralph, 3.6, 3.7</i>	
	<i>In-opl+ inz</i>	Ralph: Ik geloof dat jullie toen jullie dat intypten wel verschil zagen. Kan een van jullie mij dat even mondeling toelichten? Dirk: Die komma zegt dat je de $x$ (?). Ralph: Dat je het antwoord voor de $x$ wilt hebben. [Ralph constateert dat bij 3.6 factor ook werkt zonder komma-letter.]
		Ralph: En dan nog die 2 komma 0, wie weet nog wat daar het verschil was?
	<i>In-cas</i>	Dirk: Dan kun je hem exact berekenen (?) Ralph: Bij de 2 komma 0 of bij de 2? Dirk: 2 komma 0. Ralph: Waarom (...) Wat vind je exacter?

Dirk: 2 komma 0.  
Rina: *legt uit over afgeronde getallen en nauwkeurigheid.*  
Dirk: *Bij natuurkunde is dat anders, vindt Dirk.*

3/29, Rianne, 3.10, 3.13-14  
*In-opl- syn*

Rianne: Hoe krijgen jullie wortel 3 eruit?  
Paul: Wat probeer jij dan? Jij probeert het gewoon in te tikken.  
(ze heeft ingevoerd  $x^2=3$ )  
Rianne: Ja ik weet niet wat je anders moet doen, ik heb er haakjes omheen gedaan, ik heb vanalles ervoor gedaan.  
Paul: Jij tikt in bijvoorbeeld  $x^2$  is 3 zoals hier, maar die rekenmachine weet nog niet wat jij wilt dat ie doet.  
Rianne: Nee  
Paul: Dus het enige dat ie doet is hij geeft gewoon die  $x^2=3$  terug. Maar bij opgave 8, was die wel gelukt?  
Rianne: Ja  
Paul: Kijk daar heb je er solve voor gezet  
Rianne: Ja  
Paul: en dan weet ie dus dat jij wilt dat die vergelijking opgelost wordt.  
Rianne: Maar dat lukte me ook niet.  
Paul: Nou eens kijken. Je tikt nu in solve  
Rianne: (typt in)  $x^2=3$ , moet ik dan haakje x doen?  
Paul: Komma x moet je dan doen ja. (ze maakt het commando goed af)  
Rianne: He!  
Paul: Dus twee dingen: je moet zeggen solve omdat je moet zeggen ik wil de oplossing hebben en je moet zeggen x omdat je wilt hebben dat je de x oplost.  
Rianne: O ja en wat is die factor dan?  
Paul: Dat is ontbinden in factoren, dat is iets anders dan vergelijkingen oplossen, dat is wat Misha net zei dat je het schrijft zonder kwadraten.

*In-opl+ inz, Pa-rol+*

Nu mijn vraag. Bij 13 was het je wel gelukt, had je solve ingetikt en bij 14 ook en daar heb je het goede antwoord op gekregen, wat is nu het verschil tussen het antwoord van 13 en dat van 14? Eigenlijk is het hetzelfde  
Rianne: Nou ... even kijken ... omdat je, ...kijk, bij deze wil je b weten en bij deze de x.  
Paul: en stel nou dat je die x of die b op het eind, dat je daar in de plaats een a zet?

*In-opl+ inz, Fo-reio*

Rianne: Dan weet je wat de a is, dan gaat die uitrekenen wat de a is (?)  
Paul: Wat zal het antwoord, hoe zal het beginnen dan, het antwoord van die machine?  
Rianne: Hier a=.

3/30, Mandy, 3.13-14

*In-opl+ inz, Pa-rol+*

Paul: Bij 13 en 14, was dat goed gelukt bij jou? Snap je ook wat die letter op het einde doet, die x en die b?  
Mandy: Ja, hier lost ie de x op en daar de b.

3/31, Mandy, 3.19 - 3.20

*In-sub+ getal*

*Mandy wil eerst de formules in het functiebestand invoeren in plaats van in het home scherm.*

Paul: Snap je wat die waarbij-streep doet, zoals hier bij 19 al bijvoorbeeld?

*Fo-rei+, In-sub+ inz*

Mandy: Jawel, ..., even kijken hoor, deze formule  $((a+b)^3)$ , dan vult ie voor a 5 in en voor b vult ie 3 in.  
Paul: Heel goed. En hoe zal dat nu gaan bij 20?  
Mandy: Ehm, wat hier uit komt (achter de streep) zet ie daar neer (voor de streep)?



Paul: Ja.

vb5-0900, Sandra, Donald,  
3.20-3.21  
In-subo syn

Donald en Sandra: Eerst voeren ze in  $g = \pi \cdot r^2$  |  $g = \pi \cdot r$  (?), dan  $g = \pi \cdot r^2$  |  $v = g \cdot h$ . Daarna herstellen ze het en schrijven ze het andersom. Bij 3.21 ziet S dat het een vierkante cilinder wordt als  $h = 2r$ . Ze maken de opgave met oppervlakte in plaats van inhoud, omdat ze de correctie van Jonneke missen.

Sandra: Ik snap het al,  $2r$ ,  $2r$  keer  $\pi$ , nee,  $2r^2 \cdot \pi$ , want als de hoogte ook  $2r$  is, moet je doen  $2r$  keer  $\pi$  dan heb je de ... dan heb je de ... omtrek, .. van de cirkel, en dan moet je dus nog een keer  $2r$  doen want je moet de hoogte ook nog want je moet de oppervlakte van dat ding hebben.

vb-1350, Sandra, Donald,  
3.22, 3.23  
In-opl+ inz

Donald en Sandra: Sandra voert het goed uit, Donald vergeet de komma  $x$ .

Donald: Waarvoor moet je die komma  $x$  doen?

Sandra: Dat moet want dan zeg je in welke waarde ie het moet uitdrukken.

[Dan voert Sandra in  $y_1(x) = y_2(x) | x = \text{wortel}(5)$ . Dat geeft true. Bij 2.23 vergeet Sandra vervolgens zelf de komma- $x$ .

vb5-2350, 3/42, Sandra,  
Donald, Rob, ZT3  
Al-mis

Sandra: [Opgave 1 eerste onderdeel loopt vlot, maar...] Hij schrijft het helemaal niet op zijn kortst op, want je kan  $y$  kwadraat en  $y$  tot de derde toch kort schrijven als  $y$  tot de vijfde? [Er staat een + tussen en geen keer... Bij factor vergeten ze de komma- $z$ .]

Fo-inz-, Al-mis

Sandra: (Opgave 2. bij  $\text{wortel}(25 - x^2)$ ) je kan ook gewoon opschrijven  $5$  maar dat maakt niet uit.

Donald: Ja eigenlijk ook, nou misschien niet, ik denk het niet hoor.

Sandra: Tuurlijk wel, de wortel van  $25$  is toch altijd  $5$ ?

Bij 3 begint S met  $\text{solve}(y_1 = y_2, x)$ . Wordt hersteld.

Sandra:  $y_1 = x | y_2 = x, x$ . Volgens Sandra mag je  $x = 3$  nog niet gebruiken want dat weet je nog niet.

In-opl+ syn

Rob:  $\text{solve}(y_1(x) = y_2(x), x) | x = 3$

Sandra maakt ervan  $y_1(x) = y_2(x) | x = 3$ .

Sandra: Ja maar je mag dit (*de oplossing*) toch helemaal niet gebruiken?

Paul: legt uit dat dit wel een goede controle is, maar geen methode om het antwoord te vinden.

Sandra: Bij de laatste opgave voeren ze in  $y_1(x) = \text{wortel}(b^2 - x^2) \{1, \dots, 5\}$  Helaas...

3/32, Marty, 3.16, 3.20, 3.13-  
14

Marty: wil catalog als een soort helpfunctie gebruiken maar zover gaat het niet.

Paul: Die waarbij-streep, snap je wat die doet?

Marty: Dan wordt  $x$  gesub-sti-tu-eerd.

Paul: Ja. Kun je dat ook in normaal nederlands zeggen?

In-sub+ getal

Marty: Eh, ik weet niet zeker hoor maar volgens mij wordt dan  $x$  is  $2$ , dus dan gewoon zeg maar die streep geeft gewoon een nieuwe regel aan, alleen dan in dezelfde regel die alleen met die regel te maken heeft, en je kan dus net zo goed  $2$  invullen voor  $x$  alleen dan kan je het waarschijnlijk veel makkelijker veranderen als je in verschillende formules  $x$  wilt hebben.

Paul: En bij  $20$ , daar was je nog niet maar daar kun je wel even naar kijken. Je hebt  $v = g \cdot h$  waarbij  $g = \pi$  keer  $r^2$ . Wat zou

		er nu gebeuren met die waarbij, als je dit intikt, wat doet ie dan?
<i>In-p&amp;p</i>	Marty:	Dan toets je eigenlijk pi is r, eh pi keer, dit is keer toch (de punt voor vermenigvuldigen) pi keer r <sup>2</sup> keer h.
	Paul:	Wat is daar aan gelijk, pi keer r <sup>2</sup> keer h?
	Marty:	Dat is dan de formule volgens mij, misschien moet deze nog tussen haakjes omdat het keer is, dat weet ik niet.
<i>In-sub+ inz</i>	Paul:	Dus eigenlijk, wat gebeurt er met die pi r kwadraat?
	Marty:	Die wordt vervangen door g, of g wordt vervangen door pi r kwadraat.
<i>In-opl+ inz</i>	Paul:	En bij 13/14, dat heb je hier goed, wat is nu het verschil tussen 13 en 14?
<i>Pa-rol+</i>	Marty:	Bij deze weet je niet wat b is en bij die weet je niet wat x is.
	Paul:	En als je a zou invullen op het eind met dat solve commando, dus je doet solve dit komma a, wat zou je dan voor iets krijgen?
<i>In-cas</i>	Marty:	Waarschijnlijk a, ja er staat hier nergens een a bij, dus (in de antwoorden, M heeft voor a nog een waarde 123 in het geheugen die dus ook in de antwoorden terugkomt. Dat wist hij eerst met F6, dan verandert hij de b in een a en krijgt een uitdrukking van de vorm a = ...)
	Marty:	Gewoon zeg maar zo'n driehoek.
	Paul:	Wat bedoel je met een driehoek?
	Marty:	<i>tekent een driehoek met daarin a, b en x en daartussen keer en gedeeld door.</i>
<i>In-opl+ inz: uithalen</i>	Marty:	Zo'n, hoe zeg je dat, wat is het hier, a is, b gedeeld door a en x, en deze moet altijd keer. Dat hadden we bij natuurkunde zo geleerd, als je een formule had met gedeeld door en keer, dan kon je altijd zo, zeg maar uithalen, als je dan x, x is, x keer a is b, b gedeeld door x is a, b gedeeld door a is x.
	Paul:	dus dan kun je één letter eruithalen
	Marty:	Ja als je er twee hebt.
<i>3/33, Mandy, 3.21</i>	Paul:	Je snapt wel wat er bij 20 gebeurd is?
	Mandy:	Ja
	Paul:	Nou komt er bij 21 nog een voorwaarde bij en de vraag is wat wordt dan de formule? (...) Als je nu ook weet dat h 2 keer r is, hoe kun je het antwoord dan nog mooier schrijven?
	Mandy:	Ehm .. moet je dan die h ook in het kwadraat? h is twee keer r.
	Paul:	Dat is niet r kwadraat he.
	Mandy:	... nee ik weet het niet.
<i>3/34, Inte, 3.20-21</i>	<i>Inte:</i>	<i>Bij 20 hebben Inte en Margot alleen de formules ingevoerd, zonder iets te substitueren. Er staat ook niet zo duidelijk in de opgave dat je iets moet doen.</i>
<i>In-sub+ getal, In-sub+ inz</i>	Paul:	Snap je wat die waarbij-streep doet?
	Inte:	Ja dat is toch, ... nou eigenlijk niet echt, ik wist het wel. Die wordt in het stuk ervoor ingevuld.
	Paul:	Wat zou er hier dan worden ingevuld?
<i>Fo-reio</i>	Inte:	Dit (wijst op pi r <sup>2</sup> )
	Paul:	Ja. En waar wordt die voor ingevuld?
	Inte:	He?
	Paul:	Op welke plaats komt die dan te staan denk je?
	Inte:	Dat weet ik niet hoor, ja hier staat die volgens mij.
	Paul:	Je weet dat v is g maal h, dat is de formule voor de inhoud, en je weet ook dat g is pi maal r kwadraat. Die laatste vergelijking, wat kun je daar dan mee doen?

	Inte: ... dat weet ik niet.
	Paul: Je begrijpt niet wat ik bedoel. Gaan we even terug naar deze (opg 3.10). Wat gebeurt er met die $x=2$ ?
	Inte: Dan wordt hier 2 ingevuld. (wijst op $x$ voor de streep)
	Paul: Ja, dus wat gebeurt er hier met die $g$ is $\pi r$ kwadraat?
<i>Fo-rei+</i>	Inte: O ja, dan wordt er dus $\pi r$ kwadraat voor $g$ ingevuld.
<i>3/35, Margot, 3.13-14</i> <i>In-p&amp;p</i>	Paul: Wat is het verschil? Margot: vraagt eerst na of * gewoon keer betekent. Het is eigenlijk wel verwarrend: invoeren met de toets X, geeft * in de invoer en punt in de uitvoer. Margot: Wat bedoel je met wat is het verschil? Paul: Bij 13 en 14 heb je dezelfde vergelijking, $ax+b=5$ , zie je? Maar wat is het verschil tussen die twee opgaven?
<i>In-opl+ inz, Fo-reio, Pa-rol+</i>	Margot: Hier rekt ie $b$ uit en hier $x$ . Paul: Dat klopt. En als je nu die laatste letter in een $a$ zou veranderen, wat zou je dan krijgen? Margot: .... Ja dan rekt ie $a$ uit, dan krijg je ... ik weet niet wat je krijgt.
<i>3/36, Ronnie en Bob, 3.13-14</i> <i>en 3.20</i>	Ronnie: heeft niet het antwoord in zijn schrift geschreven) Paul: Wat is het verschil tussen 13 en 14? Want je hebt dezelfde vergelijking.
<i>In-opl+ inz, Pa-rol+</i>	Ronnie: Bij de ene wil je $b$ weten en bij de andere $x$ . Paul: Klopt. En als je nu die laatste letter zou veranderen in $a$ ? Ronnie: Dan wil je $a$ weten. Paul: Dus hoe begint het antwoord dan? Ronnie: $a=$ Paul: Snap jij dit ook, Bob? Snap je wat er gebeurt? Bob: Ja. Paul: En waar ben je nu? Bob: Bij 22.
<i>In-sub+ inz, Fo-rei+</i>	Paul: En snap je wat die waarbij streep doet? Bob: Ja dan vult je dus een waarde in voor een variabele, verschillende waardes. Paul: Hoe bedoel je, verschillende waardes? Bob: Nou ja, je kan verschillende waardes invullen. Paul: En in dit geval, wat vul je dan voor $g$ in bij opgave 20? Bob: Eh ... $\pi$ keer $r$ kwadraat
<i>3/37, Inte en Margot, 3.21</i>	Inte: Bij 21, wat is nou de bedoeling dat je doet? [Inte heeft 20 nog niet echt gedaan. P legt uit dat er bij 21 een extra gegeven is]. Margot: Is dit dan goed? $v = 2*\pi*r^3$ ? [Ze heeft ingevoerd $v=g*2*r$   $g = \pi*r^2$ , dus zelf al voor $h$ $2r$ gesubstitueerd.] Paul: Dat is wel goed. Ik vind het wel een beetje gek gedaan eigenlijk want jij hebt zelf al bij $g = h*r$ heb je als het ware zelf, nee $v = g*h$ , dan heb je zelf $h$ vervangen door $2r$ , he?
	Margot: Ja. Paul: Dat heb je als het ware uit je hoofd gedaan. Margot: Ja Paul: Dat kun je natuurlijk ook door dat machientje laten doen. In dit geval is het zo eenvoudig dat het net zo goed uit je hoofd kunt, maar als die formule voor $h$ iets ingewikkelds was met $r$ dan had je het beter met zo'n waarbij-streep kunnen doen.
<i>In-sub+ syn, Fo-rei+</i>	Margot: Dan moet je dit invullen ( $v=h*\pi*r^2$ ), streepje erachter, (typt dan in $h = 2r$ ) oooh.
<i>3/38, Rianne, 3.21</i>	Rianne: Wij komen niet uit 21.

	Paul:	Snap je wel deze laatste formule van 20, $v = h \cdot \pi \cdot r^2$ ?
	Rianne:	Ja
	Paul:	OK, ( <i>legt uit wat de bedoeling is</i> ) dus dan kun je voor h 2r invullen met die streep.
<i>In-sub- syn</i>	Rianne:	Waar moet die streep dan?
	Paul:	Die streep is de invulstreep, de waarbij-streep.
<i>3/39, Jack, ZT3.1</i>	Jack:	<i>weet niet meer wat hij moet doen.</i>
	Jack:	Factor werkt niet, solve werkt niet, het werkt allemaal niet!
	Paul:	Dat je factor pakt oorspronkelijk is een goed idee want factoren ontbinden dat doe je met factor. Het enige is, wat je misschien hebt gezien, soms werkt iets niet omdat je nog niet een letter daarbij hebt aangegeven, dus/
	Jack:	Ja maar er staat ook niet welke je ..er staat ook niet bij of je z of t moet doen
	Paul:	Nou dan mag je kiezen kennelijk.
	Jack:	Maar in factoren betekent toch gewoon dat het tussen twee haakjes gaat staan?
	Paul:	Nou in factoren betekent wat Misha zo straks zei dat je kwadraten vaak wegzet, ja inderdaad.
<i>In-opl: komma-t alleen bij solve</i>	Jack:	Dit, maar dat krijg je toch niet als je zegt wat is t!
	Paul:	Nee, daarom moet je ook niet solve pakken maar factor.
	Jack:	Dan hoef ik er toch ook geen t achter te zetten want dan gaat ie zeggen wat t is.
	Paul:	Ja maar bij factor als je er geen letter bij zet, dan kan die alleen maar getallen in factoren ontbinden en dan kan ie niet met letters werken dus je moet bij factor vaak een letter erachter zetten.
	Jack:	Oooh
<i>3/40, Rob(?), ZT3.3</i>	Rob(?):	Als je met solve doet, $y_1(x)=y_2(x)$ , dan komt er $x = 3$ uit, maar als je dan met substitutie doet, moet je dan op basis van solve werken?
<i>In-opl+ syn</i>	Paul:	Dat was niet wat ik bedoelde, maar wat jij hebt gedaan dat is/
<i>In-sub+ getal</i>	Rob(?):	Ik heb gedaan met de substitutie $x=3$ .
	Paul:	Jij doet $y_1(x)=y_2(x)$ waarbij $x=3$ en dan krijg je true, dat is ook een goede manier. Maar die kun je pas doen als je het antwoord al hebt.
	Rob(?):	Als je solve hebt gedaan. Hoe moet het dan anders?
	Paul:	Wat ik bedoelde was die manier van opgave 23 maar ik vind jouw manier ook heel mooi hoor.
<i>3/41, Misha, 3.22</i>	Misha heeft niet het verschil tussen solve en waarbij in de gaten, ziet niet dat je met solve de oplossing wortel 5 vindt en die met waarbij kunt controleren.	
<i>In-sub- inz en In-opl- inz: iso,</i>		
<i>3/44, Michael, 1.6, 1.11, 1.12</i>	Paul:	Wat heb je bij 6?
<i>Pa-ver+</i>	Michael:	Dan is er een grotere stapgrootte, het hellingsgetal is groter.
	Paul:	En wat heeft dat voor gevolg voor de grafiek?
	Michael:	Dat de lijn , ja die gaat meer zo ( <i>maakt een beweging met het potlood zodat het steiler omhoog gaat lopen</i> ).
<i>Pa-vero</i>	(...)	
	Paul:	En wat had jij bij 11?
	Michael:	Dan komt de lijn hoger te liggen.
	Paul:	Wat bedoel je daarmee?
	Michael:	<i>Dat weet M niet meer, hij heeft ook geen schetsje in zijn</i>

*schrift gemaakt. P schetst een parabool.*

Paul: Wat gebeurt er met dat parabooltje als a groter wordt, weet je dat?

Michael: Dan wordt dit meer zo (*smaller wordende beweging met de hand*).

[Bij 1.12 heeft M in het schrift staan: de lijn gaat steeds schuiner lopen.]

*Pa-ver+* Paul: Wat maakt het uit dat de stapgrootte  $1/2$  is, bij andere opgaven was die 1, weet je wat het verschil daartussen is?

Michael: Hij is hier preciezer, bij  $1/2$ .

Paul: Wat bedoel je met preciezer?

Michael: Dan zie je er meer, ehm, (...), dan zie je de veranderingen beter.

*3/45, Josef, 1.11 en 1.12*

*Pa-ver+*

Paul: Wat had jij bij opgave 11?

Josef: Als a negatief is dan wordt de grafiek breder, eh als a positief dan wordt de grafiek smaller, dus...

Paul: En bij 12, daar heb je die stapjes  $1/2$  genomen, wat maakt dat uit voor het plaatje dat je krijgt?

*Josef: legt eerst uit wat er met de grafieken gebeurt als a verandert. P herhaalt de vraag.*

*Pa-vero*

Josef: Dan heb je meer grafieken enne ja (?).

*3/46, Maria, 1.5 en 1.6*

*Maria: weet niet goed wat ze hier moet antwoorden maar wil het wel weten omdat ze het klassikaal voor moet doen zometeen.*

Maria: (...) Ik dacht dat het zeg maar zo was dat je dan kon uitrekenen waar je heen moest, ik had dus (?) door hoe maar ik dacht wel dat het kon.

Paul: Wat zie je gebeuren als die a waarde verandert, wat zie je dan gebeuren in het spelletje?

Maria: Dan krijg je die x en die y dingen, die veranderen.

Paul: Maar als je dan schiet bij een andere a waarde, wat zie je dan gebeuren?

*Pa-ver+, Pa-abs+*

Maria: Nou, dan verandert die die eh loop zal ik maar zeggen.

Paul: Ja die loop verandert. En wat gebeurt er dus met die lijn?

Maria: Die grafiek? Die verandert.

Paul: Ja, op wat voor manier verandert die?

Maria: Ja die gaat omhoog of naar beneden denk ik.

Paul: Waar hangt dat van af?

Maria: Van de a waarde.

Paul: Ja. Enne heb je wel eens eerder dit soort functies gezien, a keer  $x + 5$ ?

Maria: Ja dat denk ik wel.

Paul: Dat getal a dat had een speciale naam, weet je nog hoe dat heet?

*Pa-gen+*

Maria: Ja volgens mij was dat de parameter maar ik weet niet meer hoe.

*Paul: haalt het woord hellingsgetal in herinnering.*

Paul: Maar weet je dan het antwoord op vraag 6: wat gebeurt er met de grafiek als die a groter wordt?

*Pa-ver+*

Maria: Nou dan verandert die van richting denk ik.

Paul: Ja. Op welke manier, kun je daar nog wat van zeggen?

Maria: Nou hij kan eh, ik weet niet wat voor grafiek het is maar ik denk eh

Paul: Nou ja als je nu schiet dan ligt ie horizontaal, wat gebeurt er denk je als a groter wordt?

Maria: Dan gaat ie denk ik omhoog.

Paul: Ja.

Maria: En deze grafiek die wordt dan zeg maar meer zo (*gebogen*)

*beweging?*), of maakt dat niet uit? [denkt misschien aan een kogelbaan, of aan een watersproeier?]

Paul: Nee, want het blijft een lijn. Je krijgt pas een gebogen grafiek als je iets kwadratisch hebt of zo of een wortel.

Maria: O ja da's waar het is een rechte lijn weer.

Paul: Het is een lijn, /

Maria: Ja ik snap het/

Paul: alleen die lijn begint hier en die kan verschillende kanten uit.

*Pa-geno, Pa-rol-* Maria: Ja ik heb het trouwens ook wel maar ik raak een beetje in de war omdat er nu zeg maar twee letters in staan, normaal zie je een cijfer erbij.

Paul: Ja dat klopt, en dat is net het nieuwe eraan, dat je een extra letter hebt en die letter heet dan de parameter.

Maria: Ja, OK, hoe kun je dan zeg maar zien wat de parameter is, ik snap niet zo goed wat een parameter is, volgens mij hebben we het er wel eens over gehad.

Paul: Dat komt nog terug, dat kun je nou wel even laten liggen. Waar het om gaat is dat je ziet dat die a waarde in feite, kijk die x is zeg maar die variabele die op de x-as staat, en die a waarde bepaalt dus welke lijn je hebt en hoe steil die loopt.

Maria: Dus je kan zeg maar die a waarde bekijken hoe je moet schieten.

Paul: Ja

Maria: want dat kun je dan weer vergelijken met die coördinaten.

*va5-4500, 3/47, Maria, Kevin, Martin, Josef, 1.5 en 1.6* Maria: *Klassikaal met viewscreen. M speelt eerst schiet uit.*

Maria: Over welke conclusie je uit het spel kunt trekken, nou het is dus zo, je hebt dus 5 en die kun je een beetje op en neer doen, en dan zie je dat die verandert, hij wordt groter, hij wordt groot en klein, en dat is dus zo/

Paul: Wie wordt groot en klein?

*Pa-ver+* Maria: eh a, en dan zie je die coördinaten blijven ongeveer hetzelfde, maar in elk geval ik wist wat het was, want eh zeg maar dat lijntje dat is een grafiek, en dat is zeg maar een functie, een rechte lijn is het want het is zeg maar a keer x + 5 was het, en dan ehm a is het richtingsgetal dus je ziet a verandert dus dan verandert de richting van de grafiek en dan kun je dus ermee schieten. Volgens mij is dat dus de conclusie, dat het richtingsgetal verandert.

*Pa-abs+: betekenis* Rina: En wat heeft het voor invloed op de grafiek zelf, dat richtingsgetal?

Maria: Nou dat ie zeg maar verandert.

Rina: Als de a groter wordt,

Maria: hij verandert van richting, dan verandert ie hier, dan wordt ie groter offe/

Rina: Ja hoe verandert ie, doe eens met je hand?

Maria: Ja dan verandert die zo denk ik, meer omhoog. [*maakt beweging van steiler worden*]

Rina: Dan wordt ie steiler.

Maria: Steiler ja dat bedoel ik.

Rina: En als die a kleiner wordt?

Maria: Dan wordt ie minder steil.

Rina: En als a nul is?

*In-sub+ getal* Maria: Dan is het gewoon denk ik een hele rechte lijn vanaf zeg maar punt 5 want 5 is het startgetal, ik denk dat die gewoon helemaal rechtdoor gaat.

Rina: Rechtdoor naar boven?

Maria: Nee, opzij zo.

Rina: Horizontaal.  
 Maria: Ja.  
 Maria: [*Er volgt een discussie over wat je met de coördinaten zou kunnen doen. Maria weet het niet, maar :*] Je kan wel uitrekenen waar je heen moet gaan met die coördinaten, maar dan moet je met die formule invullen of zo maar ik zou niet precies weten hoe het moet.

Pa-onb+ Rina: Nee maar je zou er mee kunnen rekenen.  
 Maria: Ja dat denk ik wel, dat je met die coördinaten kan uitrekenen welke waarde van a je zou moeten hebben en volgens mij kan je dat met die punten (*de coördinaten van het doel*) doen maar ik heb niet uitgezocht hoe het moet.

Pa-onb+ Kevin: [Kevin heeft wel een idee hoe het moet en zet dat op het bord voor het punt (11,6, 3,84):] De formule was  $y = a$  keer  $x + 5$ . Dus dan moet je, eh de tweede coördinaat is y, 3,84, dan trek je daar 5 van af, (?), dan houd je dus a keer x dus dat is 11 komma 6, x weet je al, die is 11,6 dus dan moet je de uitkomst van  $3,84 - 5$ ,  
 Ll: dat moet je dan uit je hoofd gaan doen (*omdat je in schuif niet kunt rekenen*)  
 Ll: dat is een min getal dus dan moet ie naar beneden in elk geval.  
 Kevin?: dat moet je dus delen door x en dan heb je a  
 Paul: En x was...  
 Kevin?: 11 komma 6 (*Dat is niet waar*) [toch wel]  
 In-p&p Martin: Kan je niet gewoon solve doen?  
 [Leerlingen zeggen dat de methode van Kevin klopt, maar Rina wil ook weten of het met de machine kan.]  
 Rina: Wat doe je dan met solve?  
 Josef: Dan doe je die, dan vul je die (?) en x vul je in en dan doe je komma h [of zegt hij a?] en dan haakje sluiten.  
 Paul: En hoe vul je dat dan in?  
 Josef: Jaaah.  
 Paul: Gewoon dan schrijf je die getallen daarvoor in de plaats? Dus dan krijg je  $3,84 = a * 11,6 + 5$ , zo bedoel jij Josef? (*op bord*)  
 Josef: Eh ja.  
 Paul: En dan solve?  
 In-opl+ syn, Pa-onb+ Josef: Ja, en dan komma a. [Leerlingen merken op dat dit niet in schuif kan, dat je daar dan uit moet.]

va5-4850, 3/48, Marg, Cedric, Dirk, 1.11, 1.12 Marg: [*Klassikaal. M leest de opgave voor ze gebruikt schuif.*] Dan voer je die grafiek in dan zorg je dat ie hem neemt en dan laat je hem tekenen.  
 Rina: Voor welke a laat je hem tekenen?  
 Marg: Dat maakt niet zo veel uit, geloof ik, als je een filmpje doet dan komen ze allemaal langs en dan kan je het zien. [Na de optie apart verschijnt het filmpje.]  
 Marg: Het maakt eigenlijk niet zoveel uit.  
 Rina: Hij wordt ietsje dikker toch, of lijkt dat maar zo?  
 Cedric: Het wordt minder een ei.  
 Marg: En als ie boven de nul komt dat ie dan ook boven de horizontale as gaat.  
 Rina: En nu wordt ie weer, smaller zo te zien.  
 (...)  
 Rina: Maar wat is nu de conclusie? Wat gebeurt er ...  
 Ll: als de a groter wordt, /  
 Pa-ver+ Dirk: dan wordt de parabool smaller.  
 Pa-ver+ Cedric: Dan wordt de grafiek dunner. [Dat horen de anderen niet.]

	Ll:	Bij negatieve is het eigenlijk als hij groter wordt qua negatieve wordt hij kleiner maar als het positiever wordt wordt ie groter.
	Rina:	En wat bedoel je met groter?
	Ll:	Nou dat ie verder uit elkaar gaat.
	Rina:	Dikker, breder/
	Ll:	Ja dat. En als het bij positieve getallen groter wordt dan wordt ie alleen maar smaller.
	Marg:	leest opgave 12 voor. Marg kiest nu wel waarden voor a zoals opgegeven in de opgave en laat de grafieken tekenen. De film verschijnt.
	Rina:	Wat gebeurt er?
	Ll:	Wordt steiler.
	Ll:	Verticaler.
	Ll:	De hellingshoek wordt groter.
	Marg:	leest 12b voor.
	Rina:	En wat is het effect?
	Marg:	Dat ie steeds steiler wordt.
	Paul:	Nou heb je stapjes 1/2 genomen. Stel nu dat je stapjes van 1/10 zou hebben, wat zou dat dan veranderen in die film?
Pa-ver+: effect stapgrootte	Cedric:	Da's moeilijker te zien, het is veel moeilijker te zien dat die verandert, dan moet je, duurt het filmpje langer voor die pas gaat veranderen, hoe groter de stappen zijn hoe sneller je kan zien hoe die verandert en of die verandert.
	Ll:	Je krijgt gewoon meer streepjes.
4/3, Dean,, 3.20, 3.21,	Dean:	snapte 3.21 niet.
In-sub+ inz	Paul:	Snap je wat die waarbij streep doet?
	Dean:	Ja ik snap die streepjes wel, die splitst de twee stukjes van elkaar.
	Paul:	En waarom zou je dat willen splitsen dan?
	Dean:	Omdat ie anders dit aan elkaar rekent, zeg maar een soort nieuw stukje.
	Paul:	Maar wat doet ie dan met dat nieuwe stukje?
Fo-rei+	Dean:	Daar staat een uitkomst, wat x betekent, en dan rekent ie dat voor het streepje uit.
	Paul:	Ja precies. En hoe gaat dat hier dan (3.20)?
	Dean:	... Hier ziet ie dus dat dit ( $\pi r^2$ ) in de plaats staat van g. [Bij 3.21 snapte D nog het probleem niet. Uitleg P.]
4/4, Inte, Margot, 3.23	Inte/Margot:	Bij 3.23 heeft een van de twee de substitutie met de hand uitgevoerd; de ander heeft zelf in de machine ingetypt $x+1 = -x^2$ .... en dan solve.
	Paul:	Snappen jullie wat er gebeurt met die waarbij streep?
In-sub+ inz	Inte/Margot:	Ja dat is dat y gewoon $x+1$ is.
	Paul:	Ja en wat doet ie daar dan mee met die wetenschap dat $y = x+1$ ?
	Inte/Margot:	Nou dan vult ie voor y $x+1$ in.
4/5, Rianne, 3.23	Paul:	Snap je waar dat antwoord vandaan komt?
	Rianne:	Ehm, ik weet eigenlijk niet.
	Paul:	Wat doet die waarbij streep in het algemeen, weet je dat nog?
In-sub+ getal, In-sub+ inz	Rianne:	Ja die zit eerst iets anders uit te rekenen om daarna die som te maken.
	Paul:	Hoe bedoel je?
	Rianne:	Ja ik wist het wel, het was bij die andere makkelijker.
	Paul:	Dat klopt, het was bij de vorige makkelijker. Dan stond hier bijvoorbeeld $y = 2$ , en wat gebeurde er dan met die 2?
	Rianne:	Die werd dan daar (voor de streep) weer ingevuld.



Paul: Ja. Nu is  $y$  geen 2 maar  $x+1$ , wat zal die dan daar mee doen?  
 Rianne: Ja dus  $x+1$  is hetzelfde als dit (wijst op kwadratische uitdrukking?).  
 Paul: Ja precies.

vb6-21:45, Donald, Sandra, 1.3

Donald: *vraagt zich af hoe je uit de coördinaten de  $a$  kunt berekenen. Hij ziet dat het tets met de formule  $y=a*x+5$  te maken moet hebben.*  
 Donald: [Bij het punt (10.8, 2.8):] Even kijken hoor, dit is 14, 9, hoeveel is 10 keer iets =9?  
 Sandra: 0 komma 9, 10 keer 0 komma 9 is 9.  
 Donald: *zet  $a$  op -0.1.*  
 Donald: Dit kan hem best wel zijn. [Hij schiet mis. Het volgende punt is (12, 7.4)]  
 Donald: 19, 19, min 5 = 14, 14, 10 keer iets is 14, [Hij zet  $a$  op 0.15.]  
 Donald: Dan moet dit hem zijn, ah schampschot, hoe kan dat nou? [Dan (10.8, 0.68)]  
 Donald: hm. 0 komma 5, (zet  $a$  op -0.5) nou moet ie raak zijn, (mis) Man![(13.6, 6.36), D kiest  $a = 0.05$ , weer mis.]  
 Donald: Goh. [(10.8, 8.28)]  
 Donald: 8, 13, 10 keer iets is 18, o ja, ehm, hoe kan je het nou ooit berekenen, ik snap er echt geen reet van.  
 Sandra: Als  $a=0$ , Donald, als  $a=0$ ,  
 Donald: *speelt verder zonder te redeneren.*  
 (...)  
 Donald: 0 ehm keer 15 +5, is 20, 0 keer vijf- nee is 5. Shit hee, hoe kan je het nou ooit berekenen Paul.

Pa-onb

[Is D in de war door de 10 en 15 die bij de assen op het scherm staan? Hij lijkt coördinaten op te tellen en er dan 5 vanaf te halen en dan te delen door 10.]  
 Sandra: heeft intussen het woord schampschot veranderd in rampschot.

vb6-28:00, 4/6, Thomas, 3.20 - 3.21

Thomas: *Klassikaal met viewscreen. T typt commando van 3.21 in en krijgt het resultaat.*

Thomas: Nou je hebt twee formules, (?), je hebt  $v$  is  $g$  keer  $h$  en  $g$  is  $\pi$  keer  $r$  in het kwadraat. Nou als je die samenvoegt dan kom je dus,  $v$  is  $g$  keer  $h$ , lange streep,  $g$  is  $\pi$  keer  $r$  in het kwadraat, als je dat dan intypt en je doet enter dan krijg je, nou dan krijg je gewoon die formule. (?)

In-sub+ getal

Jonneke: Wat heb je dus eigenlijk gedaan?  
 Thomas: Nou wat je dus intypt is die formule daar onderin en je drukt op enter en dan wordt  $g$  dus vervangen. [Verwarring omdat T 3.20 uitlegt maar 3.21 op het scherm heeft staan.]

Paul: Thomas wat doet nou precies die waarbij streep, wat is nou het effect als je die gebruikt?

Thomas: Ehm die zorgt dat die  $g$  weggaat gewoon. Ja ik weet eigenlijk niet, die zorgt ervoor dat het goed gaat.

Paul: En als je nou achter die waarbij streep zet  $x = 2$ , dat hadden we bij een van die sommen, wat gebeurt er dan?

Thomas: Achter die lange streep?

Paul: Gewoon, als je invult een getal, bijvoorbeeld, nu staat er  $g = \pi r^2$ , als er staat  $g=2$  of  $g=5$ , wat doet ie dan met die 2 of die 5?

Thomas: Nou dan krijg je bijvoorbeeld, nu krijg je  $v = 5$  keer  $h$ .

Paul: Ja, dus wat ie doet in feite met die waarde?

In-sub+ inz

Thomas: Ja je geeft daarachter dus aan wat, wat  $g$  is.

4/7, Rianne, Donald, 3.23

Rianne: *(klassikaal met viewscreen). A typt in:  $y=-x^2+x+6/y=x+1$*

- In-subo inz* Rianne: Ik typ eerst de formule in en daaronder staat de uitkomst. Dat streepje staat er voor dat eerst een ander, de y wordt opgelost, dat je de andere kan uitrekenen.  
Paul: Wat bedoel je precies met de y wordt opgelost?  
Rianne: Nou zodat je kan weten wat de y is om de andere op te lossen.  
Paul: Sorry wat zei je?  
Rianne: om de som ervoor op te lossen, voor het streepje.  
Paul: Iemand anders die het anders zou zeggen?
- Fo-inz+, Fo-rei+* Donald: Het rekenmachientje schrijft het gewoon anders op. Er staat dus y is gelijk aan en dan een formule, en dan staat er waarbij y is gelijk aan x+1, en daaronder x+1 is gelijk aan en dan zie je die formule weer.  
Ll: Het is dus hetzelfde.  
Donald: Het is gewoon dezelfde formule.  
(...)
- In-sub + inz* Donald: Die y is gewoon vervangen door x+1, daar bij dat eerste stukje.  
Paul: Ja. y is ingevuld, hoor ik hier zeggen.  
Ll: Er komt toch gewoon precies hetzelfde antwoord uit?
- In-sub+ inz* Paul: Ja natuurlijk, gelukkig wel.  
Jonneke: Wat is het voordeel, dat het nu zo staat, dat er nu alleen maar x-en in die vergelijking staan?  
Ll: Dan kan je komma-x laten doen.  
Ll: Dat is overzichtelijker.  
Ll: Dan kun je daarna x uitrekenen.
- 4/8, Rob, ZT3* Rob: [*klassikaal, op viewscreen*] Wat ik bij 3 in ieder geval heb gedaan, eerst twee formules ingevoerd, anders kwam er bij mij geen antwoord uit.
- In-cas: num-exact*  
*In-opl+ syn* Rob lost op naar x, solve(y1(x)=y2(x),x), en krijgt 3.E0, omdat de machine op benaderend rekenen staat en op wetenschappelijke notatie. Dat roept vragen op. Uitleg over mode en wetenschappelijke notatie. R herstelt dit, eerst met F1 clear a-z, en dan met mode.
- In-sub+ getal* R vult vervolgens de oplossing in de vergelijking in: y1(x)=y2(x)|x=3, geeft true.  
Paul: Kun je uitleggen waarom je true krijgt?  
Rob: Bij die eerste heb ik uitgerekend dat x 3 was, en als je dan in die tweede waarbij x=3 invult, dat is eigenlijk het antwoord al, en als het dan klopt dan komt er true te staan.
- 4/9, Inte, Margot, ZT3.1* Inte: Hoe krijg je x zonder haakjes, hoe laat je x zonder haakjes schrijven?  
Paul: wijst op eerdere soortgelijke opdrachten.  
Inte: O dan doe je expand. O ja, en met factor?  
Paul: Factor gaat andersom.  
Margot: Dan krijg je iets heel erg langs.  
Paul: Dat is waar.  
Margot: Moet dat dan ook?  
Paul: Ja.
- Pa-pla* Margot: Maar het is toch gewoon x+3 keer x+3 keer x+3?  
Paul: Nee het is x+y keer x+y keer x+y.  
Margot: O ja. [Bij factor vergeten ze de letter.]
- 4/10, Inte, Margot, 1.3* *Inte en Margot: zien niet wat ze aan de coördinaten hebben bij vraag c. P schrijft de vergelijking  $y = a \cdot x + 5$  op.*  
Paul: Wat je doet is dat je met die loop de waarde van, weet je welke waarde je verandert?
- Pa-onb* Inte/Margot: Niet de y, de a dus, ... of x. [Ze weten niet meer dat a het

hellingsgetal heet.]

Paul: Kun je nu het hellingsgetal uitlezen [uitrekenen?] als je weet dat je door het punt (5, 2) wilt?

Inte/Margot: Ja misschien gedeeld door 5, deze afstand (*vertikaal?*) of zo?

(...)

Inte/Margot: Maar wat doet die x daar (*in de vergelijking*) dan?

Paul: *legt uit dat de x op de horizontale as staat.*

Inte/Margot: Dan moet je x=, voor x 5 invullen.

[Dit wordt een lang en moeizaam proces, waarbij I en M de letters verwarren en de verschillende rollen niet op een rijtje hebben.]

4/12, Deirdre, 3.20 *Deirdre: heeft  $v=g*h/g=pi*r^2$  en dat geeft  $v=h*pi*r^2$ . Goed dus, maar gisteren had ze iets anders.*

Paul: Snap je wat er hier gebeurt, wat die verticale waarbij streep doet?

In-sub+ inz en Fo-rei+ Deirdre: Want eigenlijk wordt die g die hier staat (voor de streep) die wordt hiervoor (na de streep) uitgerekend, die wordt daar ingevuld.

In-sub+ getal [Dan volgt nog een heel gesprek over het controleren van het antwoord bij 3.22, waarbij het resultaat het antwoord true moet zijn. Op verschillende manieren wordt  $x=\text{wortel}(5)$  ingevuld.]

4/13, Bob, Inte, 1.3c

Bob: Ik weet niet hoe je met 3c een geschikte a waarde uit die coördinaten kunt berekenen.

Paul: Wat doet die a waarde als je die verandert, wat gebeurt er dan?

Pa-ver Bob: Eh dan verandert de grafiek.

Paul: Ja, snap je dat ook aan de formule?

Bob: Ja, dus als de a groter wordt dan wordt de grafiek ook groter.

Paul: Nou, groter...

Inte: Steiler

Paul: [*P begint uitleg van de situatie*] Die a, heb je daar wel eens een woord voor gehad, weet je hoe je die noemt?

Bob: Variabele

Paul: *Uitleg over lijnen, hellingsgetal, startgetal, dat moet van ver komen.*

4/14, Misha, 1.3c

Misha: Is het zo dat je dan ehm y1 is a keer x + 5 dat je dan het eh in de formule eigenlijk zou moeten invullen voor y1 eh die punt even kijken dan moet ik even goed nadenken, die .84 is a en die 0,25 keer x dat is de eh, x is dat dan de onbekende?

Paul: Nee

Misha: Nee die staat hier ook/

Paul: Ja, de x is 10,4/

Pa-onb Misha: Maar dan heb je toch alle waardes als het ware?

Paul: Nee, de a had je nog niet.

Misha: Nee? Dat is toch.. o ja..

Paul: Je wil de a weten zodat je raak schiet.

Misha: O ja en dat is de formule waarmee je dat doet. [M vraagt hoe je dat ook met de rekenmachine kunt doen. ]

Misha: En dan vul je achter de komma in x en y=.

Paul: Nou je wil in dit geval welke letter wil je weten?

Pa-onb Misha: Eh de a.

Paul: Ja, dus dan moet je komma a doen.

Misha: Maar je kan ook streep doen en dan de x en de y invullen.

(...)

Paul: Hij kan het ook algemeen doen.

- Fo-rei-* Misha: Maar dan krijgt ie weer een formule als je het algemeen doet.
- 4/15, Jens, 1.5* Jens: Ik heb dus het idee dat er een verband zit tussen dat getal-  
letje dat hier staat/  
Paul: (*leest voor uit schrift van J*) tussen de a en de grafiek, ik kan het niet lezen wat er staat, tussen
- Pa-abs+, Pa-ver+* Jens: (leest voor) er is een verband tussen a en graden schuin van het pistool. En ik heb dus zitten kijken maar  
Paul: Maar kon jij 3c bijvoorbeeld, hoe je uit een punt de a waarde kunt uitrekenen?
- Pa-abso* Jens: Ja daar zat ik dus over te twijfelen, volgens mij moet het gewoon te berekenen zijn, (?) wat die a nou betekende, en ik heb er al met mijn geodriehoek tegenaan gezeten.  
Paul: Die a wat die betekent kun je eigenlijk al in die formule wel een beetje zien, die a is dat getal dat voor de x staat.  
Jens: O a is het getal dat je erin doet.  
(...)  
Jens: Je zou dus kunnen berekenen hoe je hem moet raken ...[J moet er nog even over denken.]
- 4/16, Rianne, 1.5*  
*Pa-abs+* Rianne: Is deze a, is dat het hellingsgetal?  
Paul: Ja, heb je dat zelf ontdekt?  
Rianne: Dat dacht ik.  
Paul: Wat goed!  
Rianne: En de hint van Jonneke.  
Paul: Dus bij 5 heb jij nu staan: a is het hellingsgetal. Als je bij het schietspel naar boven en naar beneden gaat, verandert de a.
- 4/17, Misha, 1.3*  
*In-opl- syn, In-opl- inz* Misha: Als je nou deze vergelijking, ja vergelijking, formule, zou willen oplossen met substitutie, dus je voegt gewoon de waardes in, zou je dan ook nog solve moeten gebruiken?  
Paul: Ja  
Misha: solve en dan de formule, a plus x, a keer x + 5 is die ene en dan die rechte streep en dan die waardes voor x tussen de accolades in.  
Paul: Nee dan heb je geen accolades nodig.  
Uitleg P met twee voorwaardes geschakels met and.  
Misha: Die and dat is toch dat ie niet negatief mag zijn? (*tot nu toe heeft and vooral gefunctioneerd bij domeinbeperkingen bij wortelfuncties*)  
(...)  
Misha: Moet je dan ook nog een komme doen (*bij de substitutie*)? [Hij bedoelt misschien ook nog solve erachteraan?]  
Paul: Nee.
- Pa-onb* Misha: Dan krijg je a als onbekende/  
Paul: Ja  
Misha: dan rekent ie toch a als onbekende toch uit? [We nemen als voorbeeld het punt (10, 6), dat we invullen en naar a oplossen.]
- In-opl+ inz* Misha: Maar je zou niet rechtstreeks deze kunnen nemen en daar solve voor kunnen plaatsen (de combivorm)?  
Paul: Jawel, dat kan ook.
- 4/18, Jack, 1.5-1.6, 1.11, 1.12* Paul: Wat heb jij bij 5?  
Jack: Hoe schuiner de lijn loopt, hoe meer a verandert, ja dat is het enige dat ik kon bedenken. En bij 6 y wordt anders, is

ook het enige dat ik kon bedenken want ik zou niet weten wat /

*Pa-ver+* Paul: Als je a groter maakt, wat gebeurt er dan?  
 Jack: Dan gaat de lijn omhoog en als ie kleiner wordt gaat ie naar beneden.

Paul: Juist, ja omhoog, hij draait, omhoog is zo, evenwijdig.  
 Jack: zucht  
 Paul: Je moet een beetje precies zeggen wat je bedoelt.  
 Jack: Het uiteinde van het lijntje gaat omhoog.  
 Paul: OK, dus de lijn wordt steiler als a groter wordt. En als a kleiner wordt?

*Pa-ver+* Jack: Dan gaat de lijn minder st.. dan wordt de lijn ook steiler maar dan de andere kant op.  
 Paul: Precies. Nu 11, wat staat daar? Gaat wijder uit/  
 Jack: een en daarna wordt als het positief wordt gaat het weer naar elkaar toe.

*Pa-ver+* Paul: Ja. En bij 12 heb je helemaal niets.  
 Jack: Nee ik zag helemaal niets veranderen.  
 Paul: Toch verandert er wel wat. (...) Wat gebeurt er nou als je de stapgrootte 1/2 maakt?  
 Jack: Dan zou als het goed is zou de stapgrootte iets kleiner moeten worden, maar ik zag echt niks veranderen.  
 Paul: Wat voor effect heeft dat dan op je tekenfilm in principe?  
 Jack: Dat er meerdere zijn.

*vb7-1:20:00, 4/19, Bob, Donald, 1.6*  
*Pa-ver+* Bob: [Klassikale demo Schiet met viewscreen. Bob heeft ook de woorden bij raak en mis veranderd.] Je ziet dus als je a verandert, met naar boven en naar beneden, dat de helling van de grafiek ook verandert.  
 Paul: Ja. Hoe heet die a eigenlijk altijd?  
*Pa-abs+* Bob: Parameter  
 Ll: Het hellingsgetal  
 Donald: Het is wel een parameter toch?  
 Bob: Dus dan verander je ook het hellingsgetal.

*vb7-1:22:30, 4/20, Jack, 1.11-1.12*  
*Pa-ver0* Jack: [Klassikale demo met viewscreen.] Wat gebeurt er als a groter wordt?  
 Ll: Dan wordt de helling steiler.  
 Jonneke: Dan wordt ie?  
 Ll: Steiler  
 Jack: Heel erg bedankt.  
 [Nu 1.12. Moeilijkheden met Schuif en instelling kijkvenster. Uitleg P dat eerst Apart gekozen moet worden voor het filmpje werkt.]

*vb7-1:25:00, 4/21, Mathew, 1.12*  
*Pa-ver+* Mathew: neemt de demo van Jack over.  
 Paul: Mathew nou heb jij de stapgrootte op 1/2 staan. Wat zou er nou gebeuren als je die nog kleiner maakt, bijvoorbeeld 1/10?  
 Mathew: Dan zie je meer lijntjes verschijnen.  
 Paul: Ja dan... meer lijntjes, hoe bedoel je?  
 Mathew: Dan is ie zeg maar kleinere stapjes verschil.  
 (...)  
 Paul: Dus die stapgrootte hoeft niet altijd 1 te zijn.  
 Ll: Nee want hij heet bij die andere ook a.

*vb8-0400, 4/22, Jack, 2.3* Jack: [Klassikale nabespreking 2.3 op het bord] Ik heb gewoon een paar getallen genomen en dat is bij de schuifconstante heb ik 1/10, 1/20, 1/40 en 1/80, dan kan je mooi het ding

zien.

Jonneke: Kan jij het ook laten zien dan op het scherm?

Jack: Eh, nou.

Jack: gaat het eerst even voorbereiden.

(...)

Jonneke: Wat heb je er bij  $1/10$  uit gekregen?

Jack: Het punt op de grond is  $(10, 0)$ , en het hoogste punt was  $10/2$  en  $10/4$ , dus er zat perfect verband in (?) want bij  $1/20$  was het  $(20, 0)$  en 20 tot de tweede en 20 tot de vierde (*bedoeld gedeeld door in plaats van tot de*)

Jonneke: En jij hebt bij  $1/20$  gevonden?

Jack:  $(20,0)$  en 20 tot de tweede en 20 tot de vierde.

(...)

Jonneke: Kun je ook uitleggen hoe je daaraan gekomen bent?

Jack: Ik heb dat ingevuld en ik heb het steeds gekeken en het was heel veel gedoe want er stond niet bij dat ik het met schuif moest doen en ik heb het ook niet met schuif gedaan.

Jonneke: Je hebt het niet met schuif gedaan.

Jack: Nee ik heb het niet met schuif gedaan. Ik heb het heel veel gedoe met die formules en grafieken enzo met  $Y= (?)$  de hele tijd zo doorgedaan en met heel veel inzoomen en uitzoomen ben ik op deze antwoorden uitgekomen, maar het heeft wel een tijd geduurd.

Paul: Maar kun je nou voorspellen wat er nou gebeurt als je  $1/30$  neemt?

Pa-gen Jack: Ja,  $(30,0)$  en  $30/2$  en  $30/4$ .

Paul: OK. En  $1/100$ ?

Jack:  $(100,0)$  en  $100/2$

Paul: 1 miljoenste?

Jack:  $(1 \text{ miljoen}, 0)$ , miljoen gedeeld door 2, 1 miljoen gedeeld door 4.

Paul: Hoe kun je dat nou in het algemeen zeggen dan wat er aan de hand is?

Jack: Ze zijn evenredig of zo?

Paul: Wat gebeurt er met dat getal dat je in de eerste kolom invult?

Jack: Dat komt ook in de andere terug.

Paul: Hoe dan?

Jack: Dat staat er (?). Ik weet niet precies wat je daar moet, van kunt zeggen.

(...)

Paul: Als je nou in de eerste kolom schrijft 1 gedeeld door iets, 1 gedeeld door stippeltje, wat krijg je dan in de tweede kolom?

Jack: stippeltje komma 0 en stippeltje gedeeld door 2, en stippeltje gedeeld door 4.

Jonneke: *schrijft  $1/i$  op het bord in de tabel??*

Paul: Ja. O de  $i$  van iets is dat natuurlijk. Wat krijg je dan in de tweede kolom?

Pa-gen Jack:  $(i, 0)$ ,  $i$  gedeeld door 2,  $i$  gedeeld door 4.

Paul: Ja. En waarom, kun je je voorstellen waarom ik die laatste regel nou waardevoller vind dan die andere 3?

Jack: Omdat je daar al/

(...)

Jack: Omdat je daar elk getal kan invullen, dus dat is, da's eigenlijk alle andere samen.

Paul: Zeg het nog eens hardop want niet iedereen heeft het gehoord denk ik.

Jack: Je kan daar ieder getal invullen voor  $i$ , en dan is het dus ei-

genlijk al die andere getallen ook wat daar boven staat is het gewoon samen.

- E2/9, Michelle, 2.5* Obseva: Ben je bij 5 nu?  
Michelle: Ja.  
Obseva: En heb je gezien wat daar gebeurt?  
Michelle: Nou, ik heb het eigenlijk niet gezien, maar ik denk dat...  
Obseva: Wat denk je?  
Michelle: Ehm, 5a?  
Obseva: Ja.
- Pa-vero* Michelle: Nou ehm, dan zal die helling wel weer steiler, ik weet het eigenlijk niet zo goed wat ik aan het doen ben.  
Obseva: Heb je gezien hoe die er uitziet als plaatje?  
Michelle: Oh, in grafiek bedoel je?  
Obseva: Ja, bijvoorbeeld.  
Michelle: O, wacht, dan doe ik gewoon dit (*gaat naar*  $y=$ ). Hier bedoel je dat?  
Obseva: Even kijken, ja, invullen,  $y=$ ...
- Fo-sym-, In-p&p* Michelle: Hoe doe je  $1..(1/a)$ , oh, 1 gedeeld door a. [vult in:  $y= x-1/ax^2$ ]  
Obseva: Is dit 'm nu?  
Michelle: Ja, volgens mij wel. Onee, want dat x klopt niet.  
Obseva: Nee, er staat nu 1 gedeeld door  $..ax^2$ . Dus hoe kan je dat veranderen?  
Michelle: Ehm, haakje hierom ( $ax$ ) denk ik. Dus hier ( $ax$ ) twee haakjes om denk ik, onee.  
Obseva: Nee, want je wilt juist niet ax hebben he.  
Michelle: Hier ( $a$ ).  
Obseva: Probeer maar, een haakje om de a..., ja, nu staat 'ie er wel he?  
Michelle: Ja.  
Obseva: Als je er nou een grafiek van gaat maken? (*Michelle laat grafiek tekenen met graph*) Nu heb je er één. En wat heb je nu voor de a ingevuld?
- In-cas* Michelle: Voor de a? [Rekenmachine blijkt op approx te staan door gebruik spelletje. a heeft nog een waarde. Michelle verandert dit via mode, zoals beschreven op pagina 22, som 13b, zodat niet steeds dezelfde a wordt gebruikt.]  
Obseva: Als je nu bijvoorbeeld voor a iets anders invult, doe maar wat. (*Michelle kiest a=7*). Zeven, oke. (*Michelle tekent met graph*)  
Obseva: Ja, je ziet hem niet helemaal he? Hij is een beetje groot. [Kijkvenster wordt beter ingesteld.]  
Obseva: Ja, nu zie je hem beter he? Nu kan je zien, als je een a groter dan..
- Pa-ver+* Michelle: Dat 'ie minder puntig is.  
Obseva: Weet je nog hoe die van, wat had je eerst, die van  $1/5$  eruit zag?  
Michelle: Nee.  
Obseva: Maar de vraag is: wat gebeurt er als a groter wordt, dus nu kun je er ook nog eentje bij laten tekenen met een grotere a.  
Michelle: Hoe doe je er ook alweer nog een? Oja, doe je gewoon  $y^2$ .  
Obseva: Ja, dan kies je nu  $x-...$  (*Michelle toetst in:  $y= x-1/9x^2$* ).  
Michelle: Dan moet je een haakje om de negen he? (Doet dat en laat grafiek tekenen met graph).  
Obseva: Dan zie je dus dat 'ie er anders uit gaat zien.
- Pa-ver+* Michelle: Ja, het puntje wordt minder steil.  
Obseva: Ja, wat bedoel je daar precies mee?  
Michelle: Nou, dat 'ie ronder wordt; groter, iets bollier.

	Obseva: En als je, ja, het is nu een beetje klein, omdat het verschil tussen 7 en 9 niet zo groot is, maar wat gebeurt er bijvoorbeeld met de top?
	Michelle: Minder puntig.
	Obseva: Ja, en de plaats van de top? Het is hier een beetje moeilijk te zien misschien hoor.
	Michelle: Ja, de top gaat iets meer naar rechts ofzo?
	Obseva: En met de nulpunten, wat gebeurt daarmee?
	Michelle: Nou, die blijft hetzelfde.
	Obseva: Ja, allebei?
	Michelle: Ja...
	Obseva: Die ( <i>linker nulpunt door 0,0</i> ) blijft hetzelfde inderdaad, en er is nog een nulpunt.
	Michelle: Oh hier.
	Obseva: Dus het ene nulpunt blijft hetzelfde..
	Michelle: Huh, hoezo is dit ook een nulpunt?
	Obseva: Nou, een nulpunt is waar...
	Michelle: Oh, als 'ie door de nul gaat. ( <i>wijst x-as aan; y=0</i> )
	Obseva: Ja, dit (0,0) is echt nul komma nul. En het andere nulpunt? Hoe groter de a?
<i>Pa-ver+</i>	Michelle: De grotere a is verder weg.
	Obseva: En kan je ook raden waar die hier ( <i>tweede nulpunt</i> ) door de x-as gaat?
<i>Pa-gen+</i>	Michelle: Ehm...., ja twee, twee verder.
	Obseva: Ja, kan je het ook precies zeggen? Dat heb je toen bij drie gezien. Bij de eerste had je 1/7..
	Michelle: Ja, negen toch, dus die tweede is 9.
	Obseva: Ja, goed zo.
<i>E2/10, Donald, 2.5</i>	Donald: Hoe kan het nou dat 'ie zo ( <i>dalparabool</i> ) gaat?
	Obseva: Dat komt omdat 'ie bij de standaardwaarde begint met en negatief getal. ( <i>Donald werkt met schuif</i> ) Min 5 geloof ik. En nu ( <i>schuif is voorbij nul met tekenen</i> ) krijg je de positieve. Dus moet je eigenlijk maar even naar de positieve kijken.
	Donald: Ja, dit zijn gewoon de standaardwaarden, zodat je zelf niet hoeft in de vullen. Hij gaat steeds verder dus, de straal? Maar wat moet ik dan opschrijven?....
	Obseva: En kan je zien wat er gebeurt met de top en de nulpunten?
	Donald: De nulpunten eeh...., de nulpunten, waar zitten dan de nulpunten? Is dat een nulpunt ( <i>linker nulpunt</i> ), is dat een nulpunt ( <i>rechter nulpunt</i> )?
<i>Pa-ver+</i>	Obseva: Allebei, een nulpunt is waar die door de x-as gaat.
	Donald: Ooh, de nulpunten gaan verder uit elkaar staan en de top die, volgens mij bleef de top hetzelfde he?
	Obseva: Anders doe je even een filmpje, dan kan je het zien. ( <i>Donald laat filmpje draaien</i> ) Waar gaat de top heen?
	Donald: Ook hoger, nou, te gek.
	Obseva: En het eerste nulpunt? Verschoof dat ook?
	Donald: Nee, die bleef gewoon staan.
	Obseva: Die bleef staan. En de tweede ging?
	Donald: Ging naar rechts. Nou, bedankt.
<i>vb8-1750, Anita, Donald, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6</i> <i>In-cas</i>	<i>Anita en Donald: tekenen de grafiek bij 2.1 en benaderen met trace de top en later het nulpunt. Dan hetzelfde voor 1/7.</i>
<i>Fo-sym-, In-p&amp;p</i>	Ze hebben moeite met het vertalen van de decimale getallen in de breuken van de tabel van p. 23, lijkt het.
<i>Pa-ver+, Pa-abs+</i>	Bij 2.5 voeren ze de functie in als $x+1/ax^2$ , dus ax als woordvariabele. Obseva komt erbij en lost het op.
	Donald: Dus eigenlijk hij gaat steeds verder dus, de straal. (...) [Bij



- 2.5b weet D eerst niet wat de nulpunten zijn.]
- Donald: De nulpunten, eh, ..., nou de nulpunten komen steeds verder uit elkaar te staan en de top, volgens mij blijft die hetzelfde.
- Pa-ver+* Anita: Hoger en breder.  
[Ze zien wat er gebeurt met de nulpunten. Bij 2.6 voeren ze de functie in in schuif, hoewel er geen parameter in voorkomt. Dus verandert de grafiek niet, maar ze realiseren zich niet waarom.]
- E2/11, Rob, Donald, 3.1, 2.9* Donald: heeft overal een bergparabool getekend, waarbij de breedte steeds breder wordt t.o.v. y-as, en de top steeds door (0,0) gaat.
- Pa-vero* Donald: Nou, bij de eerste grafiek, zal ik bij  $a = -6$  beginnen, allebei de poten zijn dan redelijk dicht bij de verticale lijn, deze (linkerkant) iets verder. Bij  $a = -5$  is het een beetje onduidelijk, maar het wordt steeds ietsjes wijder.
- Obseva: Dus dan heb je een groter genomen van  $a = -6$  naar  $a = -5$ .
- Donald: En dit (*afstand tussen linker en rechter helft parabool*) wordt dan steeds ietsje wijder; bij nul dan is het even groot, deze afstand (*wijst weer afstand tussen linker en rechter helft aan*). Bij 1 is het hetzelfde als bij -1, maar is deze kant (*links*) korter.
- Obseva: Tot de linkerkant van de y-as is het korter dan tot de rechter kant?
- Donald: Ja, en bij 2 is het precies het tegenovergestelde van -2. Precies andersom. Dus als je de a verandert, wordt die breder of minder breed.
- Obseva: En de top?
- Donald: Ja, die bleef volgens mij wel redelijk stabiel.
- Opg 2.9
- Obseva: Oke, en dan toch nog even terug naar 9.
- Donald: Ja, daar was ik net mee bezig om het uit te proberen.
- Obseva: En ben je daar al mee klaar?
- Donald: Nee, die snap ik niet zo.
- Obseva: Even kijken, wist je vraag a wel? Wat gebeurt er als je de waarde van x verandert?
- Pa-ver-* Donald: Dan gaat de grafiek omhoog of omlaag.
- Obseva: En als a verandert?
- Donald: Dan wordt 'ie volgens mij gewoon breder of minder breed.
- Obseva: Oke, dus het verschil is hoog/laag, breed/ minder breed?
- Donald: Ja. [Dit klopt niet]
- E2/13, Petra, 2.9* Obseva: Mag ik wat vragen?
- Petra: Ja.
- Obseva: Wat heb je bij 2.9 geantwoord?
- Petra: Eh, ja, eh..., als je x varieert, even denken hoor, ik ben nou alweer hier. (*paragraaf 3*)...
- Obseva: Of vraag b: als a varieert.
- Petra: Ja, ik heb het samen met iemand gedaan, maar we zijn er niet helemaal uitgekomen. Ehm...even denken hoor. Ik was het net nog een keer aan het uitproberen, want het is met het programma schuif hier nog steeds he?
- Obseva: Ja, dat kan, maar je kan ook gewoon verschillende dingen invullen om het uit te proberen.
- Petra: Ja, oh, gewoon bij het home-scherm bedoel je?
- Obseva: Je kan ook schuif gebruiken. Het hangt er een beetje van af of je het makkelijk vindt om dat te gebruiken.
- Petra: Ja, even denken hoor.
- Obseva: Heb je een idee, als je een andere waarde voor x invult, wat gebeurt er dan?

- Pa-vero* Petra: Ja, sowieso met die boogjes (wijst plaatje bij som 7 aan), dat die anders worden, maar ik zit even te bedenken wat het nou was, of die dan juist hoger en steiler wordt, of juist breder en platter zal ik maar zeggen... Oja, maar het heeft natuurlijk geen zin om hem op te lossen.
- Obseva: Dit is zeg maar een algemene vraag over wat je hiervoor hebt uitprobeerd.
- Petra: Want hier was het, even denken hoor... Ja, hier was het dat je inderdaad gewoon dit (*som 2.6 en 2.7*) gedaan hebt, dat als je wat anders invulde dat de grafiek eeh...dat de top lager werd zal ik maar zeggen.
- Pa-plao* Obseva: Wat heb je dan anders ingevuld?  
 Petra: Eh...Ja, dat waren gewoon hele andere formules die je erbij..., toen had ik eerst deze (*som 2.6:  $y = x - 2x^2$* ) ingevoerd en dat was gewoon deze straal (plaatje som 6) en die heb je hier nog steeds (*som 2.7*) en als je deze (*som 2.7:  $y = 2x - 5x^2$  en  $y = 1/2x - 5/4x^2$* ) dan invoerde en die liet je alle drie tegelijk tekenen, dan kreeg je andere grafieken, op zich logisch, maar...
- Obseva: Maar het waren andere...  
 Petra: Het verschil was het cijfer dat je voor de x invulde.  
 Obseva: Nou, inderdaad, je hebt hier dus niet de x veranderd.  
 Petra: Ja, hier heb je gewoon x (*som 6*) en hier heb je  $2x$  (*som 7*), en hier haal je er dan 2 keer  $x^2$  af en hier 5 keer  $x^2$ . Maar ik heb ze ook tegelijk ingevoerd, dus ik weet niet op deze (*grafiek op machine*) nou juist bij deze of die (*formules in boek*) hoorde.
- Obseva: Maar als die nu met het algemene vergelijkt, wat denk je dat je dan veranderd hebt?  
 Petra: Bedoel je de waarde van x? Wat gebeurt er als de waarde van x verandert?
- Pa-ver+* Obseva: Nou, dit is de algemene (*som 2.9*)  
 Petra: Oh, als je daar iets voor zet bedoel je, dan krijg je gewoon een andere grafiek.  
 Obseva: Dus hier (*som 2.6 en 2.7*) is niet x veranderd, maar...  
 Petra: De a.  
 Obseva: Ja.  
 Petra: Oh, zo.  
 Obseva: Dus daaraan kan je zien; wat gebeurt er als a van waarde verandert?  
 Petra: Dan krijg je een andere grafiek.  
 Obseva: Ja.  
 Petra: Maar wij hebben heel lang zitten kijken...je hoeft 'm dus helemaal niet te tekenen. Oh, dat hebben wij zitten proberen, om hem in een mooi schermpje te krijgen, om te kunnen zien wat er verandert.
- Obseva: Ja, je kunt dat wel doen, een paar keer verschillende a's invullen en een keer verschillende x-en invullen met een vaste a.
- Fo-reio* Petra: Maar het is niet zo, als je bij  $y =$  invult en je drukt op tekenen, krijg je niet een mooi beeldje. Maar dit gaat dus veel meer over de formule op zich.
- Div* Obseva: Ja, wat gebeurt er in het algemeen.  
 Petra: Ja, ik vind echt met dit boekje, iedere keer dat ik iets niet snap en ik vraag het aan iemand, blijkt het heel simpel te zijn. Maar omdat er heel veel wiskundige woorden en zo...dat brengt met altijd heel snel in de war. En ook inderdaad, hiervoor (voor som 9) moesten we steeds tekenen, en als ik dan hier een formule zie, ga ik ervan uit dat ik ook

- moet tekenen, maar dat is dan niet zo.
- Obseva: Dus had het er even bij moeten staan?
- Petra: Ja, of ik moet het beter lezen zelf ook. Want op zich staat er best duidelijk van wat gebeurt er.
- E2/14, Eva, 3.1* Eva: Moet je dit op een of andere hele moeilijke manier in je rekenmachine tekenen of gewoon in je schrift?
- Obseva: In je schrift. Ja, je laat hem tekenen en dan kan je hem natekenen.
- Pa-ver+* Eva: Maar ik snap sowieso de logica niet, ik snap dat ze dan een punt kunnen aanwijzen, maar je kan dan toch niet een hele grafiek...o jawel, want  $x$  is ook nog variabele.
- E2/15, Ada, 2.1*  
*In-cas* Ada: snapt hoe je het punt op de grond en het hoogste punt kunt vinden, maar de vraag is uiteindelijk waarom je breuken moet gebruiken en niet gewoon de decimalen mag opschrijven. Dit wordt klassikaal besproken.
- E3/1, Ivar, 3.1* Obseva: Ivar, kun je laten zien hoe je het stripverhaal hebt gemaakt?
- Ivar: Ja, die heb ik net gedaan.
- Obseva: En hoe heb je dat aangepakt? Je hebt steeds een stapje van 1 genomen. En wat zie je aan de grafiek?
- Pa-ver+* Ivar: Ja, dan wordt 'ie eerst steeds een beetje steiler en dan wordt 'ie weer breder en iets minder steil en dan gaat 'ie een beetje gekke vormen krijgen. Eerst gaat 'ie hierzo (bij  $a = -2$ ) eerst een stuk schuin en dan gaat 'ie hier ( $a = 0$ ) ineens zo (horizontaal), ook een beetje raar.
- Obseva: Dus als je de  $a$ -waarde verandert? Wat gebeurt er dan met de grafiek?
- Ivar: Die verandert.
- 4/23, Rob?, 3.1, 2.9, 2.8* opg 3.1?
- Paul: Als die  $a$  nou geleidelijk groter wordt, wat gebeurt er dan met de grafiek?
- Pa-ver-* Rob(?): Die wordt lager, of eh, kleiner.
- Paul: Nja, maar/
- Rob(?): Je ziet hem minder goed in beeld.
- Paul: OK, maar zijn er nog bepaalde/
- Rob(?): Hier is ie bij  $-6$ , hier bij  $-10$ , hier is ie bij de  $6$  en hier is ie bij de  $10$ .
- Paul: Duidelijk, maar bijvoorbeeld tussen  $-2$ , o je hebt nog wortel  $2$  en
- Rob(?): wortel  $10$  en wortel  $6$ .
- Paul: Ja. En als je nou die  $a$  vanuit die  $-6$  geleidelijk aan groter laat worden met stapjes.
- Rob(?):  $-6, -7, -8$
- Paul: Groter zou ik zeggen, want nou als je van die  $-6 -7 -8$  maakt, dan gaat ie deze kant op he, naar die  $-10$ /
- Rob(?): O  $-6$ /
- Paul: maar als je  $-6, -5$
- Rob(?): dan wordt ie  $-5, -4, -3$ /
- Paul: Ja maar hoe gaat dat dan precies? Daar zitten nog bepaalde dingen aan/
- Pa-ver+* Rob(?): De toppen komen steeds hoger te liggen.
- Paul: Ja maar goed, wat gebeurt er verder met die grafiek?
- Rob(?): Wat er verder met die grafiek gebeurt?
- Paul: Ja want die top komt hoger te liggen, dat is waar.
- Rob(?): Eh, ja ik denk dat deze (de rechtersak) die zal of zo gaan maar ik denk eigenlijk dat ie ... omhoog en omlaag zal ie

denk ik dichter naar het lijntje komen.

(...)  
 opg 2.9  
 Paul: Bij opgave 9/  
 Rob(?): Ja die vond ik een beetje raar/  
 Paul: heb je daar iets geantwoord, je zegt de grafiek wordt hoger of lager?  
 Rob(?): Ja, in ieder geval ik had het eh gedoetje mijn rekenmachine ingetikt.  
 Paul: Ja  
 Rob(?): en zo is het zoiets/  
 Paul: dus je had ook een soort stripverhaal gemaakt  
 Rob(?): zoiets (?)  
 Opg 2.8  
*Pa-vero* Paul: kijkt in schrift en ziet bij 2.8 staan 'de grafiek wordt erg klein en dun'  
 Opg 2.9  
 Paul: De vraag bij 9 is eigenlijk snap je wat het verschil is tussen de letters a, x en y?  
*Pa-rol(?)* Rob(?): Nou dat y dat is de verticale as, x de horizontale as en ja de a is iets dat je zelf wil gaan invullen, dat is de parabel.  
 Paul: parameter  
 (...)
 

Paul: En wat gebeurt er nou, als je een assenstelsel hebt en je maakt x groter, wat gebeurt er dan in het assenstelsel?  
 Rob(?): Als je x groter maakt dan zal ie wel (?)  
 P legt uit dat je in het plaatje naar rechts gaat als x groter wordt.

Paul: Wat gebeurt er met de y als die groter wordt?  
 Rob(?): (?)  
 Paul: En wat gebeurt er als de a groter wordt?  
*Pa-ver-* Rob(?): Misschien schuin omhoog?  
 (...)
 

Ll: En nog wat, hij heeft ook invloed op de y.

*Pa-ver+* Rob(?): Dus ik moet er eigenlijk achter komen wat er met de grafiek gebeurt als a groter wordt.

4/25, Bob, Ronnie, 2.5  
*Pa-ver+* Paul: Had jij bij 5 iets gevonden?  
 Bob: Ja ik had bij 5 met de grafiek dan eh schiet zo'n, ja eh dan wordt die naar eh naar rechts wat breder zeg maar,  
 Paul: Ja.  
*Pa-abs+* Bob: Dus dan als je een tuinslang zou hebben dan schiet ie verder,  
 Paul: Ja precies, klopt.  
*Pa-ver+* Bob: en de top wordt hoger, en de nulpunten wist ik niet, wat daar mee gebeurde. [Hij weet niet wat nulpunten zijn. P legt het uit.]  
 Bob: O dus het nulpunt komt ook steeds verder te liggen.  
 Ronnie: Ja en de top steeds hoger.  
 Paul: (...) Kun je nou nog verband leggen tussen die nulpunten en die formule? [Daar moet even over nagedacht worden. Enkele minuten later gaat het gesprek verder.]  
 Paul: Hoe is het?  
 Bob: Nou ik weet het nog steeds niet.  
 Paul: Kun jij oplossen wanneer y nul is, want dat is eigenlijk het nulpunt, dus dat de hoogte nul is.  
*Pa-pla-* Bob: Ja. Als y nul is, is eh als je dan voor a ook nul invult,  
 Paul: ja, wat dan?  
 Bob: Dan is volgens mij alles nul.

Paul: 1 gedeeld door a is dan 1 gedeeld door nul?  
 Bob: ehm  
 Paul: Hoeveel is 1 gedeeld door 0? [De machine geef 'undef']  
 (...)  
 Paul: Als  $y=0$  dan is dus  $x - 1/a$  keer  $x^2$  nul. Kun je dan nog iets over  $x$  zeggen?  
 Bob: Als  $x$  is nul is  $y$  ook nul.  
 Paul: Ja, dus  $(0, 0)$  is een punt van de grafiek.  
 Bob: Ja  
 Paul: Dat komt omdat al die waterstralen vertrekken uit de oorsprong dus daarom is  $(0,0)$  een punt van de grafiek.  
 Bob: O ja.  
 Paul: En nou het tweede punt. [P schrijft formule op.]  
 Paul: Als ik  $x$  buiten haakjes breng, weet je wat je dan overhoudt?  
 Bob: Ehm  
 Paul:  $x$  keer haakje open, ik zal er vast een minnetje tussen zetten,  
 Bob: 1 gedeeld door, of 1 min, eh, a kwadraat.  
 Paul: Waarom denk je a kwadraat?  
 Bob: Nee,  
 Paul: Die  $x$ , daarvan staat er  $x$  kwadraat/  
 Ronnie:  $- a$ , kwadraat (...) gaat naar de haakjes  
 Paul: uitleg P met opmerking dat het ook met factor kan. Dat geeft als tweede nulpunt  $x=a$ .

4/26, Rianne, 2.5  
 Pa-ver+ Rianne: heeft in haar schrift: de nulpunten komen steeds verder uit elkaar, waar hij weer op de grond komt gaat ie ook steeds verder (?)

4/27, Jack, 3.1  
 Pa-ver+ Jack: heeft voor enkele waarden vrij slordig de grafiek getekend in zijn schrift.  
 Paul: Wat gebeurt er nu als die  $a$  begint bij  $-6$  en hij wordt groter?  
 Jack: Dan gaat ie steeds iets verder uit elkaar, maar ja hij ging heel erg scheef, deze ging steeds verder terwijl de rechter op dezelfde plek bleef.  
 Paul: De rechtertak die ging steeds/  
 Jack: Die ging meer die kant op en dat kwam ook bij deze ging, was die precies spiegelbeeldig, en ging deze ook iets meer die kant op en daarna ging het wel weer redelijk gelijk.  
 (...)  
 Paul: Snap jij dat het bij  $a=0$  een rechte lijn wordt?  
 Jack: Ehm, als  $a$  nul, wat wat de formule ook al weer? Als  $a = 0$  dan wordt alles nul, gewoon, behalve  $+1$ ,  $x+1$  krijg je dan gewoon volgens mij.  
 Paul: Nee, Bijna. Als  $a=0$ , wat valt er dan weg in die formule?  
 Jack: Wortel  $x$  kwadraat volgens mij.  
 Paul: Nou dat wortelteken, hoe ver loopt dat door?  
 Jack: O tot helemaal tot  $x^2+1$ , dus je krijgt alleen  $x+$ ,  $x$ .

4/28, Jack, 2.9  
 Pa-onb- Paul: Wat heb je bij 9 staan?  
 Jack: Dan gaan  $a$  en  $y$  op de assen, dat is het enige dat ik kon bedenken want die was best vaag, wat gebeurt er als, vooral bij  $b$ , wat gebeurt er als  $a$ , wat gebeurt er als de waarde van  $x$  varieert, dan lijkt me dat  $x$  niet meer op dat ding staat dus dan lijkt me dat  $a$  en  $y$  op dat ding gaan staan en niet de  $x$ , dat  $x$  dan opeens de dingetje (parameter?) wordt in plaats van  $a$ .

vb8-2980, 4/29, Paul, 2.9

Paul: [klassikaal] Als je een grafiek tekent, staat op de horizontale as de  $x$  en op de verticale de  $y$ . Als je nou een formule hebt waar ook de  $a$  nog in voor komt, wat doe je dan als je een grafiek wilt tekenen?

Pa-pla+

Ll: (?)  
Paul: Ik hoor je voorzegggen 'dan vul je voor  $a$  iets in', en wat wou jij zeggen?

Ll: Zoiets, ik wou het anders formuleren, maar/

Paul: Dus je vult iets in voor  $a$ . Je krijgt een of andere grafiek, ik doe maar wat (*schets op bord*), en daar hoort een waarde bij,  $a=5$ . Stel nu dat je een andere waarde neemt,  $a=4$ , wat gebeurt er dan?

Ll: (?)

Paul: Ja. Maar zal die grafiek hetzelfde blijven als je van die  $a=5$   $a=4$  maakt?

Ll: Nee (?)

Paul: Ja, waarschijnlijk verandert die. Misschien loopt ie als  $a=4$  wel zo.

Ll: Misschien ook niet.

Paul: Misschien ook niet. (...) De vraag bij 9b is, Ronnie, kun je mij uitleggen wat het verschil is tussen die  $y$  en die  $x$ , enerzijds, wat gebeurt er als  $x$  verandert, en waarom is dat anders als  $a$  verandert, dat is eigenlijk de vraag.

Ll: (?)

Paul: Wat gebeurt er als  $x$  verandert, Ronnie?

Ronnie:  $x$  is een  $a$ s dus dan wordt het zowiezo anders.

Paul: Ja. En  $a$  is geen  $a$ s.

Ll: Maar dat zou er wel een kunnen zijn(?)

Ll: Als  $x$  groter wordt dan wordt ie toch gewoon (?)

Ll: Waarom maak je van die  $a$  geen  $t$ ?

Paul: Wat gebeurt er als je van die  $a$  een  $t$  maakt?

Ll: (?)

va8-3800, Fred, Cedric, 2.5

Pa-vero

Cedric: Wat gebeurt er met de grafiek als  $a$  groter wordt? Die wordt steiler. (...) [Ze starten schuif, voeren de functie in, waarbij ze haakjes zetten om  $1/a$ .]

Cedric:  $x$  min 1 gedeeld door  $a$   $x$  tot de tweede.

In-p&p

Fred: Eigenlijk moet je 1 gedeeld door  $a$  effe tussen haakjes zetten want anders gaat ie 1 gedeeld door  $a$  keer  $x$  tot het kwadraat.

Cedric: Maar dat moet toch ook, het is een halve, 1 gedeeld door  $a$   $x$  in het kwadraat.

Fred: Nee, kijk, zo,  $x$  min

Cedric: Maar dan gaat ie een halve eerst apart uitrekenen dus dat moet je ook niet hebben.

Fred: Nee het is niet een halve, dan gaat ie eerst  $a$  keer  $x$  doen, hij begint met  $a$  keer  $x$ , dan begint ie  $a$  keer  $x$  kwadraat, dan gaat ie  $a$  keer  $x$ , 1 gedeeld door  $a$  keer  $x$  kwadraat, en dan doet ie  $x$  min blablalbla, dus je moet tussen haakjes doen.

Cedric: Wat dan, alleen die 1 gedeeld door  $a$ ?

Fred:  $x$  min haakje

Cedric: Maar dat kan toch /

In-p&p, Fo-inz-, Fo-sym-

[Dan voeren ze het toch in met haakjes. C breekt toch schuif af om in  $Y=$  de formule in te voeren.  $x - (1/a)^2 | a=2$ . Hij vergeet de  $x$  voor het kwadraat. Dat geeft een foutmelding, dan haalt C de haakjes weg om  $1/a$  en voegt de  $x$  toe zonder spatie, geeft  $1/(ax^2)$ , dus precies

waarvoor F had gewaarschuwd. Dan zet C weer haakjes terug om 1/a en dan is het in orde. C denkt dat het een lijn moet worden maar het blijkt een parabool te zijn. Het kijkvenster is niet zo gunstig gekozen en op aanraden van Rina gaan ze weer terug naar schuif. Maar dat leidt niet tot resultaat. ]

va8-4500, 5/1, Michael, 2.3

Rina: laat leerlingen een regel uit de tabel geven en schrijft de antwoorden als onvereenvoudigde breuken, omdat ze dan eerder regelmaat kan zien..

Rina: Als ik hier nou alsmaar vierden schrijft, zou het dan niet handig zijn als je naar regelmaat zoekt om daar ook vierden te maken?

Ll: Je kunt beter tien-tweede.

Rina: Ik heb liever hier tien tweede en dat is een manier van kijken die je een beetje moet sturen. Je moet als je bij wiskunde naar regelmaat zoekt, kijken of je het allemaal een beetje op dezelfde manier kunt opschrijven. Als je dat nu zo ziet, dan hoop ik dat iemand mij kan vertellen wat hier de regel van is. Michael misschien?

Michael: Als je de onderste van de breuk is eh (?) schuifconstante /

Rina: Zullen er hem de s geven van schuifconstante? [Schrijft s in de eerste kolom van de tabel]

Michael: Dat is een van de grondgetallen.

Rina: Welke?

Michael: De eerste.

Rina: [R op het bord (s, 0) in tweede kolom] En dan?

Pa-gen

Michael: En het is de, eh, bij het hoogste punt is het de bovenste, eh in de breuk.

Rina: OK, s, [schrijft s/ op bord in de derde kolom] en wat moet er dan verder staan?

Michael: Die eerste is een half, en die tweede is [?, zegt een vierde?]

Rina: op bord (s/2, s/4)

va8-4850, 5/2, Fred en Cedric, 2.5

Fred: [Klassikaal met viewscreen. Plaatje van bundel gemaakt met schuif.] .. dat je met schuif heel erg gemakkelijk een grafiek moet ik wel tussen haakjes zetten anders begrijpt ie dat verkeerd... Igedeld door a, x kwadraat, .... dan kies ik grafiek, ik laat ze eerst even apart uitrekenen Je kunt het langzaam al een beetje zien.

Wat gebeurt er met de grafiek als a groter wordt? Hier zie je eerst de mingetallen, wordt ie steeds groter/

Pa-vero

Cedric: steiler

Fred: Dus je ziet nu al dat ie een beetje steiler wordt dat kun je straks in het filmpje nog beter zien.

Rina: vraagt naar de instelling van de assen. Het is lastig dat je in schuif niet bij window kunt kijken.

(...)

Rina: Wat is nu de conclusie?

Fred: Hij wordt steeds steiler.

Cedric: Wat gebeurt er met de grafiek als a groter wordt?

Fred: Nou die wordt steeds steiler, en wat gebeurt er met de top en nulpunten? Ja die veranderen steeds.

Cedric: Moeten we ook zeggen hoe die veranderen?

Pa-ver+

Rina: Ja, ik zou er nog iets bijvertellen.

Fred: Nou de, bij de top zie je ook bij de positieve getallen dat die steeds verschoof. [Ze laten het plaatje nog eens maken.]

Rina: Zie je die top nu, wat er gebeurt?

Fred: Je ziet dat die steeds een stukje verschuift. Kijk want daar

- is ie nog helemaal hier, en nu is ie helemaal daar.
- va8-1:13:30, 5/3, Michael, Josef, Ralph, 2.8*
- Michael: [*klassikale demo met viewscreen*]Wat gebeurt er met de grafiek als a groter wordt? Alles is al ingesteld. Dan wordt a groter.
- Pa-ver+* Josef: Dan zie je dat de top hoger wordt en nulpunt gaat naar de y-grec as toe.
- (...)
- Ll: Hoe heb je het allemaal ingesteld?
- Ll: Josef, wordt de top hoger?
- Josef: Eh, ja.
- Ll: Wat bedoel je met hoger?
- Josef: Die a wordt groter en dan zie je ook dat ie steeds eh hoger wordt.
- Rina: En wat gebeurt er nog meer, met de vorm van de grafiek?
- Josef: Nou ja hij wordt smaller.
- (...)
- Pa-abs+* Paul: Klopt dat ook met als je je voorstelt dat je met een tuinslang recht vooruit spuit en dan geleidelijk aan omhoog draait?
- Michael: Ja, ik denk het wel.
- Josef: Op een gegeven moment komt ie volgens mij ook weer als je naar beneden gaat dan wordt ie ook weer meer naar de grond toe.
- Josef: [*J leest 2.8b voor.*] Nou dat is hier dus, eh bij  $a = 1$  komt ie het verst.
- Ll: Kun je ook min doen?
- Josef: Als je min doet dan komt ie dus achter je.
- Josef: Er was ook van a moet altijd positief zijn, want ja, dat stond bij de algemene formule.
- (...)
- Pa-pla, Pa-vero* Ralph: Als je voor a gewoon minder dan 1 invult, bijvoorbeeld 0,00001, kom je dan heel ver (?)?
- Rina: Probeer maar even. Ik vind het trouwens wel een aardige vraag. Zouden jullie dat uit je hoofd weten? [Problemen met schuif, J kiest voor waarden van A van 0 tot 1 met stappen van 0.01, maar dan zie je niets.]
- Ll: Dat gaat heel lang duren, nou krijg je 100 grafieken.
- va8-1:19, 5/4, Cedric, Fred, Kevin, 2.9*
- Paul: Als je een grafiek hebt, dan kun je daar met trace overheen lopen, en dan krijg je de coördinaten in beeld. Als je in schuif zit, met dat wandelen, dan kun je met die pijltjes die a waarde veranderen. Wat is nou het verschil tussen die twee dingen, met trace over de grafiek lopen en in schuif de a waarde veranderen?
- Pa-ver+* Cedric: Nou bij trace loop je gewoon over één grafiek, met één (?) bijvoorbeeld met één bepaalde waarde en die (in schuif) kun je voor verschillende waarden van a kijken.
- Paul: Ja, en wat verandert er dan als je een andere a waarde neemt?
- Cedric: Nou dan wordt de grafiek steiler, of minder steil.
- Paul: Ja, of anders van vorm, kan ook.
- Cedric: Ja.
- Paul: Wou jij er nog wat aan toevoegen Fred?
- Pa-ver+* Fred: Ja eh bij dat trace daar ga je eigenlijk op een combinatie van x en y in, en bij wandelen dan verander je eigenlijk steeds van de a waarde.
- Paul: En hoe zit het dan met die a als je trace doet, je zegt dan



veranderen de x en y waarde, en wat gebeurt er dan met die a waarde?

Ll: Die blijft hetzelfde.

Ll: Niks.

Rina: Nou zou ik nog graag willen, Kevin, dat jij het nog een keer vertelt met jouw woorden wat er nu net gezegd is want het is soms zo moeilijk om te snappen wat de bedoeling is. Jij zegt het nog een keer met jouw woorden. Wat is het verschil tussen trace enne dat lopen bij schuif?

*Pa-ver+* Kevin: Nou ja zoals Cedric al begon is dat met trace loop je over een en dezelfde grafiek over de x en y waarden,

Rina: Heel goed.

Kevin: en met eh dat andere dan ga je over (?) de a waarde en blijven de x en de y waarde hetzelfde.

Rina: Ja en wat zie je dan gebeuren met de grafiek?

Kevin: Die verandert, zoals bij die andere (*hij bedoelt trace*) verandert ie niet.

(...)

Paul: En dat verschil tussen die a en die x is in feite het verschil tussen de variabele x en de parameter a, dus die a noem je dan de parameter.

*va9-6:00, 5/7, Fred, 2.9 en grote lijn*

Paul: [*begin van de volgende les, herhaling*] De vraag is eigenlijk, je hebt zo'n a in zo'n formule staan en als die a varieert of verandert, wat voor soort effecten krijg je dan?

*Pa-ver+* Fred: Nou dat de grafieken veranderen.

Paul: Dus wat je nu hebt gezien, je hebt eerst met die rekenmachine leren werken, kwam je wat algebra-dingen tegen, toen kwam dat schietspelletje en daar had je die a en die a was een soort richtingsgetal, of bepaalde de helling van de lijn, toen kwamen die tuinsproeiers en als je dan de a waarde veranderde dan kreeg je een andere parabool, breder, of hoger of juist smaller en hoger, hadden we ook gezien, dus die a waarde, als die verandert krijg je een iets andere grafiek. Wat er nu bij 4 gebeurt is dat je niet kijkt hoe die ene grafiek verandert maar dat je een heleboel van die verschillende grafieken voor die verschillende a waarden tegelijk in beeld probeert te krijgen.

*5/9, Nick, 2.9*

Paul: Die 2.9 dat is je wel duidelijk geworden?

*Pa-ver+* Nick: Eh ja het ging er dus om dat als de a waarde verandert dat dan alleen de grafiek verandert.

Paul: Ja, nou alleen de grafiek, dat is eigenlijk al heel speciaal, toch?

Nick: Ja.

Paul: want als de x waarde verandert in het plaatje dan verandert de grafiek niet maar dan loop je alleen maar over de grafiek. Maar nu met die a waarde verandert de hele grafiek ineens.

Nick: Ja. Ja dat snap ik wel.

*5/10, Josef, 3.1*

*Josef: heeft een stripverhaal in zijn schrift.*

Paul: Kun je dat je bij a=0 die grafiek krijgt (*de lijn y=x*), kun je dat snappen?

Josef: a=0

Paul: daar heb je dit plaatje bij getekend, kun je dat snappen, waarom je dat plaatje krijgt?

*Fo-inzo* Josef: eh, dan moet ik even naar de formule kijken

Paul: ja, heel goed

*Fo-inz-, Fo-sym-, In-sub-  
getal, Al-mis*

Josef: eh, de formule is  $x + a$  keer de wortel van  $x$  tot de tweede plus 1, ja dan krijg ik, eh ja  $a$  is gewoon niks, dus dan heb je, eh,  $x$ , eigenlijk  $x +$  de wortel,  $0$ , ja dat is eigenlijk gewoon  $x + 1$  volgens mij.

Paul: waarom?

Josef: omdat eh omdat als je  $0$  keer de wortel van  $x$  tot de tweede doet, dat blijft  $0$

Paul: ja, dat blijft  $0$ , dus?

Josef: dus dan heb je eigenlijk  $x+1$

Paul: vanwege die  $1$  hier op het eind nog bedoel je?

Josef: ja

Paul: jawel, maar  $a$  doe je keer,

Josef: ja wacht even

Paul: doe je keer wat?

Josef: o ja, keer  $x$  natuurlijk.(?)

Paul: tot hoever loopt het wortelteken eigenlijk?

Josef: Eh, tot  $1$

Paul: tot of tot en met?

Josef: tot en met  $1$ .

Paul: Jaja

Josef: dus ook de wortel van  $1$

Paul: dus de wortel van ...  $x^2 + 1$

Josef: o ja, ok

Paul: dus wat krijg je dan, als  $a = 0$  is?

Josef:  $0$  keer, ik weet niet.

Paul: Hoeveel is  $0$  keer  $6$ ?

Josef:  $0$

Paul:  $0$  keer  $10$

Josef: o ja, da's gewoon  $0$  dus.

Paul:  $0$  keer  $x$

Josef:  $0$  keer  $x$ ,  $0$

Paul: Ja.

Josef: Dus dan heb je gewoon  $x +$ , o ja

Paul:  $x +$  wat?

Josef:  $+ 0$

Paul: ja, dus? Gewoon  $x$

Josef: O ja.

*5/11, Maria, 3.1*

Maria: [Ook  $M$  heeft een systematisch stripverhaal,  $a$  loopt vanaf  $-6$ , alleen  $a=5$  ontbreekt.] Dat deed die niet. Ik dacht dat die niet bestond. [Het probleem is onduidelijk.]

Paul: He en bij  $x=$ , bij  $a = 0$  he, heb je een rechte lijn. Kun je dat ook aan die formule zien, eh deze?

Maria: Eh, nee.

Paul: Da's jammer.

*Div*

Maria: Ja, ja maar het is wel met die rekenmachine zo, ja ik vind het veel onhandiger, want normaal snap ik dat heel goed maar zo'n formule, ja ik zie daar niet zo veel aan als ik hem alleen maar in de rekenmachine invoer en die maakt de grafiek.

Paul: En als je er dan nou gewoon naar kijkt, zonder rekenmachine, je pakt  $x$ , daar tel je bij op  $a$  keer de wortel van  $x^2+1$ , wat gebeurt er dan als  $a = 0$ ?

*Fo-inz-, Fo-sym-, In-sub-  
getal, Al-mis*

Maria: Nou dan wordt ie dus recht maar ik zou echt niet weten waarom, geen idee.

Paul: Wat gebeurt er met die  $a$  keer die wortel als  $a$  nul is?

Maria: Ehm, nou dan wordt de wortel ook nul?

Paul: Ja dus wat is dan de hele so, wat blijft er dan over van de formule eigenlijk?

Maria:  $x + a$  keer  $x^2 + 1$ , of niet?  
 Paul: Maar  $a$  was nul he/  
 Maria: Ja.  
 Paul: in dit geval.  
 Maria: Even kijken, nou dan ... nou die wortel die is dan nul en het kwadraat, ja nul in het kwadraat is ook nul, dus eigenl, dan denk ik dat dit hele stukje wegvalt, of niet?  
 Paul: En wat hou je dan over?  
 Maria: Eh  $x + a$  keer ..  $+1$  of zo?  
 Paul: Nee  $x$  is niet nul maar  $a$  is nul he?  
 Maria: ... O ja. .. Nou dan, nou ja dan valt denk ik die wortel weg.  
 Paul: Ja.  
 Maria: En de rest blijft over.  
 Paul: Ja en wat is de rest dan?  
 Maria: Nou  $x + a$  keer  $x^2 + 1$ , .. , of niet?  
 Paul: Maar  $a$  was toch nul?  
 Maria: O dan is het eh  $x + x^2 + 1$   
 Paul: Nee, want eh er staat, voor deze  $a$  in de plaats moet je een nul lezen in dit geval, he, bij dit, ik heb het even over dit plaatje linksonder bij jou he?  
 Maria: mmm.  
 Paul: Als  $a = 0$ , dan krijg je dus  $x + 0$  keer, een heel stuk.  
 Maria: Ja.  
 Paul: Maar hoeveel is nul keer een heel stuk?  
 Maria: Nul.  
 Paul: Ja. Dus wat valt er dan weg allemaal?  
 Maria: Eigenlijk het hele laatste stuk?  
 Paul: Ja.  
 Maria: O.  
 Paul: Dus wat hou je dan over?  
 Maria:  $x + a$ ?  
 Paul: Nee, want  $a = 0$ , ja, dus  
 Maria:  $x$ .  
 Paul: Ja. Zit je nou te gokken of eh?  
 Maria: Nee, ik denk het echt.  
 Paul: OK, nee dat is, ik denk het ook echt.  
 Maria: Dan is het zeg maar alleen maar  $x$ .  
 Paul: Ja, dus de  $f$  dus hier is de functiewaarde is  $x$ , dus de lijn is de vergelijking van de lijn hier is ..., ga je, zit je bij  $x=3$  dan is de hoogte ook 3, zit je bij  $x=5$ , is de hoogte 5,  $x=2$  hoogte 2, enzovoorts.  
 Maria: O ik snap hem, daarom wordt ie zo!  
 Paul: Ja.  
 Maria: Ja, nou dat klopt natuurlijk wel. Maar zelf was ik er nooit achter gekomen.  
 Paul: Nou ja daar ben ik dan weer voor he?  
 Maria: Ja maar ik vind het ook een beetje raar want kijk normaal dan heb je een grafiek en dan teken je van punt dit punt dat maar hier ineens krijg je per  $a$  een heel andere grafiek/  
 Paul: Ja.  
 Maria: terwijl als je dat zelf tekent is dat nooit zo.  
 Paul: Nee, maar dat komt omdat je, in deze formule zitten twee letters, de  $x$ , of ja drie eigenlijk,  $y$ ,  $x$ , maar ook nog de  $a$ . En wat jullie meestal moeten tekenen is, dat in plaats van die  $a$  al een getalletje staat.  
 Maria: Ja, dat klopt.  
 Paul: Dus wat jullie steeds gedaan hebben is één van die grafieken tekenen. Ja en dan is dit nog een vrij moeilijke zelfs maar goed.

Pa-ver+

*Pa-ver+ : ze ziet verband a-  
waarde - grafiek*

Maria: Ja ik snap 'm.  
Paul: En nu teken je er in feite een heleboel op een rijtje.  
Maria: Ja (?) hier zou -4 hebben gestaan dan krijg je deze waarde, ja.  
Paul: Precies, snap je?  
Maria: Ja.  
Paul: En dat is het verschil tussen die a en die x en dat is het verschil tussen de variabele en de parameter, a is de parameter en x is de variabele.  
Maria: Ja, OK.  
Paul: Snap je?  
Maria: Ja ik snap het.

*va9-9:30, Fred, 3.1  
Pa-ver+*

Fred: Op video is te zien dat F bij 3.1 de formule verschillende keren heeft ingevoerd met a (bij y1, y2, y3, ) en dan steeds | a = ... met op de stippeltjes een voor een verschillende waarden voor a.

*va9-27:00, 5/16, Dirk, Petra,  
3.2*

*Pa-onb: naamsverandering  
letter*

Donald: klassikaal met viewscreen. D voert de functie in in schuif met a als parameter in plaats van b en stelt de a-waarden in van -20 tot 20 met stapgrootte 5. Dat heeft hij gekozen na eerst geprobeerd te hebben. Hij kiest een kijkvenster en krijgt de grafieken. De film verschijnt, waarbij de assen uitstaan.

*Pa-ver*

Ll: Dat dingetje wordt toch steeds minder, dat kuiltje?  
Rina: Hoe zeg je dat?  
Ll: Het wordt een bijenkorf.  
Ll: De welving wordt minder.  
Dirk: Ik vind hem van een vierdegraads in een tweedegraads functie veranderen, klopt dat?  
Rina: Hij verandert in een parabool, ja.  
(...)  
Rina: En gaat het zo door, of gaat ie ook nog van een parabool naar een lijn toe?  
Dirk: Tot waar ik gekomen ben gaat ie, blijft het een paraboolachtig ding.  
[Dan wordt op Paul's verzoek de bundel getekend met de optie Samen.]  
Rina: Petra, wat zie je nu wat je net niet zag?  
Petra: Dat ie steeds door één punt gaat, in het midden.

*va9-32:00, 5/17, ll, 3.1*

*Pa-pla*

Paul: [*klassikaal met viewscreen*] Wat je misschien wel kunt zien is bij welke a waarde die rechte lijn hoort.

*In-sub+ getal, Fo-inz+*

Ll: Bij 0.  
Rina: En waarom is dat?  
Ll: Omdat ie door die nul gaat.  
Rina: Maar wat gebeurt er dan in de formule, wat is er dan weg?  
Ll: De wortel.  
Rina: De wortel he, die is dan verdwenen. Dus als je de wortel niet meer hebt, je legt je hand even in die formule op de wortel, wat zie je dan voor een formule staan?  
Ll:  $x + 0$   
Rina:  $x + 0$ , (...) en als die wortel weg is dan hou je gewoon alleen een rechte lijn over.

*5/19, Petra, Miou, Maria, 4.2  
In-sub- getal*

Petra: heeft ingevoerd  $y1 = a*x+b$  |  $b = \{3\}$ . Ze is verbaasd dat ze geen grafieken krijgt. Paul legt uit dat ie pas grafieken kan tekenen als de machine ook a weet.

	<i>In-sub+ getal</i>	<p>Miou: En dan moet je eigenlijk nog zo'n streep of zo, en dan a = .</p> <p>Paul: Ja zoiets, alleen dat gaat niet met nog zo'n streep maar met and.</p>
	<i>In-sub bij twee parameters</i>	<p>[Dat blijkt echter niet te werken: dimension mismatch. Petra denkt dat het aan het window ligt, maar dat is het niet. Het lijkt te liggen aan de accolades die om de 3 staan. Achteraf vraag ik me af of het dat wel is: bij substitutie van twee parameters lijken de waardenverzamelingen voor beide evenveel elementen te moeten hebben.]</p> <p><i>Maria: Later bij Maria hetzelfde: ook accolades om de ene waarde, en ook van plan om een tweede waarbij streep te gebruiken in plaats van and.</i></p>
	5/21, Marg, 4.2	<p><i>Marg: heeft wat problemen met andere functies die nog actief zijn. Verder heeft ze geen geschikt kijkvenster. In het functiebestand heeft ze <math>y = a*x+3</math>.</i></p> <p>Marg: Ik snap dit nog steeds niet. Als ze het [<i>de afmetingen van het kijkvenster</i>] erbij zeggen dan geloof ik het wel, maar ik snap het doel wel [<i>van het kijkvenster</i>]</p> <p>Paul: Je snapt wel het doel, van in principe/</p> <p>Marg: Ja van dat het heel groot is en dat je alleen maar een klein stukje ziet, maar ik snap niet hoe je dat nou kan weten.</p> <p>Paul: Nou in dit geval is jouw formule <math>y = ax+3</math>, he?</p> <p>Marg: Ja.</p> <p>Paul: Nou moet je dus zorgen dat die grafiek een beetje in beeld komt.</p> <p>Marg: mmm</p> <p>Paul: Wat een handige manier kan zijn is om eens te kijken wat er gebeurt als <math>x = 3</math>, als <math>x = 0</math> is. Wat komt eruit als <math>x = 0</math>?</p>
	<i>In-sub- getal</i>	<p>Marg: Ehm, <math>a + 3</math>.</p> <p>Paul: Nee. Als <math>x=0</math>. Ik bedoel wat, hoe groot is <math>y</math> als <math>x = 0</math> is? Kun je voor <math>x = 0</math> invullen?</p> <p>Marg: <math>3a</math> wordt het dan, nee, <math>a</math> keer, <math>a</math> keer <math>0</math> wordt dus <math>0</math>, dus <math>3</math> is <math>3</math>.</p> <p>Paul: Juist</p> <p>Marg: <math>3</math> dus</p> <p>Paul: Voor <math>x = 0</math> komt er <math>3</math> uit.</p> <p>Marg: Ja.</p> <p>Paul: Dus je moet zorgen in je kijkvenstertje dat in ieder geval <math>(0, 3)</math> erin ligt.</p> <p>Marg: O ja.</p> <p>Paul: En dat heb jij niet gedaan, want bij jou loopt ie maar tot <math>1</math>.</p> <p>Marg: O ja.</p> <p>Paul: Dus op zo'n manier kun je er achter komen.</p> <p>Marg: Dus dan kun je het beste gewoon <math>3</math> en dan, hoe weet je dan hoeveel die naar beneden moet?</p> <p>Paul: Dat weet je niet. Ik zou zeggen laat hem lopen van <math>-1</math>, dan heb je de <math>a</math>s in beeld, tot bijvoorbeeld <math>6</math>, dan ligt die <math>3</math> ongeveer in het midden. [na wat heen en weer verschijnt het plaatje]</p>
	<i>Pa-ver</i>	<p>Paul: Wat gebeurt er nou als <math>a</math> groter wordt, met die lijn?</p> <p>Marg: Ja dan wordt ie steeds steller, nee steeds .. horizontaler en aan het einde wordt ie helemaal horizontaal. [De <math>a</math> begint bij <math>-5</math>, dus in het begin heeft ze gelijk.]</p>
	<i>Pa-abs-</i>	<p>Paul: (...) Ja maar hij gaat nog door he? [microfoon haperingen]</p> <p>Paul: Weet je nog wat die <math>a</math> betekent in die formule, <math>y = a x + 3</math>?</p> <p>Marg: Een parameter, wat bedoel je?</p> <p>Paul: Het is een parameter, in dit geval, vroeger noemden jullie</p>

dat hellingsgetal of richtingsgetal.

5/22, Nick, 4.2  
In-sub- getal; twee  
parameters

Nick: heeft ook ingevoerd  $y = a \cdot x + b \mid b = \{3\}$ , ook een probleem met de accolades, en weet niet dat hij a ook nog waardes moet geven. Dat vertelt P hem.

Nick: En hoe doe je dat, bij ehm window?

5/23, Petra, Miou, 4.2

Petra: Kan je ook x en y invullen na de waarbij streep?

Paul: Ja hoor.

Miou: Dat hebben we gedaan.

Petra: En dan zegt ie iets van dat de variabelen niet bestaan.

Paul: (*leest voor van scherm*) Define  $y_5(x) = a \cdot x + b$ , waarbij  $y = 3$  en  $x = 1$ . Ehm, in jouw define opdracht staat niet een losse y, maar een  $y_5$ .

Petra: O,  $y_5 = 3$ .

Paul: Ja, maar dan krijg je weer een probleem, als je define wil je een functie definiëren en dan mag je die y geen waarde geven. Je mag wel die x een waarde geven, maar niet y,  $y_5$ , sorry.

Miou: Maar je moet hier moet je 1 en 3 doen, dus dan moet je/ [Ze willen voor x 3 en voor y 1 invullen. Dat doen we, maar dan zonder define of  $y_5$ . Dat geeft  $a + b = 3$ .]

va10-60:00, 5/24, Anna,  
Cedric, 4.2  
In-sub+ getal

Anna: heeft bij onderdeel a in het functiebestand

$y_1 = a \cdot x + 3 \mid a = \{-5, \dots, 5\}$

Anna: Eerst heb ik de formule ingevuld, en dan typ ik gewoon voor de b toets je de 3 in, want dat staat hier, en dan doe je bij window ehm nou ja -100 dan wordt ie mooier en dan nou dan laat je hem tekenen. [window staat op [-10, 10] bij [-100, 100], dat geeft een mooi plaatje.]

(...)

Paul: Kun jij uitleggen wat er gebeurt als die a loopt van -5 tot 5?

Pa-ver

Anna: Ehm, ja dan krijg je gewoon, (...) dan krijg je dus wel 10 lijnen, dat je van, eentje van -5, -4,

Paul: Hoe veranderen die lijnen dan, in de loop van dat tekenen?

Anna: Ehm nou ze gaan steeds dichter naar de as toe en dan/

Paul: Blijft dat zo?

Anna: Nou bij nul gaat die over de as en daarna gaat ie eronder en daarna gaat ie weer verder van de as af.

Pa-abs-

Paul: Ja. Weet je hoe die a heet in die formule  $y = a \cdot x + 3$ ?

Anna: Variabele of zo?

Paul: variabele, de x is de variabele.

Cedric: Parameter.

Paul: Het is een parameter en wat bepaalt die in dit speciale geval bepaalt ie de steilheid van de grafiek, van die lijn. [Het woord hellingsgetal komt er niet zo eenvoudig uit. R verwijst naar de tabel.]

Rina: Wat is dan het startgetal als je aan de formule denkt,  $y = ax + b$ ?

Cedric: (onhoorbaar voor Rina) y

Rina: valt terug op het concrete geval  $y = 3x + 2$ , maar ook dat leidt tot niets. R roept de woorden richtingsgetal en startgetal in herinnering en legt de link met de a en b in de formule.

va10-1:05:00, 5/25, Martin,  
Cedric, Fred, 4.2  
In-sub+ getal

Martin laat het plaatje zien van onderdeel b. In het functiebestand staat  $y = a \cdot x + b \mid a = 1/2$  and  $b = \{-1, 0, \dots, 7\}$

Martin: a is een half en b is van -1 tot en met 7.  
Rina: Heel goed, met accolades, keurig, en heb je nog iets aan het venster gedaan?

Martin: *[gaat nu naar een tabel in plaats van naar window. window staat op [-5, 5] bij [0, 5].]* Ik heb hier (ymin) 0 gedaan want anders dan staan ze niet allemaal beneden, dan beginnen ze pas in het midden ergens.

Rina: O daarom heb je dat gedaan.

Martin: Ja dat vond ik niet erg handig.

Rina: Dat vond je niet zo mooi.

Martin: Want ze gaan daaronder toch niet door dus hoeft je ook, 't is niet echt nodig.

*Cedric: merkt op dat hij een ander kijkvenster heeft waardoor het meer op een dikke streep lijkt.*

(...)

*Pa-ver* Paul: Dus wat gebeurt er nou met zo'n lijn als die a waarde, offe als die b waarde groter wordt?

Martin: Stijgt ie nog harder?

Paul: Ze stijgen allemaal even hard volgens mij.

Rina: Kijk maar, ze gaan allemaal dezelfde richting op.

Fred: Ja maar als die b groter wordt,

Rina: Wat gebeurt er dan?

Martin: Gaan ze steiler?

Fred: Was b met die accolades of a?

Rina: b was met de accolades.

Fred: Nou dan komt ie gewoon een stukje hoger te liggen.

Paul: Ja.

(...)

Petra: Dat de grafiek eh de y-as hoger kruist.

Rina: Snijdt, he.

*va10-1:09:00, 5/26, Petra, Miou, Dirk, 4.2*

Petra: [Onderdeel c op het bord. Petra is er niet uitgekomen, zegt ze.] Eerst had ik gewoon de formule ingevuld en dan met de waarbij streep ingevuld  $x=1$  en  $y=3$ , maar dat kon die dus niet tekenen en toen liepen we eigenlijk vast. [Deze aanpak komt op het bord:  $y = a \cdot x + b \mid x=1$  and  $y=3$ .]

*Pa-pla* Ll: Maar dan moet je natuurlijk ook zeggen wat a en b zijn.

(...)

*Pa-onb* Rina: Wat is nou het probleem hier, misschien?

Petra: Hij zegt dat ie de letters ook moet weten of zo

Rina: Welke letters?

Miou: a en b.

*Rina: laat zien dat  $x=1$  en  $y=3$ , dat gaat ze op het bord invullen.*

Miou: Dan wordt het dus  $3 = a1 + b$

*Rina: zegt dat de 1 wel weg mag.*

Dirk:  $a = 3 - b$

*In-p&p* Rina: zet op het bord  $a = b - 3$ , maar verbetert dit op initiatief van de leerlingen. Paul helpt; waarbij geeft  $a + b = 3$ , solve geeft  $a = 3 - b$ , en zegt dat a moet worden vervangen door  $3 - b$ . Dat geeft  $y = a \cdot x + b \mid a = 3 - b$ .

Miou: Maar hoe kun je dat dan bij die Y= invullen? [Dit geeft  $y = (3 - b) \cdot x + b$ . P legt uit dat we één letter kwijt zijn en vult dan voor de andere letter met waarbij en accolades daarvoor waarden in. ]

*va10-1:15:30, 5/27, Ivar, Cedric, Kevin, 4.3*

Ivar: *[klassikaal met viewscreen. I laat a lopen van -4 tot 4 (?)]* Eerst de formule invullen, dat is bij Y1, die staat daar, en dan ga je de grafiek maken, doet er lekker lang over.

Rina: Heb je nog een instelling gemaakt?

Ivar: O ja ik moet nog het window, dat was hier -100, [Instelling [-10, 10] bij [-100, 100]. De parabolen verschijnen.]

*Fo-inz+* Rina: Waarom zijn het van die berg eh gevallen?  
 Ll: Parabolen.  
 Ivar: Volgens mij omdat het een kwadratische formule is maar dat weet ik niet zeker.

Rina: Hij is kwadratisch maar waarom heb ik nou eerst bergen en dan ineens dalen, kun je het ergens aan zien?

*Fo-inz+* Ivar: Eh  
 Cedric: Omdat daar een min voor staat.  
 Rina: Welke min bedoel je?  
 Cedric: min een half a, 1 gedeeld door a  
 Rina: min 1 gedeeld door a. [R wil een ander kijkvenster zodat de snijpunten beter in beeld komen.]  
 Ivar: [verandert het x-interval in [-100, 100]. Dat wordt niet beter. Dan [-10, 10] bij [-10, 10]. Dat is beter. Dan de lijn  $y = 1/2 x$  erbij.]

*(Re-bundel)* Rina: En als je nou heel goed kijkt, wat zie je dan Kevin?  
 Kevin: Hij gaat door het nulpunt, hij gaat door al die toppen van al die/  
 Rina: Hij gaat door al die toppen heen.

*5/28, Nick, 4.2*  
*In-sub- syn* Nick: heeft accolades om de 3:  $b = \{3\}$ . Is redelijk maar werkt niet.

*5/30, Thomas, Jeff, 3.1* Paul: [*P schetst grote lijn en laat filmpje in schuif zien bij deze opgave en ook het wandelen hierin.*] Nou is mijn vraag: wie kan er nou even kort samenvatten wat er gebeurt als je die a waarde laat lopen.

Thomas: Nou ja de a verandert.  
 Paul: Ja en wat is het effect van die verandering van die a?  
 Thomas: Nou, eigenlijk verandert ie.  
 Jeff: Wat gebeurt er als die a verandert?  
*Pa-ver+* Thomas: Nou dan verandert die grafiek.  
 Paul: Dan verandert die grafiek. Kun je ook iets zeggen over de manier waarop die verandert?  
 Thomas: Ja hij gaat tegenovergesteld.  
 Paul: Wat bedoel je?  
 Thomas: Nou het is nu zo'n boogje, (*beweging met hand*), zo'n ding.

Paul: Ja, het is nu een boogje bol naar boven, een bergboogje zeg maar, en nu

*Fo-inz-* Thomas: Een dalparabool (?)  
 Paul: Ja, ik zeg boogje, jullie kennen berg en dal van parabolen, dit is natuurlijk geen parabool meer want je ziet dat ie een beetje scheef is. En dit geval he, a is nul, wat zie je dan?  
 Thomas: Nou dan is die lineair (?).  
 Paul: Dan is die lineair. Kun je dat ook aan die formule zien?  $x + a$  maal de wortel uit  $x^2 + 1$ ?  
 Thomas: Eh ja,  
 Paul: En hoe dan?  
 Thomas: Ja nee, geen idee.  
 Paul: Iemand anders? Hoe kun je aan de formule zien dat als  $a=0$ , dat je dan een rechte lijn krijgt?

*In-sub+ getal, Fo-inz+, Fo-rei-* Jeff: Als je de wortel hier helemaal uitrekt dan krijg je een getal en dan krijg je 0 keer dat getal (?)  
 Paul: Jef zegt als je de wortel uitrekt krijg je een getal en dan krijg je nul keer dat getal/  
 Jeff: is nul.  
 Paul: Ja? Altijd?



		<i>Ll:</i>	<i>Na enige aarzeling volgt het antwoord ja.</i>
		Jonneke:	(op bord) als a nul is dan krijg je y is x plus nul keer iets/
		Ll:	Dat boeit niet
		Jonneke:	Dus wat krijg je dan, dat boeit inderdaad niet meer wat hier staat.
	5/31, Jack, Misha, 2.9	Paul:	Wat is nou het verschil tussen met trace lopen en hier die wandeloptie in schuif waarin die a waarde verandert? Bij trace verandert de x waarde, bij schuif verandert de a waarde. Wie kan dat zeggen wat dat verschil is?
		Jack:	Ik vroeg me af of bij trace nou de x waarde verandert, er gaat alleen maar een pijltje een beetje over dat lijntje lopen.
		Paul:	Ja ok, dus de x waarde verandert en de y waarde ook, daar heb je gelijk in, het punt verandert bij trace. Misha?
	Pa-ver+	Misha:	Bij trace geeft ie gewoon de coördinaat op een grafiek aan terwijl die bij a een andere grafiek aangeeft.
		Paul:	Ja, dat is een belangrijk verschil, die x en die y zijn coördinaten van punten en die a is een parameter die de hele grafiek bepaalt. Dus als x en y veranderen, verandert je punt over de grafiek, als a verandert verandert je hele grafiek. [P schetst verder de grote lijn en de bedoeling van paragraaf 4.]
	5/32, Donald, 4.1		<i>Donald vraagt of je dit met schuif moet doen. Hij heeft de formule ingevoerd in het functiebestand, maar weet niet wat hij met de parameterwaarden moet doen.</i>
		Donald:	Wat gebeurt er als ik dit (formule zonder waarbij met parameterwaarden) gewoon zo neerzet?
		Paul:	Dan kan ie hem niet tekenen omdat ie niet weet wat a is.
		Donald:	O, dus je moet eerst de waarde voor a invullen.
	5/34, Rianne, Mandy, 3.1, 2.9		<i>Rianne: heeft bij 3.1 nog een keer de tekening gemaakt en ze vraagt of ze tussen accolades ('speciale haakjes') de parameterwaardes kan invoeren. Ja dus.</i>
		Paul:	En 2.9, hebben jullie die gemaakt?
		Mandy(?):	Ja.
		Rianne(?):	Ik snapte deze ( <i>onderdeel a?</i> ) niet.
		Paul:	Even bij b kijken, (leest voor uit schrift:) 'bij b wordt de grafiek breder en smaller'. En bij a, ja die vraag die snap je niet omdat ie te makkelijk is denk ik. Daar bedoel ik mee dat als je trace doet op een grafiek dan veranderen de coördinaten en dan loop je over de grafiek. Maar het verschil met b is, kun je uitleggen wat het verschil is of je de x waarde of de a waarde verandert?
	Pa-ver+	Rianne:	Ehm, (?) zijn de coördinaten anders en hier wordt de grafiek anders?
	E3/4, Caroline, 4.2		
	In-sub+ getal	Caroline:	$Y = a \cdot x + b$ . En dan had ik dus streepje $b=3$ . Streepje, dat klopt toch? En dan had ik ook nog ingesteld met die 'kies waarde a', beginwaarde had ik -5 gedaan, dan 5, stappen van 1.
		Obseva:	En dan valt 'ie buiten het scherm. Heb je ook nog iets ingesteld voor het scherm, waar de x moet beginnen en de y moet beginnen enzo?
		(...)	
		Obseva:	Zie je wat er gebeurt als a verandert?
	Pa-ver	Caroline:	Hij wordt steeds minder steil. Maar die van haar is mooier.

[Moet ze allemaal tegelijk laten tekenen en een ander scherm kiezen.]

5/35, Jack, 4.2  
*In-sub: twee parameters*

Jack: [Bij onderdeel a heeft J ingevoerd:  $y = a \cdot x + b \mid b = 1$ ] Ik snap niet hoe ik dit moet tekenen.  
Paul: 2a bedoel je?  
Jack: Ja, ik weet niet wat ik moet doen, ik heb nu zoiets.  
Paul: (na te lezen), jawel, maar a moet ook nog een waarde hebben.  
Jack: En dat lukte niet want als ik dan zeg, ik weet niet hoe je dat doet.  
Paul: b is steeds 3, zeggen ze/  
Jack: O, b is steeds 3. [J vraagt zich af of hij twee waarbij strepen nodig heeft, maar herinnert zich dan and.]

5/36, Inte, 1.12

*Inte: zit niet in schuif, dus snapt de aanwijzingen in de tekst niet. P legt haar uit hoe je hetzelfde in het functiebestand kunt doen.*

Paul: Als ik even aansluit bij wat jij doet, jij hebt hem hier bij  $y =$  ingevoerd en als je dan de a wilt variëren dan doe je waarbij, weet je hoe dat moet waarbij?

*In-sub- syn*

Inte: Nee  
Paul: Waarbij is de sche, die verticale streep,  
Inte: O ja.  
Paul: waarbij, en dan kun je voor a een waarde invullen.  
Inte: En welke waarde dan, want hij moet variëren van 0 tot 5 met halve stapjes.  
Paul: OK, dan kun je beginnen met nul, of je kunt beginnen met 5.  
Inte: O ja. [Invoer a = 0]  
Paul: En wat gaat ie nou doen als je op graph drukt denk je?  
Inte: Nou dan maakt ie een grafiek waar a nul is.  
Paul: Zal dat een interessante grafiek worden denk je?  
Inte: Ik weet niet, ligt eraan wat je interessant vindt.  
Paul: Zeker. Maar deze vind ik echt niet interessant want als a nou nul is?  
Inte: Even kijken hoor.  
Paul: Zo de grafiek is klaar.  
Inte: O ja.  
Paul: Wat o ja?  
Inte: Nou het is geen grafiek.  
Paul: Nou het is wel een grafiek maar je ziet hem niet.  
Inte: Ja.  
Paul: Kun je je dat voorstellen, a maal x als a nul is, wat is dan het f/  
Inte: O ja dan is ehm dan blijft het nul de hele tijd.

5/38, Rob, 4.2  
*In-abs*

Paul: In  $ax + b$  had die b een bepaalde naam gekregen, weet je dat nog?  
Rob: De parameter?  
Paul: Ja in het algemeen wel, maar in dit concrete geval, bij lijnen, heette die b het startgetal.  
Rob: O. [R wil onderdeel b ook graag in schuif doen, maar een complicatie is dan dat voor a 1/2 moet worden ingevuld en dat b dan hernoemd moet worden tot a.]

*Pa-onb: naamsverandering letter*

Paul: Als je nou onthoudt dat die a eigenlijk de b is/  
Rob: Dus dan heb je eigenlijk twee a tjes?

5/39, Rob, Misha, Jack, 4.2

Paul: [Onderdeel c. P schrijft de algemene vergelijking op.]

Weet je nou als die lijn door het punt (1, 3) gaat?

*In-sub+getal* Rob(?): Ja  $x = 1$  en  $y = 3$ .  
 Paul: OK dus wat kun je daar dan van maken?  
 Rob(?):  $3 = a$  keer  $1 + b$   
 Misha geeft aan dat je dat ook met de waarbijstreep kunt invullen.  
 Paul: Dus a keer 1, kun je dat vereenvoudigen?  
 Rob(?): 1 a.  
 Paul: Ja, kun je het nog verder vereenvoudigen?  
 Jack: a, 3 is  $a + b$ .  
 Paul: Ja, zeg even  $a + b = 3$ . a en b zijn parameters, die kun je normaal gesproken kiezen, maar als je nou a kiest, kun je dan b ook nog kiezen?

Rob(?): Hoe bedoel je met kiezen?  
 Paul: Als ik nou zeg  $a = 5$ , wat weet je dan, mag je dan  
 Rob(?): b moet dan inderdaad een vast getal zijn.  
 Paul: Ja, dus als je a gekozen hebt ligt b vast, dus je hebt geen twee parameters meer, maar een.

Ll: O.  
 Paul: Dus de vergelijking wordt dan  $y = a * x +$ , nou als ik een a kies ligt b vast, wat is b dan als je a gekozen hebt?

*Pa-gen* Rob(?): Dat is dan gewoon zo'n eh variabele.  
 Paul: Als  $a=5$ , wat is b dan?  
 Jack: -2.  
 Paul: Als  $a = 10$ , wat is b dan?  
 Rob(?): eh, -7  
 Paul: En als  $a = -5$ , wat is b dan?  
 Ll: 8  
 Paul: En als  $a = a$ , wat is b dan.  
 Jack: Als  $a = a$ , dan is b b.  
 Paul: Ja, maar kun je die ook uitdrukken in a? Hoe bereken je b uit a?

Jack: -3, of +3, nee, ja, ja zoiets maar.  
 Paul: Zoiets ja. Wat doe jij als ik zeg  $a=100$ , wat is b dan?  
 Jack: Dan haal ik er 100 vanaf en zet ik er een minnetje voor, ja, nee dan haal ik er drie vanaf van die 100 en zet ik er een minnetje voor.

Paul: OK, en als het duizend is, wat doe je dan?  
 Jack: Hetzelfde.  
 Paul: 3 er vanaf en een minnetje ervoor.  
 Jack: Ja.  
 Paul: En als het a is, wat doe je dan?  
 Rob(?): -b  
 Jack: Dan zet ik er a  
 Paul: Nee, 3 er vanaf en een minnetje ervoor. Dus als het a is  
 Jack: is het  $b - 3$ , he, nee,  
 Rob(?):  $a + b = 3$  en dan moet

*In-opl+ inz* Misha: Maar dat soort dingen hoort toch ook te kunnen, met ingewikkeldere formules moet je dat toch ook kunnen oplossen met

*In-opl+ inz* Paul: Ja, zeker, je kunt het ook oplossen, dus je kunt ook zeggen/  
 Rob(?): Kan je dat met solve doen? [Dat doen we, en het geeft  $b = 3 - a$ . ]

Paul: Vind je dat logisch,  $b = 3 - a$ ?  
 Misha:  $b = 3 - a$ , ja, zou best kunnen.  
 Rob(?): Dat weet ik niet eigenlijk

*In-sub+ getal* Jack: Nou als a 100 is, o ja dan krijg je inderdaad - 97, klopt.  
*In-p&p* Misha: iets + iets = 3, en dan iets =  $3 -$ , o ja nee dat is wel logisch, ja natuurlijk.

(...)

In-sub+ syn

Paul: Wat gaan we daar nu mee doen, met dat gegeven?  
Jack:  $y=b$ ,  $y = b =$ , nee  
Paul:  $y = a*x+b$   
Jack(?): waarbij  $b = 3 - a$ .  
[Dat wordt ingevuld. In het resultaat moeten nog a waardes worden ingevuld.]

vb9-17:00, 5/40, Donald, 4.2

In-opl- inz, In-sub: twee parameters

Donald zit eerst een tijd alleen te werken aan onderdeel a (zie video) en dat lukt niet erg.

Eerst  $y1(x) = a*x - (1+a^2)*x^2$  zonder a-waarden.  
Dan  $solve(a*x - (1+a^2)*x^2 | a = 2)$  foutmelding  
Verandert in  $expand(a*x - (1+a^2)*x^2 | a = 2)$ , geeft  $2x - 5x^2$   
Dan  $expand(a*x - (1+a^2)*x^2 | a = 1/2)$ , geeft  $x/2 - 5x^2/4$   
Dan  $solve(x/2 - 5x^2/4 | x = 0)$  geeft foutmelding  
Dan  $y1(x) = a*x + b | a = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , undefined variable  
Dan  $y1(x) = a*x + b | b = \{1, 2, 3, 4\}$ , geen grafiek  
Dan  $y1(x) = a*x + b | b = \{3\}$ , geen grafiek  
Dan  $y1(x) = y = a*x + b | b = \{3\}$ , foutmelding  
Dan  $y1(x) = a*x + b | b = \{1, 1/2, 3\}$ , geen grafiek  
windowaanpassingen helpen niet.  
Dan  $y1(x) = a*x + b$ , geen grafiek  
Dan  $y1(x) = a*x + b | a = \{1\}, b = \{-5\}$ , geen grafiek  
windowaanpassingen helpen niet.  
Dan  $y1(x) = a*x + b | a = \{-5, \dots, 5\}$  and  $b = \{3\}$ ,  
dimension mismatch  
Dan  $y1(x) = y = a*x + b | a = \{-5, \dots, 5\}$  and  $b = \{3\}$ , werkt niet  
Dan hulp van P die aangeeft dat de accolades om de 3 wegmoeten.  
Donald vraagt wat geirriteerd hoe hij dat kon weten. Onderdeel b doet hij vervolgens meteen goed en c slaat hij over.

5/41, Rianne, 4.1

Rianne: wil met een tabel nagaan of de nulpunten gelijk zijn voor  $a=2$  en  $a=1/2$ , maar tabel werkt niet als je invoert als  $y1$  en dan met waarbij  $a$  bij  $y1$  verschillende waardes geeft. P laat zien dat het wel werkt als je ze als twee verschillende functies invoert.

Paul: En nu moeten we zien dat, eh, wat moesten we ook weer zien eigenlijk?

Rianne: 2 of  $a = 2$  of  $a = 1/2$  op hetzelfde terecht komen (?).

Paul: Ja, en klopt dat, kun je dat in de tabel zien?

Rianne: Ik zou niet weten waar want ik zie hier geen a staan.

Paul: Nee, maar  $y3$  is het geval  $a = 1/2$  en  $y4$  is het geval  $a = 2$ .

Rianne: Hoe kan je dat dan zien?

Paul: Wanneer/

Rianne: Dus hier begonnen ze en hier eindigen ze.

Paul: Ja dat klopt. Wat betekent het dat, je bent nou dus aan het kijken in het plaatje, of die hier op hetzelfde punt de x-as snijden. Jouw idee was om dat in een tabel te doen, dat is een goed idee, maar nou hebben we die tabel, en nu?

Rianne: Tja. Dit is volgens mij waar ze beginnen, bij  $x = 0$ .

Paul: Bij  $x = 0$ , daar beginnen ze.

Rianne: En ze eindigen bij  $x = 4$ .

Paul: Ja,  $x$  is 0.4 staat er, maar je kunt nog verder lopen als je wilt, zie je? Dit zijn de  $x$  waarden, dit zijn de waardes van de ene grafiek, dit zijn de waardes van de andere grafiek.

Rianne: Volgens mij komen ze gelijk aan (?).

Paul: Hoe zie je dat dan?

Rianne: Omdat hier zijn ze allebei 0, dus het is allebei de  $y$  is nul dus hij is niet omhoog, hij, ja, ze komen gelijk aan.

vb11-9:30, 6/5, Thomas,  
Donald, 5.4-5.5 (zie ook E3/  
8)  
Pa-abs+

Fo-inzo, Pa-gen+, Pa-pla+:  
wisselen tussen numeriek en  
generiek

E3/8, Thomas, Donald, 5.4  
(zie ook 6/5)  
Pa-gen+, Pa-pla+: wisselen  
tussen numeriek en generiek

Thomas: Ik heb er geen formule voor. Nou ik heb het gewoon steeds een beetje op de basisschool manier zitten doen.  
Jonneke: En hoe was dat?  
Thomas: Nou bijvoorbeeld bij 6, 1400, de hoogte is 400 minder, dan haal ik allebei die nullen weg zowiezo, alle vier de nullen weg, en dan kom ik uit op 600 enne 200 volgens mij.  
Paul: Maar hoe kom je daar nu aan?  
Thomas: Nou gewoon, een beetje uitproberen,  $6 + 6$ .  
(...)  
Donald: Ik heb steeds een zelfde formuleachtig iets ervoor, dat er iedere keer/  
Jonneke: Wat heb jij Donald?  
Donald: Ja echt een heel verhaal, moet ik het opzeggen?  
Jonneke: Ja, vertel maar.  
Donald: OK. Eerst doe je de omtrek die je dus moet hebben, *in de meeste gevallen* is dat 12 of 15, gedeeld door 4, en dat getal dat je dan krijgt + het verschil dat je moet hebben, ja er zijn dus verschillen die je moet hebben, bijvoorbeeld 5, ja bijvoorbeeld 3, en dan doe je  $3 + [J \text{ schrijft intussen op het bord mee}]$   
Jonneke: Dit is 5, zeg jij  
Donald: Ja *bijvoorbeeld 5*, maar die 5 moet je delen door 2,  
Jonneke: Ja  
Donald: en dan heb je een van de dingen, dan de andere, dan doe je weer de omtrek, min, dan heb je dus het ene ding al.  
Jonneke: Dat ene, ga eens verder, hoe kom ik dan aan de ene?  
Donald: He? Wat?  
Jonneke: Hoe krijg ik nou mijn afmeting? Tot hier kan ik het volgen, en dan, hoe ga je verder?  
Donald: Ja nou heb je, als je dus de omtrek moet hebben, dan heb je al twee helften van de omtrek heb je dan, ik weet niet of je dan de lengte of de breedte hebt, de basis of de dinge.  
Paul: Welke heb je dan?  
Donald: Ja dat weet ik dus niet, dan moet ik effe denken.  
Paul: Nee maar ik bedoel welk getal, wat komt er dan uit?  
Donald: O bij deze is het dan eh, 5, nou,  $2 \frac{1}{2}$  toch?  
Paul: Nee. Maar jij zegt de ene is  $2 \frac{1}{2}$ , of niet  
Donald: Wacht even hoor, 12 en het verschil is 5, ... nou die ander is dus de omtrek min wat je daarboven hebt uitgekregen?  
Jonneke: Nee, ik kan het niet meer volgen. [Het klasgesprek wordt door P afgebroken omdat J een groot deel van de klas het niet meer lijkt te volgen. (Jammer want D zit wel op de goede weg.) In het schrift staat de methode in principe goed, zie verder.]

*Lost op door uit te proberen*

Donald: Eerst doe je de omtrek die je moet hebben, in dit geval dus 12 of 15, gedeeld door 4. En het getal dat je dan krijgt plus het verschil dat je moet hebben, (...) bijvoorbeeld 5. Dan doe je 3 plus/  
Jonneke: Plus 5  
Donald: Ja, maar die 5 moet je dan delen door 2. En dan heb je een van de dingen. En dan die andere, doe je de omtrek min/  
*Jonneke schrijft ene: op het bord*  
Donald: Dan heb je dat ene stuk al.  
Jonneke: Ja, wat ene? En verder? Hoe kom ik aan die ene?  
Donald: He wat?  
Jonneke: Hoe krijg ik nou mijn afmeting? Tot hier kan ik het volgen,

- en dan?
- Donald: En nou heb je dus, als je de omtrek moet hebben, heb je al  $2 \frac{1}{2}$  van eh.. ik weet niet of je dan de lengte of de breedte hebt. (?) Oh, bij deze is het dan eh...bij... $2 \frac{1}{2}$  hoog/  
*Jonneke: schrijft op het bord; ene;  $3 + \frac{1}{2} * 5$ , andere;  $3 - \frac{1}{2} * 5$ .*  
*Anita: roept en  $3 - \frac{1}{2}$ .*
- Fo-rei+* Donald: En bij die andere is het de omtrek min wat je daarboven hebt uitgerekend.
- E3/9, Anita, Mia, 5.4* Obseva: Jij had geloof ik wel een mooie oplossing gevonden bij 5.4.  
 Anita: Nee, niet echt, ik had het fout. Ik weet niet zo goed hoe ik het moet zeggen.  
 Obseva: Nou, volgens mij zei je iets goeds, toen ze op het bord bezig was.
- Pa-gen+, Pa-pla+* Anita: Oh, dat. Ja, maar ik weet het alleen met die getallen, ja, en met andere getallen ook wel.  
 Obseva: Hoe zou je dat met andere getallen doen, denk je? Hoe zou je in het algemeen kunnen zeggen, wat je daar moet doen?  
 Anita: Eerst, ja, gewoon wat daar (*op het bord*) staat. Eerst de omtrek delen door de eh, hoe heet dat, de kanten, zijden, en dan het verschil gedeeld door 2 en dan...  
 Obseva: En hoe kom je dan aan de waarden voor de basis en de hoogte?  
 Anita: Plus en min.  
 Obseva: Plus en min wat doe je dan?  
 Anita: Min het verschil.  
 Obseva: En heb je dan het hele verschil genomen?  
 Anita: Nee, de helft.  
 Obseva: De helft van het verschil.
- Pa-gen-* Mia: Ik probeer het eigenlijk gewoon een beetje uit. Maar ik weet geen formule ofzo ervoor. Dat zou denk ik wel handig zijn, want bij sommige getallen is het wel erg lastig.
- E3/10, Deirdre, 4.3* Deirdre: Ik heb een formule gemaakt nu, dat is deze ( $y = x - 1/a * x^2$ ). En nu moet ik een grafiek tekenen, maar dat lukt niet.  
 Obseva: Even kijken, de vraag is: laat een bundel grafieken tekenen. Weet je nog wat een bundel grafieken is?  
 Deirdre: Ja, zo (*plaatje pagina 27*). Een paar bij elkaar.  
 Obseva: Ja, en wanneer krijg je dat je verschillende grafieken/  
 Deirdre: Nou, als je een paar voor de x geeft. Oh, ik ben vergeten te zeggen dat het x is. Ik heb wel getallen neergezet, maar ik heb niet gezegd dat het x is/ (ze heeft ingetypt  $y = x - 1/a * x^2$  {...})  
 Obseva: Waarvoor dit moet zijn. Want je wilde gebruiken waarbij, ja dat is goed, en dan inderdaad moet je wel zeggen waarvoor je dit wilt gebruiken. Dan kan je dat proberen.
- Pa-onb: rolverwarring* Deirdre zet nu achter de streep { $x = \dots$ }  
 Obseva: Je hebt nu waarbij en dan een accolade  $x =$ , maar die accolade moet pas voor de getallen, want je zegt waarbij  $x =$  en dan een verzameling getallen.  
 Deirdre: Ooh. (*verbetert het*) En nu moet 'ie het wel doen. (...)  
 Obseva: En dan doet 'ie het niet he? Nou, weet je hoe dat komt? [*licht kort toe dat a bepaalt dat je een andere grafiek krijgt.*]
- E3/11, Vera, 5.4* Obseva: Wat had jij bij 5.4 bedacht?  
*Pa-geno* Vera: Ja, een formule...  
 Obseva: Nee? Maakt niet uit, maar weet je/  
 Vera: Ik deed gewoon door de helft en dan een beetje min....  
 Obseva: Uitproberen?

*Pa-gen+, Pa-abs+, Pa-pla+:  
 numeriek en generiek*

Vera: Ja.  
 Obseva: Ja, dat is ook goed. Kan je nog iets meer uitleggen hoe je dat dan hebt gedaan? Want waar heb je de helft van genomen?  
 Vera: Gewoon van de omtrek de helft en dan...als het verschil bijvoorbeeld drie moet zijn gewoon de andere helft bij de helft en de andere helft eraf.

*6/8, Rianne, Mandy, 4.4  
 Pa-gen: parameter geen getal*

*Mandy: heeft in haar schrift AANVULLEN.*  
 Mandy: Nee er zit geen a in.  
 Paul: Kun je nou voor a een getalletje invullen zodat je er  $-x + 3$  uitkrijgt?  
 Rianne: He, sorry?  
 Paul: Hier staan een stel formules,  $3x+3$ ,  $1000x+3$   
 Rianne: Ja.  
 Paul: Die zijn allemaal van de vorm  $y = ax+3$ . En de vraag is nou: is die ook van die vorm,  $y = -x+3$ .  
 Rianne: Ja.  
 Paul: Hoezo dan?  
 Rianne: Want  $-x$  is toch hetzelfde als  $-1 x$ ?  
 Paul: Ja, dus?  
 Rianne: Dus dan is het ook van de formule.  
 Paul: Ja. En wat is a dan?  
 Rianne: a is a, a kan hier ook  $-1$  zijn.

*Pa-pla*

*6/10, Bob, 5.4  
 Fo-inzo, Pa-gen+, Pa-pla+:  
 wisselen tussen numeriek en generiek*

Paul: Wat heb je bij 4?  
 Bob: Door de omtrek te delen, dus dat is in dit geval dan 12, door het aantal zijden,  
 Paul: Ja, wat is dat?  
 Bob: Dat zijn er 4.  
 Paul: Ja.  
 Bob: Dat moet plus de helft van het verschil zeg maar, dat is hier dan bij  $3c + 2 \frac{1}{2}$ ,  
 Paul: Ja.  
 Bob: ehm dan houd je een getal kleiner dan 12 over  
 Paul: Ja  
 Bob: enne eh dat eh dan doe je het verschil, eh 12 min dat verschil, door dat door 2 te delen heb je twee zijdes en dan houd je nog eh iets over en als je dat dan weer door 2 deelt, dan heb je ook de lengtes van de andere zijdes.  
 Paul: Dat laatste snap ik niet precies. [P aarzelt over het einde (ten onrechte).]

*Pa-abs+*

Bob legt het in het concrete voorbeeld van opgave 3 uit en overtuigt Paul. Hij doet in feite basis = (omtrek - 2 keer hoogte)/2.  
 Paul: Maar jij zegt ik kan er geen formule bij maken,  
 Bob: Nee ikke/  
 Paul: maar als je nou gewoon opschrijft wat je doet, bijvoorbeeld ik pak de omtrek gedeeld door het aantal zijden. [P schrijft Omtrek/4.]  
 Paul: Kun je nou de rest van je verhaal ook op zo'n manier opschrijven?  
*Bob: snapt dat het daar compacter mee wordt. P laat B hiermee even alleen.*

*6/12, Bob, 5.4  
 Pa-gen+*

Bob: Ik heb omtrek gedeeld door 4, + het verschil gedeeld door 2.  
 Paul: (...) En wat is dat, wat er uit komt?  
 Bob: Dat is de lengte van twee zijdes. (Hij bedoelt de twee overstaande zijdes, maar dat begrijpt P niet.)

Paul: Nou, van twee zijdes?  
 Bob: Hm, ja da's de lengte van een zijde/  
 Paul: Dan heb je een van de goede antwoorden toch?  
 Bob: Even kijken hoor, ja dan heb je de lengte van een zijde, maar die geldt ook voor de tegenovergestelde zijde.  
 Paul: Ja, ok, die zijn hetzelfde. Maar nou moet je de twee anderen nog.  
 Pa-gen+ Bob: En dan doe je dus eh lengtes keer 2, min 12, o nee 12 min de lengtes keer 2, is een getal, dat getal delen door 2, dan heb je die andere twee zijdes.  
 Paul: Ja. Kun je daar ook een formule voor maken? [Daar moet B ook nog even over denken.]

6/13, Dean, 5.4  
 Fo-inzo, Pa-gen+, Pa-pla+:  
 wisselen numeriek en generiek

Paul: Wordt het wat, Dean?  
 Dean: Ja die eerste heb ik volgens mij. Je deelt de afstand door 4, dan heb je losse zijden, dan haal je van de een 3 af en bij de andere doe je 3 bij/  
 Paul: En hoe kom je aan die 3?  
 Dean: ehm  
 Paul: Want jij zit met voorbeeldgetallen te werken denk ik.  
 Dean: Ja ik weet niet  
 Paul: Je haalt van die ene 3 af  
 Dean: En dan doe je bij die andere er 3 bij.  
 Paul: Wat zeg je?  
 Dean: Dan doe je bij die andere er 3 bij zodat het wel hetzelfde blijft.  
 Paul: Ja. En dan is het verschil?  
 Dean: 6  
 Paul: Ja, en moest dat ook, dat wou je ook?  
 Dean: Ja  
 Paul: OK. En als je nu hebt de omtrek is 20 en ik wil een verschil van 4, hoe zou je het dan doen?  
 Dean: Dan doe je gedeeld door 4.  
 Paul: Ja, 20 gedeeld door 4 is 5.  
 Dean: Dan haal je, eh bij de 4 doe je gedeeld door 2, bij de ene erbij en bij de andere eraf.  
 Paul: Ja, is 2.  
 Dean: Dus dan bij 5, haal je er 2 af en dan heb je 3 en bij die andere doe je er 2 bij dus dan wordt het 7.  
 Paul: Ja. Kun je controleren dat het klopt?  
 Dean: Ja want samen is het nog steeds 10.  
 (...)  
 Paul: En als de omtrek nou 700 duizend miljoen 231 is, bijvoorbeeld, en het verschil is 30501,  
 Dean: Dan doe je 30501 gedeeld door 2,  
 Paul: Ja  
 Dean: en dan doe je 7, eh de omtrek doe je gedeeld door 4  
 Paul: Ja  
 Dean: en dan haal je dus de helft van het verschil doe je bij de ene erbij en bij de andere eraf.  
 Paul: Ja. (...) Kun je dat in een formule opschrijven, is de vraag. [En ook daarnaar moet hij weer alleen kijken.]

6/14, Rianne, Mandy, 5.3

Rianne: heeft bij 5.2 in de tekening gekeken en ontdekt wat de afmetingen zijn. Bij 5.3 loopt ze vast.  
 Rianne: Ik weet dus niet hoe je dat kan berekenen.  
 Paul: Dat vierkant hier, welke afmetingen heeft dat?  
 Rianne: 3 bij 3.  
 Paul: En heeft dat nog iets te maken met dat totaal van 12?



Rianne: Hoe bedoel je?  
Paul: De totale omtrek is 12 he, en een zijde is 3. Als de totale omtrek nou 40 is, wat is dan de lengte van een zijde als het vierkant is?  
Rianne: 40  
Paul: Nee dat is de omtrek.  
Rianne: O de omtrek is 40.  
Mandy: Als het een vierkant is en de omtrek is 40, 10 toch?  
Paul: 10 ja. 60?  
Mandy: 20, nee, o hoofdrekenen.  
Rianne: 15.  
Paul: 15 ja, ok, dan heb je dus dat ze gelijk zijn. Dan moet je de ene ietsje groter maken en de andere kleiner, zodat het verschil bijvoorbeeld 2 is. Als je het verschil 2 wilt hebben, wat moet je dan doen met dat vierkant?  
Rianne: 2 kleiner maken.  
Paul: Als je deze 2 kleiner maakt, de basis, dan wordt de hoogte 2 groter en dan wordt die 1 bij 5, dus dan is het verschil?  
Mandy: 2  
Paul: 4, 1 en 5, is het verschil 4, toch? Dus als je het vierkant een kleiner maakt en een groter, nee sorry, 2 kleiner en twee groter zei je, dan wordt het verschil 4.  
Rianne: Ja.  
Paul: Als wij evenveel geld hebben en ik geef jou een tientje, hoeveel scheelt ons geld daarna dan.  
Rianne: Een tientje?  
Paul: hmm, we hebben evenveel en ik geef jou een tientje, hoeveel heb jij dan meer dan ik?  
Rianne: Een tientje.  
Paul: Nee, wij hebben allebei 50 gulden, ik geef jou een tientje.  
Mandy: O, dan scheelt dat 20.  
Paul: Juist.  
Mandy: Jaja.  
Paul: Dus dat verschil dat verdubbelt.  
Rianne: Ja.  
Paul: Als ik nou wil dat wij een tientje gaan schelen, hoeveel moet ik jou dan geven?  
Mandy(?):5  
Paul: Juist, de helft.

6/15, Dean, 5.4 (vervolg)

Paul: Heb je al wat, Dean?  
Dean: Ik kom er niet echt uit want ik weet niet hoe je in de formule op moet schrijven een kwart van O.  
Paul: Nou, O gedeeld door 4, ... en v gedeeld door 2 heb je hier staan, het gaat echt de goede kant op.  
Dean: Maar ik weet niet hoe je dan zeg maar een van die vier moet nemen, alleen dan heb je dus/  
Paul: O gedeeld door 4 is gewoon een getal, he, zeg maar 12  
Dean: Jaja, a bijvoorbeeld.  
Paul: Dat kun je doen, maar jij zei de omtrek die deel ik door 4  
Dean: Ja  
Paul: en toen zei jij zoiets daar tel ik bij op de helft van het verschil  
Dean: Ehm ja, dus min of plus de helft van het verschil, min v gedeeld door 2.  
Paul: Ja dus nou heb je staan  $O/4 - v/2$ , en wat is dat dan, wat daar uitkomt?  
Dean: Dat is dus, dat is de helft zeg maar, ik bedoel deze helft ervan.

Pa-gen+

*Fo-inzo: opstellen moeilijk*

Paul: Nou wijs je aan van 0 tot?  
Dean: Als dit de omtrek is,  
Paul: Ja  
Dean: zo  
Paul: Ja, dit is de halve omtrek hoor, de omtrek loopt nog twee keer zo ver door.  
Dean: OK, maar als je zegt dat dit een kwart is, dit een kwart dit een kwart en dit een kwart,  
Paul: Ja.  
Dean: dan heb je voor dit stukje  
Paul: Van hoogte tot vraagtekentje  
Dean: min de helft van het verschil  
Paul: Ja dat klopt, min v gedeeld door 2.  
Dean: En daar heb je plus de helft van het verschil.  
Paul: Heel goed.  
Dean: Maar, dus dan heb je nu alleen nog maar dit gedeelte gedaan?  
Paul: Nou nee, want je hebt hier ook nog O gedeeld door 4 staan.  
Dean: Ja  
Paul: en dat O gedeeld door 4/  
Dean: Dus da's dit kwart zeg maar  
Paul: Nee, er is een klein, waar jij een beetje mee zit te worstelen is dat de omtrek is twee keer de ene zijde plus twee keer de andere zijde,  
Dean: Ja  
Paul: En hier heb ik staan 1 keer de ene zijde plus 1 keer de andere zijde, dus de halve omtrek heb ik al gedaan en dat noem ik samen de som. Dus jij deelt O door 4, maar dat betekent dat je de hele som dus door 2 moet delen. Je bent er bijna.

*6/16, Bob, 5.4 (vervolg)*

*Pa-gen+*

Paul: Is het nog wat geworden?  
Bob: Nee.  
Paul: (leest voor) omtrek gedeeld door 4 plus verschil gedeeld door 2, is de lengte van twee zijdes. 12 min de lengte van twee zijdes is iets, en iets gedeeld door 2 is de lengte van de andere twee zijdes.  
Bob: Ja ik kan dat niet korter opschrijven.  
Paul: Je hebt het volgens mij vrijwel goed, ik denk alleen, dit is de lengte van twee zijdes die tegenover elkaar liggen,  
Bob: Ja.  
Paul: Maar ze zijn samen, de vier zijdes zijn samen 12, he  
Bob: Ja  
Paul: Dus je moet 12 moet je dus min twee keer dit doen, he want dit is een van die twee zijdes.  
Bob: O ja  
Paul: Dus hier moet een 2 bij. Maar nou ben je er wel heel bijna, want als ik nou deze zin pak, 12 min 2 keer die hele zijde. [P legt uit hoe je de verschillende deelformules in elkaar kunt substitueren. ]

*vb11-21:15, 6/11, Donald, 5.4  
Pa-gen+, Fo-inzo: opstellen*

Paul: Je hebt hier staan  $15/4 + 5/2$  en dan heb je?  
Donald: Hier staat het getal + het verschil gedeeld door 2.  
Paul: Ja, (leest voor) de omtrek gedeeld door 4, dat getal + het verschil gedeeld door 2, en dan de omtrek min deel 1, is iets, iets gedeeld door 2, ja, hardstikke mooi. Kun je daar nou nog één formule van maken?  
Donald: Ja de omtrek/  
Paul: (leest voor) Rondje gedeeld door 4 is a, a + b gedeeld door

twee is c, omtrek min c is d en d gedeeld door 2 is 1 (?).

Donald: Ja ik kon het alleen met parameters, ik wist niet hoe het anders.

Paul: Ja in plaats van rondje kun je voor omtrek ook de letter O gebruiken.

Donald: Ja dit is een O, anders dacht je dat het 0 zou zijn, het is een O.

Paul: Je zou ze kunnen combineren O gedeeld door 4 + b gedeeld door 2.

*vb11-17:00, Donald, Sandra, 5.7* Sandra: *Onderdeel a en b gaan vlot. Bij c ziet S dat je 200 naar links en naar rechts moet, dus 150 en 550.*

*vb11-20:00, Donald, Sandra, 5.8* Sandra: *doet iets met 550, onduidelijk waar dat vandaan komt.*  
Donald: *deelt 1200 door 4 in plaats van door 2, verder ok.*  
Sandra: *herstelt dit tot 575 en 625.*  
Donald: *blijft bij 325.*

*vb11-23:45, Donald, Sandra, 5.8* Sandra: Nee kijk want wat veel makkelijker is, wat ik denk dat ze hier proberen uit te leggen/  
*Pa-gen+* Donald: Is dat?  
Sandra: Ze leggen hier namelijk uit dat als je de helft neemt, dan het verschil door 2 deelt en dat bij de ene eraf trekt en bij het ander erop telt, dan heb je meteen het antwoord, snap je? Als je het totaal door 2 deelt, ja?  
Donald: Ja.  
Sandra: En dan neem je het verschil, dus het verschil is bij voorbeeld 50/  
Donald: Hij klopt wel, die van mij.  
Sandra: Nee hij klopt niet.  
Donald: Hij klopt wel, zullen we wedden?  
Sandra: Nou leg het nog maar een keertje uit  
Donald: We hadden dus al dat die ene 325 is, he?  
Sandra: Ja.  
Donald: Eh, ik moet heel de berekening nog. .. hoppa. (*hij voert in 325+275+325+275, dat is 1200*). De ene is 325.  
Sandra: Ja.  
Donald: 50 verschil was  
Sandra: Het verschil is 50.  
Donald: Ja verschil is 50. Het zou kunnen zijn 375,  
Sandra: Ja.  
Donald: of het zou kunnen zijn 275.  
Sandra: Ja.  
Donald: 275+325 is?  
Sandra: ehm 600  
Donald: Ja, dus dan heb je al de helft.  
Sandra: Maar het is 600, niet 1200!  
Donald: probeert uit te leggen dat elke zijde twee keer telt in de omtrek.  
*Pa-gen+* Sandra: Ja maar hier laten ze dus merken dat als je de helft doet en dan aan allebei de kanten de helft van het verschil erbij en eraf, dat je dan meteen het goede antwoord krijgt bij zoiets.  
Donald: Maar wat zouden we hier dan moeten opschrijven, 325?  
Sandra: Nou kijk, dan doe je 1200, gedeeld door 2, dan krijg je 600, die hadden we al. Dan heb je 50 dat is het verschil dat deel je ook door 2,  
Donald: 25  
Sandra: Aan de ene kant, links trek je er 25 vanaf  
Sandra: *legt het goed uit.*

*Donald: is erg in de war van het feit dat je eerst uitging van de omtrek, en nu van de halve omtrek.*

*vb11-28:00, Donald en  
Sandra, 5.8  
Pa-gen+*

Sandra: Bij b vraagt S eerst wat v is, volume? Dan nemen ze  $600 + v$  en  $600 - v$ , maar S ziet dat je  $1/2 v$  moet hebben.

*In-p&p: ev*

Sandra: Alhoewel, maar er zijn dus wel meer mogelijkheden, want je kan dus ook hebben 610 en 560, dan heb je ook 50 verschil en bij elkaar opgeteld wordt het ook 1200.

Donald: Maar dat is niet eerlijk verdeeld.

Sandra: Nee dat is niet het makkelijkst maar het kan wel.

Donald: Het kan wel maar het is niet eerlijk verdeeld, volgens mij moet je het eerlijk verdelen.

*vb11-29:10, Sandra en  
Donald, 5.9*

*Fo-inzo*

Sandra: [leest de opgave.] Som is plus he?

Donald: Een half verschil, de helft van de som, som gedeeld door twee,

Sandra: We moeten een plaatje tekenen toch?

*Pa-gen+*

Donald: Dan krijgen we de middelste, en dan de som gedeeld door  $2 +$  het versch, een half verschil want hier de som gedeeld door 2 is dus hierzo, en dan min deze twee, is verschil, is is min een half verschil en plus een half verschil.

Sandra: Ja ik snap het, ..  $+$  een half v van verschil.

*vb11-31:45, Sandra, Donald,  
6.1  
Pa-geno*

*Sandra en Donald: lezen de tekst die boven de opgave staat.*

Sandra: Maar er zijn toch zowiezo altijd meerdere mogelijkheden of niet?

Donald: Ja maar dan zijn ze niet eerlijk verdeeld.

Sandra: Ja nou en, maar dan kan je het niet altijd oplossen? (...) [Ze lezen onderdeel a.]

Sandra: Ehm nou dit  $1/2 s$ , dit is s, dit is v

Donald: en dit is een half h + b, he

Sandra: ja,  $1/2$ , ja of een half s, dit is een half s

Donald: Nee natuurlijk niet, niet een half s.

Sandra: Jawel,  $1/2 s$  is hetzelfde, s is namelijk h + b

Donald: Niet waar, s/

Sandra: s is de som, s is h + b, en v is b - h.

Donald: He, maar dat zou betekenen, dit is toch ook een half s, maar die is ook een half s?

Sandra: O ja, kut, een half v bedoel ik.

Donald: ... Ja klopt, zie je nou wel.

Sandra: OK, en v is b - h en s is h + b

Donald: Ja. [S leest 1b.]

Donald: Wat is dat nou voor rare vraag.

*Pa-pla-*

Sandra: Nou letters?

Donald: Je moet eh je moet de waardes voor s v en h en b weten.

Sandra: Je hebt geen een waarde.

*E3/12, Rob, 5.9*

Rob: Dit plaatje (*bij vraag 9*), is dit eigenlijk al het antwoord van vraag 9?

Obseva: Eh ja, maar de vraagtekens zal je wel moeten invullen. Het plaatje klopt verder. Dus wat denk je dat je op de vraagtekens zou invullen?

*Fo-inz+*

Rob: Nou, hier min een half verschil ofzo (-?) en hier plus (+?). En hier (?) de helft van de som.

Obseva: Ja, en dan heb je het complete plaatje en zou je voor alles

- iets in kunnen vullen. Want zou je dan kunnen bedenken hoe je een formule voor de basis bijvoorbeeld zou maken?
- Pa-gen+* Rob: De basis...de helft van de som plus de helft van het verschil.
- Obseva: Ja, dus zo kun je altijd, welke getallen het ook zijn, kun je de basis berekenen door die formule te gebruiken.
- Rob: En de hoogte dan ook?
- Obseva: Ja, dus de hoogte zou je zeggen als? Hoe zou je die formuleren, de hoogte?
- Pa-gen+, Fo-inz+* Rob: De helft van de som min de helft van het verschil.
- E3/13, Rob, 5.3, 5.9*  
*Pa-gen+* Rob: probeert de formule die hij heeft gevonden toe te passen op som 3d om te checken of zijn formule inderdaad klopt. Volgens hem komt het niet uit. Als we er samen naar kijken, blijkt het toch te kloppen. Hij neemt overigens voor de 'helft van de som' wel de helft van de totale omtrek. (Misschien dus handig om te verduidelijken dat de som voor de helft van de omtrek staat)
- Rob: Als je dit (*formule uit 5.9*) bij deze sommen probeert (*som 3*), kom ik niet uit.
- Obseva: Nee? Even kijken. Je hebt nu bij 5.9 ingevuld, de helft van de som en plus 1/2 v, min 1/2 v, ja. En toen ging je uit proberen?
- Rob: Nou, de som is 12, bij deze (*3d*) en het verschil 2.5. Als je dan de helft van het verschil neemt, dat is 6. En dan de helft van het verschil is 1.25.
- Obseva: Ja.
- Rob: Als je dan de helft van de som plus de helft van het verschil neemt, komt er 7.25 uit, dat klopt. En bij die ander hoort er 1.25 uit te komen, of 1.75, en ik kom op 4.75 uit.
- Obseva: En even kijken dan doe je 6, de helft van de som was 6, min de helft van het verschil. (*Rob toetst op rekenmachine 6-1.25 in, is 4.75*) Ja, en die andere was 7.25. En dan? Dan is het verschil toch 2 1/2?
- Rob: Oja, ja, sorry.
- Obseva: Dus het verschil moet weer kloppen.
- Rob: Oja, het klopt wel.
- E3/14, Bob, 5.4 (zie ook 6/18)*  
*Pa-gen+, Fo-inzo: Opstellen* Bob: Door de omtrek te delen door het aantal zijden.  
Paul: Hoe groot is het aantal zijden?  
Bob: Vier.  
Paul: Ik vat het even kort samen, door de omtrek te delen door het aantal zijden (*schrijft op het bord omtrek/4*).  
Bob: Oke, daarbij doe je de helft van het verschil.  
*Paul schrijft op: + verschil/2*  
Paul: Ziet iedereen dat wat ik opschrijf hetzelfde is als wat hij zegt, alleen dan een beetje korter. Hij zei ik pak de omtrek en deel die door het aantal zijden en daarbij doe ik de helft van het verschil.
- Bob: Dan heb je de lengte van twee zijden.  
Paul: Dan heb je de lengte van twee zijden, laten we deze even, eh, x noemen (*omtrek/4 + verschil/2 = x*)
- Pa-pla+, Pa-gen+: wisselen tussen numeriek en generiek* Bob: Dan doe je 12 min /  
Paul: 12 was de?  
Bob: Dat was de omtrek. De omtrek min eh, de lengte van die twee zijden.  
Paul: 2x dan?  
Bob: Ja, min 2x.

	Paul: Ja, daar komt wat uit, iets ( <i>op bord: omtrek -2x = iets</i> )
	Bob: Dat is, als je dat weer door twee deelt, heb je die eh...hoe heet dat /
	L1: De hoogte wilde je zeggen /
	Bob: Ja, dan heb je de lengte van y. [ <i>Paul schrijft op het bord: y=iets/2.</i> ]
	Paul: Ik denk dat ik daar nog even over na ga denken voor de volgende keer.
6/18, vb11-35:30, Bob, Misha, 5.4 (zie ook E3/14)	Paul: [ <i>klassikaal</i> ] Bob wil jij nog een keer hardop zeggen wat je hebt?
	(...)
Pa-gen+, Fo-inzo: opstellen	Bob: Door de omtrek te delen door het aantal zijden van het figuur.
	Paul: Hoe groot is het aantal zijden van het figuur?
	Bob: 4
	Paul: OK, 4. [P op bord omtrek/4]
	Bob: Daarbij doe je de helft van het verschil.
	Paul: Ziet iedereen dat wat ik opschrijf hetzelfde is als wat hij zegt maar dan een beetje korter? [ <i>Bord omtrek/4 + verschil/2</i> ]
	Bob: Dan heb je de lengte van 2 zijdes.
	Paul: Laat ik deze even x noemen, dan is deze ook x, en die x is dus dat. En toen? [ <i>Bord x = omtrek/4 + verschil/2</i> ]
Pa-pla+, Pa-gen+: wisselen tussen numeriek en generiek	Bob: Dan doe je 12 -
	Paul: 12 was de omtrek
	Bob: Dus dat is weer de omtrek, de omtrek min de lengte van die twee zijdes,
	Paul: 2x?
	Bob: Ja, min 2x, ja, nou daar komt wat uit.
	Paul: Daar komt wat uit, iets. [ <i>Bord omtrek - 2x = iets</i> ]
	Bob: Als je dat door 2 deelt dan heb je eh
	Paul: De hoogte wou je zeggen
	Bob: de lengte van y. [ <i>Bord y = iets / 2</i> ]
	L1: Volgens mij kan het simpeler.
	Paul: Het kan simplere, hoe kan het dan simpeler?
Pa-gen+	L1: Ik heb 2, haakje openen, h + b, haakje sluiten, [ <i>Bord 2(h + b) = omtrek dan h + b = omtrek / 2.</i> ]
	Dat leidt dan tot h = b = omtrek/4 bij eerlijk verdelen.]
Pa-geno	Misha: [ <i>Misha heeft nog een andere manier.</i> ] $O = h - a + b + a$
	L1: Wat is die a?
	Misha: keer 2, waarbij $a = \{v/2\}$
	Paul: Zoiets?
	Misha: a mag niet kleiner zijn dan $O/4$ of h+b gedeeld door 2.
	[ <i>Na de les praten we nog even verder. M heeft zoiets als <math>O/4 = h</math> and b, met <math>h + v/2</math> en <math>b - v/2</math>, hij haalt gegeven en gevraagd door de war en houdt ook de letters niet goed uit elkaar, lijkt het.</i> ]
E3/15, Kevin, 5.4, 5.9	Obseva: Kevin, mag ik gelijk even wat vragen aan jou? 5.4, kan je vertellen wat je daar gevonden hebt?
	Kevin: Nou, bij die opgave ging het speciaal over die met 12, toch?
	Obseva: Ja, nou, het gaat nu een beetje om hoe je dit in het algemeen /
Pa-gen+, Pa-pla+: wisselen numeriek - generiek	Kevin: Ja, je moet gewoon als je die totaal weet, in dit geval dus twaalf, moet je daar de helft van nemen, daarvan moet je twee getallen nemen, die (?), die dus wat je dan bijvoorbeeld kunt, een bepaalde eh...verschillen. Ik heb het nu een

- beetje vaag uitgelegd.
- Obseva: Ja, dus je neemt de helft van de omtrek, en je weet het verschil tussen de twee.
- Kevin: Ja, als je het verschil weet tussen die twee, dan moet je dus twee getallen die ónder de helft liggen, moet je dus, die zoveel van elkaar verschillen en bij elkaar opgeteld de helft vormen.
- Obseva: Oke, en weet je hoe je met dat verschil er precies achter kan komen? Of probeer je dan maar wat?
- Pa-gen+, Pa-pla+, wisselen numeriek - generiek*  
Kevin: Ja, meestal systematischer, maar dan moet ik eigenlijk een voorbeeld hebben, dat is makkelijker. Ik heb hier wel  $(b+h) * 2 = 12$ , maar dat is in dat geval.
- Pa-plao*  
Obseva: Oja, in het geval dat de omtrek 12 is.  
Kevin: Dus dan moet je eigenlijk  $*2$  en dan moet je hier nog, v ofzo wordt dan later nog gegeven.
- Opg 5.9
- Obseva: Ja, want 5.9 heb je dus ook al gedaan?
- Kevin: Ja, maar daar hoeft je niks bij op te schrijven of wel?
- Pa-geno*  
Obseva: Nou, je moet de vraagtekens invullen.  
Kevin: Dat is toch gewoon, ik heb daar, eigenlijk bij 8b moet je daar al iets mee doen. Dan is dit  $(-?, +?) 1/2 v$ , min  $1/2 v$  en plus een  $1/2 v$ .
- Obseva: Ja, en dit vraagteken hier  $(?)$ ?
- Kevin: Eh, dat is eh, de helft.
- Obseva: De helft van?
- Kevin: De som.
- Obseva: Ja, en als je nou zou moeten zeggen, zeg maar een soort formule voor de basis zou moeten geven? Zou je dat dan ook kunnen doen aan de hand van dit? Je hebt hier een halve som, hier min een half keer het verschil en hier plus een half verschil.
- Kevin: Ehm...
- Obseva: Nou, daar kan je nog even over nadenken.
- E3/16, Dirk, 5.9 Pa-alg?*  
Dirk: *[Reactie op gesprek met Kevin]* Ik heb wel een manier om hem op te lossen, als je 'm al hebt ingevuld.
- Obseva: Oh, dus dan heb je ook een voorbeeldgetal genomen.
- Dirk: Ja, dit was gewoon om eentje op te lossen, die ik niet uit mijn hoofd kon.
- E3/18, Caroline, 5.3-5.4*  
Caroline: Ik weet niet, hoe los je deze opgaven steeds op?
- Obseva: Nou, je hebt wel 1 tot en met 3 gedaan?
- Caroline: Ehm...ja.
- Obseva: Haha, want anders kan je de vraag ook niet beantwoorden.
- Caroline: Ja, daarom, want dat heb ik dus niet gedaan eigenlijk.
- Obseva: Ja, nou, dan zou je dat eerst even moeten doen.
- Caroline: Ja maar sowieso weet ik niet, bij welke afmetingen is de hoogte kleiner dan de basis? Ik weet niet hoe ik dat moet doen.
- Obseva: legt uit. Het probleem lijkt voor een deel te zijn dat C er niet aan denkt dat je ook halve van het eerlijk verdelen af kunt halen, of, zoals hier, 1 1/2 voor een verschil van 3.*
- Pa-gen-*  
Caroline: Ja, maar ik heb er geen formule voor.  
Obseva: Je zou het kunnen proberen te bedenken, als je deze allemaal hebt gedaan, om te kijken wat er dan steeds hetzelfde gebeurt. Of er iets algemeen is.
- E3/19, Ada, 5.7*  
Ada: Wat moet je nou eigenlijk doen? Het lijkt heel erg op wat

- ik zelf heb gedaan.
- Obseva: Dan heb je het waarschijnlijk goed gedaan.  
 Ada: Ja, maar ik vind die b en h, ik raak gewoon in de war.  
 Obseva: Hoezo? Wat vind je moeilijk aan b en h.  
 Ada: Dat het gewoon b en h is. Wat ik doe is de omtrek, die is gegeven, gedeeld door 2 min de hoogte (*halve?*) verschil, en dat deel je door 2 weer.
- Obseva: Jaja, kan je dat bij 7 even voordoen?  
 Ada: Dit (*1400*) is de omtrek, dan gedeeld door 2 krijg ik 700 en dan het verschil, min het verschil dus, die 400, dan vind ik 300, dan gedeeld door 2, vind ik 150. ( $700-400=300$ ,  $300:2=150$ )
- Obseva: Ja, en wat doe je met die 150?  
 Ada: Dan krijgt de ene / [onderbroken door *Klassikaal*]
- va11-58:00, Fred, Cedric, 5.7* Cedric: [*Onderdeel a*] Je deelt gewoon alles door 2, da's niet zo moeilijk. [Bij onderdeel b verwarring over of het verschil nu 0 is of 400. ]  
 Cedric: Het moet min elkaar 4 zijn en + elkaar 7. Da's apart, 5 1/2 en 1 1/2. [C ziet bij c dat ze b verkeerd hebben opgevat. Al-lebei 350 dus. ]
- va11-1:03:00, Fred, Cedric, 5.8* Cedric: [*Bij onderdeel a.*] Zou dat dan 650 en 550? 650 en 550.  
 Fred: Ja.  
 (...) Cedric: Nee het klopt niet, want 650 en 550 is 100 verschil en geen 50.  
 Fred: Ja je moet even dus 625 en 575.  
 Fred: [Bij onderdeel b] Dan moet je gewoon afstanden van v nemen.  
 Cedric: Ja da's ook niet zo moeilijk, ... maar dat is wiskunde meestal niet. ... Dan doe je gewoon v afstand. Maar maakt het dan uit waar je die pijltjes neerzet?
- 6/20, Maria, 5.4, 5.6* Paul: Mag ik eens kijken wat je bij 4 hebt? (*leest in schrift*) Je zoekt twee getallen die samen de helft van de omtrek vormen, met eventueel een (?) bepaald verschil. Ik zoek dan met wat proberen uit welke getallen het moeten zijn. (*einde voorlezen*). En dan heb je een formule  $O = (b+h)*2$  en  $h = a + b =$  verschil. Ik begrijp niet wat je bedoelt?
- Pa-gen+, Pa-abs+: betekenis a* Maria: Nou a dat had ik gewoon even genoemd, dat is zeg maar het verschil.  
 Paul: En wat is b dan? O ja, de basis.  
 Maria: Ja of andersom kan ook.  
 Paul: En hoe groot is dat verschil, is gegeven, maar hoe weet je nou, als nou bijvoorbeeld de omtrek 12 is en het verschil is 3, wat doe jij dan? Uitproberen?  
 Maria: Ja maar deze (*opgave 5.6*) heb ik wel gewoon met formules en zo gedaan.
- In-p&p: ISO, Fo-rei+, Fo-inz+, In-sub+ inz, In-iso+ strat* Paul: (Leest weer) Daar heb je  $O = (b+h)$  keer 2,  $1400 = (b + h)*2$ ,  $700 = b+h$ ,  $b - h = 400$ ,  $b = 400 + h$ , 700, o dat is mooi wat je gedaan hebt,  $700 = h +$  (er staat  $700 = h + (400 + h)$ )  
 Maria: Ja toen heb ik ze gecombineerd.  
 Paul: Kun je uitleggen wat je hier doet?  
 Maria: Ja nou kijk, dit is zeg maar die formule ( $700 = b+h$ ), maar je weet dus al van h dat  $h + 400$  is zeg maar die 700.  
 Paul: Nee dat is die b.  
 Maria: Ja dat bedoel ik. En, ja hoe had ik het nou gedaan? In elk geval, dit is  $b (400 + h)$ .



Paul: Ja.  
 Maria:  $b$  is  $h + 400$  en dan weet je dat  $h + b = 700$  dus dan weet je dat dit zeg maar is  $b$  en dit is  $h$ , want  $700 = h+b$ , dus dan weet je dat zo.

Paul: En dan heb je daaronder gezet  $b = 550$  en  $h = 150$ , hoe ben je daar dan opgekomen?

Maria: Nou omdat hier  $700 - 400 = 300$ ,  $300$  gedeeld door  $2 = 150$ , want  $h$  is altijd hetzelfde als  $h$ .

*Pa-gen (via ISO)* Paul: Ja. En als die  $700$  nou  $800$  zou worden he, wat verandert er dan verder?

Maria:  $800$ , even kijken dit is  $800$ , nou dan worden deze denk ik allebei  $50$  meer.

Paul: Ja. En kun je nu in het algemeen uitleggen, want bij  $4$  had jij ik probeer maar wat, maar nou heb je eigenlijk een hele mooi strategie bedacht.

Maria: Ja  
 Paul: Kun je die nou ook in woorden zeggen zonder dat je die  $700$  en die  $400$  gebruikt?

Eigenlijk ook weer opgave 5.4:  
*Pa-gen+* Maria: ehm, even denken, nou in ieder geval je hebt dus zeg maar, je doet eerst de helft van het getal, en dan bedenk je dus zeg maar, je dat is dus de  $b$  plus de  $h$ , en dan, ..., ja ik zou niet zo goed weten hoe je dat nou moet zeggen. (...) Dat dan zeg maar de grotere min de kleinere, zeg maar  $b$  is groter,  $b - h$  is zeg maar dat verschil, en dan combineer je het, die helft is dan zeg maar de  $h$ , plus die  $h$  met dat verschil, ja

Paul: Ja je zegt het wel goed, ja. Dus die  $700$  is eigenlijk die halve omtrek, die  $b + h$ , en die  $400$  is het verschil, zou je nu een algemene formule daarvoor kunnen maken zonder dat je  $700$  gebruikt en zonder dat je  $400$  gebruikt?

Maria: Nou, ik denk  $b + h = h + h +$  verschil, ja of andersom, het kan ook  $h$  komma  $b$  zijn.

Paul: Ja ok, maar laten we even een van de twee gevallen nemen. Dus dan krijg je  $b + h = h + h +$  verschil, samen was dat  $700$  in het voorbeeld, dus in het algemeen zeg maar totaal of som of hoe je dat noemen wilt. Wat voor formule krijg je dan?

Maria: Als je dit som noemt? Nou som =  $h + h +$  verschil.  
 Paul: Ja. Kun je dat nog eenvoudiger schrijven?  
*Al-mis* Maria: Eh som is  $h$ , ...,  $h$  kwadraat of zo?  
 Paul: Nou  $h + h$  is geen  $h$  kwadraat.  
 Maria: Nee daarom, dat zat ik ook te denken. Nou dat zou ik echt niet weten.

Paul: Nou als je even op die machine doet  $x + x$  dan zegt ie  $2x$ .  
 Maria: O ja natuurlijk,  $2h +$  verschil.  
 Paul: Dus de som zeg jij, is  $h + h +$  verschil, is gelijk aan  $2$  keer  $h +$  verschil.

Maria: Ja.  
 Paul: Kun je nu  $h$  uitrekenen uit de vergelijking som =  $2 \cdot h +$  verschil?

*In-p&p, In-opl: uit het hoofd* Maria: Nou ik denk hier heb je de som, daar haal je het verschil af en dat deel je door  $2$ .

Paul: Ja. Hoe zeg je dat in een formule?  
*Pa-gen+, Fo-inzo: opstellen* Maria: Nou som - verschil gedeeld door  $2$ .  
 Paul: Ja, vind je het goed als ik dat effe iets korter schrijf,  $s - v$  gedeeld door  $2$  is  $h$ . Dit is dus heel mooi want als je nu de som en het verschil weet, kun je dit zo hier invullen en dan heb je die  $h$  al, snap je?

Maria: Ja.

Paul: Kun je nu ook een formule voor b maken?  
 Daar moet M even over denken.  
 Maria: Ik denk eigenlijk hetzelfde, of niet (*op basis van symmetrie?*).  
 Paul: Nee, niet precies hetzelfde want de hoogte en de basis zijn niet hetzelfde. [M gaat erover denken.]

6/21, Michael, 5.4  
 Pa-gen-

Michael: heeft geen formule bij 5.4. Wel heeft hij 5.6 goed.  
 Paul: Hoe heb je dat gevonden?  
 Michael: Dat is de helft van 1400, dat is 700, en dan moet dit bij elkaar, gewoon een beetje uitprobeerde.

6/22, Josef, 5.4  
 Pa-gen+

Josef: (leest voor) Je kijkt wanneer de hoogte en de basis gelijk zijn, dan deel je het verschil door 2, dan haal je van de basis of van de hoogte haal je die helft daarvan af of tel je erbij op, en dan doe je bij de andere doe je juist precies het tegenovergestelde.  
 Paul: Ja, uitstekend. En kun je daar een formule bij maken, is de vraag.  
 Josef: ... ehm eens kijken, ja ik denk dat dit die formule is, basis - hoogte is het verschil.  
 Paul: Jawel, maar jij had nu een mooie formule voor de hoogte, de hoogte is, zei jij, het totaal gedeeld door 2, of zoiets? Wat zei je ook weer precies? O ja, wanneer ze gelijk zijn? Als de omtrek 12 is, wanneer zijn ze dan gelijk?  
 Josef: Als ze allebei 3 zijn.  
 Paul: Ja, en hoe weet je dat?  
 Josef: Je deelt het door 4.  
 Paul: Precies, dus je begint met die omtrek door 4 te delen. Wat deed je dan, dan deed je iets met de helft van het verschil zie je?  
 Josef: Ja, dan eh dat verschil dat er is tussen de basis en de hoogte deel je dan door 2, en dan tel je het bij de basis of de hoogte tel je het verschil op en bij de andere doe je juist het tegenovergestelde.  
 Paul: Maar wat jij nou zegt is, stel even de omtrek is 12 en het verschil is 3, dan doe jij  $12/4$  en daar tel jij bij op de helft van het verschil of je pakt  $12/4$  en doet dat er van af. [P schrijft in schrift  $12/4 + 3/2$ ?]  
 Josef: Ja  
 Paul: Hoe zou het nou worden als de omtrek 100 is en het verschil 17?  
 Josef: Dan heb je dus, 17 deel je door 2, dat is eh  
 Paul: Kan me niet schelen eigenlijk, het gaat om de methode.  
 Josef: 8.5 en dan trek je bij een van de twee, dan weet je gewoon dat allebei basis en hoogte gelijk is 100, nee 100 deel je door 4, da's 25, en dan een van de twee dan weet je dus dat de hoogte en de basis 25 is, en van de een trek je 8.5 af en bij de ander doe je 8.5 erbij.  
 Paul: Je snapt het heel goed. Kun je de methode die je hebt in een formule samen vatten?

6/23, Maria, 5.4 (vervolg)

Maria: Ik zie niet echt verschil, in principe denk ik, b kun je hier hetzelfde invullen omdat je niet weet wat h of b is. Ik denk dat je in principe ook 2 keer b + verschil kan zeggen.

Pa-abs+: betekenis b en h

Paul: *legt uit dat de vergelijking  $b - h = 400$  leidt tot  $h = b - 400$ .*  
 Maria: Maar dat komt toevallig voor deze som, maar niet voor het

algemeen, voor het algemeen zijn in principe h en b hetzelfde, omdat je nooit weet wat h of b is. [P stelt voor aan te nemen dat altijd b de grootste is. M denkt weer verder.]

E3/20, Maria, 5.4 - 5.6

Rina: [Nav uitleg Maria op bord.] Ik zal proberen het even te vertalen. De omtrek is de hoogte plus de basis en dat moet je dan 2 keer nemen, he? Want je loopt er even omheen en je hebt 2 keer de basis en 2 keer de hoogte. Dat kan je zo neerzetten. ( $2*(h+b) = O$ ) Dus zo komt ze aan deze. Dit is de eerste gedachte en dit is de tweede gedachte ( $h+b = 1/2 O$ ), ene halve omtrek is dus 1 hoogte en 1 basis. En dan dit ( $b-h = v$ ) is ook weer een gedachte, als ik het verschil wil weten, dan moet ik de basis min de hoogte doen, dan heb ik het verschil. Ja? En die twee dingen samen, die gaat ze nu combineren hierin ( $h + (h+v) = 1/2 O$ ). Dus wat doet ze nou? Ze gaat voor de b, gaat ze dat ( $h+v$ ) schrijven. Want dat is eigenlijk hetzelfde. Want bij deze ( $b-h=v$ ) kun je zien, dat als je de basis wilt hebben, dat je dan de hoogte + het verschil moet nemen. Ziet iedereen dat? Dat dit hetzelfde is? Als je het niet weet, hoe kom je daar op zo'n rekenmachine nou achter? Als je nou niet weet dat die b dan dat ( $h+v$ ) is, als je wel dit ( $b-h=v$ ) weet.

In-opl+ inz

Ll:

Solve.

Rina: Met? Heel goed. Je kunt met Solve dit ( $b=h+v$ ) bedenken. Als je het nou moeilijk vindt om die b hierin om te zetten, kun je dat Solve gebruiken op je rekenmachine. Nou, wat heeft ze dus gedaan? Ze heeft eigenlijk voor het een iets anders in de plaats gezet. Dus nu is het deze formule, in plaats voor de b dit ( $h+v$ ) neergezet, dan houd je deze ( $h+(h+v) = 1/2 O$ ) over. (...)

Maria: legt nogmaals uit aan de hand van voorbeeld. Gaat snel, dus voor het bord, met als voorbeeld som 5.6.

Pa-gen+, Fo-rei+, Fo-inz+,  
In-sub+ inz, In-p&p: iso,  
In-iso+ strat

Maria: De O die was dus 1400. En je weet dat  $b-h=400$ . Nou dit (O) gedeeld door 2 is 700. En dan is het zeg maar dit:  $700 = h + (h+v)$ . En dan doe je dus, als je 700, nou min 400 is al 300, gedeeld door 2 is 150. Dan heb je  $150 + 150 + 400$  is 700. Dus dan weet je al, dat deze ( $O=700$ ) min 150 is 550, dus dan weet je dat b 550 is en h 150.

E3/21, Josef, 5.6

Rina: Josef wil je jou manier ook even uitleggen? Want het is namelijk heel aardig dat je op verschillende manieren met hetzelfde sommetje kunt werken. (...)

Josef: Nou, de omtrek deel je door 4.

Paul: Je maakte er eerst een vierkant van.

Pa-gen: in de kiem

Josef: Oja, en het verschil. Dan kijk je wat het verschil is tussen de twee en dat verschil deel je door 2. En voor een van de twee, de basis of de hoogte, trek je de helft van het verschil af en bij de andere doe je juist het omgekeerde. (...) De omtrek is 1400, dat deel je door 4, dat is 350. De basis is 350 ... eigenlijk heb ik eh, oja, het verschil was 400, dus toen heb ik 400 gedeeld door 2, dat is 200. Bij de basis doe ik dus plus 200, dat is 550. En dan de hoogte ( $350-200=150$ ).

6/25, va11-1:10:00, Caroline,  
Maria, 5.4

Caroline: Ik heb gewoon uitgelegd wat ik bij som 1, 2 en 3 heb gedaan.

Rina: En kun je dat aan ons ook uitleggen?

In-p&p: ev

Caroline: Ja, ik heb eerst gewoon een vierkant gemaakt van de omtrek, van 12 cm, dan krijg je 3 bij 3, en ehm als je dat wil

veranderen, dus een groter als de basis of zo dan maak je hem ietsjes kleiner, dus ehm de hoogte een groter dan de basis, dan maak je de hoogte een langer en de basis een korter, zodat je gewoon proberen met halve, helen (?).

Rina: Maar als jij de hoogte een langer wilt maken dan de basis, hoeveel moet je er dan bij doen?

*Pa-gen?* Caroline: De hoogte een half erbij en de basis een half eraf.  
Rina: Je zegt het dus verkeerd maar je doet het goed.  
[Het is toch goed wat C zegt?]

(...)

Rina: Wat heb je nog meer gedaan? Bij welke afmetingen is de hoogte 3 kleiner dan de basis?

Caroline: Dan ga je van de hoogte ga je eerst 1 erafhalen, en dan bij de basis 1 erbij, nou dan heb je verschil 2, dan moet je nog 1 verschil en dan doe je weer een half, een halve eraf en (?)

Rina: Ja dat is perfect. Heeft iemand iets anders bedacht?

*Pa-gen+* Maria: Ik had zeg maar, je hebt die formules he, twee. De ene is  $O = b + h$  keer 2 en die andere is  $h = \text{verschil} + b$ . Maar je kan ze ook combineren en dan kom je uit op een formule, die had ik, even kijken hoor, dat is zeg maar, even kijken hoor, omtrek dan, de helft van de omtrek dat was de  $h +$  en dan  $h + \text{verschil}$  en dat doe je dan tussen haakjes die laatste 2.

Rina: Wacht even, de halve omtrek is  $h + h + \text{verschil}$ .

Maria: en dan tussen haakjes  $h + \text{verschil}$

Rina: En hoe kom je daar aan?

Maria: Die ene formule met die andere formule, en dan zeg maar die ene/  
*Rina: vraagt M het op het bord te doen.*  
*Maria: op bord:  $1/2 O = h + (h + v)$ ,  $1/2 O = h + b$  en  $b - h = v$*   
Maria: Eigenlijk staat hier dus de halve omtrek, dit is eigenlijk  $h$ , en dit is eigenlijk de  $b (h+v)$ , nu is  $b$  de grote, en dan zie je dat ie zeg maar, eh, omdat je  $b$  niet weet kun je dat dan zo uitrekenen, dit is de  $h$ , plus het verschil is samen de  $b$ .

*Rina: legt dit nog uit en geeft aan dat je met solve vanuit  $b - h = v$  tot  $b = h + v$  kunt komen.*

Rina: Hoe ging je toen verder? (*na  $1/2 O = h + h + v$* )

Opg 5.6

Maria: Nou, toen kon ik, ik had hem gebruikt voor som 6, toen kon ik dus zeg maar oplossen.

Rina: Kun je nog even vertellen hoe?

*Pa-alg: algemene oplossing toepassen?* Maria: Nou de hele omtrek was 1400, nou de helft is dan 700, even kijken hoor hoe ik het toen had gedaan, 700 is dus de basis plus de hoogte, het verschil is 400, eigenlijk de basis min de hoogte, en toen had ik  $b = 400 + h$ , 700 dat is dus eigenlijk  $h + h + 400$ , nou dan weet je dat je ziet 2 h's, 700 min 400 is 300, dan is  $h$  dus 150 en dan is het antwoord dus 550, snap je? [M legt het nog een keer uit.]

*6/25, va11-1:17:00, Maria, Josef, 5.4 - 5.6* Maria: doet haar manier voor op het bord.  
Paul: Josef had ook nog een manier.  
*Josef: komt aan het bord:*  
Josef: Nou de omtrek die deel je door 4 en dan ehm.  
Paul: Je maakte er eerst een vierkant van, zei je, en dan deed je iets erbij en iets eraf.

*Pa-gen+* Josef: O ja, het verschil, dan deel je dat, je kijkt wat het verschil is tussen de twee, en dan deel je dat verschil dat deel je door 2, en van een van de twee van de basis of van de hoogte trek je die helft van het verschil eraf of doe je erbij, en bij de andere doe je juist het omgekeerde. [op bord 1400 /

- 4 = 350 basis = 350]
- Josef: Het verschil is 400, en dan heb ik 400 gedeeld door 2 is 200, en dan doe ik basis = 350 + 200 en hoogte is 350 - 200 [Bord basis = 350 + 200 = 550 hoogte = 350 - 200 = 150]
- 6/26, va11-1:22:00, Kevin, 5.9
- Kevin: [*tekent het plaatje over op het bord.*] Bij deze twee (*bogen boven de lijn*) heb ik  $1/2 v$  gedaan.
- Rina: En wat is  $1/2 v$ ?
- Kevin: De helft van het verschil.
- Kevin: Deze is  $1/2 s$ , de helft van de som. (*midden van het lijnstuk*). [Op vraag van R zet K er ook de getallen van opgave 5.7 bij.]
- Rina: vraagt de formules voor hoogte en basis met alleen maar letters.
- Kevin: op bord  $h = 1/2 s + 1/2 v$ ,  $b = 1/2 s - 1/2 v$
- Pa-gen+, Fo-rei+
- Va12-6:00, 6/29, Ada, Martin, Cedric, Maria, Fred, Eva 6.1
- Rina: heeft op het bord onder de kop 'Algemene oplossing van het som/verschil probleem' het plaatje van 6.1 gezet met vraagtekens en ook een opzet voor de formules  $b=$  en  $h=$ .
- Pa-gen+
- Ada: zet zonder aarzelen de goede letters bij de vraagtekens in het plaatje: 0, s,  $1/2 s$ , v, b, h,  $-1/2 v$ ,  $1/2 v$ .
- In-p&p: ev
- Martin: Het is toch niet altijd min een half v, je kunt toch ook het hele verschil kan toch ook aan een kant eraf gaan?
- Rina: Neenee, het is eerlijk delen, het is het idee van eerlijk delen. [R legt het idee nog eens uit aan de hand van de getallen van opgave 5.7.]
- Cedric: Het verschil is dan toch de helft van de som, als je het eerlijk verdeelt?
- Rina: Dat is alleen maar zo als die h en die b precies in het midden zitten.
- Cedric: Maar je zegt eerlijk verdelen?
- Maria: Maar dat is natuurlijk ook zo?
- Rina: Deze zitten niet precies in het midden.
- Maria: Nee maar omdat je weer de helft van de som,
- Rina: Deze beweegt.
- Maria: de helft van het verschil, ..., als je aan elke kant de helft van het verschil geeft, dan liggen ze dus precies eigenlijk hetzelfde, want je geeft aan elke kant hetzelfde terwijl het ook nog (?) dat h veel groter is dan b.
- Ll: Bij de een is het eraf, bij de ander erbij dan heb je het verschil.
- Maria: *lijkt te denken dat b en h op 1/4 en 3/4 van het totaal zitten. R valt terug op een concreet getallenvoorbeeld in het plaatje, en op een geld context: je moet samen f 80 betalen en de ene moet f 20 meer betalen.*
- Rina: Hoe ga je dit oplossen?
- Fred: Nou dan teken je eerst zo'n balk, van 0 tot en met 80. 20 is dus, als je het eerlijk gaat verdelen is dus 40,
- Rina: Ja, eerlijk delen is 40, maar ik wil niet eerlijk delen, ik zeg ik ga 20 gulden meer betalen/
- Pa-gen+
- Fred: Nee, die 20 is dus de v, steeds zo'n ding eronder [de pijl onder het plaatje]
- Rina: Ja, dus dit is nu de 20 [tekent de pijl erbij op bord en schrijft er 40 bij]
- Fred: Ja, nou ja dan is het v gedeeld door, gewoon hetzelfde eigenlijk.
- (...)
- Eva: [*heeft een andere manier.*] 80 - 20 en dat dan gedeeld door 2.

- Rina: Eerst even de uitkomst he, is 60, ja en dat gedeeld door 2.  
Eva: Dan heb je een 30 en dan die je er bij de andere nog 20 bij.
- Va12-16:30, 6/30, Ada, Dirk, 6.1  
Pa-gen-: onterechte generalisatie  
Ada: Rina vraagt A om de formules op het bord te zetten. Dat doet ze, terwijl ze erbij wijst naar het plaatje.  $b = 1/2 s + 1/2 v$  en  $h = 1/2 s - 1/2 v$   
Dirk: Kun je ook doen  $b = 1/2 s + 1/4 s$ ?  
Rina: Wacht even hoor/  
Dirk: Nee dat kan niet.  
Rina: Hoe kwam je erop?  
Dirk: Laat maar. .. bijzondere getallen (?)  
[D lijkt te zien dat hij iets generaliseert vanuit een specifiek geval, dat niet algemeen geldig is.]  
Rina: Kunnen jullie nou aan het plaatje zien hoe ik aan die formules kom?  
Ll: Nee  
Rina: legt het nog een keer uit.
- Va12-20:30, 6/31, Cedric, Kasper, 6.6?  
Pa-pla  
Kasper: Cedric hoe kan je eigenlijk iets berekenen als je alleen de v weet?  
Cedric: Als je het verschil weet, da's toch niet zo moeilijk?  
Kasper: Alleen het verschil.  
Cedric: Verschil door 2 delen. Als je het eerlijk wilt verdelen moet je het verschil door 2 delen en dan laten we zeggen het verschil is 400, dan deel je 400 door 2, [Kasper protesteert tegen de 400?] ja dat boeit niet, het is gewoon een voorbeeldgetal, dan is het verschil dus 10 en dan doe je 10 bij de ene eraf en 10 bij de andere erbij.
- Va12-21:30, Fred, Cedric, Kasper, 6.5 - 6.6  
Pa-alg  
Fred en Cedric: berekenen de helft van 65, zowel exact als de benadering, dan trekken ze daar de helft van 35 vanaf. Zo vinden ze 15 en 50. C legt de aanpak duidelijk uit aan F. Bij 6.6a doen ze  $180 - 45 = 135$ ,  $135$  delen door 2 geeft 67.5. De 180 moet een 90 zijn,  $90/2 = 45$ ,  $45 - 20/2$  geeft 35.  
Cedric: Dan zou het 35 en 55 moeten zijn. [Ze aarzelen en beginnen overnieuw en vinden weer 35 en 55.]  
Cedric: Het kan haast niet anders. Samen zijn ze altijd 180. En dit is 90 graden [de rechte hoek].  $180 - 90 = 90$ , dan heb je nog 90 over, dat deel je door 2, dat is 45. Het verschil moet 20 zijn, dat deel je ook door 2, dat is 10. Je doet  $45 + 10$  bij de ene, dat is 55, en  $45 - 10$  bij de andere, dat is 35.  
Kasper: En welke formule hebben we daarbij ingevuld?  
Cedric: Nou je hebt gewoon een maniertje gedaan. [C schrijft de aanpak in zijn schrift. Bij 6.6b weten ze niet zo goed wat ze met het parallellogram aan moeten. Kasper ziet het al.]  
Kasper: a is 105 want samen zijn ze 180, 20, 30 graden verschil [Dat geloven de andere zo maar niet. ]  
Fred: Nee want het is toch een parallellogram, geen driehoek.  
Cedric: Het is een gedraaid vierkant, een omgedraaid vierkant.  
Kasper: Maar dit is toch samen 180.  
Fred: ziet dat Kasper gelijk heeft en overtuigt Cedric gedeeltelijk. C wil het toch nog graag navragen. F berekent  $90 - 15 = 75$ .  
Cedric: zegt dat die hoeken 90 zijn. Niemand gebruikt het argument van het eerlijk verdelen.  $30/2 + 90 = 105$ .  
Cedric: Waarom ik het niet snapte is jij zei die hoeken zijn niet 90 graden, ik zei dat ze dat wel zijn.  
Fred: Ze zijn niet allebei 90 graden, maar wel als je eerlijk gaat

verdelen. [Toch nog eerlijk verdelen dus.]

6/32, Marg, Simone, 6.5

Marg: Bij  $32 \frac{1}{2}$  zit je op de helft, en dan moet je die 35 door 2 en dan naar de ene kant en naar de ander kant, toch?  
Simone: Ik geloof het niet hoor.  
Marg: Je moet het tekenen.  
Paul: Wat is het probleem, Simone?  
Simone: Vraag 5.  
Simone: Kijk want wij dachten dus, eerst zeg maar, ja, zeg maar gedeeld door 2, en dat was dan  $32 \frac{1}{2}$ , en dan was het verschil 35, en dan wist ik niet, misschien, ja ik dacht, dat wist ik niet, misschien dat je die ook door 2 moest delen.  
Marg: Kijk, dit zijn ze samen. Dit, zo is het eerlijk.  
Simone: Ja dat snap ik.  
Marg: Maar dan moet je een verschil van  $17 \frac{1}{2}$  maken, dus  
Paul: Nou...  
Simone: Nee je moet  $17 \frac{1}{2}$  hier  
Marg: Ja van 35 dus wat hier zo tussen zit, moet 35 zijn. Nou en dan moet je dus daar  $17 \frac{1}{2}$  en daar  $17 \frac{1}{2}$ .  
Simone: Dat zei ik toch ook?

6/33, Simone, Marg, Josef,  
Michael, Maria, 6.2

Paul: Was som 2 bij jou gelukt, Simone?  
Simone: Nee  
Marg: heeft deze opgave ook niet gedaan.

Pa-gen+, In-sub+ syn, In-  
p&p: voorkeurca

Josef heeft bij 2 eerst gewoon de algemene formules voor b en h opgeschreven maar heeft ook de substituties uitgevoerd met de machine. Hij denkt niet dat hij die met de hand zou kunnen.

Pa-gen-

Michael begreep niet wat hij met de rekenmachine moest doen. Hij heeft niet opgeschreven wat hij gedaan heeft maar wel de oplossingsformules. Het was in de les al een beetje besproken, zegt hij.

Pa-gen+, In-sub+ syn, Fo-  
inz+

Maria heeft bij 2b staan: ik typ in  $b-h=v \mid b = s/2 + \text{iets and } h\dots$  en daar komt uit 2 keer iets is v,  
Paul: En dan, wat kun je daar mee doen, met dat 2 keer iets is v?  
Maria: Dat betekent dus dat iets is een half v.  
Paul: Juist.  
Maria: Dat had ik hier al opgeschreven.

6/34, Maria, 5.4-5.6

Maria: Ik wou nog iets vragen over die manier van gisteren, ik weet nog niet of het helemaal goed is. [Er staat  $b + (b + \text{verschil}) = \text{som}$ ,  $b - h = \text{verschil}$ ,  $\text{som} = 2b - \text{verschil}$ ,  $b = (s+v)/2$ ]

Fo-inz+, In-cas:equivalentie

Paul zegt dat M nu twee formules heeft,  $b = (s+v)/2$  en  $b = 1/2 s + 1/2 v$ .  
Maria: Dat komt eigenlijk op hetzelfde neer.  
Paul: Kun je dat uitleggen?  
Maria: Nou, omdat dit is eigenlijk dus, omdat je door 2 deelt is het dus eigenlijk al een half, dus dat komt dan op hetzelfde neer. Deze  $((s+v)/2)$  is eigenlijk wel zo makkelijk als die.  
Paul: Ja dat hangt er een beetje vanaf (?)  
Maria: Dus ik had dus eigenlijk al een andere formule gevonden voor hetzelfde probleem.  
Paul: Ja, een andere formule maar die wel  
Maria: op hetzelfde neerkomt  
Paul: gelijkwaardig is, anders zou je een probleem hebben.  
Maria: Ja, nee, daarom.

6/36, Barbara, 6.2  
In-sub+ syn, Pa-gen+

Barbara heeft  $v = 1/2s + \text{iets} - (1/2 s - \text{iets})$   
Paul: Kun je dit vereenvoudigen?  
Barbara: ... eh  
Paul: Want je hebt erachter geschreven  $\text{iets} = -1/2 v$  of  $1/2 v$ . Hoe ben je daar dan aangekomen?  
Barbara: Omdat ik, toen begreep ik het wel toen Rina het uitlegde.  
Paul: Weet je hoe je die laatste haakjes weg kunt krijgen,  $-1/2 s - \text{iets}$  tussen haakjes?  
Barbara: ee, eigenlijk niet.  
Paul: Weet jij, als ik, je hebt een of ander getal, 45, ik noem maar iets, min  $(6 - 3)$ . Nou mag je die  $6-3$  even niet uitrekenen. Hoe zou je dit dan anders kunnen schrijven?  
Barbara: ....  
Paul: Van die 45 moet je doen  $-6$ , en wat moet je met deze 3 doen?  
Barbara: Je moet toch eerst  $6 - 3$  doen, omdat het tussen haakjes staat?  
Paul: Daar heb je gelijk in. Dit is geen goede vraag van mij. Wat ik bedoel te zeggen is  $45 - 6 + 3$ . (...) Wat krijg je dan als je dat hier doet?  
Barbara: ... Dan krijg je  $+$  iets.  
(...)  
Paul: Zie je wat je dan krijgt?  
Barbara: ... Dit wordt toch alleen  $+$  iets op het eind?  
Paul: En hier heb je ook  $+$  iets, dus wat wordt het dan samen?  
Barbara:  $+$  iets kwadraat?  
Paul: Nou,  
Barbara:  $+$  2 iets.  
Paul: En je hebt hier  $1/2 s - 1/2 s$ , wat wordt dat?  
Barbara: 0  
Paul: Ja. [Dat geeft 2 iets = v.]  
Paul: En wat is iets dan? [Dat staat al in haar schrijft. ]

Al-mis

6/37, Ada, 6.5

In-p&p, In-opl uit het hoofd

Ada: heeft  $b+h=65$  en  $b-h=35$  en wil weten hoe ze dat intoets. Wat ze heeft is niet precies duidelijk, misschien in schrift nog terug te vinden? P doet de iso-aanpak stap voor stap.  
Dat  $b-h=35$  isoleert tot  $b=h+35$  ziet A uit het hoofd.

6/38, Eva, 6.1

Fo-inzo, In-cas:equivalentie

P komt met Eva nog terug op haar aanpak. Ze ziet wel dat de twee formules  $(s-v)/2$ . Op het bord stond  $1/2 s - 1/2 v$ . Ze snapt dat die twee op hetzelfde neerkomen. Maar haar manier is  $b = h + v$ . Dat is dus  $(s-v)/2 + v$ , terwijl op het bord stond  $b = 1/2 s + 1/2 v$ . E ziet niet meteen dat dat op hetzelfde neerkomt. De machine vereenvoudigt dit wel goed. P legt dit ook nog uit in het plaatje.

E4/1, Petra, 6.5  
Pa-alg: toespitsen of plaatje?

Obseva: Kan je laten zien hoe jij 5 aanpakt?  
Petra: Ja, ik heb gewoon hetzelfde gedaan als hiervoor zal ik maar zeggen, het algemene (Petra heeft plaatje getekend zoals geleerd met basis en hoogte, pagina 30. Nu heeft ze in plaats van  $b$  en  $h$  de letters  $s$  voor Simone en  $m$  voor moeder genomen). Dus dan vul ik gewoon in eh, nou ja, als je allebei hun leeftijden niet hebt, heb je nul, samen zijn ze 65. En dan, het verschil is 35, en dan de helft van 65 is hier  $(1/2 \text{ som})$ , en dan doe ik de helft van hier (verschil) erbij voor de moeder en de helft eraf voor haar. En dan heb je het.  
Obseva: Ja, en op welke leeftijden kom je dan uit?



Petra: Ja, daar was ik nu. Dat moet ik nog even intypen. Zij is 15 en de moeder 50.  
 Obseva: Ja. Vind je het makkelijker zo met het plaatje dan met formules?  
 Petra: Nou, op die, oja, dat had ik ook kunnen doen. Nou, op die test heb ik dat op een of andere manier ook gedaan, terwijl ik dit toen helemaal nog niet wist. Maar ik denk dat ik toen wel meer die formules, toen had ik inderdaad iets gedaan met, ik weet niet, toen had ik die rekenmachine ook nog niet.  
 Obseva: En als je nou die formule (*op bord:  $b = 1/2 s + 1/2 v$  en  $h = 1/2 s - 1/2 v$* ) zou gebruiken, wat zou je dan waar invullen?  
 Petra: Voor een  $1/2 s$  weer 32.5 en dan weer 17.5, eigenlijk wat ik al hier (*met plaatje*) deed. Dat doe je dan meteen, dat gaat eigenlijk sneller.

E4/2, Kevin, 6.5  
 Pa-alg

Obseva: Kevin, kan jij laten zien hoe je 5 hebt gedaan?  
 Kevin: Hoe ik 5 heb gedaan? Die? Ik heb die, wat heb ik daar gebruikt? Eerst 65 gedeeld door 2, dan heb je  $1/2 s$ , en 35 gedeeld door 2, dan heb je  $1/2 v$ . En dan, ik wil h hebben nu, want zij (Simone) is waarschijnlijk jonger dan haar moeder. Dus doe je  $1/2 s$  min  $1/2 v$ , 32.5 min 17.5 is 15.  
 Obseva: Ja, en de moeder is dan?  
 Kevin: Die is dan 50. Moet je dan optellen.  
 Obseva: Dus jij hebt gewoon de formule met de letters gekozen om te gebruiken?  
 Kevin: Ja.  
 Obseva: En dat gaat wel makkelijk?  
 Kevin: Ja.

E4/3, Caroline, 6.6

Pa-alg

*Caroline wil weten hoe je kan weten wat de som is van hoek a en b. Denkt in eerste instantie dat de som van de hoeken in een driehoek 360 graden is. Weet ook niet dat  $\rightarrow$  voor 90 graden staat.*  
 Caroline: Oke, nou kan je gewoon die formule toepassen.  
 Obseva: Ja.  
 Caroline: Even kijken hoor, a is groter, dus dan moet je plus he?  
 Obseva: Dus je gebruikt gewoon de formule dan?  $1/2 s + 1/2 v$  (Caroline vult in  $45 + 10 = 55$ ) en die andere is...  
 Caroline: B is  $1/2 s$  min  $1/2 v$  ... (vult in  $45 - 10 = 35$ )  
 Obseva: En zijn ze nu samen, dan kun je het even controleren he, of ze nu samen 90 zijn en of het verschil 20 is.  
 Caroline: Ja.  
 Obseva: Vind je het makkelijk zo om die letters te gebruiken. Of vind je dat raar?  
 Caroline: Die formules vind ik het makkelijkst om te gebruiken.

E4/4, Eva, 6.5

Pa-alg: alg formules niet gebruikt

Obseva: Kun je laten zien hoe jij 5 hebt gedaan? Want jij had een andere manier he, dan eerlijk verdelen?  
 Eva: Nou, zoals het hier staat eigenlijk (in schrift). Omdat, ze schelen 35 jaar. 65 min 35 is 30. 30 gedeeld door 2 is 15. Nou, Simone is dus 15 jaar.  
 Obseva: En de moeder is dan?  
 Eva: 15 plus ...30, nee plus 35.  
 Obseva: Ja, zo kan het ook.  
 Eva: wil nog weten of ze het op de test ook zo mag doen.

E4/5, Eva, 6.7

Pa-alg: alg opl niet gebruikt

Eva heeft de uitwerking

$$54321 - 12345 = 41970,$$

$$t = 41970 : 2 = 20985,$$

$$z = 20985 + 41970 = 62955$$

Eva: Kan dit ( $t=20985$ ) kloppen, of is dat heel raar?  
 Obseva: Nee, hij is bijna goed (...), even kijken, want je hebt hier  $54321 - 12345 = \dots 4197\bar{6}$  staat op je machine. Je hebt hier ( $41970$  in schrift) een nul. Ja, dan komt er net iets anders uit. Want dan is dit ( $t = 41970 : 2$ )  $4197\bar{6}$  gedeeld door 2.

Eva: Ja, nou goed (*verbetert*). Maar de manier is op zich wel goed? (*som - verschil = iets, t = iets : 2*)

Obseva: Ja. Maar hoe heb je nu, even kijken, want t heb je dan en hoe kom je nu aan z?

Eva: Deze ( $t$ ) plus die ( $41976$ ).

Obseva: Ehm, maar dat klopt niet helemaal.

Pa-gen Eva: Nee, maar kijk, dit ( $41976$ ) is het verschil, dat is dan gedeeld door twee, de jongste plus het verschil is dan toch de oudste?

Obseva: Nee, kijk, als je bijvoorbeeld weer terugkijkt naar 5. Het verschil staat hier. (*wijst 35 aan in  $65 - 35 = 30$* ) Dus hier staat het verschil ook hier (*plaats van verschil in som - verschil =, in dit geval 12345*). Want je doet eh, jij neemt in jouw methode zeg maar, de som min het verschil reken je uit.

Pa-gen Eva: En dat dan gedeeld door twee is het kleinste getal en bij het kleinste getal...

Obseva: Maar dan moet je wel het kleinste getal plus het verschil nemen. En het verschil had je hier (*35 of 12345*) opgeschreven.

Eva: Oja.

Obseva: Want als je plus 30 doet en je controleert even je som...dan is het niet zo, dus je moet goed kijken welke je neemt. Je moet dus jouw eerste getal plus het verschil nemen. Dat is in dit geval (*som 5*) 35, dus dat is het tweede getal zeg maar in het sommetje ( $65 - \underline{35} = 30$ ), en dat is in dit geval dus 12345.

Eva: Ja.

Obseva: Ja, dus je moet t plus deze ( $12345$ ) nemen, dus je moet wel even goed kijken welke je erbij optelt. En je raakt een beetje in de war, omdat je hier ( $54321 - 12345 = 41976$ ) natuurlijk weer een verschil krijgt. Maar dan moet je er even op letten dat je het goede verschil erbij neemt, en dan kan je deze methode ook gebruiken.

E4/6, Linda, 6.6b Linda: heeft problemen met de 360 en 180 graden. Dat wordt opgelost.

Pa-alg Obseva: En weet je ook hoe je het dan verder aanpakt?

Linda: Gewoon met de formules.

Obseva: Dat vind je het makkelijkst, gewoon met de formules?

Linda: Ja, dat gaat het snelst.

Obseva: En wat vul je dan waar in?

Linda: Voor deze ( $s$ ) 180 en voor deze, het verschil, dat is 30.

4/7, Caroline, 6.7b Caroline: Hoe kan je hier nou het verschil uitrekenen?

Obseva: Nou, je hebt de somvergelijking (...),  $n+m=190$ . Nu wil je ook de verschilvergelijking erbij hebben en daarbij staat altijd het getal achter de = en de n en de m staan er dan voor, he?

Caroline: Ja.

Obseva: Hoe kan je nou voor elkaar krijgen dat eigenlijk de m zeg

Fo-inzo  
 Caroline: maar naar de andere kant gehaald wordt?  
 Obseva: Ja, ik dacht zelf aan n - m, op zich, maar/  
 Caroline: Ja.  
 Caroline: Ja, klopt dat?  
 Obseva: Je haalt de m naar de andere kant, dus dan wordt het een min, dus dan krijg je n min m. Dus je moet hier gewoon een stapje extra doen. Je moet zelf de verschilvergelijking maken.

E4/8, Kevin, 6.7c  
 Pa-abs-, Pa-gen+, Pa-rol+,  
 Fo-inz+, In-sub+ inz  
 Obseva: (vraag aan Kevin) Hoe pak je dat aan denk je?  
 Kevin: Nou eh, ik probeer op een of andere manier  $1/2 s$  en  $1/2 v$  te krijgen. En  $1/2 v$  is dus nu  $1/2 a^2$  en ...ik bedoel andersom,  $1/2 s$  is  $1/2 a^2$  en  $1/2 v$  is  $1/2 b^2$ . Maar dat is onhandig om uit te rekenen.  
 Obseva: Nou, vul maar eens in. ... (Kevin vult in:  $1/2 s = 1/2 a^2$ ,  $1/2 v = 1/2 b^2$ )  
 Kevin: Dus dan is, in x-y, x is de grotere, dus dan is  $x = 1/2 a^2 + 1/2 v^2$ . En  $y = 1/2 a^2 - 1/2 v^2$ .  
 Obseva: Ja. Dus nu ben je klaar? Dat is het antwoord?  
 Kevin: Ja, dat is wat je weten wilde, toch?  
 Obseva: Ja. Oke, goed.

E4/9, Anna, Caroline, 6.7c  
 Al-mis  
 Anna: Is het niet gewoon a, de helft van  $a^2$ ?  
 Obseva: De helft van  $a^2$  is a? Nee, dat is niet goed.  
 Anna:  $1/2$  keer a, maar een  $1/2$  keer  $a^2$ ?  
 Obseva: Ja.  
 Anna: Ja, nou, ik weet niet hoor.  
 Obseva: Weet je wat a is?  
 Anna: a.  
 Obseva: Ja, dat is a. Dus een  $1/2 a^2$  ...  
 Anna: Is een  $1/2 a$  huh, nee.  
 Obseva: Ja, is een  $1/2 a^2$ . Je hebt er geen getallen voor, het wordt nu een beetje abstract /  
 Anna: Het slaat dus nergens op.  
 Obseva: Jawel, want voor a kan je van alles invullen, dus als de som is  $a^2$ , zeg jij de helft van de som is  $1/2 a^2$ . Wat je ook voor a invult, jouw formule klopt.

Pa-gen+ , Pa-rol+(Anna, ook verder)  
 Fo-rei-, Pa-pla- (Caroline)  
 Anna: Oke,  $1/2 a^2$  plus, en de som is /  
 Caroline: Maar hoe kan je dit dan uitrekenen? Als je  $1/2 a^2 + 1/2 b^2$  hebt?  
 Anna: Dat kun je niet uitrekenen, dan moet je toch getallen invoeren. (...)  
 Anna: Maar dan kun je x dus niet invullen;  $(x=)1/2 a^2$  plus  $1/2 b^2$ .  
 Obseva: Ja. Denk je dat je nu nog verder moet uitwerken?  
 Anna: Nee.  
 Obseva: Nee, je kan dus gewoon een oplossing voor x krijgen waar nog letters instaan.

4/10, Ivar, 6.7c  
 Pa-geno: alg opl niet gebruikt  
 Obseva: Zijn jullie eruit gekomen bij 7c?  
 Ivar: Nee, we zitten moeilijk te doen. (...)  
 Obseva: Want jij gebruikte andere formules bij 7a en 7b? Wat heb je daar gedaan?  
 Ivar: Eh, we doen eh, eerst rekenen we de kleinste uit, t, door t plus 12345 tussen haakjes plus t  $((t+12345) + t)$ , en dat moet dan het totale zijn, s dus. En dan 2t moet eh, 12345 plus 41976 moet samen 54321 zijn. En als je dan deze (41976) hebt dat is 2t, en als je dan door 2 deelt heb je 1 t.

En als je dit min dat doet (*ik weet niet meer precies wat dit en dat was*).

Obseva: Ja, dus eigenlijk heb je hier de z weggewerkt. Dus je hebt gekeken wat z is en dat ingevuld bij de bovenste. En bij b ging dat ook, en toen kwam je bij c in de problemen.

Ivar: Ja, maar dat, volgens mij moeten we het ietsje anders doen.

Obseva: Nou, het zou wel kunnen op die manier, want nu heb je  $x + y = a^2$  en dan heb je hier, wil je dus eigenlijk weten wat x is (...). / [*Klassikaal verder.*]

E4/13, Eva, 6.7c

Pa-rol+, Pa-gen+, Pa-abs-

Obseva: Ben je ook uit 7c gekomen?

Eva: Ja.

Obseva: Even kijken, wat heb je daar gedaan? Heb je weer dezelfde methode als daarvoor gebruikt?

Eva: Ja.

Obseva:  $a^2 - b^2$  gedeeld door 2 is het kleinste getal, en  $a^2 - b^2$  gedeeld door 2 is  $y /$

Eva: Dus y is het kleinste getal. En  $y + b^2 = x$ .

Obseva: Alleen heb je nu dus nog wel een y er in staan. Je hebt bijvoorbeeld voor  $x = y + b^2 /$

Eva: Ja maar y daar ben je dan net achter.

Obseva: Oh, ja, op die manier, en die heb je dan het kleinste getal genoemd.

Eva: Want dit is hetzelfde als hier toch?

Obseva: Dus nu heb je als uitkomst voor x,  $y + b^2$ ?

Eva: Ja.

Obseva: En y is dan?

Eva: y is het kleinste getal. En  $b^2$  is het verschil.

Obseva: En y is y gewoon?

Pa-pla+

Eva: Ja, want daar hebben ze toch geen cijfer voor gekregen?

E4/15, Ivar, Dirk, 6.9b

Pa-gen: generaliseren van de methode

Dirk: En  $2y$  is /

Ivar: 30, dus 70,  $5x$  is 70, en dan dat delen door 5. En dat is?

Dirk: Eh, 14.

Ivar: kwam volgens mij aan 30 door  $(100-40)/2$  te doen.

6/40, Linda, 6.7

Pa-alg: niet de alg formule gebruikt

Linda: heeft bij onderdeel a moeite om uit de getallen de waarden van s en v af te lezen, dat doet ze eerst verkeerd. Kennelijk zegt som en verschil haar niet zoveel. Ook kan ze z en t in het plaatje eerst niet goed lokaliseren.

6/41, Marg, Simone, 6.7

Pa-abs-, Pa-rol+, Pa-gen+, Fo-inz+

Marg: [Bij onderdeel c] Dan moet je de helft van a kwadraat doen, kan dat?

Simone: Nee, een half keer  $a^2$  + een half keer  $b^2$ .

Marg: heeft staan  $s = a^2$  en  $v = b^2$ .

6/42, Thomas, Nick, 6.7

Pa-gen+, Pa-rol+, Fo-rei+

Paul: [Bij c hebben ze  $x = 1/2 a^2 + 1/2 b^2$  en  $b = 1/2 a^2 - 1/2 b^2$ . Die b is natuurlijk niet handig, dat herstellen ze snel.] Waarom heb je eigenlijk x en y uitgerekend? Je had ook a en b kunnen uitrekenen.

Thomas: Had ook gekund.

Paul: Maar?

Thomas: Je moet de vergelijkingen oplossen en dan is het volgens mij de bedoeling dat je de x én de y uitrekent, dus als je het antwoord weet.

Va12-37:00, 6/43, Fred,  
Cedric, Kasper 6.7  
Pa-gen: F eerst wel, C later  
niet gebruikt

Fred:  $z+t$  dat is dus alles bij elkaar dus dat is hetzelfde als hier die 180.  $z-t$  dat is het verschil.

(...)

Cedric: Moet je oplossen? Moet je gewoon zeggen  $z$  is zoveel en  $t$  is zoveel? [Ze delen 54321 door 2.]

Cedric:  $t + 12345 = z$ . [Ze trekken van de helft van 54321 de helft van 12345 af, en tellen ook de helft van het verschil bij de halve som op. Ze zijn lekker aan het werk, kennelijk is dit het niveau van opgaven dat ze prettig vinden.]

Fred:  $z+t$  dat is alles.

(...)

Fred: Je doet eigenlijk hetzelfde als bij die andere. [Bij onderdeel b deelt F 190 door 2.]

Kasper: Fred bij b is het verschil toch 40?

Fo-inz+

Fred: Het verschil is 20. Je moet eerst die formule even om-draaien,  $20 =$  moet je er van maken,  $20 = n-m$  natuurlijk.

Pa-alg

Kasper: O ja, dan is  $v$  toch 20.

(...)

Kasper: 85 en 105.

Pa-geno, In-opl- syn

Fred: [begint aan onderdeel c.] Waar kan je solve vinden?

[Hij voert in: solve( $0.5*a^2-0.5*b^2$ ). P komt langs.]

Paul: Bij 7c heb jij  $\frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{2} b^2$ , wat is dat?

Fred: Nou daar reken ik ehm eerst de, dan ga ik eerst nog eens kijken wat ik dan krijg, want ik heb wel een vermoeden maar (?)

[Hij voert in solve( $0.5* a^2 - 0.5* b^2$ ), wat een foutmelding geeft.]

Paul: Wat wil je eigenlijk doen?

Fred: Ik wilde deze oplossen en kijken wat

Paul: Wat bedoel je met oplossen?

Fred: Ja vereenvoudigen of zo, maar dat kan niet.

Paul: Vereenvoudigen. Oplossen en vereenvoudigen zijn twee verschillende dingen. [P legt het uit]

Later voert F in solve( $x+y=a^2$ ). Dat werkt ook niet, maar F ziet het antwoord al, zegt hij. CONTROLEREN IN SCHRIFT.

In-opl, In-p&p

Cedric: Kijk als hier staat  $n = 20 + m$ , dat is toch hetzelfde als  $n - m = 20$ ?

Paul: Weet je het zeker?

Cedric: Ja.

Paul: En hoe leg je dat dan uit?

Cedric: Nou kijk, hier doe je  $m$  eraf en dan moet je daar ook een  $m$  eraf doen want je doet allebei hetzelfde omdat het een vergelijking is.

Paul: Ja. En weet je wat je kunt doen als je het niet zeker weet, zou je het ook met dat machientje kunnen controleren of het klopt?

Cedric: ehm, misschien moet je dan invoeren  $n = 20 + m$ , = hetzelfde als  $n - m = 20$ .

Paul: Ja dat zou kunnen ja. Je kunt ook beginnen met die onder-ste vergelijking,  $n - m = 20$ , en dan zeggen haal daar de  $n$  uit. En dan zou je dat moeten krijgen.

Cedric: *doet toch zijn manier, maar hij moet wel haakjes zetten om de twee stukken.*

Va13-53:30, 6/45, Cedric, 6.7  
In-opl- inz

[P kijkt of de controle van Cedric heeft gewerkt.]

Cedric: Hij ging dat gewoon weer neerzetten in plaats van true of false, dus dat lukte niet.

In-opl+ inz  
Paul: Maar je had wel gelijk. [P legt uit dat het ook met solve(m-n=20,..) gekund had. ]  
Cedric ziet welke letter je dan moet kiezen, namelijk n.

Va13-53:50, 6/46, Fred, 6.7  
Pa-gen+, Pa-onb+

Fred heeft  $y = 1/2 a^2 - 1/2 b^2$  en  $x = 1/2 a^2 + 1/2 b^2$   
Paul: Dat is goed maar waarom heb je nu x en y opgelost?  
Fred: eh er stond x en y =.  
Paul: Ja. Maar je had ook a en b op kunnen lossen in principe.  
Fred: Ja. [Toch lijkt hem mijn opmerking in de war te brengen. ]

Va13-56:50, Fred, Kasper,  
6.9  
Pa-gen: methode

Bij a doet Fred  $84/3$  geeft 28,  $14 + 5$  geeft 19 en  $14-5=9$  geeft true.  
Kasper:  $3x$  52,  $3y$  32. [samen wel 84, maar het verschil is 20 terwijl het verschil tussen  $2x$  en  $2y$  20 moet zijn]  
Fred: Ja maar je hebt ze niet hetzelfde gemaakt, ze zijn niet gelijk aan elkaar. (?) niet compatible. [F legt uit dat hij de eerste vergelijking door 3 deelt, en de tweede door 2.]  
Fred: Dan heb je tenminste dezelfde waarde.  
Kasper: [K gaat dat ook doen en vindt 19 en 9.] Wat is 19 dan?  
Fred: De x.

Va13-59:50, Fred, Cedric, 6.7  
Fo-rei+, Pa-gen+

Cedric: vraagt om uitleg van onderdeel c.  
Fred: Nou je hebt dus geen waardes dus c kun je opschrijven als formules.  
Cedric: maakt daarbij eerst van de eerste vergelijking  $x = a^2+y$  en dan  $x = y + b^2$ .  
Fred: [geeft het antwoord en zegt] Denk daar maar eens over na.

Va13-1:01:40, Fred, Kasper,  
6.9  
Pa-gen: methode

Kasper: [Bij onderdeel b]  $x$  14,  $y$  15.  
Fred: typt in  $100/2 - 40/2$ , geeft 30.  
Kasper: En ik heb het bewezen.  
Fred: typt dan in  $70/5=14$ . F heeft 20 en 14, vindt hij.  
Kasper: Nee, het verschil is 1.  
Kasper: 70 is  $5x$ , ja?  
Fred: Dus gedeeld door 5 dan heb je x en dat is 14.  
Kasper: En 30 is  $2y$ , ja?  
Fred: Dus gedeeld door 2 is..  
Kasper: is 15.  
Rina zegt dat het niet klopt en de jonges vullen hun antwoorden in in de vergelijking:  $5*14+2*15$  en daar komt inderdaad 100 uit.

6/47, Caroline, 6.9  
Pa-gen

Caroline: weet niet wat ze met 9a aan moet, maar dan heeft ze een aardig idee: ze deelt 84 door 6. Dat is goed, want je hebt in totaal 6 x-en en y-tjes, dus eerlijk verdelen zou op 14 neerkomen.  
Caroline: Normaal zou je dan nog gedeeld door 2 moeten doen.  
Paul: Ja,  
Caroline: 7, dan zou x 7 zijn en y 7.  
Paul: Nou nee, gedeeld door 2 heb je eigenlijk al gedaan want je hebt gedeeld door 6 en dat is eigenlijk delen door 3 en delen door 2.  
Caroline: O ja.  
Paul: Dus die 14 daar ga je van uit en dan heb je nog  $2x - 2y = 20$ , dus hoeveel is het verschil tussen x en y?  
Caroline: ... 6

Paul: Waarom 6?  
 Caroline: 20 - 14.  
 Paul: Als je nou alleen naar die tweede vergelijking kijkt,  $2x - 2y = 20$ , wat is dan het verschil tussen  $x$  en  $y$ ?  
 Caroline: Ook 20?  
 Paul: Nee, eh ...  
 Caroline: 0?  
*Paul: maakt een vergelijking met twee hardlopers.*  
 Paul: Als de een in 2 uur 20 km meer loopt, hoeveel scheelt het dan in 1 uur?  
 Caroline: 10.  
 Paul: Dus het verschil  $x - y = 10$ . [P legt uit dat je ook de tweede vergelijking door 2 kunt delen. Dat kan ook met de eerste: eerst door 3 delen en dan door 2.]

6/48, Silke, 6.8

*Silke: Het plaatje van 6.8 blijkt niet goed te werken, de tweede dimensie maakt dat je het plaatje van 6.1 niet goed meer terugziet. De hoogte  $h$  staat horizontaal, terwijl de context suggereert dat die verticaal staat.*

Pa-pla

Silke: Maar het punt is dat je deze niet weet, je weet geen getallen.

E4/16, (= 6/49 P), Thomas,  
 6.7a  
 Pa-gen

Thomas: Op bord  $54321/2 = 27160,5$ ,  $z = 27160,5 + (1/2 * 12345) = 33333$ ,  $t = 27160,5 - (1/2 * 12345) = 20988,5$

Rina: Thomas, welke manier heb jij nou gedaan?

Thomas: Het grootste getal, in dit geval  $z$  is de helft van die getallen bij elkaar opgeteld, plus de helft van het verschil.

Rina: Dus hoe heet dat probleem? Dat staat op het bord, het somverschilprobleem.

E4/17, (=7/1, 7/2 Paul)  
 Martin, Josef, Dirk, 6.7c

$z + t = 54321$ ,  $z - t = 12345$ ,  $66666 / 2 = 33333$

Martin: Nou, ik tel deze twee bij elkaar op ( $54321 + 12345$ ). En dan heb je  $2z$ . Dan deel ik dit ( $66666$ ) door 2. (...)

Rina: Wacht even, hoe bereken je dan die andere?

Ivar:  $54321 - 33333$ . Dan moet je  $s - z$  doen.

Martin: Nou, ik weet dat  $z + t$  is dit ( $54321$ ). En ik weet de  $z$ , dus  $33333 + t = 54321$ . En dan is  $t = 20988$ .

Josef: Solve ( $z+t=54321$  and  $z-t=12345$ )

Pa-alg, Pa-pla: wisselen  
 tussen algemeen en numeriek

In-opl+ syn,  
 In-iso+ var and

In-p&p:iso, In-sub+ inz

Dirk: Ik weet dat  $z$  de grootste is. En als je  $t$  aan de andere kant zet, krijg je  $z =$  dat ( $12345$ ) plus  $t$ . En dan kan je zeggen,  $t + 12345 + t = 54321$ .

Rina: En wat ben je nou aan het doen eigenlijk? Wat heb je nu gedaan?

Dirk: Substitutie.

Rina: Substitutie van wie in wat?

Dirk: Van  $z$  maak je  $t$  plus iets.

Rina: En in welke vergelijking doe je dat? Wijs eens aan.

Dirk: Hoe bedoel je in welke vergelijking?

Rina: Nou, waar zit je in te substitueren? Wijs even aan. [Dirk wijst  $z$  in  $z+t$  aan.]

Rina: Dus die  $z$  ga je veranderen.

Dirk: Ja, dus hier staat eigenlijk  $2t + 12345 = 54321$ . En dan moet je dit ( $12345$ ) hier ( $54321$ ) afhalen, dus dan krijg je  $2t = 41976$ . Dus  $t = 20988$ .

Ll: Ik vind dit wel heel wiskundig hoor.

<p>E4/18, (7/1, 7/2 Paul) Thomas, 6.7c Pa-gen+, Pa-rol+, Fo-rei+, Fo-inz+</p>	<p>Dirk: Ja, mijn vader heeft het me verteld. Ja, en dan krijg je dit (54321) min t en die t staat hier (20988); en dan z= .</p>
<p>E4/19, (7/2 Paul) Martin,Ivar, 6.7c  Fo-rei-, Pa-pla-</p>	<p>Thomas: <math>x+y = a^2</math> en <math>x- y = b^2</math>. Je weet dus dat x groter moet zijn dan y, omdat je wat overhoudt. Ehm, je hebt hier geen cijfers waarmee je leuk kunt rekenen, dus je zal je bij de basisoplossing moeten houden. Dus dan krijg je <math>x= 1/2 a^2</math> plus, want x is groter dan y, <math>1/2 b^2</math>. En y is <math>1/2 a^2</math>, en die is kleiner, min <math>1/2 b^2</math>. Dus dan staat hier (...) x is de helft van het totaal plus de helft van het verschil, en y is de helft van het totaal min de helft van het verschil.</p> <p>Rina: Want wat ging je net doen? Martin: Optellen. Rina: Ja, tel maar op. (Martin schrijft: <math>a^2 + b^2</math>) Heel goed, en wat houd je aan de andere kant dan? Martin: Nou, dan wilde ik die (<math>a^2 + b^2</math>) gedeeld door twee doen, maar dat kan dus niet. Rina: Jawel, dat kan wel. <math>a^2</math> gedeeld door 2 is <math>1/2 a^2</math>. En als je dan <math>b^2</math> deelt door 2 is dat <math>1/2 b^2</math>. En wat is dat dan? Ivar: x Rina: De x. Nou, en dan kun je dat daarna gewoon weer in de formule doen. Is het duidelijk dat je het zo ook kunt doen? Jul-lie moeten wel weten dat als je <math>a^2</math> deelt door 2, dat dat <math>1/2 a^2</math> is.</p>
<p>Val3-1:06:00, 6/49,(Ook E4/ 16) Thomas, Martin, Josef, Dirk, 6.7 Pa-gen</p>	<p>Thomas: schrijft de vergelijkingen van 6.7a op het bord,</p> <p>Thomas: Je weet hier dat z groter moet zijn dan t, omdat je wat overhoudt als je t van z aftrekt. Ik begin dus met 54321 door 2 te delen. 27160,5. Daarbij moet je de helft, om z te krijgen moet je daarbij de helft van het verschil optellen. <math>z = 27160,5 + 1/2 * 12345</math></p> <p>Rina: Hij telt er bij op de helft van 12345. Thomas: Om t te krijgen moet je dat (?) min, [schrijft op het bord met aanhalingstekens <math>t = ,, - (1/2*12345)</math>] Thomas: En als je deze bij elkaar optelt, (?). Rina: Thomas, welke manier heb jij gebruikt? Thomas: Het grootste getal, in dit geval z, is de helft van de getallen bij elkaar opgeteld plus de helft van het verschil. Rina: Dus hoe heet dat probleem, het staat op het bord, het som-verschil probleem. Martin: heeft het anders gedaan.Hij schrijft de twee vergelijkingen op het bord onder elkaar en zet er een streep en een + onder. Martin: Ik tel deze twee bij elkaar op en dan valt de t weg want het wordt dan, en dan heb ik 2z, er staat 2z, dan deel ik dit door 2, en dat is 1 z. [Hij krijgt <math>2z = 66666</math> en <math>z = 33333</math>.] Rina: Hoe bereken je dan de andere? Martin: Ik weet dat <math>z+t</math> is dit, ik weet nu z, en dan is t 54321-[schrijft op <math>33333+t=54321</math>, <math>t = 54321-33333</math>, en dan de uitkomst voor z ] Josef: heeft nog een manier. Josef: Je doet gewoon solve, dan vul je in <math>z+t=54321</math>, and <math>z-t=12345</math>, komma z, haakje sluiten. Rina: Wat voor manier doe jij eigenlijk? Dirk: De rekenmachine manier. [En ook nog een manier van</p>
<p>In-opl+ syn, In-iso+ var and, al eerder gecodeerd</p>	



*In-p&p: iso, In-opl, In-sub: is  
al eerder gecodeerd*

Dirk]  
Rina: Doe jij dan eens voor wat jij deed. [Hij schrijft de twee vergelijkingen onder elkaar op het bord.]  
Dirk: OK,  $z+t=54321$ , wat was die andere,  $z-t$ ?  
Ll: 12345  
Dirk: OK dan weet je de  $z$  is groter, dus welke (?) die  $t$  aan de andere kant zet dan krijg je  $z = \text{dat} + t$ , dan krijg je  $z = 12345 + t$ ,  $+t = 54321$ , [Bord  $(12345+t) + t = 54321$ ]  
Rina: Wat ben je nu aan het doen, wat heb je nu gedaan?  
Dirk: Substitutie.  
Rina: Van wie in wat?  
Dirk: Van  $z$  maak ik  $t + \text{iets}$ .  
Rina: En in welke vergelijking doe je dat dus eigenlijk, wijs eens aan op het bord?  
Dirk: Hoe bedoel je, welke vergelijking?  
Rina: Nou waar zit je in te substitueren?  
Dirk: Die  $z+t$ . [wijst aan] Hier staat eigenlijk  $2t + 12345 = \text{dit hier}$ . En dan kan je dit hier af halen, dan krijg je  $2t$  is 41976, dus  $t = 20988$ , en dan kan je  $z$  heel makkelijk berekenen want (?). (...)  
 $Z = \text{dit min } t$ . [Bord  $z = 54321 - t =$  ]

*Va13-1:17:50, 7/1-7/2, (=E4/  
17-19) Thomas, Dirk, Martin,  
6.7  
Pa-alg*

Thomas zet onderdeel c op het bord. Eerst de twee vergelijkingen onder elkaar.

Thomas: Je weet dus dat  $x$  groter moet zijn dan de  $y$ , omdat je wat overhoudt. Je hebt hier geen cijfers waarmee je kan rekenen, dus je zult het bij de basisoplossing moeten houden. [Bord  $x = 1/2 a^2 +$ ]  
Thomas: want het is groter dan  $y$  [en voegt toe  $1/2 b^2$ . ]  
Thomas: Dat is het verschil. [ $y = 1/2 a^2 -$ ]  
Thomas: Want het is kleiner [en voegt toe  $1/2 b^2$ .]  
Thomas:  $x$  is de helft van het kwadraat plus de helft van het verschil,  $y$  is de helft van het kwadraat min de helft van het verschil.  
Dirk: heeft een andere manier die fout loopt. Hij heeft wel  $y = 1/2 a^2 - 1/2 b^2$ , en dan ten onrechte  $x = y + 1/2 a^2 - 1/2 b^2$ , maar weet niet meer hoe hij eraan gekomen is.

*Pa-pla*

Martin laat ook hier zijn manier zien. Telt de twee vergelijkingen op tot  $a^2+b^2$ , denkt eerst dat je dat niet door 2 kunt delen, maar deelt dat toch door 2 tot  $1/2 a^2 + 1/2 b^2$  en dat is  $x$ .

Rina: En wat hou je aan de andere kant dan?

Martin: Ja dan moet je delen door 2 maar dat kan dus niet.

Rina: Jawel, dat kan wel/

*Al-mis*

Martin: zegt tussendoor iets van  $a+b$ , lijkt dus te delen door twee door het kwadraat weg te laten.

Rina: Als je  $a^2$  deelt met zijn tweeen dan heb je volgens mij een half  $a^2$  en als je dan  $b^2$  deelt met zijn tweeen dan heb je  $1/2 b^2$  en wat is dat dan?

Martin: De  $x$ .

(...)

Rina: Jullie moeten wel weten dat als je  $a^2$  deelt met zijn tweeen dat je dan een half krijgt. [Opmerking Paul; s/v probleem werkt goed, vooral de oefenopgaven 6.5 - 6.7 en 6.9. Aardig is dat er verschillende oplossings strategieën mogelijk zijn.]

*mondeling, Rob, 6.7c  
In-sub- syn, Pa-gen+, Pa-  
rol+, Pa-pla-, Fo-reio*

Rob wil invoeren  $x+y=a^2$  |  $x - y = b^2$ . Later voert hij zelf in, omdat hij het antwoord wel ziet  $1/2 a^2 + 1/2 b^2$ . Hij past namelijk de regel

de halve som + halve verschil toe op  $a^2$  en  $b^2$ . Dan is hij teleurgesteld dat de machine daar niets mee doet. Hij lijkt een getal als uitkomst verwacht te hebben.

7/5, Thomas, 7.2

Thomas: Als de oppervlakte gegeven is en de omtrek ook, dan heb ik het eruit gekregen (?) /

Paul: Welke som bijvoorbeeld?

Thomas: 2a, maar de uiteindelijke oplossing wordt gevraagd bij 7b geloof ik.

Paul: Hier is de omtrek 12, he?

Thomas: Ja en ik heb de rekenmachine opdracht gegeven om op te lossen/

Paul: solve((3-a)\*(3+a)=7|3+a+3-a=12,a)

Thomas: En daar kwam uit dat  $a = 1.41$  of  $a$  is  $-1.41$ . En als je dat dan uitrekent is het precies 7.

Paul: En wat zijn dan de afmetingen van die rechthoek?

Thomas: Die zijn ... even kijken hoor

Paul: Wat doe je nou? O je wist een van die twee uitdrukkingen dus nu heb je nog over (*lees voor van het scherm*)  $3-1.41$ , heb je nu staan, is 1.58, ... ja dus  $3+1.41$  en 3 min. Dat is inderdaad een goede uitkomst maar even kijken of ik het nu snap wat jij doet. [P leest het solve commando nog eens over]

Paul: Toch is er iets gek aan de hand want als ik hier achter de streep waarbij staat  $3+a+3-a=12$ , daar staat dus eigenlijk  $3+a+3$ , dat is 6, +a -a/

Thomas: Dat zou eigenlijk tussen haakjes moeten.

Paul: Wat zou tussen haakjes moeten?

Thomas:  $3+a$  en  $3-a$  zou tussen haakjes moeten. [P verstaat hem eerst verkeerd. T schrijft op  $(3+a)+(3-a)=12$ ]

Paul: Maar dat klopt niet want dat moet 6 zijn, want 12 is de hele omtrek.

Thomas: OK, dan doen we hem nog een keer.

Paul: Maar het maakt dus helemaal niet uit wat je daar neerzet voor het antwoord, kijk maar eens wat hij nou doet als je er 6 van maakt, dan krijg je hetzelfde. Dus hij lost die eerste vergelijking op, die laatste, hier staat namelijk  $3+a$  en  $3-a$ , maar die +a en die -a vallen tegen elkaar weg, zie je dat? Dus dat hele waarbij-stuk van jou dat hoeft eigenlijk helemaal niet. Het is eigenlijk iets eenvoudiger dan je dacht.

[P wijst T nog op de approx-instelling waar T's machine op staat. Dat geeft +wortel 2 en - wortel 2 als antwoorden.]

Thomas: Ik vind deze cijfertjes (1.41...) fijner werken.

Paul: Vanuit natuurkundig of scheikundig standpunt is wortel 2 helemaal niets want dan weet je nog niet wat het is/

Thomas: Nee

Paul: maar vanuit wiskundig standpunt is wortel 2 exact en 1.41 niet.

Paul: Maar dit heb je wel heel goed gedaan. Kun je ze nu allemaal?

Pa-pla Thomas: Als ik in die solve functie de juiste cijfertjes invul...

Paul: Ja. Stel nu ik wil weten, de omtrek is 50, dus de twee zijden zijn samen 25, en de oppervlakte is 20.

Pa-gen Thomas: Dan veranderen we eh ...bij de solve.. (verandert 3 in 12.5)

Paul: Van die 3 ga jij maken ...

Thomas: Daar gaan we 12 en een half van maken want twee zijden zijn samen 25 en de helft is 12 en een half.

Paul: Dus 12.5-a

	Thomas: keer 12.5+a
	Paul: Ja, solve, o sorry dat moet gelijk zijn aan?
	Thomas: Aan de oppervlakte, wat wou je?
	Paul: Ik zei 20. Ja, dan komt het waarbij-stuk, dat kan gewoon weg want dat doet niks, wat hou je over, ja komma a. [antwoord a = 11.....]
<i>In-cas: num-exact</i>	Paul: Nu krijg je weer een decimaal getal terwijl we hem net op auto hadden gezet. Snap jij dat je, waarom zou je nou geen wortel krijgen?
	Thomas: (...) Ik denk omdat de wortel ook een heel lang getal is. [P legt uit dat het met de 12.5 te maken heeft. Dat wordt veranderd in $25/2$ en zo ontstaat het exacte antwoord.]
	Paul: OK, nu de laatste vraag. Stel nu dat je weet dat die twee samen s zijn die twee zijdes, dus wat hier die 25 was, en de oppervlakte is o, of neem maar een letter, p, kun je het dan in het algemeen oplossen?
<i>Pa-gen</i>	Thomas: Je weet dus (?) s dat is de omtrek/
	Paul: Nou de halve omtrek.
	Thomas: (?) is p, ... zal wel kunnen maar dat kan ik niet zo uit mijn hoofd.
	Paul: Nee dat snap ik maar je hebt er ook een machinetje voor.
	Thomas: Ik heb ook geprobeerd om die formules samen te laten voegen, maar (...)
	Paul: Wat bedoel je met samenvoegen?
	Thomas: Ik zei van $b+h=s$ en b keer h is p, maar/
	Paul: Dat ging niet goed?
	Thomas: Nee.
<i>7/7, Josef, 7.2</i>	
<i>In-iso+ var and, In-opl+ syn, In-cas: equivalentie</i>	Josef gebruikt and; solve( $b*h=7$ and $b+h=6$ , b). Als antwoorden heeft hij $b = \text{wortel}(9) + 3$ en $h = -(\text{wortel}(2) - 3)$ . Die 9 moet een 2 zijn, en de schrijfwijze voor h is wat onhandig. Bij opgave 3 krijgt hij moeilijkheden omdat daar een andere aanpak gevraagd wordt.
	Josef: Ik snap niet hoe je, hoe je iets kan uitdrukken in a. [Ook het plaatje bij 7.3 snapt hij niet. Ik leg dat uit.]
	Josef: Dus je doet 3-a keer 3+a?
	Paul: Ja precies en dat moet dan die oppervlakte zijn.
<i>Va14-13:20, Fred, Cedric, 7.7</i>	
	Fred: Wat is substitueren, wat moet je dan doen?
	Cedric: Zo'n waarbij-streep.
	(...)
<i>Pa-pla-</i>	Cedric: OK, welke getallen nemen we voor a?
	(...)
	Cedric: Met dat streepje gewoon, waarbij.
	Fred: b waarbij = $1/2$ s waarbij a,
	Cedric: maar welke getallen nemen we dan voor a?
	Cedric: Wat heb je daar bij waarbij a is?
	Fred: weet duidelijk niet wat de bedoeling is. Rina biedt hulp.
<i>Pa-gen+</i>	Fred: $1/2 s + a + 1/2 s$
	Ll: Keer.
<i>In-sub+ inz</i>	Fred: $(1/2 s + a)*(1/2 s - a) = p$ . [Bij het oplossen pakken ze de machine.]
	Fred voert in $0.5s+a*0.5s-4=p$ , en zet er dan solve voor. Vanwege het ontbreken van haakjes brengt de machine s buiten haakjes.
<i>Pa-pla-</i>	Verder heeft hij een 4 in plaats van een a.
<i>In-cas: num-exact</i>	Cedric vraagt om het benaderend uit te rekenen met diamond-enter, 'want dan heb je ook een beetje makkelijker, anders moet je gaan delen en zo'.
	Fred vereenvoudigt de vergelijking zowel exact als benaderend.
<i>In-opl- syn</i>	Dan doet hij solve zonder letter te specificeren. Dat leidt tot niets.

(...)

Fred: voert in  $b+h=p$  |  $b = 0.5s+a$  and  $h = 0.5s - a$ . Dat geeft  $s = p$ . vanwege de foute plus in plaats van de maal. Cedric ziet dat er  $b \cdot h$  moet staan, maar dan begint het klassikale deel van de les.

7/9, Maria, 7.6

Maria: Ik heb dit gemaakt maar ik kwam niet helemaal op een formule.

[Ze lijkt niet helemaal te begrijpen wat bedoeld wordt met 'welke vergelijkingen kun je opstellen'.]

(...)

Fo-inz+: opstellen

Maria: Alleen voor de oppervlakte kon ik wel een formule bedenken,  $9 - 1/2 a^2$ / (wijst in schrift)

Paul:  $9 - a^2$  staat er.

Maria: Eh ja dat bedoel ik,  $- a^2$ , maar/

Paul: Dat is heel erg goed. Hoe ben je aan die  $9 - a^2$  gekomen?

In-p&p

Maria: Ja nou dat was dus met deze, nee hierbij (wijst op formule  $(3-a)(3+a)$ ) en dat is  $9 - a^2$  (met de hand gedaan, lijkt daar was ik op uitgekomen en toen kon ik die sommetjes (opgaven 4 en 5?) allemaal doen en die waren ook allemaal goed gegaan. Dat snapte ik ook allemaal.

(...)

Paul: Dan heb je bijvoorbeeld bij opgave 5  $200 = 225 - a^2$ , dus  $a=5$  (en dan staan ook de juiste b- en h-waarden in het schrift)

Pa-alg

Maria: Dat is heel makkelijk, als je eenmaal die formule hebt, kun je al die sommetjes heel makkelijk maken.

Paul: Dat is ook net de bedoeling van die formule, snap je?

Maria: Ja dat snap ik (lacht).

Paul: Maar waarom gaat dat dan bij opgave 6 niet meer goed, wat is het verschil? De omtrek is 12. Als je dat eerlijk verdeelt over de 4 zijdes dan krijg je die 3 (staat al in M's schrift) en daarom had je hier  $9 - a^2$ , dat is de oppervlakte. Nou wat weet je nog meer van die oppervlakte?

Maria begrijpt niet wat ik bedoel, ik vertel dat die hier 7 is.

[Is het probleem dat 2 geen kwadraat van een heel getal is, dus dat ze alleen gehele getallen als uitkomst wil?]

Paul: Dus dan weet je dat  $9 - a^2 = 7$  moet zijn.

Maria: Ja, dus  $7 = 9 - a^2$

Paul: Zou je dat nog kunnen vereenvoudigen of anders schrijven of oplossen zelfs?

In-p&p

Maria: Je kan hem wel oplossen, maar effe kijken, dit kan in elk geval,  $0 = 2 - a^2$  (schrijft in schrift), o nee wacht effe, nou even kijken volgens mij moet je van deze 0 maken (wijst op  $9 - a^2$  in vorige vergelijking)

Paul: Dat kun je ook doen, het kan op verschillende manieren. Wat krijg je dan?

Maria:  $-2 = -a^2$ .

Paul: OK, ook goed. Wat zou je daarmee kunnen doen?

Pa-onb

Maria: Nou je kan in ieder geval de a uitrekenen zo.

Paul: Wat is die dan?

Al-mis

Maria: De wortel van -2.

Paul: Nou, bijna,

Maria: O nee

Paul: Dan doe je even iets fout met die minnen hier. [P begint uit te leggen maar wordt onderbroken]

Maria: Je kan ook  $2 = a^2$  ervan maken.

Pa-onb: vreemd dat ze dit navraagt

Paul: Precies, dat is nog makkelijker,  $2 = a^2$ , wat is a dan?

Maria: a?

Paul: Ja, als  $a^2 = 2$  is?

Maria: De wortel van 2.

Paul: Of min wortel 2 he?  
 Maria: Ja.  
 (...)  
 Maria: Hoe kan ik nou een formule maken met de omtrek gecombineerd? [afgebroken door klassikaal stuk van de les]

*E4/20, (ook Paul 8/2-8/3)  
 Michael, Dirk, 7.7* Op bord staat  $b = 1/2 s + a$ ,  $h = 1/2 s - a$ . Michael leest som voor. Rina legt uit.  
 Rina: Vraag b, los de vergelijking op die je zo krijgt. Welke van die letters zijn eigenlijk bekend? In de meeste sommen?  
*Pa-onb+* Dirk: de s.  
 Rina: Even denken, wat was die s ook al weer?  
*Pa-abs+* Dirk: de som  
 Rina: Ja, en was die bekend?  
 Dirk: O nee, de a.  
 Rina: Nee, je moet niet zo gauw van gedachte veranderen, Dirk. Die s is de som, die som bij de aantal voorbeeldsommetjes, was dat een getal of gewoon een s? De som was  $b + h$  is een getal, toch? Dus die s is eigenlijk een getal. Die p is het product, oftewel de oppervlakte, die was ook vaak bekend. Dus die is eigenlijk ook een getal in de meeste sommetjes. Dus welke letter moet je nou eigenlijk gaan oplossen? De a. Dus ik wil graag weten bij vraag b, a is ik weet het niet. Daar gaan we even over nadenken. Eh, dat gaat op een manier die we ook al eerder gehad hebben. Kun je vanaf die formule op a komen?

*Pa-pla0* Dirk: Gewoon invullen, en dan kijken wat eruit komt.  
 Rina: Ga jij maar even gewoon invullen dan, zeg maar wat ik moet opschrijven.  
 Dirk: Ja, dan moet je wel weten, dat gaat hier dus niet.  
 Ll: a naar de andere kant brengen.  
*Uitleg R over de algemene oplossing.*  
 Rina: De b staat daar, die was gegeven, dat was de halve omtrek plus een beetje en dan was de h een halve omtrek min een beetje.

*Fo-rei+* Dirk:  $1/2 s$  plus wortel/  
 Rina: Een halve s plus?  
 Dirk: Dat wortelding.

*E4/21, Ralph, 7.7* Rina: [ $b = 1/2 s + (1/4 s^2 - p)$ ] Want we hebben gewoon alleen maar nu voor die a die ene a ingevuld. En dan hoort dus die andere a bij de h.  
 Ralph: Maar waarom zou je dat doen, waarom laat je het niet gewoon staan?  
 Rina: Waarom ik dat zo doe? Dat staat gewoon in mijn boek en dan zullen we straks zien waarom je daar wat aan hebt, maar laten we dit soort vragen niet ook nog erbij halen.

*Va14-21:30, 7/10, Rina, Dirk,  
 Fred, 7.7* Rina legt het woord product uit en schrijft de formules van het som-product probleem op het bord. Legt ook het woord 'gegeneraliseerd' uit. Gaat uit van een vierkant, dus  $b = h = 1/2 s$ , eerlijk delen. Bord  $b = 1/2 s$ ,  $h = 1/2 s$ .  
*Pa-gen+* Rina: Wat moet ik er nu achter schrijven?  
 Ll: -a en + a.  
 Rina: En waarom?  
 Ll: Min iets +iets.  
 Rina vult dit aan op het bord en benadrukt dat het om hetzelfde iets gaat. Dan wil ze vermenigvuldigen in de keertabel, maar Dirk weet het al denkt hij.  
*In-p&p* Dirk: een kwart s min a kwadraat.

Rina: En mag ik weten hoe je daar aan komt?  
 Dirk: Nou  $1/2$  keer  $1/2$  is een  $1/4$  en min  $a$  plus  $a$  is min  $a^2$ .  
 Fred: Maar je moet toch ook die  $s$  kwadraat want  $s$  keer  $s$  is  $s$  kwadraat.  
 [Dan komt Rina met de keertabel. In de gemengde cel wil een van de leerlingen eerst nog  $s+a$  invullen in plaats van  $s*a$ . Keertabel, zegt Rina. Dat leidt tot  $1/4 s^2 - a^2$ . Dan laat Thomas het op de viewscreen zien.]

*Va14-28:20, 7/11, Thomas, Martin, Maria, 7.2*  
 Thomas: Het substitueren is me niet gelukt dus ik ga gewoon even uitrekenen hoe groot een vierkant is met een omtrek van 12 cm als de oppervlakte 7 is. De hoogte is 3 cm.  
 Paul: Hoe kom je nu aan die 3?  
 Thomas: Dat is de, een kwart van het totaal van de omtrek.  
 (...)
   
 Thomas: De breedte is ook 3 cm.  
 [typt in: solve((3-a)\*(3+a)=7)]  
 Thomas:  $a$  in dit geval weet je niet en  $p$  dat is de oppervlakte dat is 7 vierkante cm.

*In-oplo syn*  
 [[heeft solve((h-a)\*(b+a)=p. T vergeet de letter aan het einde van solve, verbetert met komma-a.]  
 Thomas: Dan krijg je  $a$  is min wortel 2 of  $a$  is wortel 2. En als je, hoe ik erbij kom geen flauw idee maar het klopt wel want als je  $(3+\text{wortel}2)^*(3-\text{min wortel }2)$   
 Rina: Wat ga je nu namelijk doen?  
 Thomas: Uitrekenen of het wel klopt wat ie heeft gedaan./ [T berekent  $(3+\text{wortel}2)^*(3-\text{wortel}2)$ ]  
 Ll: Controleren.  
 Thomas: Is 7, vierkante centimeter.

*Pa-gen*  
 Rina: Kun je het nu ook algemeen? Als je het met 6 en 7 kunt, kun je toch ook wel met  $s$  en  $p$ ?  
 Thomas: Nee.  
 Rina: Ga maar proberen maar dan in plaats van de getallen letters, kijk maar wat er komt te staan. Je weet niet dat het 6 is, welke letter gebruik je dan? Kijk maar op het bord. [enige verwarring omdat er in de opgave de hele omtrek 12 staat en geen 6.]

*In-cas: num-exact*  
 Thomas vult eerst  $s$  in in plaats van 3, dan  $0.5*s$ .  
 Paul: Thomas als je nou  $.5$  keer  $s$  doet, dan krijg je omdat het punt 5 is alleen maar benaderingen zometeen.  
 Rina: o ja, 1 gedeeld door 2 moet je doen.  
 Ll: Dat vind ik nou echt onzin, waarom zou dat moeten, mijn oude rekenmachine kon dat zelfs.  
 [De 7 wordt vervangen door  $p$  en de algemene oplossing verschijnt.]  
 Ll: Universele formule!

*Pa-alg, Pa-pla*  
 Martin: Ik vond dat andere er een stuk makkelijker uitzien. Dit wil je toch niet? Hoe groot is de basis nou?  
 Paul: Wat je nu hebt is dus: als ik weet dat  $s$  7383 en dat  $p=8.345$  dan vul je dat in in die regel en dan weet je wat  $a$  is.  
 (...)
   
 Paul: Je hebt daarboven staan  $(3-a)*(3+a)=7$ . Daar komt uit  $a$  is wortel 2. Maria, jij had dat net uit je hoofd gedaan. Kun je dat vertellen?

*In-p&p*  
 Maria: Nou ja ik had een formule bedacht voor de oppervlakte, had ik  $9 - a^2$  en daar kwam ik op, de oppervlakte was dus  $3+a$  keer  $3 - a$ , nou als je die oplost dan komt daar dus uit oppervlakte is  $9 - a^2$ . Nou ja dat kun je dus zeg maar oplossen en dan komt daar dus wortel 2 uit.

*Sommige leerlingen, zoals Cedric, hebben moeite met de min wortel*

2, want een wortel kan toch niet negatief zijn?

7/14, Dean, grote lijn

Jack schetst op verzoek van Jonneke de grote lijn tot zover. Dan een aanvulling:

Pa-ver

Dean: Hoe de grafiek verandert als je a een ander getal/

Ll: Een andere waarde geeft.

Jonneke: En wat veranderde dan als je a een andere waarde geeft?

Dean: De grafiek.

7/16, Rob, Misha, 6.2

Rob heeft moeite met 6.2b, het invoeren in de machine. Hij heeft wel de typfout in het TI89 hulpkader gezien, dus daar ligt het niet aan.

Paul: Kon je het wel met de hand, bij a?

Rob: Dat is  $b - h = v$ ,

Paul: Ja, en dan?

Forei+, In-sub+ inz, Pa-gen+

Rob: Dus eerst die b en de h weg, o ja,  $b = 1/2 s + \text{iets} - 1/2 s - \text{iets}$  is ...v.

Paul: Ja en wat wordt dat dan,  $1/2s + \text{iets} - (1/2 s - \text{iets})$ ?

Rob: Ehm, ... Da's gewoon niks.

Paul: Nou ik denk het niet.

Rob:  $b - h$ ,

Paul:  $1/2 s + \text{iets} - 1/2 s - \text{iets}$

Rob:  $1/2 s - 1/2 s$ , da's 0 s, plus iets min min iets, twee keer iets.

Paul: Ja. Dus wat geldt voor twee keer iets?

Al-mis

Rob: iets kwadraat.

Paul: Wat zeg je?

Rob: Twee keer iets, wat daarvoor geldt?

Paul: Ja.

Rob: (...)

Paul: Je hebt dus voor b ingevuld  $1/2 s + \text{iets}$  en voor h  $1/2 s - \text{iets}$ . In welke vergelijking had je dat ingevuld?

Rob: In die (wijst op verschilvergelijking)

Paul: Dus dan krijg je  $b - h = v$ , en van  $b - h$  heb je nu gemaakt...

Rob:  $2s + \text{iets}$ , ehm,  $1/2 s + \text{iets} - 1/2 s - \text{iets}$ .

Paul: Ja en dat had je net uit je hoofd nog korter ge/

Al-mis

Rob: Ja da's iets kwadraat, offe 2 iets.

Paul: Ja, iets kwadraat of 2 iets?

Rob: (...) 2 iets

Paul: Zeker weten?

Rob: Nee

Paul: Da's jammer,

Misha: 2 iets

Paul: Het is wel waar, maar/

Rob: Maakt het iets uit?

Paul: Hoeveel is  $5^2$ ?

Rob: 25

Paul: En 2 keer 5?

Rob: 10, ok.

Misha: 2 i is toch v?

[M zegt i in plaats van y][of hij zegt i voor iets]

Paul: 2i is v, ja. Dat is de bedoeling bij vraag a, en nou wou jij het bij v doen.

Rob: Ja, [typt in:  $b - h = v \mid b = s/2 + \text{iets}$ ]

Rob: Gewoon i of iets?

Paul: Mag je zelf weten, wat je wil. [Machine geeft  $.5s-h+iets=v$ , want die staat op approximate]

Rob: He, net kwam er iets heel raars uit!

Paul: Ja, nou er is wel iets raars in die zin, jij hebt nu voor b wel  $1/2 s + \text{iets}$  ingevuld maar voor h moet je ook nog  $1/2 s -$

*Fo-inzo, In-cas: equivalentie*

iets invullen, dat heb je nog niet gedaan.  
*Rob: voegt aan uitdrukking in machine toe 'and  $h = s/2$ -iets'.*  
Rob: s, o nee  $1/2$  s, s gedeeld door 2, is dat hetzelfde?  
Paul: Is  $s/2$  hetzelfde als  $1/2$  s?  
Rob: Nou in ieder geval hier is het hetzelfde.  
Paul: Ja. Maar dat kun je toch wel snappen, denk ik?  
Rob:  $s/2$  is  $1/2$  s.  
Paul: Ja he. Waarom dan?  
Rob:  $10/2 = 5$  en 5 is een half, is de helft van 10.

(...)

[Machine geeft  $2 * \text{iets} = v$ ]

Misha:  $2 \text{ iets} = v$ , jeetje.

Paul: Dat had jij net ook he?

Rob: Ja.

Paul: Zie je dat het hetzelfde is?

Rob: O ja dat is gaaf.

*In-cas: num-exact*

[Ik wijs nog op de approximate-instelling van de machine]

Misha: weet niet hoe het verder moet.

Paul: Als  $2 \text{ iets} = v$ , wat weet je dan van iets?

Misha:  $\text{iets} = 1/2 v$ .

Paul: Ja, iets is de helft van v. Staat dat iets ergens in dit plaatje van opgave 1?

*Rob: kiest de onderste pijl.*

Misha: Nee, dat is v.

Paul: Dus waar zie je nou die iets in het pijlendiagram?

*Rob: Nu wijzen ze de goede aan. Maar R verwacht het hele en het halve verschil in het plaatje. Ik zeg nog dat je de dingen in het plaatje kunt zien, met de hand kunt doen en met de machine en dat het de bedoeling is dat je ziet hoe die samenhangen.*

*7/17, Misha, 6.2b*

*Pa-gen+*

Misha: Bij 2a had ik het gewoon al in het plaatje ingevuld in mijn schrift,  $v/2$  had ik hier, dus dan dacht ik nou ja (...) [Hij heeft hetzelfde gedaan als Rob en leest voor:]

Misha:  $5s - h + i = v$

Paul: Ja er staat niet  $5s$ , er staat  $1/2 s$ .

*7/18, Rob, 6.3*

*Pa-alg*

Rob: Is 3 hetzelfde als 2?

Paul: In feite wel, alleen wordt gevraagd om dat te doen bij opgave 6 van de vorige paragraaf. Die is eigenlijk iets makkelijker/

Rob: Daar heb je b en h.

*7/19, Misha, 6.2b*

*In-opl+ syn, In-opl+ inz, In-sub+ syn, In-isoo syn*

Misha heeft eerst voor b  $1/2 s + i$  ingevuld, leest nu het antwoord van de machine goed, en voert dan in solve( $b - h = v \mid b = s/2 + i, i$ ). Dat geeft een uitdrukking voor i in v, h, en s.

Paul: Waarom doe je dat dan?

Misha: Ja, .. (*kan er geen reden voor geven*)

[Paul raadt hem aan om ook voor h iets in te vullen.]

*7/20, Donald, 6.2*

*Pa-gen+, In-p&p*

Donald: Dit is gelijk aan een half v.

Paul: En dat heb je gewoon met de hand gedaan?

Donald: Ja

*7/22, Margot, 6.2*

*Pa-pla-*

Margot: Hoe kan je nou ooit bedenken dat iets een half v is, dat snap



ik niet.

Paul: Dat is een moeilijke vraag om op te antwoorden. Hoe bedoel je hoe kun je dat ooit bedenken?

Margot: ...

Paul: Weet je wat die iets voorstelt?

Margot: Het verschil.

Paul: Nee.

Margot: Wat dan?

Paul: Het verschil in dit plaatje is het verschil tussen de hoogte en de basis dit hele stuk, die lange pijl hieronder. [P legt het idee uit om uit te gaan van het vierkant. ]

Paul: De vraag is alleen: hoeveel ga je hem groter maken en hoeveel ga je die andere kleiner maken?

*Pa-pla-* Margot: Ja maar dat hangt er toch maar van af, ja hoeveel, dat kan 4 zijn maar dat kan ook 6 zijn, dat maakt niet uit.

Paul: Ja. Maar je wilt het zo hebben, dat dat verschil... Kijk dit verschil (*v*) is gegeven. Bijvoorbeeld in die opgave hier (5.6) was dat 400. En die twee samen is ook gegeven, dat is in die som 6 1400. De vraag is nu wat je dan hier en hier (*op de vraagtekens in het schema*) moet invullen.

*Fo-inz+* Margot: O de helft van dit.

Paul: Ja, de helft van het verschil.

Margot: O dat is dus 1/2 verschil. [Dit snapt ze nu maar dan weet ze niet hoe ze verder moet.]

Paul: Weet je wat er bij dit vraagtekentje (*halverwege*) staat?

Margot: Ja, de helft van de som.

Paul: Ja. En om bij b te komen moet je over dit pijltje naar rechts (...)

Paul: Dus b is de halve som plus het halve verschil.

*Fo-rei-* Margot: En dat is dan de oplossing?

Paul: Dat is dan de oplossing. Dan heb je dus een soort recept van 'je moet altijd de helft van de som pakken en daarbij optellen het halve verschil, en dat is dan de oplossing.

Margot: Ja.

*7/24, Bob, Marty, Dean, 6.1-6.2*  
*Pa-gen+* Jonneke: [*Klassikaal*] Als ik nou door midden ga delen, wat komt hier te staan?

Ll: een half s.  
(...)

Ll: Volgens mij maken jullie het veel moeilijker dan het is.

Jonneke: Hoe groot is de helft van het verschil, Bob?

Bob: een half v.

Jonneke: Allerlei mensen hebben het over wat is dat iets bij som 2. Wat is dat iets, Marty?

Marty: (checken op video, is geloof ik goed).  
(...)

Jonneke: En hoe groot is dit stukje, Marty (vanuit midden naar rechts en links)?

*Pa-gen+* Marty: een half v.  
(...)

Jonneke: En wat is min iets, Dean?

*Pa-gen+* Dean: 1/2 v.  
(...)

Jonneke: Dus de ene iets is 1/2 v en de andere iets is -1/2 v.

*Vb12-12:00, 7/25, Thomas, 6.7b*  
*Pa-pla, Pa-gen: numeriek en generiek* Thomas laat op scherm zien  $190 - 20 = 170$ ,  $170/2 = 85$ ,  $85+20 = 105$ .

Thomas: Nou je hebt dus bij mekaar is het 190, min het verschil, daar komt 170 uit, gedeeld door 2, dat is het, eh 85, plus het verschil, dit is het kleinste getal, plus het verschil, is het

		grootste getal.
		Jonneke: denkt dat er iets niet klopt.
		(..)
		Jonneke: Dus wat heb je eigenlijk gedaan?
	Pa-alg	Thomas: Ik werk helemaal niet met die rare formule. Ik heb gewoon het totale min het verschil gedeeld door 2 plus het verschil.
		Jonneke: Dus als we het nou in letters doen dan heb je $v - s/$
		Thomas: Nee, $s - v$ .
		Jonneke: Daarna heb je gedaan $s - v$ gedeeld door 2.
	Pa-gen, Fo-inz+	Thomas: Dat is het kleinste getal, plus het verschil is het grootste getal. [De formules verschijnen op het bord $(s-v)/2 = kl$ , $kleinste+v=grootste$
		<i>Jonneke wijst er nog op dat je na de waarbij-streep een uitdrukking van de vorm <math>y=</math> of <math>x=</math> moet invullen, dus een geïsoleerde vrom al noemt ze het niet zo.</i>
	Vb12-15:40, Donald, 6.7c Pa-gen+, Pa-rol+, Pa-abs-	Donald: [Bij onderdeel c.] Ik heb $a^2 - b^2$ gedeeld door 2 want dat is dus de somvergelijking min de verschilvergelijking gedeeld door 2 dus, (?) is iets, en dan iets plus het verschil is dus iets anders.
		Ik weet dus niet a-twee [a kwadraat] wat je daar moet invullen. Als je nou weet wat $a^2$ is en $b^2$ is, dan kan je hem wel berekenen.
	Fo-reio, Pa-plao	
	7/27, Rina, par9 generalisatie!	<i>Rina: is klassikaal bezig met de rode draad zoals beschreven aan het begin van paragraaf 9. Ze legt het bijzondere van parameters uit (3:40) en ook het som-verschil probleem in het algemeen. Ze noemt de kracht van de algebra. Dat alles gaat vrij frontaal, maar op het laatst reageert een leerling.</i>
	Pa-pla	Ll: Maar hoe kun het eigenlijk, hoe kun je dat doen als je het verschil niet weet?
		Rina: Je mag een van de/
		Ll: Je moet toch altijd het verschil weten?
		Rina: Welk verschil?
		Ll: Gewoon, het verschil. Je moet toch wel hebben (?) totaal (?) verschil (?)
		Rina: Of het product, of een vermenigvuldiging heb je nodig. [R begrijpt volgens mij de vraag niet. Volgens mij wil de leerling een getal voor v hebben. R benadrukt dat je moet kiezen uit som-verschil en som-product en dat je dan uit de algemene oplossing de specifieke kunt vinden.]
	7/28, Marg, 7.7	<i>Marg ziet het helemaal niet meer zitten. Het begin van paragraaf 7 snapt ze wel, het plaatje bij opgave 3 is duidelijk, maar daarna lukt het niet meer. Het lijkt wel Chinees. Ze valt ook over de vraagstelling bij 7a.</i>
		Paul: Kun je dan uitleggen waar het probleem zit, want dit plaatje onder opgave 3 snapte je wel volgens mij.
	Fo-inz-	Marg: Ja maar dit is nog allemaal eh, ja, ik weet niet wat het is maar als je gaat over die, over zulk soort dingen/
		Paul: Ja die formules
		Marg: dan houdt er iets op in mijn hoofd.
		Paul: OK.
		Marg: Dat is ook eh met zoiets, weet je wel, kijk, als je het zo/
	Pa-gen-	Paul: Die $b = 1/2 s + a$ en $h/$
		Marg: Ja, dan dan houdt er iets op.
		Paul: Ja. Enne, maar bijvoorbeeld die, bij paragraaf 6, dat ging volgens mij bij jou wel redelijk, of niet?
		Marg: Ja, die en allemaal, dat ging goed.

Paul: En die algemene formule bij 6, dat antwoord dat kwam dan neer op wat hier bij 9 staat als dit he,  $1/2$

Marg: Ja

Paul: Snap je dat ook?

*Pa-geno, Div* Marg: Ja die snapte ik ook want dat is gewoon weer met die tekening, ja.

Paul: Ja. Maar hier staan ook geen getallen in, in  $x = 1/2 s + 1/2 v$  en  $y = 1/2 s - 1/2 v$

Marg: Nee maar daar/

Paul: En toch kun je je dat voorstellen.

Marg: Nee maar bij deze heb je, ben je begonnen met zo'n tekening.

Paul: Ja.

Marg: zie je, dus dan heb je die tekening, dan is dat duidelijk, maar bij ehm, bij die heb je niks getekend en dat is maar gewoon zo'n beetje gedaan.

Paul: Nou je hebt wel een tekening, dat is namelijk deze onder opgave 3, maar die is iets anders.

Marg: Ja.

Paul: Als je hebt dat ze samen 6 zijn, hoogte en basis,

Marg: Ja.

Paul: dan is het product dus 3 keer 3, als je hem eerlijk verdeelt zijn ze allebei 3,

Marg: Ja.

Paul: dan is het product 9.

Marg: Ja.

Paul: Dan ga je de een ietsjes groter maken. In het vorige stuk noemden we dat vraagtekentje

Marg: Ja

Paul: Hier heb ik dat even a genoemd.

Marg: Ja.

Paul: En die andere maak je ietsje kleiner. Dan krijg je dus hier, die b is dan 3 plus die a, en die h is  $3 - a$ .

Marg: Ja. Ja dat/

Paul: Wat is dan die oppervlakte, als basis  $3+a$  is en hoogte  $3 - a$ , weet je dat?

Marg: Oppervlakte is dan ...  $3 -$  iets keer  $3 +$  iets.

Paul: Ja. Kun je dat nog anders schrijven?

*Pa-geno, Pa-abs-* Marg: Nou ja, dat is dan ehm ... mag je voor die 3 een, een b nemen, of iets of nee niet

Paul: Ja als jij dat makkelijker vindt/

Marg: of nee, dat is de helft, dat is de helft.

Paul: Die 3 is de helft, ja.

*Fo-inzo: opstellen* Marg: Ja. Dus dan heb je  $1/2 -$  iets,  $1/2 - a$ , + nee keer  $1/2 + a$ .

Paul: Ja.

Marg: Ja.

Paul: Dat is die oppervlakte, dat is heel goed. Ehm, [schrijft op in schrift] dus je zegt, die basis is  $1/2 +$  iets of a wat zei je ook al weer?

Marg: Ja, a doe maar gewoon (?)

*Pa-gen+* Paul: en die hoogte is  $1/2 - a$ , nou ja  $1/2$ , dat was hier 3, dat was de helft van die 6, he?

Marg: Ja.

Paul: En als hier een 10 staat, wat zou je dan hier krijgen?

Marg: Een 5.

Paul: En als hier een 100 staat?

Marg: Een 50.

Paul: En als hier een s staat?

Marg:  $1/2 s$

Paul: Ja. Dus als ik nou  $1/2 s$  schrijf, dan heb ik het meteen opgeschreven of die  $s$  nou 100 of 50 of/

Marg: O ja.

Paul: Snap je?

Marg: Ja

Paul: Dus  $b = 1/2 s + a$ ,  $h = 1/2 s - a$ . Wat is nou de oppervlakte? ... O dat zei je net trouwens al, kun je dat nog een keer zeggen?

Marg: is  $1/2 s - a$  keer, o ja, keer  $1/2 s + 2$ , o ja.

Paul: Heel goed. Nou, dat ziet er een beetje ingewikkeld uit maar dat kun je uitwerken, dat zou je kunnen, dat kun je met een keertabel uitwerken

Marg: Ja.

Paul: Of je kunt het met die machine uitwerken.

Marg: Ja.

Paul: Nou ik heb nu even geen zin om daarover na te denken.

Marg: Nee.

Paul: Ik zeg dat er uitkomt  $1/4 s^2 - a^2$ .

Marg: Ja. Dat is zo gewoon?

Paul: Dat is zo, dat kun je geloven maar nog beter is dat je het narekent,

Marg: Ja

Paul: maar dat wou ik nu even niet doen, want laten we even aannemen dat het waar is.

Marg: hmhm

Paul: Nou die oppervlakte die is gelijk aan, nou in het voorbeeld hier bij 4b is die bijvoorbeeld 12.

Marg: O ja, dus dan is 12 is dit, eigenlijk.

Paul: Ja, dus in dat voorbeeld/

Marg: alleen dan mooi ingevuld (?)

Paul: en die  $s$  was 6, dus dan krijg je  $1/4$  keer 6 keer 6 min  $a^2$  is 12.

*Pa-onb-* Marg: Ja, en wat, maar die  $a$  is?

Paul: Die weet je nog niet.

Marg: O ja, dus die is niksig.

Paul: Nou die is wel iets maar we weten nog niet hoe groot die is.

*Pa-onb+* Marg: Nee, je moet dus weten wat die zo is, maar dan heb je dus het probleem dat, o ja dan moet je hem zo veranderen dat die  $a$  vooraan komt.[bedoelt solve komma  $a$ ?]

Paul: Nou laten we eens even kijken. In het voorbeeld van eh 4b he,

Marg: Ja.

Paul: Dan krijg je dus eh die  $s$  was 6 geloof ik,  $1/4$  keer  $6^2 - a^2$  en de oppervlakte is 12.

Marg: Ja.

Paul: Ja?

Marg: Ja.

Paul: Nou  $1/4$  is een getal,  $6^2$  is een getal, 12 is een getal, en die  $a$  is ook een getal maar die weet je niet.

Marg: O ja.

Paul: Maar dat is wel de enige die erin staat,

Marg: hmhm

Paul: dus nou kun je die  $a$  proberen op te lossen.

Marg: Ja.

Paul: met de hand of met de machine.

Marg: Ja, en dan is het dus handiger met die machine want die doet het (?)

Paul: Ja. Met de hand kun je het ook wel want dan zet je.. nou goed. Kun je het met de hand?

Marg: Nee. [P rekent  $1/4$  keer  $6^2$  voor, dat is  $9$ ,  $9 - a^2 = 12$ ]  
 Marg: O ja, dan wordt dat eh.  
 Paul: Hoe gaat het dan verder denk je?  
*In-p&p* Marg: Nou dan moet je kijken wat het, dat zou 3 moeten zijn, nee, ja 9, nee, 9 min iets is 12, dat moet dan een mingetal zijn. We zien dat het een onmogelijk voorbeeld is.  
 Marg: Maar dan moet het dus een mingetal zijn en daar moet je dan wortel doen of zo, tenminste zoiets. [Ze snapt de procedure. P legt uit dat je dit kunt generaliseren, bijvoorbeeld met s en p.]  
*Pa-gen+* Marg: O ja, dan krijg je weer die parameters uit die dingetjes [formule?] want dan heb je alles, kan je zelf weten.  
 [P legt uit over de algemene oplossing.]  
 Marg: Maar is dit [ons werk?] dit [de algemene formule in het boekje?]? [P wijst op de overeenkomsten in de formules. Ze snapt het.]

*7/29, Thomas, 9.1*  
*In-opl+ syn, In-iso+ var üigo,*  
*In-p&p: üigo*

Thomas heeft bij 9.1  $y = 31 - x \mid y = \sqrt{625 - x^2}$ , dus twee keer geïsoleerd en uit het antwoord van de tweede isolatie het goede stukje gepakt om te substitueren. Dan solve op het resultaat geeft 24 en 7.  
 Paul: Een kind kan de was doen.  
 Thomas: Ja, de rekenmachine eigenlijk.  
 Paul: Ja, je bedoelt je zou het niet zonder rekenmachine kunnen?  
 Thomas: Ja.

*7/30, Nick, 7.3*

*Nick vindt het moeilijk allemaal, de stappen komen voor hem steeds te vroeg en hij loopt steeds achter de feiten aan, vindt hij. Som en verschil snapt hij wel, zegt hij. P begint bij het plaatje van opgave 7.3. Dat snapt hij niet helemaal, wel de context van de veranderende rechthoek. We beginnen met een vierkant van 3 bij 3, dus als basis en hoogte samen 6 zijn. Dat geeft oppervlakte 9 en nu gaan we de basis en de hoogte een klein beetje veranderen. Dat idee lijkt N te snappen.*

Nick: Dus dit was de omtrek [6]?  
 Paul: Nou 6 is de helft van de omtrek, is basis, een keer basis + een keer hoogte. [Nu willen we een oppervlakte van 7. De vraag is hoe ver we vanuit 3 naar rechts / links moeten.]  
 Paul: Die basis is gelijk aan 3 plus dat stukje wat je erbij doet,  $3 + a$ . De hoogte is  $3 - a$ . Wat voor formule kun je dan maken voor de oppervlakte?  
 Nick: Eh ...  $b+a$  keer of nee, eh,  $b+a$  en  $h-a$ , keer  $h-a$ .  
 Paul: Ja maar je zegt  $b + a$ , maar dat is het eindpunt,  $b$  staat bij het eindpunt, je begint bij die 3 en dan tel je  $a$  erbij  
 Nick: eh  
 Paul: dus die basis  
 Nick: Ja  
 Paul: die  $b$ , kun je die  $b$  anders eh, waar is die  $b$  aan gelijk?  
 Nick:  $3 + a$ .  
 Paul: Ja. En die  $h$ ?  
 Nick:  $3 - a$ .  
 Paul: hmhm. En de oppervlakte?  
 Nick: Eh  $3+a$  keer  $3-a$ .  
 Paul: Geweldig. Dat moet je eens opschrijven. [P schrijft op  $opp = b \cdot h$ ,  $b = 3 + a$  en  $h = 3 - a$ . P vertelt dat de uitkomst van de vermenigvuldiging is  $9 - a^2$ , en dat je dat kunt vinden met een keertabel of met de machine. Dat geeft de vergelijking  $9 - a^2 = 7$ .]  
 Paul: Heb je een idee hoe je dat zou kunnen aanpakken,  $9 - a^2 = 7$ ?

*Fo-inzo: opstellen*

	<i>In-p&amp;p</i>	Nick: Nou eh, gewoon eerst een bordje neerzetten zeg maar, dit moet dan 2 zijn, $9 - 2 = 7$ .
		Paul: Ja goed zo.
		Nick: En dan is het bordje wortel 2.
		Paul: Ja, a is wortel 2 ja. Heel goed. a is wortel 2, wat is b dan?
		Nick: ehm [P schrijft $a = \text{wortel } 2 \text{ op.}$ ]
		Paul: Wat is b dan, die basis van die rechthoek?
	<i>In-sub+ getal</i>	Nick: Ehm ... $3 + a$ .
		Paul: Ja. En wat was a?
		Nick: $3 + \text{wortel } 2$ .
		Paul: Ja, heel goed, dus dat is eigenlijk al een stukje antwoord, de basis moet zijn $3 + \text{wortel } 2$ , en de hoogte?
		Nick: $3 - \text{wortel } 2$ .
		[P vat samen wat we nu hebben en zegt dat de laatste stap ook met de machine gezet kan worden met solve.]
	<i>Pa-gen</i>	Paul: Wat zou er nu veranderen als b en h niet samen 6 zijn, maar 10, kun je dat overzien wat er dan verandert in dit?
		Nick: Ehm, ... a is samen, b en h zijn samen 10.
		Paul: Ja, hier waren b en h samen 6 en nu zijn ze samen 10.
		Nick: O ja, ehm, ...
		Paul: Gewoon van het begin af aan kijken wanneer verandert er iets.
		Nick: Dan wordt dit [3] een 5, $5 + a$ plus $5 -$ , keer $5 - a$ .
		Paul: Ja, precies,
		Nick: eh
		[...]
		Paul: Wat gebeurt er dan in de volgende regel?
		Nick: Eh $25 - a^2$ .
		Paul: Heel goed. Nou en als dat gelijk is aan 7, nog steeds bijvoorbeeld he?
		Nick: Eh, ...
		Paul: Ja het is hard werken vandaag.
		Nick: Dan eh moet $a^2$ 18 zijn.
		Paul: Ja. Dus a?
	<i>Fo-rei-: wortel is geen antwoord</i>	Nick: wortel 18 en dat is, dat weet ik niet uit mijn hoofd.
		Paul: Maakt niet uit. En wat wordt dan b?
		Nick: Ehm $5 + \text{wortel } 18$ en $h$ $5 - \text{wortel } 18$ . [P legt uit dat je ook de 7 in een ander getal kunt veranderen, en dat we zoeken naar een algemene oplossing, in plaats van 6 nemen we 8 en in plaats van 7 een p, en zo krijg je de vergelijkingen in het boekje.]
	<i>Va15-38:00, 7/31, Fred, Silke, 9.1</i>	Silke: Wat is subtidueren of zo?
		Fred: Ik weet niet.
		Fred: (vraagt aan Rina) Wat is substitueren?
		Rina: Invullen [R legt uit]
		Silke: Zo'n waarbij streep.
		(...)
		Fred ziet dat de twee y's aan elkaar gelijk moeten zijn. Het snijpunt. Silke vat het echt niet, zegt ze. F zegt dat je solve moet gebruiken, maar S vraagt waarom.
	<i>In-iso+ var iigo, In-iso- opl, In-opl- syn</i>	Fred heeft solve( $31 - x = \text{wortel}(625 - x^2)$ ) zonder komma-x. De foutmelding too few arguments zegt ze niet veel. Als ik zeg dat er iets ontbreekt wil F iets met de waarbij-streep, maar S ziet als ik terugverwijs de komma in het solve commando. F heeft de machine op benaderen staan, en S heeft een typefout in de vergelijking.
	<i>7/32, Barbara, 9.1 In-iso+ var iigo, In-p&amp;p: haakjes, syntax</i>	Barbara heeft solve( $31 - x = \text{sqrt}(625 - x^2, x)$ ) en dat geeft false. Ze

heeft wel het vermoeden dat het iets met de haakjes bij het wortelteken te maken heeft. Ze laat het haakje na de 625 weg en dat helpt ook niet.

8/2, (ook E4/20 / E4/21) Rina,  
Dirk, Cedric, Fred, 7.7  
In-p&p

Rina: bespreekt 7.7 op het bord, wijst op dat . keer betekent. R laat de leerlingen de keertabel invullen.

Rina: Wat komt hier te staan?

Dirk:  $1/4 s$  [Dat moet  $1/4 s^2$  zijn. R wijst op dat gedeeld door 4 hetzelfde is als  $1/4$ .

Fo-inzo, In-cas: equiv

Cedric vraagt of  $1/2$  as hetzelfde is als  $1/2$  sa. Dat geeft  $1/4 s^2 - a^2 = p$  en R zegt dat s en p meestal bekende getallen zijn, dus dat je a wilt weten, a moet je oplossen.

Rina: Hoe kun je dat vanaf die formule op a krijgen?

Dirk: Gewoon invullen en dan kijken wat a moet zijn.

In-opl+ inz

Ll: solve

Ll: a naar de andere kant brengen.

Rina: Wegen dus he? [Dat gebeurt. R valt terug op een getallenvoorbeeld. R legt nog uit dat je ook op -wortel moet letten. Dan weer met letters.]

Rina: Dus wat wordt het dan?

Fred: wortel  $t s^2 - p$ . [leest t voor  $1/4$ ]

In-p&p

Rina: zegt dat de domeinvoorwaarde er ook bij moet.

Een leerling vraagt wat het  $\geq$  teken betekent. Dan volgen de formules voor b en h.

Rina: Wie denkt dat ie weet wat ik bij b moet gaan invullen? De b was de halve omtrek + een beetje en de h de halve omtrek min een beetje [eigenlijk  $1/4$  omtrek].

Fo-rei+

Dirk:  $1/2 s + \text{wortel}(1/4 s^2 - p)$

Rina: legt uit dat nu voor a die ene a is ingevuld, en dan hoort die andere a bij de h.

Ll: Waarom zou je dat doen dan want dan heb je toch alleen maar meer (?)?

Va16-00:00, 8/3, Rina, 7.7

Rina: Omdat het in het boek staat, zegt R. Ze legt het doel nog eens uit; b en h uitdrukken in s en p, die meestal gegeven zijn.

Op het bord

$$b = 1/2 s + a$$

$$h = 1/2 s - a \quad \text{substitueren}$$

$$p = b \times h$$

$$p = (1/2 s + a) * (1/2 s - a)$$

$$a = ?$$

$$a^2 + p = 1/4 s^2$$

$$a^2 = 1/4 s^2 - p$$

$$a = \text{wortel}(1/4 s^2 - p), 1/4 s^2 - p \geq 0$$

$$b = 1/2 s + \text{wortel}(1/4 s^2 - p)$$

$$h = 1/2 s - \text{wortel}(1/4 s^2 - p)$$

E4/22, Kasper, Miou, Ivar, 7.8

Rina: Er staat  $p = b \cdot h$ , waarvoor geldt dat  $b = 1/2 s$  plus a en  $h = 1/2 s$  min a. Dus eigenlijk heb ik gewoon ingetikt wat ik hier met woorden zei. Ik heb een productvergelijking en ik wil dit substitueren door dat te zeggen met dat streepje. Dan wil ik hem graag oplossen. En dat heb ik niet gedaan, denk ik. Oh, daaronder misschien. [Rina kan het niet lezen, Paul leest voor.]

Paul: Hier heb je gedaan  $p = b \cdot h$ , waarbij  $b = 1/2 s + a$  and  $h = 1/2 s - a$ . (? , niet verstaanbaar) En dan doe je solve komma a, want a wil je weten.

Rina: Dat is eigenlijk vraag b hier. Ik wil a weten, dus het moet

komma a worden, en nou hoop ik dat 'ie zometeen dit (*op bord*) gaat geven.

Paul: a is de wortel uit  $s^2$  min  $4p$  gedeeld door 2. [*Rina schrijft mee op bord*]

Rina: En nou wil ik graag dat je ziet dat dat toch hetzelfde is. Want hij geeft het soms op verschillende manieren weer. Hier staat dit ( $a = (1/4 s^2 - p)$ ) en daar staat dat ( $a = (s^2 - 4p)/2$ ). En eigenlijk wil ik het even voordoen met wortels, want jullie zijn dat waarschijnlijk weer helemaal vergeten. Of misschien heb je het wel helemaal nooit gezien. Ik ga eventjes laten zien wat je met wortels kunt goochelen (*enkele voorbeelden en uitleg hoe de twee a's hetzelfde zijn*).

Va16-04:00, 8/3, Rina, Ivar,  
Kasper, Martin, 7.8  
In-p&p: analogie, In-cas:  
equivalentie

Rina gaat 7.8 doen, dus eigenlijk 7.7 maar nu met de TI-89. Er staat  $p = b \cdot h \mid b = 1/2 s + a$  and  $h = 1/2 s - a$ . Dat geeft  $p = (s - 2a) * (s + 2a)/4$  [andere gedaante!]

Uitleg P van de andere gedaante. Dat wordt met solve(...,a) opgelost naar a.

Paul: Nu heb ik een vergelijking met p-tjes, s-jes en a-tjes. p en s zijn meestal gegeven, a niet, dus doe je solve dat hele zaakje, komma a, a wil ik apart hebben, a wil je oplossen. [Dat geeft  $a = \text{wortel}(s^2 - 4p)/2$ .]

Rina: *legt uit met wortels van concrete getallen; wortel(12) = wortel(4)\*wortel(3) = 2 \* wortel(3) et cetera.*

Ivar: Maar als je 2 keer de wortel van 3 doet, dan krijg je toch/  
Rina: Doe maar, op je rekenmachine, kijk even of er hetzelfde uitkomt als dat je gewoon wortel(12) intikt. [Dan met breuken, wortel(12/4), nee wortel(7/4). Dan wortel( $1/4 s^2 - p$ ) =  $1/2 \text{ wortel}(s^2 - 4p) = \text{wortel}(s^2 - 4p)/2$ . R vraagt Kasper naar de grootste oppervlakte.]

Pa-rol+, Fo-inz+

Rina: Wanneer heb je de grootste oppervlakte? Als de oppervlakte  $1/4 s^2$  is min  $a^2$ . Haal je er dan veel vanaf of haal je er dan weinig vanaf? Als je zo veel mogelijk over wilt houden? Je wil een zo groot mogelijk getal houden.

Kasper: Dus dan gaat het om eh a, want a (?) de grafiek (?).

Rina: Ja dus wat moet je met a, voor waarde a geven om een zo groot mogelijke oppervlakte over te houden?

Kasper: Ja a moet klein zijn dan.

Rina: Hoe klein, wat is het kleinste getal dat je kunt bedenken?

Ll: 0

Ll: min min min min min

Kasper: Ja een breuk.

Rina: Een breuk is heel klein, maar het blijft een stukje lengte altijd he, wat is nou de allerkleinste?

Ll: Een biljoenste.

Rina: Een biljoenste, ok, maar zullen we dan niet gewoon nul nemen? We halen er gewoon even helemaal niks af, dan heb je namelijk hier gewoon de oppervlakte van een vierkantje over die  $1/4 s^2$  is. [R legt uit dat het vierkant de grootste oppervlakte heeft.]

Martin: Wat is a nou in het vierkantje?

Rina: Eh, nu 0, maar als ik zeg/

Martin: Maar is dat de lengte, de breedte, de omtrek (?)

Rina: Het is wat ik erbij doe, en wat ik er hier afhaal. [R legt nog verder uit dat je er wat bij en af hebt gedaan en dat dat a is.]

Ll: Waarom zou je er nou iets bijdoen en iets afhalen?



Rina: Omdat we eerlijk gingen delen en dan mocht daarna de een evenveel minder als de ander erbij kreeg. [Lastig hoor, dat  $s=p$  probleem. Eerst begin je met eerlijk verdelen en heb je een vierkant. Dan ga je de ene zijde a groter maken en de andere evenveel kleiner, dan is het dus niet eerlijk meer. Dat geeft ingewikkelde algebra, met substitutie en een vergelijking die je moet oplossen naar a. Voor h en b vind je dan ingewikkelde formules met een dreigende wortel. En wat blijkt als je de grootste oppervlakte wil hebben? Gewoon eerlijk verdelen, niets met a te maken!]

8/4, Miou, 7.11  
 Miou: Je hebt de omtrek, die weet je.  
 Paul: Ja.  
 Miou: En als je de halve omtrek neemt dan heb je  $b + h$   
 Paul: Wat zeg je, als je de?  
 Miou: Je moet als je de, je hebt het geheel, daar moet je de helft van nemen, dan heb je  $b + h = 500$ .  
 Paul: Ja.  
 Miou: Je weet het verschil niet.  
 Paul: Nee.  
 Miou: Dus kun je toch ook niet b keer h uitrekenen?  
 Paul: Nee/  
 Miou: Ik snap niet hoe je dat dan kan doen. [Ze heeft wel  $b = 250$  en  $h = 250$ .]  
 Miou: Ja want ik dacht als je het eerlijk moet verdelen. Dit kun je niet, is iets te makkelijk.  
 Paul: Zo makkelijk is het op dit punt.

8/5, Maria, 7.11  
 Maria: De som is 500, maar als ik in welke formule ik het ook in wil vullen, ik heb bijvoorbeeld bij die  $b=$  formule dan heb ik de b en de p niet, en bij die andere heb ik weer de a en de p niet, er zijn er altijd 2 die ik niet weet.  
 Paul: Ja, dat klopt. Maar je hebt daar een formule voor de oppervlakte, die is  $1/4 s^2 - a^2$ .  
 Maria: Ja. [We zoeken de formule op.]  
 Paul: Nou is s, die weet je.  
 Maria: Ja.  
 Paul: Wat is die dan?  
 Maria: 500.  
 Paul: OK dus  $1/4 s^2$  kunnen we uitrekenen. Ja?  
 Maria: Ja.  
 Paul: Doe maar eens. [M schrijft op  $1/4 s^2 - a^2$ ]  
 Maria: Nou dan weet je dus al  $p = 2500$ ? [Dat wordt met de SR  $62500. p = 62500 - a^2$ .]  
 Paul: Nou is de vraag, je wilt graag dat die oppervlakte van dat stuk zo groot mogelijk is. Wat doe je dan met die a?  
 Maria: Die maak je nul.  
 Paul: Ja, dus die a maak je nul, en dan heb je/  
 Maria: Dus wordt dit zeg maar al de p is eh 62500  
 (...)
 Paul:  $a = 0$ , en wat is dan b en h, als  $a = 0$ ?  
 Maria: Volgens mij moet je dan die eh die twee gebruiken die daar staan, [formules voor b en h] of niet?  $b = 1/2 s +$  die wortel-toestand of niet?  
 Paul: Ja dat kun je doen/  
 Maria: Of kun je ook gewoon  $b = 1/2 s + a$  en  $-a$ ?  
 Paul: Ja, dat is het makkelijkste.  
 Maria: Ja.  
 ...

Fo-rei+, Pa-alg

Paul: Wat komt er dan uit, uit die  $1/2 s + a$ ?  
 Maria: Eens kijken hoor, 500, 250.  
 Paul: Ja, klopt. En h?  
 Maria: Ook 250.  
 Paul: Ja, dus wat voor/  
 Maria: Maar, nou krijg ik dus toch een rechthoek?  
 Paul: Wat bedoel je?  
 Maria: Eh een vierkant.  
 Paul: Ja.  
 Maria: Maar het moet een rechthoekig tuintje worden!  
 Paul: Ja maar een vierkant is ook een rechthoek.  
 Maria: Oh.  
 ....  
 Maria: Als het ook een vierkant mag worden dan is het wel makkelijker.

*Va16-16:00, Fred, 9.1*  
*In-opl+ syn, In-iso+ var iigo,*  
*In-p&p: iigo, In-cas: num-*  
*exact*  
*E5/1, (=8/8 Paul) Ivar, Dirk,*  
*Miou, 9.3*

Nu heeft Fred: solve( $31 - x = \text{wortel}(625 - x^2)$ ),  $x$ ) en dat geeft benaderende antwoorden 7. en 24.

Paul: Ok, hoe zou je dat aanpakken? Heeft iemand een aanpak gevonden? Ivar.  
 Ivar: Nou, ik had met dat sommetje, dit is som 3 toch? Ja, bij som 2, eh, bij som 1, die gegevens had ik erbij gehaald.  
 Paul: En wat krijg je dan?  
 Ivar: Ehm, ik had ook nog met Pythagoras erbij gedaan. Ik had uitgerekend dat 7 kwadraat plus 24 kwadraat is 25 kwadraat.  
 Paul: Maar waar zit die Pythagoras dan? Had je die zijden nog een naam gegeven of niet?  
 Ivar: Eh, je kan ze a en b noemen. Het is eigenlijk gewoon a kwadraat plus b kwadraat.  
 Paul: Stel dat ik dit a noem en dit b, dan is  $a^2 + b^2$  volgens Pythagoras  $25^2$ .  
 (...)  
 Paul: Nou, we hebben deze twee vergelijkingen, een soort somvergelijking en een soort Pythagorasvergelijking. Wat zou je daar nou verder mee kunnen doen, als je a en b wilt weten?  
 Ivar: Eerlijk verdelen.  
 Paul: Eerlijk verdelen, wat doe je dan?  
 Ivar: Eerst 31 door twee delen, dan heb je 15 en een half. (*Paul schrijft uit*) En dan heb ik zo'n lijn gemaakt. Zo'n balk met 0 en 31.  
 Paul: Oja, dan heeft hij een balk gemaakt (?). (*Paul tekent lijn van 0 tot 31*)  
 Ivar: En in het midden 31/2.  
 (...)  
 Rina: En dit duurt ongeveer 2 seconden, dus wees maar blij met die rekenmachine, want als jullie weer uit het boek gaan werken, dan wordt het weer bloed zweet en tranen, omdat je het met de hand moet doen. Dus geniet maar even van.  
 Ll: Waarom moeten we het dan met de hand doen?  
 Rina: Omdat je dan je rekenmachine weer hebt ingeleverd.

*Div*

*Va17-30:30, 8/8, (=E5/1)*  
*Ivar, Cedric, Fred, 9.3*

Paul: bespreekt 9.3 op het bord, legt de situatie uit en benadrukt de dynamiek van de situatie. Men snapt de vraag.  
 Paul: Heeft iemand een aanpak gevonden?  
 Ivar: Ja ik had, bij som 1, die gegevens had ik erbij gebruikt.

Paul: Ja, en wat krijg je dan?  
 Ivar: Ik had hem net ook nog met Pythagoras erbij gedaan, want ik had uitgerekend dat  $7^2+24^2 = 25^2$ .  
 Paul: Ja, dus dan heb je het al. Waar zit die Pythagoras dan?  
 Paul: Had je die zijdes nog namen gegeven of heb je dat niet gedaan?  
 Ivar: Eh, je kunt het a en b noemen.  $a^2 + b^2 =$  volgens Pythagoras  $25^2$ . (?) [P herhaalt dit.]  
 Ll:  $c^2$ .  
 Paul: Ja maar die c is dus 25 hier he. Ja en toen?  
 Ll: Maar hoe kom je aan die 7 en die 24?  
 Paul: Die heeft hij uit som 1 gehaald. [vergelijking  $a^2 + b^2 = 25^2$ ]  
 Paul: Weet je nog een v/ nog iets van a en b af?  
 Ll: Dat ze samen 31 zijn.  
 Paul: En wat geeft dat voor vergelijking?  
 Cedric:  $a + b$  kwadraat?  
 Paul: Misschien wel, misschien niet.  
 Fred:  $a+b=35$ , eh 31.  
 Ivar: Dat had ik ook al bij som 2 gedaan. [P legt 'Pythagorasvergelijking' uit; het is iets anders dan we tot nu toe zagen.]  
 Paul: Wat zou je daarmee nou kunnen doen als je a en b wilt weten?  
 Ll: Eerlijk verdelen.  
 Paul: Wat doe je dan?  
 Ivar: Eerst 31 door 2 delen.  
 Paul: Ja. [Bord  $a = 31/2$ ]  
 Paul: En nu? [I wil nu het plaatje van opgave 7.3]  
 Ivar: Zo'n balk maken. [P tekent van 0 tot 31.]  
 Ivar: En in het midden  $31/2$ .  
 Ivar: En toen, wist ik niet meer wat ik gedaan heb. [P zegt dat je een stukje naar rechts moet en een stukje naar links omdat  $31/2^2 + 31/2^2$  geen 625 is.]  
 (...)
 Paul: Dat betekent dat x gelijk is aan  $31/2$ +iets, nou je kunt er iets voor intikken of a, dat gaat iets korter, en  $y =$  , wat is die y?  
 Ll:  $31/2 -$  iets.

8/9, Ada, Linda, 9.3

Ada: snapt niet waarom het eerlijk verdelen is. Zelf heeft ze de ISO manier gevonden. De naam is verwarrend. Ook ziet ze niet wat iets is.

*Fo-inz+*

Ada: Hoe gaat die iets heten?

Ze zegt dat x en y verwisselbaar zijn.

*In-sub+ inz*

Linda: wil de tweede manier snappen, dus die van het substitueren van  $(31-x)$  voor y.

Linda: Dus dan wordt het  $x^2 + 31-x$  tot de tweede is 25.

Paul: tot de tweede ook. [P wijst op de haakjes.]

Linda: Kan je dan dit ook niet zo invullen  $31 - y = x$  en dan hier invullen, dus dan krijg je twee dingen tussen haakjes?

Paul: Kan ook. Dan krijg je, wat zou jij dan doen?

[Dat kan natuurlijk ook, maar je moet het niet allebei doen.]

8/10, Marg, Josef, Thomas,

9.3

*In-oplo inz*

Marg: vraagt wat isoleren is.

Josef: heeft 9.3 met and opgelost. Dat werkt niet altijd!

*In-sub- syn*

Thomas: Ik heb geprobeerd  $31^2 - 25^2$  maar dat wil niet.  
 Paul: Maar hier heb jij staan  $625 - a^2 = b \mid a+b = 31$ . Hoe kom je nou aan die eerste vergelijking,  $625 - a^2 = b$ ?  
 Thomas: Volgens Pythagoras is  $a^2 + b^2 = c^2$ , in dit geval is  $c^2$  625,  $a^2$  is een van de twee rechthoekszijden. [P zegt dat hij een vergissing heeft gemaakt, en T ziet het ontbrekende kwadraat.]  
 Paul: Er is nog iets. Weet je nog wat die waarbij streep doet?  
 Thomas: Nee eigenlijk niet meer.  
 [P legt uit dat je een letter moet uitleggen, T maakt ervan  $a = 31 - b$ .]

*8/11, Nick, 9.2*  
*Fo-sym-, In-p&p*

Nick heeft de wortel niet ver genoeg doorgetrokken in het schrift. Ook weet hij niet precies wat eerlijk verdelen voorstelt. Hij heeft niet in de gaten dat je dat alleen op de somvergelijking toepast.

*8/12, Ivar, 9.5*  
*Pa-gen: methode*

Ivar: Als je wortel van 540 doet, dan krijg je toch wat  $a + b$  is, en dat is dan dat, maar mag je met dit [wortel(540)] verder rekenen of moet je met dit [de benadering van 23] verder rekenen? [Hij heeft  $a*b=540$ ,  $a^2+b^2 = 39^2$ .  $a = \text{wortel}(540)$ ]  
 Paul: Hoe kom je nou aan die wortel(540)?  
 Ivar: Dan krijg je wat 31 is dacht ik, wat daar bij die som 31 is, of dus de lengte.  
 Paul: Je gaat als het ware  
 Ivar: Als het een vierkant is  
 Paul: Die 540 ga je eerlijk, als het een vierkant is heb je de wortel van 540.  
 Ivar: En nou moet ik 23 door 2 delen om daar (?)  
 [Commentaar achteraf: eigenlijk moet je eerst 540 door 2 delen en dan de wortel nemen in plaats van andersom.]

*Va17-53:00, 8/13, Fred, Dirk,*  
*9.4*

*Fo-inz-, Al-mis*

Fred voert in het functiebestand in  $y_1(x) = x^2 + y^2 = 25$  en  $y_2(x) = x*y = 10$ . P vertelt dat hij eerst moet isoleren.  
 Fred: O dus je moet het eigenlijk gewoon omdraaien.  
 Paul: Ja, weet je wat er dan moet komen?  
 Fred: Wacht even,  $y = x$  gedeeld door 5,  $x$ , de wortel van  $x$  gedeeld door 25. Nee 25 gedeeld door wortel van  $x$ .  
 Paul: Je weet  $x^2 + y^2 = 25$ , en wat ga je dan doen?  
 Fred: Nou dan dacht ik  $y = \text{eh } 25$  gedeeld door de wortel van  $x$ .  
 Paul: Waarom delen en waarom de wortel van  $x$ ?  
 Fred: Nee de wortel van 25 gedeeld door  $x$ .  
 Paul: OK waarom gedeeld door  $x$ ?  
 Fred: Nou, omdat ik  $y$  wil weten.  
 Paul: Ja ok, maar als je hebt  $2 + 3 = 5$ /  
 Fred: O nee, min, min  $x$ .  
 Paul: Dus wat wordt het dan?  
 Fred:  $y = \text{wortel}(25 - x)$ .  
 Paul: Nog niet goed maar het wordt al beter. Wat is het eerste wat je doet?  
 Fred: Ik haal de machten weg.  
 Paul: O maar dat mag niet, want als  $x^2 + y^2 = 5^2$ , dan is niet  $x+y$  5, snap je wat ik bedoel?  
 Fred: Nee niet helemaal. Dus ik moet  $y^2 = x^2 - 25$ .  
 Hij voert in  $y_1(x) = y^2 = x^2 - 25$ .  
 Paul: Ja maar, je weet dat  $3^2 + 4^2$ , hoeveel is dat?  
 Fred: Dat is  $7^2$ .  
 Paul: Reken eens even  $7^2$  uit in het homescherm?

Fred: 2401  
 Paul: En  $3^2$ ?  
 Fred: 9  
 Paul: En  $4^2$ ?  
 Fred: 16  
 Paul: Dus  $9 + 16 = 2401$ .  
 Fred: Niet helemaal. Dat is dan  $7^2$ .  
 Paul: Hoeveel is  $7^2$ ?  
 Fred: 49.  
 Paul: Dus  $9 + 16$  is 49?  
 Fred: Bijna. Het lijkt er nu al meer op. [P legt uit dat je met die kwadraten moet uitkijken, dat je ze in een vergelijking niet zo maar kan weglaten.]  
 Paul:  $x^2+y^2=25$ , en ik wil uiteindelijk iets hebben van de vorm  $y=$ . Hoe kun je nou een beetje meer die kant op?  
 Fred: Nou,  $x /$   
 Paul: Nou je wil naar  $y$  he?  
 Fred:  $+ y = 5$ .  
 Paul: Nee nou doe je weer hetzelfde als hier, nou laat je gewoon die kwadraatjes weg.  
 Fred: Deze die wortel ik.  
 Paul: Ja maar die andere kant die wortel je nu verkeerd.  
 Fred: Jawel, eh  
 Paul: Ja maar hier staat geen  $x + y$  tussen haakjes in het kwadraat, hier staat  $x^2 + y^2$ .  
 Fred: Ja, nee, wel, nee.  
 Paul: Kijk er is een verschil. [P werkt  $(x+y)^2$  uit en laat zien dat dat iets anders is dan  $x^2 + y^2$ .]  
 Paul: Dus deze regel is fout. Wat je wel kunt doen is die  $x^2$  naar de andere kant brengen.  
 Fred: Dan is het min  $x^2$ .  
 Paul: Dan wordt het  $-x^2$ . Dus wat krijg je dan?  
 Fred: nou  $25 - x / y^2 = 25 - x^2$ .  
 Paul: Ja. Dat is goed. En nu kun je wel de wortel pakken van  $y^2$ , die is namenlijk  $y$ , en dan moet je hier ook de wortel pakken, dus dan krijg je wortel van  $25 - x^2$ .

*In-opl+ syn*

Fred voert in  $y1(x) = \text{wortel}(25 - x^2)$ . Dan in het home-scherm solve( $x*y=10,y$ ), en het resultaat daarvan als  $y2$  in het functiebestand. Dirk ziet de fout bij  $y1$ , wordt hersteld en dat geeft het plaatje.

*8/15, Barbara, 9.2*

Barbara: Ik snap niet hoe je nou 2a kunt doen. Want als je het eerlijk verdeelt die 31 is het dus  $15 \frac{1}{2}$  en  $15 \frac{1}{2}$ , maar als je dat dan invult bij alletwee, is de  $y$  dan, moet  $y$  dan hetzelfde zijn?  
 Paul: Dan zou dus  $x$   $15 \frac{1}{2}$  zijn en  $y$   $15 \frac{1}{2}$ , dan klopt dit, maar dit klopt dan niet.  
 Barbara: Nee, daarom.  
 Paul: Maar dat hebben we steeds, je begint met eerlijk verdelen, dan klopt het niet, en dan ga je de een iets groter maken en de ander iets kleiner.  
 Barbara: Maar dat is gewoon proberen, dat kan je niet zien? [P legt uit dat dat ook systematische kan. B vraagt nog of het uitmaakt of je bij  $x +$  iets doet of bij de  $y$ .]

*8/17, Marg, Simone, 9.4*

*In-p&p  
 In-opl- inz*

Marg en Simone: weten niet welke vergelijking ze moeten isoleren.  
 Paul: Je kunt zowel die eerste isoleren als die tweede.  
 Simone:  $y = 10$  gedeeld door  $x$ .  
 [Ze weten niet hoe je op de machine isoleert.]  
 Marg: Je doet het niet met solve want dan lost ie hem meteen op.

[Ze doen het op advies van P toch en krijgen de wortelvorm.]

Marg: Ja maar dat had ik wel maar/

Paul: Maar dat is de geïsoleerde vorm, dan heb je dus  $y$  is iets, en dit kun je dus als  $y_1$  of  $y_2$  invullen.

8/18, Maria, Silke, 9.3

Maria: [M legt S 9.3 uit.] Het probleem is dus uiteindelijk dat je met deze twee grafieken moet zoeken de snijpunten.

Silke: Ja.

Maria: En dat, die snijpunten zoeken kun je dus ook doen met eerlijk verdelen en dan heb je dus 31 dat is de som, dat weet je. (?) Dus je weet dat ze samen, dit is de  $y$  en dit de  $x$ , je weet dat ze samen 31 zijn. En je moet dus uitzoeken waar deze zitten. Snap je dat  $y$  en  $x$  de som is?

Silke: Ja maar/

Maria: Je kan dit ook zien als een driehoek of zo. In ieder geval dit is de  $y$  en dit de  $x$ .

Silke: Ja ok.

Maria: En je weet dat die 31 zijn, omdat als je deze omzet dan komt er  $x + y = 31$  maar je hebt het nu gewoon anders opgeschreven (?). Dus het probleem is eigenlijk dat je dus zeg maar dit moet oplossen. Nou, dat heb ik dus gedaan alvast. Als je dit nou ziet, dan kun je dit dus doen met verdelen, nou dan weet je dus dat dit is eh, de halve som he? Dan kun je  $+y -y$  want het is min een beetje en plus een beetje.

Fo-inz+

Silke: Ja.

Maria: Nou dan kun je dat dus zo op gaan lossen en dan moet je dat zo in de rekenmachine invoeren, dat ga je namelijk oplossen in deze formule want je weet nu wat dit is, dan ga je oplossen in die formule want dan kun je het snijpunt vinden. Maar daar was ik zonet mee bezig, het was bij mij niet helemaal goed gegaan, dan krijg je dus uiteindelijk dit moet je invoeren, nou de uitkomst klopt bij mij dus niet want ik had het hier niet helemaal goed gedaan. Maar snap je nu wat je moet doen?

Silke: Ja.

Maria: Dus je moet zeg maar dit zien als som.

E5/3, Kevin, 9.2c

Obseva: Kevin, kan je laten zien wat je bij 2c als antwoord hebt gegeven?

Kevin: 2c.

Obseva: Voor welke waarde van  $b$  raakt de lijn nog net/

Kevin: Ja (?) ik heb dit (*laat grafieken zien, heeft een halve cirkel en een lijn tegengesteld aan voorbeeldplaatje op pagina 36*)

Obseva: Dan heb je 31 plus  $x$  gedaan.

Kevin: Ja maar er staat hier van wat gebeurt er als 31 groter wordt. Ik bedoel dan eh...

Obseva: Ja, 31 is zeg maar de  $b$ . Dus hij is eerst 31,  $y = 31 - x$ , nu wordt 31 wordt groter.

Kevin: Ik dacht dat [(?, volgens mij dacht hij  $x$ ] dan gewoon groter werd, maar moet je dan bijvoorbeeld 32 nemen?

Obseva: Ja. Dan vul je in  $y = 32 - x$  bijvoorbeeld.

Kevin: En nou moet je...

Obseva: Zie je wat er dan gebeurt als je die  $b$  groter maakt?

Kevin: Ja hij eh....

Obseva: Wat gebeurt er met de lijn?

Pa-ver+

Kevin: Nou, hij gaat een beetje meer die kant op (naar rechtsboven)

Obseva: Ja, en op een gegeven moment is er dus een punt dat 'ie

nog net de kwart cirkel raakt.  
 Kevin: Nou, dan moet ik nog een beetje meer doen.  
 Obseva: Ja. Dus wat doe je nu? (*laat nog een lijn tekenen*)  
 Kevin: Deze.  
 Obseva: En wat is nu de vergelijking van de lijn.  
 Kevin:  $35 - x$   
 Obseva: En dat is ongeveer waar die hem raakt?  
 Kevin: Ja.

*E5/4, Cedric, 9.1b*  
*Fo-sym-, In-opl- syn, In-*  
*p&p:haakjes, In-iso+ var*  
*iigo,*

Cedric: Kijk, hier bij b he, dat je op moet lossen, dat heb ik gedaan, maar waarschijnlijk heb ik iets niet goed gedaan. Ingevoerd:  $\text{solve}(31 - x = \text{wortel}(625 - x^2, x))$  WORTEL NAKIJKEN. loopt in zijn schrift ver genoeg door, lijkt het.  
 Obseva: Solve  $31 - x$  de wortel van 625 min  $x$  kwadraat, en daar mag je nog een haakje achter zetten.  
 Cedric: Nog een, maar hij zei too many.  
 Cedric zet een haakje achter het laatste haakje:  $\text{solve}(31 - x = \text{wortel}(625 - x^2, x))$ .  
 Obseva: Nee ik bedoel hier, kijk het wortelteken daar zet 'ie dan eerst een haakje, dus aan het einde van het wortelteken moet ook een haakje.  
 Cedric: Oh, hier?  
 Obseva: Ja.

*E5/5, Barbara, 9.2c*

*Fo-sym-*

Obseva: Heb jij wat gevonden bij 9.2c?  
 Barbara: Nee, ik kreeg allemaal hele rare grafieken. Ik weet niet of je die cirkel ook echt moest zien?  
 Obseva: Ja.  
 Barbara: Ik kreeg alleen maar rechte streepjes, allemaal naast elkaar.  
 Obseva: Oh, wat raar. En je hebt wel gewoon die gegevens (*som I*)gebruikt?  
 Barbara: Ja.  
 Obseva: En heb je 'm nog?  
 Barbara: Hij staat er denk ik niet meer in. (*En inderdaad..., opnieuw invullen*)  
 Obseva: En de vergelijkingen waren?  
 Barbara:  $y = 31 - x$  en  $y = \sqrt{625 - x^2}$  WORTEL NAKIJKEN. Staat in het schrift op een plaats niet goed, op een andere wel.  
 Obseva: Ja en als je die invult? *Barbara vult voor y1 31-x in.* Ja,  $31 - x$ , dat is de ene. En dan  $y^2$ ?  
 Barbara: Oh wacht. Oh, maar dan heb ik het anders gedaan. Ik had het allemaal gewoon in een regel.  
 Obseva: Oh, dus je had  $y1 = 31 - x$  en/  
 Barbara: and  
 Obseva: Oja, het zijn dus twee aparte grafieken.  
*Barbara laat tekenen, nog niets te zien, dus ze gaat naar window.*  
 Obseva: Hm, doe maar wat kleiner, want je hebt nu  $x$  min en max 500, doe maar gewoon 30 ofzo (*vult -30 en 30 in*). En  $y$  ook iets kleiner. (*doet hier ook -30 en 30*) Ja, je kan  $y$  en  $x$  zelfs bij nul laten beginnen, want je hoeft alleen maar dat stukje te zien.  
*Nu zijn ze wel te zien.*  
 Obseva: Je had waarschijnlijk gewoon een te groot scherm, zodat 'ie heel klein erin stond.  
 Barbara: Ja, maar ik had eerst helemaal geen halve cirkel, omdat ik het verkeerd had ingevoerd.  
 Obseva: En eh, nu heb je dus  $31 - x$  voor die lijn gebruikt, en is de

- vraag, wat gebeurt er met die lijn als je eerst bij 31 begint maar 31 steeds groter maakt. Wat gebeurt er nu als je 32 neemt, of 33?
- Pa-ver+* Barbara: Dan komt 'ie hoger in de y-as en verder in de x-as.  
Obseva: Ja, en op een gegeven moment is er een punt, hij schuift dus op, waar die nog net de kwart cirkel raakt, dus dan is vraag c. Voor welke denk je dat dat is, voor welke b? Iets min x, maar wat min x? ... Zou die b dan groter zijn dan 31?  
Barbara: Ja.  
Obseva: Ja, dat sowieso. Je kan het doen door uit te proberen, als je een grotere neemt.
- In-sub+ getal* Barbara: Dat kan je toch ook doen, dat je dan waarden voor, andere waarden voor b dan 31?  
Obseva: Ja, dus dan maak je y1/  
Barbara: Met waarbij.  
Obseva: Ja, maar er staat nu nog 31 min x.  
Barbara vult in:  $y1 = b - x \mid b = \{31, 32, 33, 34, 35\}$  De lijnen komen vlak naast elkaar in het scherm  
Obseva: Misschien kun je het scherm een beetje aanpassen, zodat je het kunt zien. Laat x maar bij nul beginnen.  
*Plaatje wordt nu beter.*  
Obseva: Kan je nu zien bij welke hij er net aan raakt?  
Barbara: Bij de laatste, bij 35.  
Obseva: Ja. Dus, voor welke waarde van b raakt de lijn nog net aan de kwart cirkel?  
Barbara: 35.
- E5/8, Caroline, 9.2* Obseva: Caroline, heb jij wat bij 2c gevonden?  
Caroline: Nee, want 2 snap ik niet.  
Obseva: Helemaal niet?  
Caroline: Nee.  
Obseva: Eh, even kijken, en ook niet dit stukje, wat gebeurt er met de lijn/
- Pa-ver+* Caroline: Ja, volgens mij wordt die dan groter.  
Obseva: Wat bedoel je met groter?  
Caroline: Nou, die komt omhoog op de y-as en verder op de x-as.  
Obseva: En, nou dat is eigenlijk al het antwoord van die/  
Caroline: Maar ik snap niet wat hiermee wordt bedoeld (2a).  
[Korte uitleg Eva, bel.]
- 8/18, Martin, Petra, 9.1* Martin: Hoe kan je deze twee nou ooit samenvoegen, [leest voor:] substitueer met de hand de eerste vergelijking in de tweede, ik zou toch gewoon/  
*In-sub+ inz* Petra: Ik weet het wel, je kon de y-en kon je gewoon weghalen, dan had je dat is dat.  
Martin: Ja,  $31 - x = /$   
Paul: Dat is een manier.
- Vb13-1:00, 8/19, Jonneke, Ronnie, 6.5* Jonneke: [Klassikaal. J schrijft de som op het bord.] Kan ik dit ook anders noemen, als ik kijk bij de formules zoals we die eerst hadden? Die  $32 \frac{1}{2}$ , waar is die de helft van?  
Ll: Van 65.  
Ll: Van de som.  
Jonneke: Van de som he. Dus dat is  $\frac{1}{2}$  s. En die  $17 \frac{1}{2}$ , kan ik daar ook iets anders voor zeggen Ronnie?
- Pa-gen* Ronnie: Ja,  $\frac{1}{2}$  v (?)
- Vb13-00:00, Donald, Sandra, 6.7*  
*Pa-gen-, In-sub+ syn* Donald en Sandra: Bij onderdeel c vullen ze in:  $x+y=a^2 \mid x = y +$



$b^2$ . Dat geeft een uitdrukking in  $y$ ,  $a$  en  $b$  waar ze verder niets meer mee doen.

Vb13-4:00, 8/19, Jack, 6.6

Jack: Nou bij a zo'n driehoek is in totaal 180 graden. Die rechte hoek hoef je niet te weten, dus ik heb er eerst 90 afgehaald.

Jonneke: Dus hoeveel zijn alfa en beta bij elkaar?

Jack: 90 graden. Dus dat is de som. En dan om het grootste getal en dat is alfa uit te rekenen doe je dan  $(90 + 20)$  en dan deel je door 2, dat is hetzelfde/

Jonneke: Wat zei je,  $90 + 20$  gedeeld door 2? En om beta uit te rekenen?

Jack: Doe je  $90 - 20$  gedeeld door 2. [Dan doet Jack ook onderdeel b goed. Dat geeft  $\alpha = (180 + 30)/2$  en  $\beta$  is  $(180 - 30)/2$ . Impressie: s/v gaat goed, misschien dank zij meetkundig beeld? Klassengesprekken zijn belangrijk om alles op zijn plaats te krijgen]

Jonneke: Wat zou ik in plaats van 180 als ik het nou in letters wou schrijven, wat zou ik dan in plaats van 180 kunnen schrijven en voor die alfa en die beta?

Jack: s.

Jonneke: Ja en wat krijg ik dan voor die alfa en die beta?

Pa-gen

Jack:  $s+v$  gedeeld door 2 en  $\beta = (s-v)/2$ . [Jo schrijft de algemene formules op het bord.]

(...)

Ll: Ik wou vragen waar die 30 vandaan komt.

Jonneke: Die 30 is het verschil tussen die twee zijden, tussen die twee hoeken in dit geval.

Ll: Maar dan moet het toch juist die zijn en (?)

Jonneke: Nee het verschil is 30, de  $v$  is 30.

Ll: Ja maar dan is het dus toch  $-15 + 15$  [Jo legt uit dat dat zit in die  $90-30$  gedeeld door 2 en  $(90+30)/2$ .]

Vb13-16:00, 8/20, Jonneke, Suzanne, 7.3

Jonneke legt plaatje bij 7.3 uit. De interpretatie hiervan is moeilijk. [Vermoeden: misschien omdat de  $p$  er niet expliciet in is aan te wijzen, terwijl de  $v$  in het s/v probleem dat wel was?] De aandacht in de klas neemt ook af. J wijst op de verschillen met het plaatje van paragraaf 6.

Jonneke: Wat zijn die twee  $a$ 's bij elkaar?

Ll: 2

Ll: 0

Al-mis

Ll:  $a$  tot de tweede

Ll: 3

Jonneke: Nee die zijn bij elkaar het verschil tussen  $b$  en  $h$ .

[De leerlingen raken het spoor een beetje bijster, terwijl ze ook minder goed op lijken te letten.]

Jonneke: Wat is  $h$  dus, Suzanne?

Suzanne:  $3 - a$

[De vraag is nu wat de oppervlakte is. Opnames rommelig, maar enkele leerlingen zien  $(3-a)*(3+a)$ .]

Ll:  $9 - a^2$ .

Al-mis

Ll:  $a = 1 \frac{1}{2}$ .

Ll:  $a^2$  is gewoon 3.

[Il heeft 6 in plaats van 7 van 9 afgetrokken en neemt de helft in plaats van de wortel?]

Vb13-18:30, Donald, Sandra, Rob, 6.9, 7.4

Bij a doen Donald en Sandra  $expand(3x+3y=84$  and  $2x-2y=20)$ . Dat werkt niet. Bij 7.4 vraagt D uitleg bij het plaatje. Waar moet je de oppervlakte in het plaatje zetten? Verwarrend is dat er twee 6-en zijn:

de halve omtrek en de oppervlakte.

Sandra: Het kan toch altijd? [de oppervlakte kan toch elke waarde aannemen]. 2 keer 3, 3 keer 4?

[Ze denken dat ze wat met grafieken moeten doen, maar weten niet wat. De klassikale uitleg is kennelijk niet overgekomen.]

*In-opl+ syn, In-cas: num-  
exact*

Rob dicteert solve( $9-a^2=6,a$ ). Dat geeft 1.73... omdat de mode benaderend is.

Donald verandert de 6 in een 12, wat false geeft.

Donald: Rob, kijk, 12 kan dus niet. [Dan geeft solve( $9-a^2=9,a$ ) het resultaat  $a = 0$ .]

*In-iso+ syn, Fo-rei+, In-sub+  
inz, In-sub+ syn, In-opl+ syn,  
In-opl+ inz*

Sandra heeft solve( $x=y*z$  |  $y = \text{iets} + a$  and  $z = \text{iets} * a, x$ )

[Die laatste keer moet een min zijn. Daarin heeft ze  $x = 6$  gesubstitueerd en opgelost naar a. Dat geeft iets ingewikkelds. Dan gaat ze spelen en vult voor a het woord Donald in.]

*Vb13-32:00, Donald, Sandra,  
7.5*

*In-opl+ syn, Pa-gen: lukt niet*

Donald probeert solve( $9 - a^2 = 200, a$ ), dan maakt hij er van solve( $60-a^2=200,a$ ). Dat geeft false.

*8/22, Inte, Margot, 6.7, 7.3*

Margot en Inte snappen het plaatje bij 7.3. Inte heeft 6.7c INVULLEN. Staat niet in schrift. Margot heeft het wel goed.

*Pa-alg*

Paul: Weet je nog hoe je dat gedaan hebt?

Inte: Ja, ik heb, o ja, de som, een half keer de som, min een half keer het verschil is, het ene getal en dan de som min dat ene getal wat je hebt, is het andere getal.

Paul: En hoe kom je dan/

Inte: Ik heb 105 bij 85.

Paul: Nou bij c niet denk ik, of wel?

Inte: Jawel.

Paul: O dat is interessant.

*Fo-rei-, Pa-gen+, Pa-rol+  
Pa-pla-*

[Ze kijkt verkeerd, bij opgave 6.6. Ze heeft  $1/2 a^2 - 1/2 b^2$ .]

Inte: Is?

Paul: Dat is die ene, ja dat weet je natuurlijk niet, hoeveel dat is.

Inte: Nee.

Paul: Maar het is wel goed want je pakt..., wat is de som in dit voorbeeld?

Inte:  $a^2$

Paul: Ja,  $a$  kwadraat of  $a$  tot de tweede. En het verschil?

Inte:  $b$ -tot-de-tweede.

*8/23, Ronnie, 7.3 en 6.1*

Ronnie: snapt het plaatje niet bij 7.3 maar ook dat van 6.1 niet.

Ronnie: Hoe vul je dat nou in, wat is nou v en s en

Paul: Nou s is het totaal van h en b.

Ronnie: O, dus die is s.

Paul: Nee, deze, niet die middelste. [P legt de som uit.]

Ronnie: v is dit toch?

Paul: Nee, v is niet die/

Ronnie: Ja, v is dat en dit is een half v en dit een half v.

Paul: Nee, want dit vraagtekentje staat midden tussen nul en het totaal, dus wat staat er bij dit vraagtekentje in het midden?

Ronnie: Eh, weet ik niet, ik heb geen idee wat er staat.

Paul: Dit vraagtekentje staat in het midden tussen 0 en hier.

Ronnie:  $1/2 s$ ?

Paul: Ja. En dat verschil van h en b, dat is die v, waar staat dat in die figuur?

Ronnie: wijst nu het goede aan en zegt ook dat de twee pijlen erboven voor  $1/2 v$  staan.

Ronnie: Maar is dat ook min  $1/2 v$ ? [Dat is het.]

8/24, Suzanne, 7.4

Suzanne heeft bij onderdeel a dat  $a^2 = 3$  omdat  $9 - a^2 = 6$ . Dat klopt. Dus a is wortel 3.  
Suzanne: Maar wat zijn dan die afmetingen?  
[P legt uit welke rol a speelt.]  
Paul: Kun je nu zeggen wat b is?  
Suzanne: Ja  $b = 4,7$ .  
Paul: Ja, of je kunt ook zeggen  $3 + \text{wortel}(3)$ .  
Suzanne: Ja.

Ll: Maar dat bij 12 dat kan dus gewoon niet.  
Paul: Nee. Waarom niet?  
Ll: Omdat het dan, verschil tussen 6 en 12 is een plus, erbij.  
Paul: Ja, nou het gaat eigenlijk om het verschil tussen 9 en 12.  
Ll: Ja, dat bedoel ik.

Va18-00:00, 9/1, Rina, Ivar,  
Fred, Ada, Miou, Eva, par10

Rina leidt par 10 in. Ze vraagt wat een kwadratische vergelijking is. Ze richt zich eerst op kwadratische uitdrukkingen.  
Rina: Wat is een kwadratische vergelijking?  
Ivar: Een machtsvergelijking.  
Rina: Weet je ook welke macht?  
Ivar: 2.  
...  
Rina: Nou wil ik daar graag de algemene formule van weten. Wie weet nog wat dat is?  
Fred:  $a^2+b+c$ , keer  $b + c$ , nee nog iets bij die b, ik weet niet wat.  
Ll: zegt dat x in het kwadraat moet. Zo komt men tot  $ax^2+bx+c$  met als voorbeeld  $y = 2x^2+3x-7$ .  
Rina: vraagt ook andere gedaanten, die toch tweedegraads zijn.  
Ll: Gewoon x erbij zetten?  
Rina: Waarbij?  
Ll: Ergens.  
Ll:  $2x * x$ .  
Rina: wijst erop dat je ook dubbele haakjes kunt hebben.  
Ada:  $x+2, x+5$   
Miou: [later] dat is -2 en -5. [Dan zet R overal =0 achter, en vraagt hoe je de vorm met haakjes  $(x+2)*(x+5)$  moet oplossen. Ook de vorm  $(2x)*(x+5)$  staat op het bord.]  
Ada:  $2x = 0$  of  $x+5$  is 0. [Zegt ze het goed? Ze bedoelt het in elk geval goed, pakt waarschijnlijk de andere vergelijking.]  
Rina: vraagt hoe het moet als je de kwadratische vorm hebt zonder haakjes, dus  $ax^2 + bx + c$ .  
Eva: Volgens mij moet dat in zo'n tabel-ding en dan zet je aan de ene kant zet je  $2x+10$  [ze bedoelt een keertabel]

9/2, Maria, 9.4 - 9.5  
In-iso+ var, In-p&p: iigo

Maria heeft bij 9.4 de twee vergelijkingen geïsoleerd, grafieken getekend, invullen en dan in de grafiek traceren.  
Paul: Kun je het ook zonder grafieken?  
Maria: O.  
Paul: Je krijgt zo van die benaderingen. Kun je het ook precies uitrekenen door die vergelijkingen op te lossen?  
Maria: weet het niet en zegt dat ze 9.5 ook niet snapt en haar vader ook niet. We gaan verder met 9.5.  
Paul: b maal h is 540, wat is h dan?  
Maria: Eh,  $h = 540 - b$ ,  
Paul: hm  
Maria: O nee, wacht effe, dat is natuurlijk eh keer, even kijken hoor, 540 gedeeld door b? [Ze schrijft dit op.]  
Paul: Ja. En zou je nou dat gegeven in die eerste vergelijking

In-subo inz

		kunnen gebruiken?
	Maria:	Ik weet niet, want het is natuurlijk een kwadraat.
	Paul:	Ja, wat kan het schelen.
	Maria:	Misschien kan ik hem wel invullen bij de h, maar ja dan zit ik nog wel met dat kwadraat.
	Paul:	Maar dan ben je wel die h kwijt.
<i>Fo-reio</i>	Maria:	Maar kan ik dit $[540 / b]$ dan in het kwadraat doen?
	Paul:	Dat kan.
	Maria:	Dat komt eigenlijk op hetzelfde neer?
	Paul:	Ja. Als $h = 540 / b$ dan kun je hier voor $h^2$ invullen het kwadraat van $540/b$ .
	Maria:	O ja.
	Paul:	Wat zou je dan krijgen?
	Maria:	Nou $b^2 + (540/b)^2 = 1521$ .
		[M schrijft dit op. P legt uit dat je voor het resultaat de machine nodig hebt.]
<i>In-opl+ inz</i>	Maria:	Ja en dan kan ik het natuurlijk uitrekenen, kan ik gewoon hier bij solve.
	Paul:	Ja.
	Maria:	O ja, het is eigenlijk best makkelijk.
	...	
	Paul:	Die eerste stap die heb je uit je hoofd gezet. Zou je die eerste stap, of de eerste twee stappen zelfs, zou je die ook met de machine kunnen zetten, zou je van $b \cdot h = 540$ naar $h =$ iets kunnen komen?
<i>In-opl+ inz</i>	Maria:	Ja gewoon komma h, bij solve.
	Paul:	Ja, en hoe zou je dan die $h = 540/b$ in die eerste vergelijking invullen zonder dat je dat zelf hoeft te doen?
<i>In-sub+ syn</i>	Maria:	Nou ik denk dan moet je gewoon dit doen en dan ja zo'n waarbij, en dan waarbij $h =$ en dan vul je dit gewoon in.
	...	
<i>Div</i>	Maria:	Ik zie het altijd veel makkelijker uit mijn hoofd dan met de rekenmachine, want dan vergeet ik altijd weer wat ik aan het doen ben.
<i>9/3?, Josef, 10.1</i>	Josef	kan de onderdelen met de machine oplossen.
	Paul:	Zie je dat ook uit je hoofd, dat die 4 en die 3 eruit moeten komen?
<i>Fo-inz+</i>	Josef:	Ja, want die moet nul zijn of dit moet nul zijn. [Hij ziet ook dat je dat bij onderdeel d niet zo makkelijk kunt zien.]
<i>9/4, Michael, 9.4</i> <i>In-iso+ var, In-p&amp;p:iigo</i>		In het schrift heeft Michael beide delen geïsoleerd, en gelijkgesteld en exact opgelost.
	Paul:	Dat ziet er goed uit. Hoe ben je eraan gekomen?
<i>In-iso+ var iigo, In-opl+ syn</i>	Michael:	Dan heb ik gedaan $\text{solve}(\text{wortel}(25-x^2)=10/x, x)$ .
	Paul:	Heel goed. En hoe ben je aan die uitdrukking $\text{wortel}(625-x^2)$ gekomen? Uit je hoofd of met de machine?
	Michael:	Met de machine.
	Paul:	En hoe doe je dat dan?
	Michael:	Volgens mij ook met solve en dan de formule ingetikt en dan komma y.
<i>9/5, Nick, 9.4</i> <i>In-opl+ syn, In-cas: interpret</i>	Nick:	heeft met solve de y geïsoleerd maar snapt niet de voorwaarde $x^2-25 \geq 0$ . P legt het isoleren uit.
	Paul:	Maar je kunt het ook uit je hoofd doen. Als $x^2+y^2=25$ , weet je wat $y^2$ dan is?
<i>Pa-gen</i>	Nick:	Eh even denken hoor, $\text{wortel}(12 \frac{1}{2})$ , denk ik, nee/
	Paul:	En wat doe je dan met die $x^2$ ?

Nick: Even denken hoor, ehm.  
Paul: Dit getal + dit getal is samen 25. Hoeveel is dit tweede getal dan?  
Nick:  $12 \frac{1}{2}$  [onterechte generalisatie van eerlijk verdelen]  
*Fo-sym-, In-p&p* [P legt het hem in de mond. N had overigens het wortelteken niet ver genoeg doorgetrokken bij  $25 - x^2$ . N snapt ook niet waarom er ook nog min de wortel van  $25 - x^2$  bij de oplossing staat.]

9/6, Marg, Simone, 10.1  
Marg en Simone zijn bij onderdeel d. a, b en c snappen ze. d hebben ze wel op de machine gedaan maar ze snappen niet hoe die aan het antwoord komt.  
Marg: We snappen niet wat die zegt, ik bedoel we snappen niet hoe die daaraan komt.  
Simone: We zijn haakjes aan het wegwerken. [P legt de bedoeling uit.]  
Paul: Waarom komt er nou geen 3 en 4 uit zoals bij deze?  
Marg: Omdat er dan 12 staat.

*In-p&p*  
...  
Simone: Maar ik wil weten hoe je dat moet doen, zonder rekenmachine.  
Marg: Moet je dan haakjes wegwerken?

9/7, Ada, 10.1  
*In-p&p*  
Bij onderdeel e wil Ada weten hoe je dit doet. Ze heeft bij d de haakjes weggewerkt met de hand. Dat doet ze ook bij e:  $x^2 - 4x - 5 = 7$ .  
Paul: Die vergelijkingen zijn het makkelijkst als ze eindigen op 0.  
Ada: Ja maar dit is -5 en als dit -7, dan wordt het -14, -12.  
Paul: Wat krijg je dan?  $x^2$   
Ada:  $-4x - 12$ .  
Paul: En waaraan moet dat gelijk zijn?  
Ada:  $= 0$ .  
...  
Ada: Dus bij elkaar moet het 4 zijn en keer elkaar moet het 12 zijn.  
Paul: Ja.  
Ada: O ja, 6 en 2,  $-6 + 2$ .

Va18-46:00, Fred, Cedric, 10.1  
*Fo-inz+*  
Bij a ziet Fred meteen de antwoorden 3 en 4. Idem bij b:  $x = 5$  en  $x = -1$ . Bij c  $x = -70$  of  $x = -30$ .  
*Al-mis, Fo-inz-*  
Cedric: (bij d.) x is 3 of, o, even kijken, ...,  $x = 15$  en  $x = 16$ . [vult dus twee verschillende waarden voor x in op de verschillende plaatsen, zodat elk van de factoren 12 wordt.]  
Fred: Waarom? Nee,  $x = 0$ ,  $x = 0$ .  
*Pa-gen*  
Cedric generaliseert: tot zover moest je elk van de factoren 0 maken, dus nu allemaal 12. F legt uit waarom zijn oplossing goed is. Bij e denkt F eerst dat x 7 moet zijn.  
*Al-mis*  
Cedric: Je kan gewoon 1 keer 7 doen, dan zeg je gewoon  $x=12$  en  $x=0$ .  
[hij vult voor de eerste x 12 in en voor de tweede 0]  
Fred:  $x=6$  of  $x=-2$ .  
Cedric verdedigt zijn oplossing en F probeert het uit te leggen;  
Fred: Het is of.  
Fred: Dan moet het allebei zijn, die x-en zijn hetzelfde. Je moet alleen twee waarden vinden voor x.  
*Al-mis*  
Cedric: blijft hardnekkig verschillende x-en invullen en maakt een rekenfout bij het controleren van F's oplossing. Als hij de rekenfout

	<i>In-opl- syn</i> <i>In-opl+ syn</i>	ontdekt, is hij overtuigd. Cedric voert in solve((x-5)(x+1),x). Dat geeft fout. Fred: Je moet nog = erbij zetten. [Correctie: solve((x-5)(x+1)=7, x) en dat geeft het goede antwoord.]
<i>Va18-1:02:00, 9/8, Nick, Eva, Linda, Dirk, Cedric, 9.4</i>	<i>In-opl+syn, In-opl+ inz</i>	Nick: klassikaal, leest de opgave voor en laat de grafieken op het scherm zien. Dan in het home scherm beide vergelijkingen isoleren. Rina: Vertel eerst nog even wat isoleren ook weer was. Nick: Wat was isoleren? Bij isoleren ga je bijvoorbeeld eh zeggen wat y is, en dat moest ik bij deze som doen. Rina zegt dat je y wilt isoleren als je een grafiek wilt tekenen. Nick isoleert met solve(x <sup>2</sup> +y <sup>2</sup> =25, y) en voert het resultaat in bij Y=. Idem voor de tweede vergelijking. Eva: Hij neemt er eentje uit en zegt dit is het antwoord, hoe komt ie daaraan? [dus waarom de negatieve wortel en de voorwaarden weg? R antwoordt.] Nick heeft intussen het plaatje gemaakt en daarbij zoom out en zoom in gebruikt. ... Rina: Wat doe je eigenlijk als je het stelsel oplost? Nick: Volgens mij het snijpunt met eh ... [N gaat naar het home scherm.] Nick: Wat moet ik dan invoeren? Rina: Wat moet hij dan invullen? L: Solve(10/y=wortel(25-y <sup>2</sup> ), y) Linda: solve(10/y=wortel(25-x <sup>2</sup> ),x) [de eerste y moet een x zijn, P wijst op het foutje.] Rina: En lossen we nu op naar x of naar y? L: x L: Ligt eraan wat er komma, komma iets komt. Rina: Maar wat wil je weten nu? L: De x. Dirk: Er staat geen y meer dus daar kun je ook niet naar oplossen. [De oplossingen zijn 2 wortel(5) en wortel 5.] Cedric: Je had ook kunnen doen y1 = y2.
<i>Vb14-00:00, 9/9, Paul, Sandra, Donald, Rob, Thomas, 7.7 - 7.8</i>	<i>In-p&amp;p</i>	Paul: bespreekt aan het bord het s/p probleem. Moeilijk aan de context met de rechthoek blijkt de verwarring hele / halve omtrek te zijn: s is de halve omtrek en die moet je bij eerlijk verdelen dan weer door 2 delen. P stelt de parameters voor als gegeven getallen. Je wilt x en y weten. Naast elkaar komen de aanpak met de hand, en die met de machine. De bedoeling is een algemene oplossing in termen van s en p zodat je die dan na afloop kunt invullen. P bespreekt het plaatje van eerlijk verdelen. Dat geeft opp = 1/4 s <sup>2</sup> . Een stukje = iets = a. a is het handigst. Bord x = 1/2 s + a, y = 1/2 s - a. De omtrek is zo altijd geregeld. (1/2 s + a) * (1/2 s - a) = p. Oplossen kan met de hand of met de machine. P doet het met de hand op het bord. Keertabel, leidt tot a = wortel (1/4 s <sup>2</sup> - p) Sandra doet het op de machine. Voert in solve((1/2 s + a)*(1/2 s - a) = p,a) maar maakt fouten: s <sup>2</sup> in plaats van s omdat ze al met de uitkomst van de keertabel begint, zet haakjes verkeerd, typt 0.5 in plaats van 1/2, maar kiest wel zelf terecht komma-a. Dat geeft a = wortel(s <sup>2</sup> - 4p) / 2. Dat die vormen equivalent zijn vraagt wat herleiden. Dan de tweede manier: isoleren - substitueren - oplossen. Paul: Als x en y samen s zijn, dan is y, wat kun je dan van y zeggen? Donald: 1/2 s Sandra: s - x [S ziet niet meteen dat je dit op de machine met solve moet doen. P
	<i>In-opl- syn, In-cas: num-exact, In-cas: equiv, Pa-rol+</i>	
	<i>Pa-gen- In-p&amp;p In-opl- inz</i>	

		substitueert met de hand tot $x*(s - x) = p$ . Dat vindt men logisch. ]
		Paul: Weet iemand hoe je invult of substitueert met die machine?
		Ll: Met die streep.
		[P schrijft $x*y=p \mid y = s - x$ ]
	<i>In-iso- sub: verkeerde substitutie die dan wordt genegeerd?</i>	Ll: Dan geeft ie wel heel vaak gewoon x keer $y = p$ . [Het probleem daarbij wordt niet duidelijk.]
		Sandra maakt iso af op viewscreen en krijgt het resultaat voor x. P wijst erop dat dit er ingewikkelder uitziet omdat je niet a maar met- een x uitrekent.
	<i>Pa-gen+</i>	Sandra vraagt of je die algemene formules in y1 en y2 kunt zetten, zodat je daarna alleen nog maar de waarden van s en p hoeft in te vul- len.
	<i>Fo-sym-, In-p&amp;p</i>	Rob heeft waarschijnlijk foute invoer bij 1/2 s, zodat het gelezen wordt als 1/(2s). Thomas vraagt na hoe je nu verder moet als je a hebt. Een leerling vraagt nog of je allebei de manieren moet kennen, ook die met de ma- chine.
	<i>9/10, Rob, 7.10 - 7.11</i>	Rob: heeft de situatie herleid tot omtrek = 70 en opp = 300. Dan eer- lijk verdelen, geeft 17.5. Dat leidt tot het goede antwoord, dat hij ook controleert.
	<i>In-cas: num-exact</i>	Rob heeft wel decimale antwoorden. De punt geeft aan dat het afge- rond is. Opgave 7.11 ook goed.
	<i>9/14, Marty, 8.1</i>	Marty heeft een plaatje gemaakt, de grafieken getekend, maar een vraag over d. Hij heeft het snijpunt uit de tabel afgelezen. Maar hoe het anders moet? Met die a en die v of op een van de twee manieren met de rekenmachine, zegt hij, maar die snap ik niet helemaal. P legt de igg-manier uit. M ziet dat de variabele x is.
	<i>In-opl+ inz</i>	Marty: O, gewoon met solve. Alleen, dan weet je nog niet de 150 [=de y coördinaat. P berekent $y_1(550)$ . Dat geeft 150.] Paul: En de $y_2$ van 550, wat moet die zijn? Marty: Ook 150.
	<i>9/15, Margot, 7.3</i>	Margot: Ik snap niet, bij zo'n ding met die oppervlakte, kan je dat weten of moet je gewoon goed nadenken. Ik bedoel kan je dat uitrekenen of moet je gewoon logisch nadenken? [Met uitrekenen bedoelt ze volgens een algoritme, de algemene aanpak, met nadenken bedoelt ze proberen en aanpassen.] Margot: Want je kan wel alles gaan proberen, maar dat duurt heel lang. [Bij 3b heeft M ten onrechte de s/v formules toegepast. In een con- creet voorbeeld snapt ze de aanpak van inklemmen uit een tabel wel. P legt eerlijk verdelen uit. De keertabel snapt ze ook. Dan met de ma- chine solve op de kwadratische vergelijking. Dat geeft een oplossing voor a.]
	<i>Pa-abs+</i>	Margot: O die a is het verschil dan? [Dat wordt nu pas duidelijk.]
	<i>9/16, Inte, 7.3</i>	Inte: snapt het plaatje bij 7.3 maar niet de vraag bij 3a. We bekijken het plaatje.
	<i>Fo-rei+, Pa-gen</i>	Paul: Wat is die b nou? Inte: Ja $1/2 s + a$ . [Ze generaliseert, want we zitten in een concreet voorbeeld] (...) Inte: ziet dat $p = b*h$ en dat $b = 1/2 s + a$ en $h = 1/2 s - a$ , maar weet toch niet wat ze moet antwoorden bij a. Misschien zit het probleem in de vraagstelling 'uitdrukken in'. P legt uit wat de bedoeling is.
	<i>9/17, Misha, 7.8</i>	

*In-opl+ syn, In-opl+ inz, Pa-gen+, Pa-rol+*

*In-sub+ inz, Fo-rei+*

*Fo-inz+, In-cas*

Misha: heeft de procedure met de machine goed uitgevoerd, solve( $1/4 s^2 - a^2 = p$ , a) en dat geeft een ingewikkeld antwoord met twee wortels en twee voorwaarden.

Misha: Het kan er dreigend uit zien of niet, als je dit dan erin substitueert in de formule dan zou het een oplossing moeten geven toch?

[Dat is waar maar je moet dan wel die voorwaarden weglaten en een van de twee antwoorden invullen.]

Paul: Snap jij waar die and voor staat,  $s^2 - 4p > 0$ , waar zou dat vandaan komen?

Misha: Dat is waarschijnlijk wel te snappen, dat je niet te grote waarden in kan vullen voor a.

Paul: Waarom niet?

Misha: Omdat je dan eh op den duur gewoon dingen overhoudt die niet meer kunnen kloppen, 2 (?) [Ook de 'or' blijkt hij niet te snappen.]

*9/18, Rob, 7.8*

*In-opl+ syn, In-opl+ inz, Pa-gen+, Pa-rol+*

*Fo-rei+, In-sub+ syn*

Rob heeft solve( $(1/2 s + a)(1/2 s - a) = p$ , a) maar heeft per ongeluk  $1/2$  in plaats van  $1/2$  ingevoerd.

Later doet hij  $h = 1/2 s + a \mid a = \text{wortel}(1/4 s^2 - p)$ . Voor b haalt hij de regel binnen en verandert +a in -a.

*Vb14-22:00, Sandra, Donald, 9.1*

*In-sub+ syn*

*In-p&p*

*In-iso+ var iigo, In-iso- opl,*

*In-opl- syn*

Sandra voert in  $y=x \mid y = 31 - x$  and  $y = \text{wortel}(625 - x^2)$ . Of moet die laatste y een x zijn? Verbetering:  $y1 = y2 \mid y1=31 - x$  and  $y2 = \text{wortel}(625 - x^2)$  Van het resultaat zegt Donald.

Donald: Ja logisch, dat heb je net opgeschreven!

[Maar nu? Ze benaderen het nog, maar dat helpt niet. Iets met solve? solve( $y1 = y2 \mid y1=31 - x$  and  $y2 = \text{wortel}(625 - x^2)$ ), zonder komma-letter, dus dat werkt niet.]

Sandra: Er zal op zich wel logica inzitten, maar het werkt pas als je het eenmaal snapt.

[Ze vinden de vraagstelling onduidelijk en ook de uitleg van P, die kennelijk op een te hoog niveau was en te veel verschillende methodes tegelijk behandelde.]

Sandra voert de functies in in het functiebestand en laat een plaatje maken. Wat gerommel met zoom leidt tot een redelijk plaatje. Met trace benaderen ze het snijpunt,  $x=7$  en  $y=23$ . In homescherm geeft  $y1=y2$  nu een fout, omdat de argumenten (x) ontbreken.

*Vb14-32:00, Sandra, Donald, 7.5*

*In-opl+ syn, Pa-gen*

*In-opl- syn*

Jonneke: legt 7.5a nog een keer uit.

Donald en Sandra maken 7.5b, delen 2000000 door 4, 500000, doen  $500000 * 500000$ , geeft 250000000000. Dan solve( $250000000000 - a^2 = 1, a$ ), maar ze kunnen het antwoord niet lezen.

Donald lost op naar  $a^2$ .

Sandra doet  $250000000000 - 1$ , en daar de wortel van. Dat geeft het antwoord, en dat laat ze ook benaderen. Dan daar moet 500000 bij, en ook 500000- dat getal. Ze snappen nu het mechanisme. Het antwoord  $1.e-6$  interpreteert S als een-miljoenste.

Donald: Dat slaat nergens op.

Sandra: Maar nu kunnen we nog narekenen of het klopt.

[Ze vermenigvuldigen de twee getallen, maar dat geeft 0.999999999999.]

Sandra: Ik weet wel hoe dat komt, hij is gewoon afgerond.

*In-cas: num-exact*



Vb14-42:00, Sandra, Donald,  
7.6

*In-p&p*

Sandra en Donald komen op papier tot  $9 - a^2 = 7$ ,  $a = \text{wortel}(2)$ .

9/19, Jack, 9.1 - 9.2

*In-opl+ syn*

Jack heeft 9.1 goed. Hij heeft opgelost met de machine  $x = 31 - \text{wortel}(625 - x^2)$ , vreemde vergelijking trouwens.

*Fo-sym-, In-p&p*

Op papier loopt het wortelteken niet ver genoeg door.

*Pa-gen*

Nu bij 9.2 met eerlijk verdelen.

Jack: Eerlijk verdelen werkt toch alleen maar met deze dingen [vormen  $x+y = \dots$  en  $x-y = \dots$ ?], als hier gewoon een getal staat en hier een getal?

Paul: Ja maar  $y = 31 - x$  kun je ook schrijven als  $x + y/$

Jack: is 31.

Paul: En  $x+y = 31$  dat betekent als je ze eerlijk verdeelt/

Jack:  $x + y = s$

9/20, Misha, 7.8

*In-iso- opl, Fo-rei+, In-opl-  
syn*

Misha heeft een foutmelding. Hij heeft: solve( $1/2 s + a = b$  |  $a = \text{wortel}(1/4 s^2 - p)$ ).... Hij heeft dus een solve terwijl er niets wordt opgelost.

Misha: Ik dacht dat je hiermee nog verder moest gaan.

[Nee, na het invullen heb je het eindantwoord.

De formule ziet er wel ingewikkelder uit:  $\text{wortel}(s^2 - 4p)$ .]

*Fo-inz-, In-cas: equi*

Misha: Waar komt die 4 nou weer vandaan? [Het kan op twee manieren: de totale formule voor  $h$  en  $b$ , of  $1/2 s \pm a$  en dan aangeven wat  $a$  is.]

Vb15-50:00, 9/21, Thomas,  
Marty, 9.1

Jonneke: leidt paragraaf 9 in, wijst op de  $\pm$  notatie in de samenvatting op p. 36. J vraagt hoe je 9.1 aanpakt.

Ll: Aflezen uit een tabel, je gaat naar een tabel en dan zoeken.

Ll: Of je zet ze tegen elkaar af (?)

Thomas: Je moet gewoon twee tabellen maken.

Ll: Een soort tabel met drie lijnen, ik weet niet hoe je dat moet noemen, ja dus onder elkaar.

*In-iso+ var iigo, In-p&p:iigo*

(...)

Marty:  $31 - x$  is gelijk aan de wortel van  $625 - x^2$ , en als je die dan tegen elkaar opzet en dan..(?) vergelijken en dan krijg je het antwoord. [J vraagt het nog een keer te zeggen.]

Marty:  $y = 31 - x$ , is gelijk aan  $y = \text{wortel}(625 - x^2)$ . [J licht dit nog verder toe.]

*In-opl+ inz*

Jonneke: Dat kun je inderdaad in gaan vullen/

Ll: Met solve.

*In-oplo syn*

(...)

Ll: Moet je dan komma-x zetten?

Vb15-52:30, 9/22, Dean,  
Margot, Jack, Sandra, 9.3

Paul wijst op het verschil tussen solve en |. Na | moet je één letter 'uitleggen'. P schetst de situatie van 9.3 met een tekening van verschillende rechthoekige driehoeken die ontstaan door het buigen van een lijnstuk van lengte 31. Bij het opstellen van de vergelijkingen komen er verschillende varianten.

Ll:  $x^2 + y^2 = 25$

Ll: wortel 25

Dean:  $25^2$

Paul: Waarom het kwadraat van 25, Dean?

*Pa-gen, Pa-pla*

Dean: Omdat gewoon  $a^2 + b^2 = c^2$ .

Bord:  $x^2 + y^2 = 25^2$

...

Sandra: Dat klopt toch niet?

Paul: Waarom niet?

- Sandra: Nou, omdat 25 is toch al het hele antwoord, niet dat, dan moet je de wortel toch van 25 nemen?
- Paul: Wie weet er nog een ander verband tussen x en y?  
Ll: Tussen x en y? Die zijn altijd even lang, bij elkaar opgeteld.
- Paul: Hoe zou je dat/  
Ll:  $x+y = 31$ .  
[P vraagt wat er achter  $y=$  moet als je y daarin isoleert.]
- In-p&p*  
*In-subo inz* Jack:  $31 - x$ .  
Paul: Wat zou je nu met die  $y = 31 - x$  kunnen doen in die tweede vergelijking?  
Margot: y invullen van de som (?)  
Paul: Wat moet ik dan doen?  
Margot:  $x^2+(31 - x) = 25$   
[ze vergeet dus twee keer het kwadraat. P zet dit op het bord maar wel met kwadraten, heeft kennelijk niet in de gaten wat M fout zei. ]  
Paul: Wie weet hoe ik dat met de machine kan doen, dat invullen?  
Ll: Met dat eh balkje.  
...  
Paul: legt uit dat het voordeel is dat er nu nog maar één letter in staat.
- In-opl+ inz* Paul: En dan kun je weer/  
Ll: Uitrekenen.  
Paul: Uitrekenen. Hoe doe je dat?  
Ll: Weer met solve.
- In-subo syn* ...  
Sandra vraagt nog na hoe je dat dan precies doet met die substitutie, wat je dan moet invullen. P schrijft de waarbij-opdracht op op het bord  $x^2+y^2=25^2 \mid y = 31 - x$
- 9/23, Ronnie, 9.3* Ronnie heeft de substitutie bij a uitgevoerd en krijgt  $2x^2+\dots = 625$ .  
Ronnie: Nou heb ik dat gedaan met die streep, en dan krijg je zo'n vaag antwoord, wat moet je daar dan mee? [P wijst erop dat er nog maar een letter, de x, in voorkomt en niet de y.]  
Ronnie: Maar hoezo is het 625?  
Paul: Dat is die 25 in het kwadraat.  
...  
Ronnie: En wat moet ik hier dan doen?  
Paul: Nou, die x uitrekenen.  
*In-oplo inz* Ronnie: En dat doe je dan met solve?  
Paul: Juist.  
Ronnie voert het goed uit met komma-x.
- 9/24, Rob, 9.2*  
*In-opl+ syn, In-opl+ inz, In-sub+ syn, In-iso+ var iigo, In-iso+ syn, In-p&p:iigo-combi*  
Rob heeft 9.1 met combivorm gedaan, solve( $y=31-x \mid y = \dots, x$ ).  
Bij 9.2 a vraagt hij zich af hoe je moet eerlijk verdelen. P zegt dat dat meestal gebeurt als er een somvergelijking is.  
Paul: Zie jij iets dat je aan zo'n somvergelijking doet denken?  
Rob: Ja, bijvoorbeeld, ...  $y - 31 = x$ .  
[Dat klopt niet, dan maakt hij ervan, nadat P de bedoeling nog eens heeft uitgelegd.]  
Rob:  $x+y = -31$   
Paul: Waarom?  
Rob: Nou want als je doet  $y = -31 + x$  dan doe je, dan verander je de waarde.  
Paul: Ja dan verander je de waarde, dus dat is niet goed. [R moet er hard over denken. P neemt een getallenvoorbeeld,  $2 = 5 - 3$ .]

- Paul: Wat krijg je dan?  
 Rob: En wat moet je hebben?  
 [De bedoeling blijft kennelijk lastig. P laat R achter met de vraag iets te maken van de vorm  $y=.$ ]
- Vb15-1:04:00, Donald, Sandra, 9.1*  
*In-iso+ syn, In-iso+ var, In-opl+ syn, In-opl+ inz, In-p&p:iigo-combi*  
 Donald vraagt hoe 1a moet.  
 Sandra vult in  $\text{solve}(y = 31 - x \mid y = \text{wortel}(625 - x^2), x)$ . Dat geeft  $x = 7$  en  $x = 24$ .  
 Donald: Heb je de twee snijpunten daarmee? Waarom denk je dat?  
 Sandra: Ja dat zijn de twee snijpunten want die hadden we ook gevonden in de grafiek, 7 en 24.  
 Donald schrijft de opdracht in zijn schrift.  
 Sandra: Nou moeten we doen komma y (?)  
 [Ze verandert de x achter de komma in een y, maar dat levert iets ingewikkelds op want er staat na de substitutie geen y meer in de uitdrukking.]  
 Sandra: Maar bedoelen ze dat wel? Nee, je moet gewoon doen  $31 - 24$  en  $31 - 7$  denk ik. [Bij 1b snappen ze eerst de vraag niet want ze hebben het al opgelost.]
- Vb15-1:07:00, 9/25, Sandra, Donald, Rob, 9.2*  
*Pa-onb-*  
*Fo-inz-*  
 Rob: Ik denk  $x + y = 31$  [nog naar aanleiding van vorige track]  
 Donald vraagt wat eerlijk verdelen is. Hij ziet wel dat het totaal 31 is. P legt uit dat je dan van die 31 voor x en y de helft neemt.  
 Sandra: (alleen video) ziet dat je moet doen  $15.5 - a$  keer  $15.5 + a$ .  
 Donald: weet niet hoe je dan verder moet. P legt uit: Dan klopt het niet, dus doe je bij die x iets erbij en bij die y iets eraf.  
 Rob: Maar die iets, is dat dit [wijst in tekening]?  
 Paul: Nee, die iets die weet je niet, die moet je juist uit gaan rekenen.  
 Rob: Dus je krijgt de helft van  $31 +$  iets is..  
 [P legt het opnieuw uit aan de hand van het plaatje bij 7.3. Daarbij is nog een complicatie dat R de 31-tweede niet herkent als de helft van 31.]
- Vb15-1:08:00, Sandra, Donald, 9.2*  
*Pa-ver*  
 Sandra: [Bij onderdeel b] Dus als b groter wordt, dan ...  
 Donald: Ja dus als ie niet meer 31 is he.  
 Sandra: Nee als het groter wordt, ...dan krijg je ook een groter getal eruit, uit de uitkomst, dus dan wordt x hoger.... want, want, dan komt hier dus een groter getal bij te staan [15.5 wordt vervangen door een groter getal?] en uiteindelijk krijg je dus een bepaald kwadraat van een getal, en dan moet je dus zeg maar dat kwadraat min a kwadraat.  
 [s/p ten onrechte?]  
 Donald: Welk kwadraat heb je het over?  
 Sandra: Nou van de helft van dat getal. Dus hou je altijd een hoger getal over, dus wordt x hoger, toch, of niet?  
 Donald: Ja maar die b moet hoger worden.  
 Sandra: Ja b wordt hoger dus, nee want als b hoger wordt dan wordt x ook hoger.  
 Donald: Nee hoor dan wordt y hoger hoor, nee, ja dan wordt y hoger.  
 Sandra: Ja dat bedoel ik, dan wordt y ook hoger, omdat, o ja dat is natuurlijk het antwoord, want dat wordt y.  
*Pa-gen-*  
 [Dan onderdeel c. Ze tekenen vlot de grafieken op het scherm en gokken op  $b = 35$ , dat levert een behoorlijk rakende lijn op en daar laten ze het bij.]

Vb15-1:16:00, Donald,  
Sandra, 9.3

Donald en Sandra: horen van anderen dat de antwoorden weer 7 en 24 zijn en controleren dat door te berekenen  $7^2+24^2$  en daaruit de wortel geeft 25. Zo zien ze dat het klopt. Bij onderdeel b werkt dat niet meer.

In-sub+ syn

Sandra voert in  $y = 31 - x$  | maar haalt het dan weer weg.  
Donald stelt voor  $x^2 + y^2 = 25^2$  |  $y = 35 - x$ , maar S tikt in per ongeluk in  $x^2 + y^2 = 25^2$  |  $x = 35 - x$ , wat error memory geeft. Dan valt de video uit.

9/26, Jeff, 9.2  
Pa-pla-

Jeff: Je moet hier eerlijk verdelen, maar je hebt geen enkel getal, geen s en v. [Dat is niet waar, s is gegeven.]  
Paul: Kun je nou een van deze twee vergelijkingen anders schrijven zodat die begint met  $x+y=?$   
Jeff:  $x + 31 - x$ , (?) invullen, maar...  
Paul: Wat zeg je?  
Jeff: Ik volg het niet helemaal, wat je nou, sub  
Paul:  $y = 31 - x$ . Kun je dat ook schrijven als  $x+y$  is iets? Wat kun je dan zeggen van  $x+y?$   
Jeff:  $31 - x$ . [P valt terug op een getallenvoorbeeld  $21 = 31 - 10$ .]  
Paul: Kun je dan ook beginnen met die 10 en die 21?  
Jeff: Ja, dus je doet  $31 - 21 = 10$ , of nee,  $31 = 21..$  nee  
Paul: Ja dat klopt maar nou wil ik alleen maar plussen hebben.  
Ll:  $21 + 10 = 31$ .  
Paul: Precies. Dus wat krijg je dan met die letters?  
Ll:  $y + x = 31$ . [Jeff blijft nog aarzelend kijken.]

9/27, Rianne, Mandy, 9.1  
Fo-inz-, Al-mis

Rianne en Mandy herleiden  $y = \text{wortel}(625 - x^2)$  tot  $y + x^2 = \text{wortel}(625)$ . P probeert uit te leggen dat dat niet goed is.  
Paul: Dat doe je niet goed want die  $x^2$  staat onder het wortelteken.  
Mandy: Dus dan moet alles?  
Rianne:  $+x$ .  
(...)  
Rianne: Moet je het dan niet gewoon  $x$  van maken? [dus  $y + x = \text{wortel}(625)$ ]  
Paul: Jij denkt natuurlijk de wortel van  $x^2$  is  $x$ .  
Rianne: Ja.  
Paul: Maar er staat nog iets anders erbij onder de wortel.  
Rianne: Ja maar als je alleen deze [ $x^2$ ] over wilt brengen (?) dan hoef je toch alleen hiervan de wortel te nemen?  
Paul: Ja maar dat kan niet.  
Rianne: Waarom niet? [P legt uit dat de wortel van het ene min het ander niet hetzelfde is als het verschil van twee wortels.]  
Paul: Weet je hoe je van een wortelteken afkomt?  
Mandy: Kwadraat. [Dat gaan we doen.]  
Rianne: O dus  $y^2$ .  
Mandy:  $y/$   
Rianne: Dan moet je dit dus ook [ook 625 kwadrateren], dan krijg je een gigantisch getal of niet?  
Paul: Maar dat hoef je niet meer te kwadrateren, want/  
Mandy: Daar gaat die wortel al weg.  
Mandy: Maar dit wordt dan  $y$  in het kwadraat?  
Paul: Ja, dus wat krijg je dan?  
Mandy:  $y$  in het kwadraat, is  $625 - x^2$ ?  
Paul: Ja.

9/28, Marty, 9.4  
In-cas: interpret

Marty: Ik moest dus isoleren en jij zei dat dat via solve moest, alleen dan krijg ik dit als antwoord en Jonneke wist niet echt wat ze er mee aan moest.  
Paul: Dat is een vervelend antwoord.  
Marty: Vond ik ook want hier is de wortel eerst negatief dus dan kan ik hem niet in mijn grafiek verwerken.  
[P legt uit dat je eigenlijk een hele cirkel hebt, en legt de uitvoer uit. M lijkt dat te begrijpen.]

9/29, Dean, 9.3  
Pa-gen+

substitutie met de hand, In-  
p&p, In-opl+ syn, In-opl+  
inz, In-cas: waardes  
Pa-gen+  
In-cas: num-exact

Dean: ([bij c] Ik heb iets leuks bedacht, ik dacht als je nou in plaats van hier die 35 en daar die 25 een letter invult, dus a en b, daar en daar, dat je dan dit antwoord krijgt, maar toen bleek dat er een beetje vervelend antwoord uitkomt.  
[Hij heeft solve( $x^2+(a-x)^2=b^2$ , x). Het probleem is echter dat a en b nog waardes hebben vanuit het programma schuif. of schiet.]  
Dean: O maar ik kan het dus ook met andere letters doen.  
[P zegt dat dat kan maar dat je ook de letters kunt wissen. De machine staat op approx in plaats van auto, en daardoor krijgt D niet zulke mooie antwoorden. Ook dat herstellen we.]

9/31, Rianne, 9.1  
Fo-inz-, Al-mis

Rianne: heeft  $x^2+y^2 = 625$  gevonden maar vereenvoudigd tot  $x + y = 25$ . P probeert het tegenvoorbeeld  $3^2+4^2=5^2$  maar  $3+4$  is niet 5. Dat ziet ze wel maar maakt niet veel indruk.  
Paul: Dus je mag niet zomaar die kwadraten weglaten, en dat doe jij wel hier.  
Rianne: Ik heb overal de wortel van gedaan. Hier staat toch ook geen 625?  
[Ze bedoelt dat ze daar ook netjes de wortel uit heeft genomen.]  
Paul: Nee, hier staat toch ook geen 25 maar 5?  
[P probeert de kracht van het tegenvoorbeeld aan te geven, en zegt dat het wel kan als het tussen haakjes in het kwadraat staat. Nu lijkt A overtuigd.]  
Rianne: Maar hoe moet het dan wel?  
[P zegt dat ze al twee vergelijkingen hebben, en dat ze in dit geval kunnen invullen  $y = 31 - x$  in de andere met de waarbij streep en dan oplossen naar x.]  
Rianne: Moet je dan eerst solve doen of moet je dit gewoon zo doen [het invullen]?  
[P ziet dat ze 9.3 al wel goed hebben gedaan, NAKIJKEN IN SCHRIFTEN]

In-opl- inz

9/32, Misha, 9.1 - 9.2  
In-iso+ var iigo, In-opl+ syn

Bij 9.1a heeft Misha de x coördinaten gevonden via solve( $31-x = \text{wortel}(\cdot), x$ ). Hij ziet dat hij de y nog niet heeft. Hij heeft de x in de vergelijking door y vervangen maar dat werkt niet (of eigenlijk wel want je krijgt zo vanwege de symmetrie wel de goede antwoorden). P wijst hem op het berekenen van een y-waarde door  $x=7$  in te vullen in  $y = 31 - x$ .  
Paul: Wat is y dan?  
Misha: Is die dan ook altijd 7?  
Paul: Nee, maar dat kun je toch uitrekenen,  $y = 31 - 7$ .  
Misha: O ja, ehm dan moet je het gewoon in de formule substitueren volgens mij. [P wijst nog op de symmetrie.]  
Misha: Hoezo kan de machine dat zelf niet oplossen?  
Paul: Dat kan ie wel, maar dan moet jij de goede opdrachten geven. [P doet de substitutie op de machine:  $y = 31 - x \mid x = 7$ .]

In-sub+ inz

Misha: En dat kan dan ook hierbij, x is 7 invullen en dan y = wortel(625-x<sup>2</sup>) schuine streep, waarbij x = 7.

Paul: Ja. Wat zal er dan uitkomen denk je?

Misha: Ook weer die 28 waarschijnlijk.

Paul: Ook weer die 24 ja.

[Dan 9.2. P legt uit dat eerlijk verdelen uitgaat van de somvergelijking, die begint met x+y=]

*Fo-inzo* Misha: Som is optellen he?

[Dan ziet M wel dat x+y samen 31 zijn.]

Paul: Hoe zie je dat?

Misha:  $y = 31 - x$ , dat is gewoon logica, dat zie je (?). Maar hoe kom je erachter als je een moeilijke vergelijking hebt? [P zegt dat eerlijk verdelen alleen werkt bij een somvergelijking.]

Misha: ziet dat je 31 door twee moet delen en ook dat je dan de eerste vergelijking hebt geregeld.

Paul: Nou ga ik die x ietsje groter maken en y datzelfde beetje kleiner.

Misha: Ja, maar dan verdeel je toch niet eerlijk meer? [ $x = 31/2 + a$  en  $y = 31/2 - a$ . Na substitutie ziet M dat je de vergelijking naar a moet oplossen.]

*9/33, ?, 9.3*  
*Pa-gen+* Ll: vraagt naar 9.3c.

Ll: Het probleem oplossen zonder die getallen, gewoon, kan je dan gewoon deze formule die 625 en die 35 gewoon inwisselen voor getallen?

Paul: Ja, inwisselen voor getallen, maar je doet hier nog iets mooiers, je wisselt ze in voor letters.

[Hij heeft in het schrift staan (?)  $x^2+y^2 = z^2$  |  $y = x - 31$ , en dus niet de 31 vervangen door een letter.]

Ll: Hier moet eigenlijk  $y^2$ ?

Paul: Nee, hier staat toch ook geen kwadraat, hier staat  $y = 31 - x$ . Nou dan doe je hier ook zoiets.

Ll: Dus  $y = x - p$  bijvoorbeeld.

Paul: Ja, nou, behalve, het staat hier verkeerd om, dat moet zijn  $31 - x$ .

*Vb16-00:00, 10/1, Thomas, 9.1*  
*In-sub+ inz* *Paul: bespreekt 9.1 op het bord na. Doet substitutie met de hand.*

Paul: Hoe kun je dat met de machine doen, die substitutie uitvoeren?

Thomas: Met de streep.

Paul: Ja. Wat moet ik dan invoeren?

Thomas: Je begint met  $y = 31 - x$ , streep en dan de volgende.

*Vb16-3:00, 10/2, Thomas, Michelle, Misha, 9.2*  
*Pa-pla* *Paul: [Nog steeds klassikaal] Eerlijk verdelen geeft 31/2 of wel 15.5 voor elk. Maar dat is natuurlijk niet het antwoord.*

Paul: Weet jij wat je dan moet doen, Thomas?

Thomas: ..., nee ik was gewoon met die 15.5 toch?

Paul: En wat doe je dan met die 15.5?

Michelle: min a en plus a.

Paul: Precies, dus je doet min iets en plus iets/

Thomas: Maar je weet toch niet wat a is?

(...)

*In-sub- inz: kringetje* Paul: En waar vul je dat nu in in?

Ll: In  $x+y=31$  [P legt uit dat dat niet veel zin heeft.]

Paul: ... want als x is de helft van 31 plus iets en y is de helft van 31 min iets, als je dan x en y optelt, dan krijg je, weet je wat je dan krijgt?

Ll: 31.

Paul: Dan krijg je altijd 31.

- (...)
- Paul: Kortom, wat moet je nu voor de streep zetten?
- Misha:  $31 - x = \text{wortel}(625 - x^2)$
- [P legt uit dat je dan geen  $y$  meer hebt om in te vullen en dat je  $y = 31 - x$  al hebt gebruikt.]
- Ll: Dus pak je de andere.
- [Weer een opmerking over het verschil tussen  $31/2$  en  $15.5$ . Bij onderdeel b tekent P hoe de lijn geleidelijk verschuift, en benadrukt zo de dynamiek.]
- Vb16-8:00, 10/3, Thomas,  
Michelle, Donald, 9.2b  
Pa-ver
- Paul: Als je nou die 31 vervangt door een groter getal, wat gaat er dan met die lijn gebeuren denk je?
- Thomas: Die komt een stukje verderop  
[maakt gebaar van opschuiven.]  
[Bij de vraag naar de aanpak stelt T voor om  $x+y=31$  op te schrijven. Tweede voorstel is om te proberen, in het plaatje.]
- Pa-gen+
- Thomas: Wat daar boven staat (opgave 9.2a) moet je doen voor die b.
- Paul: Wat verandert er dan in deze regel?
- Michelle: Voor die a komt een b.
- Paul: Jij denkt voor die a komt een b.
- (...)
- Pa-gen+
- Donald heeft geprobeerd en ongeveer 35 gevonden.
- Paul: Als ik nou die 31 verander in een 32, wat verandert er dan in de berekening?
- Donald: Bij die  $x$ , die 31 moet een 32 zijn.
- Paul: En bij die  $y$ ?
- Donald: Ook,  $y = 32$  gedeeld door 2 ...
- Paul: Vervang die 31 door een 35, wat gebeurt er dan?
- Donald: Nou hetzelfde,  $x$  is 35 gedeeld door 2 plus ...
- Paul: En als die 31 nou een getal is dat je niet weet, maar dat je b noemt?
- Donald: Dan is het b gedeeld door 2 plus a. [P legt uit dat je nu kunt oplossen, dat dat 2 antwoorden geeft en dat dat er eigenlijk maar 1 mag zijn in geval van reken.]
- Fo-rei+
- Ll: Dus moet je het gemiddelde nemen.
- 10/4, Marty, 9.5
- Marty: gaat de oppervlakte van 270 van een driehoek eerlijk verdelen en krijgt dan zijden van 135. Dan denkt hij dat hij de helft van 135 moet nemen.
- Paul: Welke vergelijkingen gelden voor  $x$  en  $y$ ?
- Marty:  $x$  keer  $y$  is de oppervlakte.
- Paul: Ja, en die is?
- Marty: Oppervlakte is 540, dus
- Paul: OK, zou ik opschrijven/
- Marty: oppervlakte gedeeld door, O [schrijft vergelijking op]
- Paul: Weet je nog meer?
- Marty:  $x$  in het kwadraat maal  $y$  in het kwadraat is 39 in het kwadraat.
- Paul: Nou, bijna, misschien bedoel je het goed maar je zei het in elk geval niet goed.
- Marty: eh, plus.  
[schrijft vergelijking op, overweegt om het kwadraat van 39 uit te rekenen, laat dat achterwege en weet niet goed wat te doen.]
- In-p&p: iigo
- Marty: Je kan ze niet tegenover elkaar zetten want ze zijn niet hetzelfde.
- Fo-inzo
- Paul: Wat bedoel je met tegenover elkaar zetten?
- Marty: Nee, zeg stel dit was hetzelfde, maar, als je dan  $x$  van allebei maakt maar het is ook in het kwadraat, dus er zitten eigenlijk geen gelijke in.

[Hij lijkt te bedoelen dat als de vergelijkingen allebei lineair zijn, dat je dan in allebei x (of y) kunt isoleren?]

Marty: Want dan kan je in principe zeg maar de hele tijd gaan schuiven totdat je /

Paul: Proberen zeg maar?

Marty: Ja, .., eh ja, verder zie ik geen...

[Hij berekent alsnog  $39^2$ , en weet dan niet hoe het verder moet. P wijst op eerdere opgaven.]

*In-opl+ inz*

Marty: Dan moest je eerst isoleren.

Paul: Dat zou een idee kunnen zijn ja.

Marty: Effe kijken, hoe deed je dat ook al weer ...dan moet je solve doen en zo en dan ... [Hij gaat het proberen.]

*10/5, Rianne, 9.2*

*Pa-geno*

Rianne: [heeft voor 31 b ingevuld en x en y volgens eerlijk verdelen gesubstitueerd] Daar komt dit uit maar wat heb ik dan? Ik heb geen idee wat ik doe.

[P verwijst naar aanpak in concrete geval, dan ging je naar a oplossen. Herhaalt het plaatje bij eerlijk verdelen en wijst op de analogie. A en P lossen op naar a en krijgen uitdrukkingen waar b in voorkomt.]

*Pa-pla*

Paul: Er komt deze uitdrukking uit en daar komt die b nog in voor.

Rianne: Die b is 31.

Paul: Wat zei je?

Rianne: Die b kan 31 zijn.

Paul: Die kan 31 zijn/

Rianne: Die was daar 31.

(...)

Rianne: Nu weet je ook wat a is.

Paul: Als je weet wat b is, weet je ook wat a is.

Rianne: Maar je weet toch wat b is? b is 31.

Paul: Nou, nee, bij opgave 1 is die b 31, maar nu ga je die, eh 31 een beetje opschuiven, die b ga je een beetje opschuiven, zo omhoog, tot die die cirkel zo raakt. Dus dan is die helaas geen 31 meer, maar de vraag is eigenlijk wat die dan wel is.

Rianne: Dat weet je niet.

Paul: Nee.

Rianne: Ja maar dan kan je toch ook nooit weten wat a is omdat je b niet weet?

Paul: Ja, maar soms kun je dan toch een bepaald verband zien waar je wat aan hebt.

[A kijkt wat wanhopig en P wijst haar op de symmetrie en op de lijn  $y=x$ . Die aanpak is hier makkelijker.]

*10/6, Misha, 9.2*

*Fo-rei+, In-sub+ syn*

Misha heeft  $x = 31/2+a$  en  $y = 31/2-a$  gesubstitueerd in  $y = \text{wortel}(625-x^2)$ .

Misha: En daarmee voer je automatisch ook die eerste formule in?

Paul: Ja, in feite wel, want als  $x = 31/2+a$  en als  $y = 31/2-a$ , als je dan x en y op zou tellen/

Misha: dan zou er 31 uitkomen.

(...)

*In-sub+ syn, Pa-gen+, Fo-  
inz-*

Misha heeft moeite met  $y = 31 - x$  om te schrijven tot  $x+y = 31$ . Hij vergist zich in een getallenvoorbeeld. Hij substitueert dan  $x = b/2-a$  en  $y = b/2+a$ .

*In-opl- syn*

Misha: Als je dan daarachter komma b invult krijg je een syntaxerror.

Paul: Ja, je mag alleen maar komma-b erachter zetten als je er-



voor solve zet, solve en komma-b horen bij elkaar.  
*In-cas: waarde, num-exact* [Dan alsnog oplossen naar b, maar daar komt iets numerieks uit omdat a nog een waarde blijkt te hebben. Ook staat de machine op approximate. Dan krijgt hij twee b-waarden en hij weet niet wat hij ermee moet. Daarom ook met hem naar de aanpak met het snijpunt met  $y = x$ . ]

10/7, Donald, 9.5  
*In-sub- syn* Donald heeft  $x*y=540|x^2*y^2=39(?)$ , terwijl na de streep + moet staan en ook een geïsoleerde vorm. [en ook  $39^2$ ] We schrijven de twee vergelijkingen goed op.  
Paul: Wat zou je nou doen?  
*In-p&p* Donald: ehm nou ik had uitgerekend dat x is dus 540 gedeeld door y.  
Paul: Precies.  
*In-iso- strat, In-sub- inz: kringetje* Donald: Nou en als, ..., dit ( $x$  in  $x*y=540$ ) kan je dan vervangen door dat ( $540/y$ ).  
Paul: Nou, ja, maar dat is onverstandig, want x is wel 540 gedeeld door y maar dat moet je dan niet in die vergelijking invullen waar je dat juist uit hebt, daar heb je het juist uit gehaald.  
Donald: O.  
Paul: Dus dat kun je dan beter in die andere vergelijking invullen.  
Donald: Daarin (*kwadratische vergelijking*)  
Paul: Juist. Dus als je dit ( $540/y$ ) hier invult ( $x$  in  $x^2+y^2=39^2$ )  
Donald: en die daaronder ( $y = 540/x$ ) daar (*voor y in kwadratische vergelijking*).  
Paul: Dat hoeft dan niet meer, dat kun je zelfs beter niet doen, want als je dit invult, weet je wat je dan krijgt als je  $540/y$ .  
(...)  
Paul: Wat krijg je nou als je die  $540/y$  daar (*kwadratische vergelijking*) gaat invullen?  
Donald: .. dan krijg je (?)  $540/y$  plus de  $y^2$ , moet deze ( $540/y$ ) dan ook in het kwadraat, ja deze moet ook in het kwadraat.  
(...)  
Paul: En hier zit alleen maar de y in, dus die kun je oplossen.

10/8, Rob, 9.4  
*In-opl + syn* Paul: Je ziet wel de twee vergelijkingen, en wat ga je dan doen?  
Rob: Isoleren.  
Paul: OK, welke ga je isoleren?  
Rob: Ik heb ze allebei geïsoleerd.  
Paul: Da's goed. En wat ga je nu doen?  
*In-cas: num-exact, instelling* Rob tekent grafieken met zoom square. Hij gaat dan trace doen maar de machine staat op poolcoördinaten en ook op approximate. Waarschijnlijk komt dit doordat hij heeft zitten programmeren en daarbij instellingen heeft gewijzigd. Na dit hersteld te hebben krijgen we benaderende oplossingen, die niet kloppen met de oplossing via solve.  
R heeft namelijk ingevoerd  $\text{solve}(x^2+y^2=25|x*y=10,y)$ . Niet geïsoleerde vorm moet volgen.  
Rob: Maar dit ( $x*y=10$ ) kan toch ook geïsoleerd zijn?  
Paul: Maar dat is het nog niet.  
*In-iso- opl In-oplo inz* Dan verandert R de invoer in  $\text{solve}(x^2+y^2=25|y=10/x,x)$ . Dat geeft false. R snapt snel dat je in plaats van y de x moet isoleren. [KLOPT DIT? HET COMMANDO IS TOCH GOED? Ik denk dat hij toch eerst komma-y had en dat ik dat per ongeluk heb verbeterd.]  
*In-cas: num-exact* Dat werkt, zij het dat de machine op benaderen staat. Ook dat komt

door R's eigen programma, dat hij naar eigen zeggen wel goed afsluit maar waarbij kennelijk niet alle instellingen teruggezet worden.

10/10, Marty, 9.2

*In-opl+ inz*

Marty: Deze x had ik zeg maar allebei van y gemaakt door solve te doen.

Paul: Ja, allebei solve naar y.

Marty: Hoe noem je dat eigenlijk, substitueren of?

Paul: Dat noem ik isoleren/

Marty: Isoleren

Paul: want je hebt die y apart gezet.

*In-iso+ var, In-p&p: iigo*

Marty: OK. En dan bij die andere ook, en dat heb ik tegen elkaar af gedaan en dan krijg je uit ...

Paul: (*leest in schrift*) 36 of 15 kennelijk.

Marty: Ja, dat staat hier nog ergens ook.

*In-cas: num-exact*

[M werkt ook met benaderingen, waar P hem op wijst.]

10/11, Dean, 9.5

*In-opl+ inz, In-opl+ syn*

Dean: Ik had eerst ehm y geiso.. x geïsoleerd of hoe dat ook heet/

Paul: Je hebt y geïsoleerd want y is 28 - x.

Dean: OK, en dan heb ik solve gedaan wat x is en daar kwam 18.74 of 11.26 uit.

Paul: Ja, zou kunnen.

*In-sub+ getal*

Dean: Dus dan betekent het dat y of 9,26 of 16,74 is.

Paul: Hoe kom je aan die 9,26?

Dean: Want het is samen 28.

Paul: Dat klopt ja.

Dean: Maar in het antwoord dinges stond het allemaal met wortels en zo.

*In-cas: num-exact*

[Weer een kwestie van een machine die is ingesteld op benaderingen.]

10/12, Misha, 9.3

*Misha gaat eerlijk verdelen vanuit de 12,5, omdat dat de helft is van de 25. P wijst erop dat eerlijk verdelen in de somvergelijking gebeurt.*

Misha: O ja. Zou je dan kunnen doen solve(wortel(625 ehm (...)) min x.

[M heeft de vergelijkingen nog nergens opgeschreven en P raadt hem aan dat eerst te doen. M wil dan meteen x en y door 15,5 vervangen maar hij overziet dat dan niet meer.]

Misha: Ja ehm, ik zou nou gelijk naar een formule omzetten.

Paul: Wat zou je dan doen?

Misha: Eh,  $31/2$  is 15,5 en dan krijg je/

[P raadt aan eerst Pythagoras in de driehoek op te schrijven, maar daar wil M niet aan.]

Paul: OK, wat zou jij dan willen?

*In-cas: numeriek - exact*

Misha: Ik zou als je nou met dat eerlijk delen wil gaan doen zou ik ehm die 31 door twee delen, dan heb je 15,5 of ja goed 31 gedeeld door 2 ehm en dan bijvoorbeeld voor y + a en voor x -a.

Paul: OK dus jij zegt  $y = 31/2$ , en welke zei je voor +a en -a?

Misha: Laten we voor y +a en voor x -a nemen.

Paul: OK, heb ik gedaan.

Misha: is, ja en als je dan zegt dat is samen ehm 31, als je hier nog een kwadraat van maakt en je zegt deze samen zijn 25, ja dan kan ie ook gewoon die a een nul laten.

Paul: Wat bedoel je nou precies?

Misha: Nou dat je in de formule toch/

Paul: In welke formule?

Misha: ... ja eh doe maar jouw manier... [P laat M de kwadratische vergelijking opschrijven zonder eerlijk verdelen. Dan in-

vullen met waarbij de eerlijk-verdeel conditie -  $x^2+y^2=25^2|x = 31/2-a$  and  $y = 31/2 + a]$

Misha: Heb je nu alle gegevens erin gestopt? x plus, jaja, is 25 kwadraat, maar dan kan ie toch nog steeds gewoon voor die a gewoon geven wat die wil, als ie binnen de normen valt (?)? [P legt uit dat voor elke a de eerste vergelijking klopt en dat we de a zoeken waarvoor ook de tweede vergelijking klopt.]

Misha: Jaja, dan krijg je een vergelijking die precies die driehoek geeft. Dat is vreemd. [P tekent verschillende driehoeken met  $x+y=31$ .]

10/13, Rianne, Mandy, 9.3  
Pa-pla-

a en b zijn gelukt, de vraag is c.

Paul: Die 31 die is eerst veranderd in een 35, en nu verandert ie in nog iets anders.

Rianne: In iets.

Paul: He?

Rianne: In gewoon, dat je niet weet.

Paul: Ja. Nou dan pak je daar maar een letter voor/

Rianne: O maar dan kan je het niet uitrekenen.

Pa-gen+

Mandy: s

Paul: s, bijvoorbeeld.

Paul: (...) in plaats van die 35 vul ik nu een s in en dat moet zijn het kwadraat van 25, o nee je weet ook weer niet wat 25 is.

Rianne: Precies!

Paul: Nou dan pak je daar weer een andere letter voor.

Mandy: v

Paul: Nou v hebben we steeds voor het verschil gebruikt, dus ik neem liever een andere letter.

[Nu vinden ze de oplossing. P wijst erop dat je nu s en d kunt invullen als ze bekend zijn.]

10/14, ?, 9.3

Ll: (Anita?) snapt niet dat eerlijk verdelen toch niet eerlijk is omdat je de ene groter maakt en de andere kleiner. P legt het idee uit en zegt dat je de ene groter maakt en de andere kleiner om aan die 25 te voldoen.

Ll: Maar dat maakt toch helemaal niks uit?

Paul: Waarvoor niet?

Fo-inzo

Ll: Nou want a, als je a bijvoorbeeld groter maakt, nou dan wordt andere a dan kleiner, maar die kunnen elkaar toch opheffen?

[Voor de somvergelijking heeft ze gelijk, maar voor de andere vergelijking niet, legt P uit. Dat snapt ze dan, maar hoe moet je het nu aanpakken? Ze ziet wel dat als  $x+y=31$ , dan  $y = 31 - x$ . Dit substitueren we in de andere vergelijking:  $x^2 + (31 - x)^2 = 25^2$ .]

Fo-sym-

Ll: Waarom moet er nou een haakje omheen?

Paul: Anders zou het lijken of ik alleen de x kwadrateer, maar ik moet de hele 31-x kwadrateren.

Ll: Maar wat lost dit dan op, door het daar in te vullen?

Paul: Dat we nu nog een vergelijking hebben met alleen een x erin en die kun je oplossen door /

Ll: solve

Paul: solve

Ll: en dit in te voeren.

10/15, Michael, Martin, Fred,  
Ralph, Dirk, 10.1

Rina bespreekt mondeling de eerste onderdelen van opgave 10.1. a, b en c zien de leerlingen zo, daar hebben ze de rekenmachine niet voor nodig.

In-opl+ syn  
Fo-inz+

Onderdeel d heeft Michael gedaan door solve(...=12, x).

Martin ziet wel dat x 7 kan zijn:

Martin: Je kan toch ook gewoon kijken, 3 keer 4, dan zie je toch ook dat het ene 7 is en het andere/  
 Rina: Hoe zie je dat dan?  
 Martin: Nou dan zie ik ook wel dat het 7 kan zijn, x 7.  
 Rina: Kun jij het zien?  
 Martin: Nou als x 7 is dan wordt het 12, dat had ik wel gezien, 7 min 3 en 7 min 4.  
 Rina: Weet je dan ook zeker dat je dan de enige antwoorden gevonden hebt?  
 Martin: Nou als er maar twee antwoorden zijn wel.  
 Rina: En zijn er twee antwoorden denk je, kunnen we meer zijn?  
 Martin: Dat lijkt me, als het er zo staat.  
 Onderdeel e ziet Fred.  
 Rina: En hoe doe je dat dan?  
 Fred: Ik, je kijkt gewoon, want bij het vorige hoofdstuk een tijdje geleden hadden we ook dan moest je dat oplossen en daar raak je een beetje aan gewend dat je dan oplossingen zoekt, ik weet niet precies hoe ik dat moet zeggen. Ik kijk bijvoorbeeld wat moet er dan met die min 5 gebeuren om die 7 te krijgen.  
 Rina: En dan vul je bij die x+1 natuurlijk wel hetzelfde getalletje in.  
 Ralph doet het veel liever met de hand, en wordt bijgevallen door andere leerlingen.  
 Dirk: ziet onderdeel f.

Va19-15:00, 10/16, Ada,  
 Ralph, Maria, Miou, Bo,  
 Hannek, Ivar, Petra, 10.5

*Fo-inz+* Ralph: [ziet onderdeel a] 5 en 6.  
 Rina: En hoe kom je er aan?  
 Ralph: Nou  $5+6=11$ , 5 keer 6 = 30.  
*In-p&p* Rina: Wie heeft het [onderdeel b] zonder rekenmachine gedaan?  
 Ada: Ik heb met haakjes gewerkt.  
 Rina: En toen via de keertabel bedenken wat je in moet vullen?  
 Ada: Nee.  
 Rina: Hoe heb je het dan gedaan?  
 Ada: Uit mijn hoofd.  
 Rina: En wat dacht je toen uit je hoofd? Je maakte haakjes en toen? Toen schreef je gewoon wat op zonder na te denken?  
 Ada: Ja.  
*Fo-inz+* Maria: Je ziet een  $x^2$  dus dan weet je al dat het twee dubbele haakjes worden en dan weet je zowiezo dat in elke de x aan het begin is, dus dat krijg je dan al. Nou en dan moet je altijd weten,  $7/2$ , nou dan moet je dat dus krijgen als je iets keer iets doet, dat dat samen  $7/2$  wordt, en als je + optelt, dan wordt het dus  $13/2$ . Dus dan moet je zoeken en dan vind je dus zeg maar die twee getallen en die zet je achter die x.  
 Rina zet een keertabel op het bord.  
 Miou heeft het met de machine gedaan:  
 Miou: factor en dan haakje openen en dan  $x^2$  min 13 **tot de tweede** [!] x min  $7/2=0$  komma x haakje sluiten. En dan kwam er met die haakjes, en dan solve en dan die haakjes er zo ingezet en dan ook weer komma x en dan krijg je  $x=7$  en  $x = -0,5$ . [staat kennelijk decimaal].  
 Onderdeel c heeft Bo met de machine gedaan. Verwarring over -11 en -15 versus 11 en 15.  
 Hanneke heeft d met factor, iets verkeerd gegaan waardoor ze vreem-

de uitkomst krijgt. Ivar heeft het met factor goed gedaan.  
Petra: doet steeds meteen solve en vraagt waarom anderen het met factor doen.

*In-cas: equi*

Martin: zegt dat die factor dus helemaal niets uit maakt.  
Een complicatie is dat de ti-89 soms een  $(x - 1/2)$  schrijft als  $(2x-1)/2$ .  
5f gaat vlot. Martin vraagt nog een keer hoe je uit  $(x - 249)*(x+251)$  de nulpunten haalt.

Martin: Ik weet dat dat  $x$  is, die min 251, maar is dat dan ook altijd zo? Ik weet niet precies wat ie allemaal aan het doen is dan.

Rina: legt het verband uit tussen product = 0 en elk van de factoren.  
Een leerling: vindt de methode met factor niet zo geslaagd.

Ll: Want als er iets moeilijkers staat in plaats van die 249, nu kun je gewoon zien  $x=249$ .

Rina: Ja, maar als er iets moeilijks staat dan is  $x$  dat moeilijke positief dus.

(...)

Ivar: Bij f snap ik nog niet helemaal hoe je nou kunt weten wat  $x$  is.

Rina: herleidt de vergelijking op 0 en ontbindt. Dan snapt hij het.

*Va19-28:00, 10/17, Kasper, Cedric, Martin, Ada, 10.6*

Rina: doet klassikaal 10.6. R vervangt in de keertabel rondje en rechthoekje door  $p$  en  $q$ .

Ll: Waarom niet  $a$  en  $b$ ?

Rina: Kan ook.

[R werkt met de leerlingen de keertabel uit. Er staat dus  $(x+p)*(x+q)$ .]

*Al-mis*

Rina: Nu wil ik hem graag uitgewerkt hebben.

Kasper:  $x^2 + ..$

Rina: Hoeveel  $x$ -en hebben we?

Kasper: 2

Ll: 4

Kasper: 2  $x$ -en. [Dat wordt hersteld tot  $px + qx$ . Nu samenpakken]

Rina: Dus het wordt nu  $x^2..$

Ll:  $+ pqx$ .

Rina:  $+ pqx$ ?

Ll: kwadraat

Cedric: tot de tweede

Rina: Niet helemaal goed,  $pqx^2$  ook niet.

Ll: Maar je kan die  $x^2$  toch gewoon  $x$  tot de vierde maken (?)

Martin: Je kan toch doen  $p q$  keer  $x^2$ ?

[R valt terug op een getallenvoorbeeld:  $(x+3)*(x+2)$ . Uiteindelijk wordt het s-p probleem herkend, het 'plus-product-probleem'. Een leerling vraagt nog wat je moet doen als je het s/p probleem niet snapt.]

Ada: zegt dat de rekenmachine het niet op die manier doet.

Martin: [later]Ik denk dat ik wel weet waarom de rekenmachine het bovenste antwoord geeft, hij ontbindt daaronder toch in factoren want er staan nog steeds haakjes. Dan is het toch het eerste antwoord eigenlijk, dan kan je niet verder, dan komen er haakjes.

*10/19, Thomas, 10.8*

*Fo-inz+*

Thomas: ziet het verband tussen de kwadratische vergelijking en het s/p probleem.

Thomas: Nog steeds, je hebt dezelfde (?) als je daar in die eindformule hebt,  $p+q$  is iets, in dit geval is dat eh waar staat dat nou, in dit geval [opgave 10.6] is dat 10 en  $p$  keer  $q$  is 20.

*10/20, Silke, 10.6*

Silke: snapt  $c$  niet, en  $a$  en  $b$  wel. Ze heeft als voorbeeld  $p+q=9$  en  $p*q=20$ .

	Silke:	Ik snap niet, als je deze nou gewoon uitwerkt, krijg je dan hetzelfde als dat? [P legt uit dat de vraag is wat die getallen p en q zijn zodat ze opgeteld 10 zijn en vermenigvuldigd 20.]
<i>Pa-gen(?)</i>	Silke:	Maar je hoeft geen getallen te geven toch?
	Paul:	Bij c is het wel de bedoeling dat je getallen vindt voor p en q.
	Silke:	Maar dan kun je wel 5..
		[Ze lijkt te denken dat er meerdere mogelijkheden voor p en q bestaan?]
<i>10/21, Maria, 10.8</i>		Maria heeft $p = 1/2 s + a$ , $q = 1/2 s - a$ , $a = \sqrt{s^2/4 - p}$ (?)
<i>Fo-rei+, Fo-inzo, Pa-alg+, pa-rol+</i>	Maria:	Ik heb zeg maar deze formules, maar ik weet eigenlijk niet wat de bedoeling is van bepaalde formules.
	Paul:	[leest wat M heeft opgeschreven] En s is die som, dat is in dit geval die b he? Dus die letters hebben een beetje andere namen gekregen. En die p is het product van p en q, dus dat is/
	Maria:	die c. Dus dat is zeg maar alles wat je moet veranderen eraan?
<i>10/22, Ada, 10.9</i>		Ada vraagt waarom je het gevondene zou toepassen als je het ook gewoon met solve kunt doen. P zegt dat je het uiteindelijk ook zonder machine moet kunnen.
<i>Dirk, ZT1b</i>		
<i>Pa-ver</i>	Dirk:	Heeft bij a alleen de waarden 1,2,3 en 4 gekozen. Antwoord bij b: De parabool schuift naar rechts en zakt.
<i>Ivar, ZT1b</i>		
<i>Pa-ver</i>	Ivar:	Antwoord die wordt steiler.
<i>Maria, ZT1b</i>		
<i>Pa-ver</i>	Maria:	Antwoord Dan worden de waarden voor x en y groter. Meer naar rechts en omhoog.
<i>Silke, ZT1b</i>		
<i>Pa-ver</i>	Silke:	Antwoord De waarden worden hoger en de parabolen minder diep.
<i>Silke, ZT1c</i>	Silke:	Antwoord Er gaat wel een dikke streep doorheen. Het punt dat op elk van de parabolen ligt, zoekt ze op met Trace: $x=.886$ en $y=4.210$ .
<i>Silke, ZT2a</i>	Silke:	Antwoord Ik weet niet hoe je dat precies moet uitrekenen, maar: $a+b=40$ en $a*b=76$ . Door gewoon uit te proberen komt ze uit op 2 en 38, want $2+38=40$ en $2*38=76$ .
<i>Martin, ZT2c</i>	Martin:	$x+y=p$ . Kijkt naar het scherm, ziet daar andere dingen staan, streept het toch maar door en gaat naar vraag 3.
<i>Silke, ZT2bc</i>	Silke:	Bij b schrijft ze op $a+b=40$ en $a*b=p$ . Verder weet ze het niet, dus een vraagteken. Ook bij 2c komt een vraagteken te staan.
<i>Martin, ZT3b</i>		
<i>In-iso+ syn, In-sub+ syn, In-opl+ syn</i>	Martin:	Als je een stelsel moet oplossen, moet je dan gewoon zeggen wat x en y zijn? Solve( $x^2+y^2= 25$   $y=x+2,x$ )

<p><i>Maria, ZT4a</i> <i>Pa-alg, Fo-inz+</i></p>	<p>Maria: <math>x^2 + px + qx + (p \cdot q)</math>, <math>x^2 + (p+q)x + (p \cdot q)</math>, <math>x^2 + bx + c</math>, <math>p+q</math> is dus <math>b</math>, <math>p \cdot q</math> is dus <math>c</math></p>
<p><i>E5/10, Caroline, ZT3b</i> <i>Fo-inz-, In-cas: equi</i></p>	<p>Caroline vraagt zich af of <math>1/2 \cdot (\sqrt{46} - 1)</math> hetzelfde is als <math>(\sqrt{46} - 2)/2</math>.</p>
<p><i>E5/11, Dirk, ZT2</i> <i>In-iso+ syn, In-opl+ syn, In-iso+ var,</i> <i>In-p&amp;p: iigo</i></p>	<p>Dirk: Is dit ook de goede manier van 2? Het antwoordblaadje zegt toch iets anders <math>X=40 - y</math>, <math>X=76/y</math>, <math>40 - y = x = 76/y \rightarrow</math> solve <math>(40 - y = 76/y, y)</math></p>
<p><i>In-opl+ syn, Fo-rei+, Fo-inz+</i></p>	<p>Obseva: Ja, is ook goed. Dirk: Ok en dan wat ik bij <math>b</math> gedaan heb? Want dat is echt anders. Ik heb ook een iets andere formule. [Solve <math>(40 - y = p/y, y) \rightarrow y = \sqrt{400 - p} + 20</math>] Ik heb die formule voor <math>y</math> gekregen en die heb ik gewoon hier ergens in een van die ingevuld, heb ik hier gewoon 40 min dit ingevuld. Oh, da's ook wel logisch, 40 min dit wordt natuurlijk 20.</p>
<p><i>Va19-42:00, Fred, Cedric,</i> <i>10.7</i> <i>Pa-geno, Pa-rola</i></p>	<p>Cedric: <math>b</math> keer <math>x</math> is hetzelfde als <math>p + q</math> en <math>c</math> is hetzelfde als <math>p</math> keer <math>q</math>. Fred: is niet zo overtuigd en wil het navragen aan Rina. Cedric: voert <math>b \cdot x = p + q</math> in (?) en laat het oplossen naar <math>p</math>, <math>p = b \cdot x - q</math>.</p>
<p><i>Va20-2:00, Fred, ZT1</i></p>	<p>Fred: start schuif, voert in <math>x^2 - a \cdot x + a + 3</math>, laat <math>a</math> lopen van <math>-5</math> tot <math>5</math> met stappen van <math>1</math>, en laat apart tekenen. Dan een filmpje. [Hier eigenlijk de uitwerking van <math>F</math> naast leggen!] Dan laat hij <math>x</math> lopen van <math>-20</math> tot <math>20</math> en <math>y</math> ook. Dan weer apart tekenen, en dan samen. Dat geeft een goed beeld van hoe de grafiek verandert. Het duurt wel lang en <math>F</math> zucht er eens bij. Hij onderbreekt het tekenen van de bundel.</p>
<p><i>Va20-13:30, Fred, ZT2</i></p>	<p>Fred: lijkt eerst met solve te willen beginnen maar typt in <math>20 \cdot 20 (= 400)</math>, <math>1 \cdot 39</math>, <math>2 \cdot 38</math> (geeft <math>76!</math>), en vindt zo door proberen getallen zodat het product in orde is.</p>
<p><i>In-sub- syn, In-opl ISO,</i> <i>In-iso- opl, In-iso- sub</i></p>	<p>Dan bij <math>b</math> solve <math>(x \cdot y = p   x + y)</math>, maar veranderd in solve <math>(x \cdot y = 20   x + y = 40)</math>, veranderd in <math>x \cdot y = 20   x + y = 40</math>, geeft <math>x \cdot y = 20</math>. Dan solve <math>(x \cdot y = p   x + y = 40, p)</math> geeft <math>p = x \cdot y</math>.</p>
<p><i>Va20-23:20, Fred, ZT3</i></p>	<p>Fred: haalt de <math>y_1</math> die door schuif in het functiebestand is gezet weg en stelt window in zoals aangegeven in de opgave.</p>
<p><i>In-p&amp;p: twee minnen</i></p>	<p>Pakt daarbij de verkeerde min en keert dan terug naar het functiebestand.</p>
<p><i>In-p&amp;p</i></p>	<p>Voert bij <math>y_1</math> in: <math>2 + x</math> [niet met de machine geïsoleerd, uit het hoofd of op papier.</p>
<p><i>Fo-inz-, Al-mis</i></p>	<p>Bij <math>y_2</math> <math>5 - x</math> [stuksgewijs worteltrekken, aj!] Dan de grafiek: twee snijdende lijnen. [dus niet het plaatje op het opdrachtenvel] Gaat weer naar functiebestand. Rina komt langs, <math>F</math> stelt een vraag? Naar home scherm, daar solve <math>(x - y = -2   x^2 + y^2 = 25, x \text{ and } y)</math>. Dat geeft een foutmelding, waarop <math>F</math> na nog een keer proberen de invoer wist. ans(1) geeft dezelfde foutmelding, dit <math>F</math> nu langsloopt met de cursor. Verbetering: solve <math>(x - y = -2   x^2 + y^2 = 25, x)</math>, dus 'and <math>y</math>' weggehaald. Dat geeft <math>x = y - 2</math>. <math>P</math> komt erbij en helpt, legt waarschijnlijk de isolatie-fout uit. <math>F</math> voert in: solve <math>(x - y = -2   y = 5 - x \text{ and } x = -2 + y, x \text{ and } y)</math>. [<math>x = -2 + y</math> uit het hoofd berekend?] Dat geeft weer een foutmelding, waarop <math>F</math> 'and <math>y</math>' vervangt door '<math>y</math>', wat ook niet werkt. Dan <math>x</math> <math>y</math> zonder komma ertussen, ook niet, en ten slotte alleen komma <math>x</math>, dus solve <math>(x - y = -2   y = 5 - x \text{ and } x = -2 + y, x)</math>, wat leidt</p>

tot true. F loop het commando langs en P komt er weer bij.

10/24, Barbara, ZT2  
In-sub- syn

Barbara substitueert vaak niet-geïsoleerde vormen en P wijst haar daarop.

Barbara: Ja als ik dit dan lees dan snap ik dat wel, alleen..

Ll: Maar je kunt hier toch ook gewoon AND doen? [P zegt dat dat niet altijd goed gaat.]

Barbara: Maar dit snap ik op zich wel.

In-p&p

Paul: Je had dus eerst de b uit  $a*b=76$  moeten halen, dus  $b=$ , weet je wat je dan krijgt?

Barbara:  $76/a$ ?

10/25, Martin, ZT1  
Pa-ver

Martin: Als je gewoon zegt dat de parabool naar rechts schuift, is dat goed?

Paul: Niet helemaal want hij begint met naar rechts te schuiven en omhoog, maar naderhand gaat ie naar rechts en omlaag. [M had niet genoeg grafieken getekend.]

10/26, Maria, par10  
Fo-rei+, Pa-alg

Maria ziet de grote lijn van paragraaf 10 nog niet. Ze heeft  $p = 1/2 b + a$  |  $a = \text{wortel} (1/4 b^2 + c)$

P legt uit. Misschien zit de verwarring in de verschillende letters die gebruikt worden in het s/p probleem in vergelijking met het oplossen van de algemene kwadratische vergelijking.

E5/12, Ada, Miou, Martin,  
Ralph, Cedric, ZT2a  
In-iso+ syn, In-sub+ syn, In-  
opl+ syn

Ada: op bord  $x+y=40$ ;  $x*y=76$ , Solve ( $x+y=40$  |  $y=76/x$ ,  $x$ ),  $x=38$  en  $y=2$ .

Paul: Bij 2 weet je dat de twee getallen samen 40 zijn en (?) 76. Dat heeft Ada gedaan in twee vergelijkingen. Nu is de vraag: hoe kun je die twee getallen vinden. Het vinden van die twee getallen is het oplossen van het stelsel. Als er staat 'los het stelsel op', dan is de bedoeling eigenlijk bereken  $x$  en  $y$ . Dus je moet even weten wat dat betekent. Dan doet Ada doet solve  $x+y=40$ , waarbij  $y=76/x$ . Hoe ben je aan die  $y=76/x$  gekomen?

In-p&p

Ada:  $x*y=76$ .

Paul: Ja, dat klopt. En dan?

Ada:  $y=76/x$ .

Paul: Ja, daar heb je gelijk in. Nou, wat heel belangrijk is, is een aantal dingen gaan fout. Er zijn een aantal van jullie, die vullen hier niet in wat hier staat, maar die vullen gewoon de vergelijking  $x*y=76$  in. Dat zal de machine niet slikken. Na de waarbij-streep, moet je een letter uitleggen. Dus je moet dan altijd zeggen  $y=$  of  $x=$ . Je moet dus een vorm opschrijven, zoals  $y=$ , dat hebben we genoemd een geïsoleerde vorm. Dus wat je altijd moet doen, als je (?), dat je achter de waarbij-streep  $y=$  zet. Dat kun je doen uit je hoofd, als je dat goed kunt, als het een makkelijke situatie is. Als dit ingewikkeld is, lukt het niet meer uit je hoofd en kun je dat met je rekenmachine doen door te zeggen solve dit ( $x*y=76$ ) naar  $y$ , en dat komt er dit ( $76/x$ ) uit. Snappen jullie wat daar belangrijk aan is?

In-opl+ syn, Div

Miou: Mag je er ook een kwadratische vergelijking van maken?

Paul: Eh ja, hoe zou je/

Miou: Wat ik namelijk gedaan heb, ik heb solve( $x^2 + 40x$



+76=0,x)/

Paul: En hoe ben je daaraan gekomen dan?

Miou: Nou, omdat ik dacht als je, in dat hoofdstuk over kwadratische vergelijkingen hebben we dat gedaan, en dat komt zeg maar op hetzelfde neer.

Paul: Dat komt zo bij 3 (*bedoelt 4?*). Ik zou als je geen kwadraten heb, zou ik ze er niet zelf bij gaan halen. De standaardmanier is de ene vergelijking pakken, waarbij de andere vergelijking in geïsoleerde vorm.

Martin: Dat  $76/x$ ?

Paul: Als  $x*y=76$  dan is  $y=76/x$ . (?)

Ralph: Maar bij deze som (*?, iets van dat het omslachtig is om uit te rekenen, je ziet het gewoon*).

Paul: Hoeft niet per se, maar wat zou je dan doen?

Ralph: (?)

Paul: Dat kan ook, maar als het wat moeilijker is, kun je dat niet zien.

*In-iso+ var and* Cedric: Nou, wat ik had gedaan, solve  $x+y=40$  en dan and/  
Paul: Dat kan ook/  
Cedric: En dan  $x*y=76$  en dan komt er ook hetzelfde uit.  
Paul: Je kunt het ook met and doen, maar dat werkt niet altijd, dus wat dat betreft is het een gevaarlijke methode.  
Rina: Ik wil nog even terugkomen op wat Miou zei. Wat zij gedaan heeft, ze zegt van  $x+y$ , dat is de som, dat is het getal in de algemene formule, dat voor de  $x$  moet komen te staan. En  $x*y$  is 76, dat is zeg maar de  $c$  uit de formule. En zo heeft ze de formule gekregen  $x^2 + 40x + 76 = 0$  en die is ze gaan oplossen. Dus eigenlijk heeft ze het heel slim bedacht.  
Paul: Heel mooi, dan gaan we naar onderdeel b.

*E5/13, Ralph, Dirk, Maria, Martin, ZT2b* Paul: Nou is de vraag wat gebeurt er als je voor die 76 een ander getal zet en ik zeg er niet bij welk, dus die noem ik dan maar even  $p$ . Er staat hier (*op het bord*) 100, dat kan ook, maar ik maak hem even nog algemener,  $p$ . Als je dan dezelfde procedure volgt als hierboven, zeg je solve  $x+y=40$ , waarbij  $y=$ , waar hier 76 stond, stond nu  $p$ , dus niet  $76/x$ , maar  $p/x$ .  
Ll: Kan je dan ook zeggen/  
Paul: Zeg dat nog eens.  
Ll:  $x + p/x = 40$ .  
Paul: Ja, dat krijg je dan. Dit kun je ook nog oplossen naar  $x$ , solve dit naar  $x$ , en dan krijg je, weet ik niet, iets met  $p$ . Zien jullie dat dit de algemene vorm is van wat je bij a gedaan hebt? Dat is achter de streep de formule invullen, die je gevonden hebt. Wat je ook niet moet doen, dat heb ik ook wel sommigen zien doen, die vullen dan dit,  $y=76/x$ , in in de vergelijking  $x*y=76$ . Maar dat is niet verstandig, want dit is juist afgeleid uit dezelfde vergelijking, dus die moet je dan in een andere vergelijking invullen.  
Ralph: Dat antwoord vind ik minder handig,  $x = -\sqrt{(400-p)} - 20$  of  $x =$ /  
Paul: Nou het antwoord is niet gemakkelijk in die zin dat er geen getal uitkomt, maar het is wel zo, dat als je weet wat  $p$  is, dan kun je  $x$  zo vinden.

*In-iso+ var, In-p&p: ügo* Dirk: Ik had een andere manier, ik had ze allebei geïsoleerd en dan gelijkgesteld. Dat stond ook in het boekje.  
Paul: Dat kan ook. Dus jij hebt die ene  $y=76/x$  geïsoleerd en die ander geïsoleerd,  $y=40-x$  en dan stel je ze aan elkaar gelijk,

<i>In-iso+ van iigo, In-opl+ inz Fo-rei+</i>	<p>Dirk: dan doe je dus..hoe doe je dat dan? 40-x= y =76/x, en dan solve.</p> <p>Maria: Maar in elk geval als je dan die wortel krijgt, dan heb je een antwoord met een min ervoor en een zonder. Wanneer moet je die met de min gebruiken en wanneer zonder.</p> <p>Paul: Dat zijn allebei oplossingen, dus je krijgt twee oplossingen.</p> <p>Maria: Maar als je dan zeg maar die weer wil gebruiken, moet je dan met min of zonder min gebruiken?</p> <p>Paul: Allebei. Hier heb je ook twee antwoorden.</p> <p>Maria: Oja, dus je moet ze allebei opschrijven bij je antwoord. (...)</p>
<i>Pa-alg, Pa-gen</i>	<p>Martin: Maar waarom zoveel werk om (?), om x uit te drukken in een formule, als je hetzelfde kan doen als daarboven?</p> <p>Paul: Ja, dat is waar, maar als je er nou heel veel achter elkaar zou moeten doen, zou dit handiger zijn.</p>
<i>Va21-47:40, 10/29, Ada, Michelle, Martin, Ralph, Cedric, Dirk, Maria, ZT2</i>	<p>Paul: bespreekt de opgave klassikaal na aan de hand van de uitwerking van Ada. Legt uit wat bedoeld wordt met los het stelsel op.</p> <p>Ada: heeft op het bord geschreven <math>\text{solve}(x+y=40 y=76/x,x)</math></p> <p>Paul: Hoe ben je aan die 76/x gekomen?</p> <p>Ada: <math>x*y=76</math>.</p> <p>Paul: Dat klopt, en dan?</p> <p>Ada: Ja dus <math>y = 76 / x</math>.</p> <p>[P wijst op de noodzaak om eerst te isoleren voor je substitueert.]</p>
<i>In-opl, In-iso, al gecodeerd</i>	<p>Michelle: Mag je dan ook een kwadratische vergelijking gebruiken?</p> <p>Paul: Hoe wil je dat doen dan?</p> <p>Michelle: Nou ik heb <math>\text{solve}(x^2+40x+76=0,x)</math>.</p> <p>[Ze gaat dus van het s/p probleem naar kwadratisch in plaats van andersom. Dat kan ook, al is P tijdens de les niet enthousiast.]</p>
<i>Div</i>	<p>Martin: Dat 76/x, is dat nou goed?</p> <p>Paul: Ja. [Hij heeft het andersom gedaan, dus de andere vergelijking in de ene gesubstitueerd.]</p>
<i>In-opl al gecodeerd</i>	<p>Ralph: heeft de oplossing gevonden door proberen, 76 gedeeld door 2 is 38 en <math>38 + 2 = 40</math>.</p>
<i>In-iso al gecodeerd</i>	<p>Cedric: heeft <math>\text{solve}(x+y=40 \text{ and } \dots)</math> Dat kan hier ook maar werkt niet altijd.</p> <p>[P bespreekt onderdeel b: <math>\text{solve}(x+y=40   y = p/x, x)</math>. Ook het alternatief <math>\text{solve}(40-x = p/x, x)</math>.</p>
<i>Fo-reio, In-cas: equi</i>	<p>Aandacht voor de gedaante van de ti-89: <math>x = -(\text{wortel}(400-p) - 20)</math> en dat dat gelijk is aan <math>20 - \text{wortel}(400 - p)</math>.]</p>
<i>In-sub+ inz</i>	<p>Ll: Kan je dan ook <math>x + p/x = 40</math>?</p> <p>[Dat kan. Dat oplossen naar x geeft het antwoord. Dat vinden de leerlingen wel moeilijk. P waarschuwt voor het invullen van de geïsoleerde vorm in de vergelijking zelf. ]</p>
<i>In-iso+ var, (al gecodeerd?) In-p&amp;p: iigo</i>	<p>Dirk heeft eerst in beide vergelijkingen y geïsoleerd en dat aan elkaar gelijk gesteld.</p> <p>Maria vraagt welke oplossing je moet nemen, als je die weer wilt gebruiken [invullen].</p>
<i>10/30, Silke, ZT2</i>	<p>Silke: merkt op dat in de vraag 2 formules gevraagd worden, en nu heb je er maar een. P schrijft de andere oplossing ook op.</p>
<i>Fo-rei+</i>	<p>Silke: Ja maar dat is toch een oplossing, dat is toch niet een formule of zie ik dat nou verkeerd. <math>x=</math>, dat is een antwoord voor x zeg maar, maar dat is dus niet een, ja dat is misschien een formule voor x zeg maar maar dat is dus niet /</p> <p>Paul: Ja.</p> <p>Silke: O dus dat zijn de twee formules, niet eh...ik dacht dat je twee oplossingen (?).</p> <p>Paul: Nee ik bedoelde de oplossingen en omdat in die oplossing</p>

zelf nog een letter staat is het ook een formule.

E5/14, Michael, Silke, Linda,  
ZT3  
In-iso+ var iigo, In-opl+ syn,  
In-opl+ inz

Michael: op bord Solve  $(x-y=-2, y)$ ;  $y=x+2$ , Solve  $(x^2 + y^2 = 25, y)$ ;  $y = \sqrt{25-x^2}$ , Solve  $(x+2 = \sqrt{25-x^2}, x)$ ,  $X = \sqrt{46-2}/2$ ;  $y = \sqrt{46-2}/2 + 2 = 1/2 \sqrt{46} + 1$

Paul: Wat je dan ook nog kan doen, als je bij c, of was dat niet bij c, wat was de vraag? Ja, als je niet weet wat er voor die min 2 staat (...), in plaats van die min 2 staat er een letter, Rina zei v. In plaats van -2 staat er nu v. Dat krijgen we hier ook een v. Alles wat -2 is, verander je in v.

Ll: Schrijf je nou -v?

Paul: Voor -2 zet ik een v, dus als hier +2 staat, zet ik -v. (...)

Silke: Ja, even een vraagje, eerst bij a moet je de grafieken laten tekenen, welke formule, want dat lukte niet bij mij (?), moet je die dan invullen bij  $y=?$

Paul: Ja, grafieken vul je in met een functie en die beginnen altijd met  $y1=$ ,  $y2=$ . Dus dan moet je altijd een geïsoleerde vorm hebben. Deze bijvoorbeeld,  $x+2$ , dus dan vul je in bij  $y1=$ ,  $x+2$ . Dan moet je niet nog een keer die y opschrijven, want die y staat er al als  $y1$ .

Silke: Maar bij b. Los het stelsel op, (?). Ik snap niet zo goed wat daar nou is opgeschreven.

Paul: Onder los het stelsel op, daar bedoel ik mee, bereken x en y.

In-cas: num-exact

Silke: Doe je dan weer gewoon solve ofzo?

Paul: Nou, dit is al een antwoord:  $x = \sqrt{46-2}/2$ . Als je precies wilt weten hoe groot dit is, moet je 'is ongeveer gelijk aan' doen, dan krijg je hem in decimalen.

Ll: En hoe kom je aan die y dan?

Paul: Michael, hoe kom je aan die y. Hij heeft gewoon de x ingevuld. Kijk, y was  $x+2$ . Je hebt x uitgerekend, 2 erbij, dan heb je y. (...)

Linda: 2c, druk x en y uit in p, hoe doe je dat dan?

Paul: Met druk uit in p bedoel ik eigenlijk los op, dus schrijf in de vorm  $x=$ . En omdat je niet weet hoe groot die p is, zal uit  $x=$  geen getal komen, zoals hier, maar een uitkomst met p erin. Dus druk uit in is eigenlijk los op, maar realiseer je dat er geen getal uitkomt.

Va21-58:00, 0/31, Michael,  
Fred, Silke, ZT3  
In-p&p: iigo  
In-opl+ syn,  
In-iso+ var iigo

Michael heeft de twee vergelijkingen goed geïsoleerd en uit de tweede isolatie het goede stuk genomen. Hij lost op met de iigo-methode: de twee geïsoleerde delen aan elkaar gelijk stellen, dus solve  $(x - 2 = \text{wortel}(25 - x^2), x)$ .

P verandert de -2 in een v.

Fred: Je vervangt dus alles wat -2 is door v. [Het geeft wat gedoe met min en plus.]

Silke: vraagt nog na wat je nu in het functiebestand moet invullen om de grafiek van de kwart cirkel te krijgen.

Marg: vraagt na hoe Michael aan die y komt. Michael zegt dat hij gewoon de x heeft ingevuld.

E5/15, Tess, Ivar, Ada, Linda,  
ZT4

Tess en Ivar: op bord  $X^2 + b*x + c = 0, (x+p)*(x+q)$ , Kruistabel \*  
 $x \quad q, x \quad x^2 \quad qx, p \quad px \quad pq, x^2 + (p+q)*x + p*q, b \quad c, -$   
 $->x^2 + bx + c, p+q=b, p*q=c$

- Paul: Ik wil 4 even gebruiken een indruk te krijgen van paragraaf 10. Je hebt deze vergelijking ( $x^2 + bx + c = 0$ ), een algemene kwadratische vergelijking. B en c, hoe noem je die b en c in zo'n formule eigenlijk?
- Pa-gen* Klas: Parameters.  
(...)
- Paul: En daarvan staan in paragraaf 9 de algemene oplossingen, namelijk p was een half keer de som, b, nou ja, plus een of andere wortel.
- Ll: Moeten we die nou onthouden?
- Paul: Op dit moment nog niet, maar ik vrees inderdaad bij het volgende hoofdstuk wel. Voor de toets hoeft het nog niet. Wat heb je nou? Nou, als je weet wat b en c zijn, dan vul je die hierin in en dan weet je meteen wat p en q zijn. (...) Nou, even naar b. Stel dat je weet dat dat getalletje b 10 is en c is 21, dan zoek je dus p en q, zodat ze samen 10 zijn en vermenigvuldigd 21. [*Op bord: p=3 en q=21, want 3+7=10 en 3\*7=21*]
- Paul: Hoe heb je nou die 3 en die 7 gevonden Tess?
- Tess: Uit m'n hoofd.
- Paul: Uit je hoofd. Wat zou je gedaan hebben als je het niet uit je hoofd had gezien? Ivar geroepen en wat had Ivar dan gezegd?
- Ivar: Ik wist het uit mijn hoofd.
- Ada: Ik heb solve gebruikt.
- Paul: Hoe bedoel je solve gebruikt?
- Ada: (?)
- Paul: Oke, ja, dat is ook mooi natuurlijk. Wat ik nou hoop is dat iemand zou zeggen, maar dat doet niemand/
- Dirk: Wat wil je weten?
- Rina: Waar wil je naartoe?
- Paul: Waar ik naartoe wil is, als je nou niet zomaar ziet die p en die q, zodat ze samen die 10 en die 21 zijn, wat zou je dan doen?
- Ll: Met die waarbij streep.
- Paul: Ja, wat dan met die waarbij streep? Caroline?
- Caroline: Met een tekening.
- Paul: Wat bedoel je? Een parabool laten tekenen?
- Caroline: Nee, een lijn.
- Paul: Accoord, je bedoelt dit: 0 \_\_\_p\_\_\_5\_\_\_q\_\_\_10. Van 0 tot 10. Vanuit 5 een stukje naar rechts en een stukje naar links, zodat je bij p en q komt. Het produkt moet 21 zijn dus  $(5-a)*(5+a)=21$ . Zo kan het ook, maar dan heb je alleen nog maar een a. dus dan moet je eigenlijk hetzelfde als bij 2 doen. Dus er zijn verschillende manieren om het aan te pakken, maar, mag ik even een mooie zin proberen te maken? De grote lijn van het verhaal is, als je een kwadratische vergelijking hebt, dan zoek je een oplossing voor die twee factoren, die p en die q. En die p en die q kun je vinden door het som-productprobleem. En dat hebben we al eerder opgelost. Dus zo hangt het hele verhaal samen.
- Linda: Maar, ik heb mijn rekenmachine gebruikt, en ingevuld, en dan krijg ik iets heel anders.
- In-sub+ inz* Paul: Wat heb je dan ingevuld?  
Linda:  $p + (c/p) = b$
- Paul: Dat is goed. Ziet iedereen wat Linda dan doet?
- Ll: Nee.
- Paul: Ze doet eigenlijk ook twee dingen tegelijk. Zij isoleert hier q, als  $p*q$  is c, dan is  $q = c/p$ . En dat vult ze hier dan in in de

		vergelijking. Dus je doet twee dingen, je isoleert en je substitueert. Da's mooi en toen? Wat heb je dan daarna gedaan?
	<i>In-opl+ inz, In-opl+ syn</i>	Linda: En toen heb ik solve p en dan krijg ik iets heel anders eruit. Paul: Dat begrijp ik niet, want de methode is perfect. Rina: Misschien is het wel hetzelfde, maar ziet het er anders uit op het scherm. Paul: Ja, maar de methode is goed.
	<i>Va21-1:03:00, 10/32, Tess, Ada, Caroline, Marg, Linda, Dirk, ZT4</i>	Paul: legt de algemene oplossing van de kwadratische vergelijking uit, met name dat p en q oplossing moeten zijn van het s/p probleem met som b en product c. Bij onderdeel b heeft Tess 3 en 7. Paul: Hoe heb je die gevonden, Tess? Tess: Uit je hoofd. Paul: En wat zou je nou gedaan hebben als je ze niet uit je hoofd had gezien? Tess: Ivar geroepen. Ada: solve gebruikt, solve( $x^2+10x+21$ ) Paul: Wat zou je nou doen als je nou ziet zo maar ziet die p en die q zodat ze samen die 10 en die 21 zijn? Ll: factor Ll: Waarbij dingetje. Paul: Wat zei je? Ll: Met het waarbij streepje. Paul: Ja, wat dan met het waarbijstreepje? Ll: Dat weet ik niet. Paul: Caroline? Caroline: Je kan het toch ook met zo'n tekeningetje doen? Paul: Wat bedoel je, een parabool laten tekenen? [Nee, ze bedoelt zo'n schema als bij opgave 7.3. Dat tekent P op het bord. Dat geeft $(5+a)*(5-a)=21$ .] Marg: Eigenlijk moet je hetzelfde als bij 2 doen.
	<i>In-opl+ inz</i>	
	<i>In-cas: num-exact</i> <i>In-opl is al gecodeerd</i>	... Linda: Maar als ik dit op mijn rekenmachine intik, dat met dat streepje, dan krijg ik iets heel anders dan dat product/ [Ze heeft ingetikt: $p+(c/p)=b$ . Daarna heeft ze solve komma p gedaan. Dat lijkt prima. Later blijkt dat haar machine op benaderend rekenen staat.] Rina: Kan er iemand uitleggen wat nou de clou is van dit hele verhaal? Dirk: Een heleboel op solve drukken en dan komt er vanzelf het goede antwoord uit. [Verder komen er geen reacties. Rina schetst nog de grote lijn en zegt dat ze de clou moeten opschrijven in het schrift.]
	<i>E5/16, Cedric, Linda, ZT1</i> <i>Pa-ver</i>	Op het bord: Voer in $y= x^2 -ax +a +3 /a=\{1,3,5\}$ Als $a<2$ dan parabool $\rightarrow$ en $\hat{}$ . Als $a>2$ $\rightarrow$ en $\checkmark$ . Paul: De allerlaatste vraag was, ze gaan allemaal door hetzelfde punt. In dit plaatje kun je redelijk goed zien dat dat het punt (1,4) is. Hoe kun je dat nou in de formule zien?
	<i>In-sub+ getal</i>	Cedric: Als je nou de 1 invult, dan kun je (?) Ll: Wat deed hij? Rina: Hij vult de 1 in en dan kun je uitrekenen dat de 4 daarbij hoort. Dat dat niks met de a te maken heeft. Paul: Ik heb nu voor x 1 ingevuld. Dan krijg je $1-a*1+a+3=4$ . Linda: Hoe kom je nou op het idee om dat in te vullen? Paul: Omdat, als die grafieken allemaal door het punt (1,4) gaan, dan is x dus 1 en dan moet y 4 zijn. En ik vul x=1 in en in-

	<p>derdaad y is steeds vier, onafhankelijk van a. (?)</p> <p>Ll: En hoe kom je aan dat ene punt?</p> <p>Paul: Dat kan je in de grafieken zien.</p>
<p>Va21-1:12:40, 10/33, Cedric, ZT1 Pa-ver</p>	<p>Paul: bespreekt de opgave, Fred laat het op het scherm zien.</p> <p>Paul: Als a groter wordt dan gaat de parabool naar rechts en omhoog.</p> <p>Ll: Bij mij ging die naar rechts en naar beneden.</p> <p>Paul: Ja, als a groter is dan 2 dan gaat ie naar rechts en beneden.</p> <p>Rina: Je moet dus meer a tjes gebruiken.</p> <p>Dan vraag c. Alle grafieken gaan door het punt (1, 4).</p> <p>Paul: Hoe kun je dat nou aan die formule zien?</p> <p>Cedric: Moet je de 1 invullen, dan zie je zo dat het 4 is. Als je daar de 1 invult, dan kan je ook gewoon zien meteen dat het 4 is. [P op bord: <math>1^2 - a + a + 3</math> is 4.]</p>
<p><i>In-sub al gecodeerd</i></p>	
<p>Vb17-10:00, Donald, ZT2 <i>In-sub- syn, In-cas: num- exact, In-opl ISO, In-iso- sub,</i></p> <p><i>In-opl+ syn</i></p> <p><i>In-opl+ syn, In-iso+ var</i></p> <p><i>In-opl ISO, In-iso- sub</i></p>	<p>Donald: voert in solve(<math>x+y=40 x*y=76, x</math>). resultaat <math>x = 40. - y</math>. [niet geïsoleerd, approx].</p> <p>Dan solve(<math>40 - y + y = 40   40 - y*y=76,x</math>) [niet-geïsoleerd, met de hand gesubstitueerd, haakjes vergeten om <math>40 - x.</math>] resultaat true.</p> <p>Dan solve(<math>40-y*y=76, y</math>) geeft false. [haakjes vergeten] dan maar komma-y weglaten, geeft foutmelding.</p> <p>Dan solve(<math>x+y=40</math> and <math>x*y=76, y</math>) Dat geeft de benaderende antwoorden 38., 2. en andersom.</p> <p>Dan bij b: solve(<math>x+y=40   x*y = p, x</math>) geeft <math>y = 40. - x</math>. Komma y helpt niet.</p>
<p>Vb17-19:30, Donald, ZT3 <i>In-sub- syn, In-cas: num- exact, In-opl ISO, In-opl+ syn,</i></p> <p><i>In-iso- sub, In-iso- opl</i></p> <p><i>In-opl- syn</i></p>	<p>Donald: solve(<math>x-y=-2   x^2+y^2=25,x</math>) geeft <math>x = y - 2</math>. [verkeerde min, niet geïsoleerd, approx] Dan oplossen naar y in plaats van naar x geeft <math>y = x + 2</math>. Nu hulp Paul mbt substitueren van geïsoleerde vorm. Dan: <math>x^2+y^2 = 25</math> Dan solve(<math>x^2+y^2=25.,y</math>) Dan <math>x-y=-2   y = \text{wortel}(25 - x^2)</math></p> <p>Het resultaat wordt opgelost naar x, en de machine wordt op auto gezet. Dat geeft het wortel-antwoord. D isoleert nog een keer y in de kwadratische vergelijking. Hij wil nu de y-waarde uitrekenen met solve en dan invullen van de gevonden x-waarde, maar dat lukt niet door haakjes problemen, ook niet als hij de exacte oplossing vervangt door de benadering.</p> <p>Dan solve(<math>x^2+y^2=25 x=2.3911\dots, x</math>) geeft een uitdrukking voor y [verkeerde letter op het einde]. Dan solve(<math>x - y = v</math>) eerst zonder meer dan met komma x geeft <math>x = v+y</math>. Met komma y geeft het <math>y = x - v</math>.</p>
<p>Vb17-35:00, Donald, ZT4 <i>In-iso- opl, In-iso- sub, In- iso- opl, In-opl- syn</i></p>	<p>Donald: solve(<math>x^3+y^3=20   x = 10 + a</math>) geeft foutmelding, Dan solve(<math>x^3+y^3=20   x = 10 + a</math> and <math>x = 10 - a</math>), ook fout. Dan solve(<math>x^3+y^3=20   x = 10 + a</math> and <math>x = 10 - a, x</math>) geeft iets van de vorm <math>y=...</math> Oplossen naar a geeft hetzelfde.</p>
<p><i>observatie, Anita, Donald, Misha, ZT2</i></p> <p><i>In-sub- syn, In-iso- sub, In- iso- strat, In-iso- var</i></p>	<p>Anita: probeert bij onderdeel a enkele getallen uit.</p> <p>Donald heeft bij a eerst solve(<math>x+y=40   x*y=76</math>), niet-geïsoleerd dus. Later voert hij in solve (<math>40-y+y=40</math>) dus substitutie in zichzelf. en weer later gebruikt hij AND.</p> <p>Misha: heeft bij 2a <math>(A+z)*(A-z)=76</math>, in plaats van voor de A de helft van 40 in te vullen.</p>

<p><i>observatie, Donald, Rob, Jack, Dean, ZT3</i></p> <p><i>In-p&amp;p: iigo?, In-iso+ var iigo?</i></p> <p><i>In-p&amp;p</i></p> <p><i>Fo-inz-, Al-mis</i></p> <p><i>11/1, Rob, ZT5</i></p> <p><i>In-opl+ syn, , In-sub+ syn</i></p> <p><i>11/2, Donald, Misha, ZT1</i></p> <p><i>Pa-gen</i></p> <p><i>Pa-ver</i></p> <p><i>11/3, Anita, Suzanne, ZT2</i></p> <p><i>In-opl- inz</i></p> <p><i>Fo-inzo, In-cas: equi</i></p> <p><i>Fo-inzo, In-cas: equi</i></p>	<p>Dean heeft eerst <math>y = (25-x^2)^2</math>, dan <math>y = \sqrt{25-x^2}</math>. Ik wijs hem op solve. Ik help Donald met isoleren &amp; substitueren, zie video.</p> <p>Rob isoleert <math>y</math> in <math>x^2+y^2=25</math> tot <math>y = \sqrt{x^2-25}</math>, kennelijk met de hand.</p> <p>Jack vereenvoudigt <math>x^2+y^2=25</math> tot <math>x + y = 5</math>.</p> <p>Rob heeft gesubstitueerd <math>y = 21 - x</math> en opgelost naar <math>x</math>, en vervolgens ook <math>y</math>-waardes uitgerekend door <math>x = 21 - y</math> te substitueren en naar <math>y</math> op te lossen. Het nadeel is dat je niet meer ziet welke <math>y</math>-oplossing bij welke <math>x</math>-oplossing hoort.</p> <p>Donald heeft bij a verschillende grafieken laten tekenen met waarbij-streep in het functiebestand.</p> <p>Paul: Hoe noemen we zo'n a eigenlijk in zo'n formule, weet je dat?</p> <p>Donald: Variabele</p> <p>Ll: Parameter</p> <p>Paul: legt uit dat de parameter een heleboel situaties samenvat en dat je voor elke waarde een andere grafiek krijgt.</p> <p>Bij b heeft Donald opgeschreven: als a groter wordt, wordt de grafiek ook groter.</p> <p>Donald: Naar beneden en naar onder ja, ik snapte het wel maar ik kon het niet uitleggen.</p> <p>Paul: wijst erop dat bij lagere parameterwaarden het effect anders is.</p> <p>Donald: Bij c heeft D het punt (1, 4) uit de grafieken op de ti afgelezen.</p> <p>Paul: Weet je nu zeker dat het (1, 4) is/</p> <p>Ll: Ja, bij table.</p> <p>Donald: heeft opgeschreven: als je bij x in de formule een 1 invult wordt <math>y^4</math>.</p> <p>Anita: heeft geprobeerd (<math>2 + 38 = 40</math>, <math>2*38 = 76</math>) en zo het antwoord gevonden. Bij b lijkt ze de formules te hebben overgeschreven van het antwoordenvol. P pleit voor aanpak met vergelijkingen met de ISO methode. We beginnen met de eenvoudigste vergelijking; <math>y =</math></p> <p>Paul: Weet iemand wat erachter komt?</p> <p>Ll: <math>40 - x</math>.</p> <p>Ll: Je kunt het met de machine doen.</p> <p>Ll: Ook waarbij toch?</p> <p>Paul legt uit: Nee, waarbij nog niet. Dat komt nu. Let op, in de andere vergelijking invullen/substitueren. Met de hand letten op haakjes zetten. Zorg dat na de waarbij-streep een geïsoleerde vorm staat. Een leerling wil twee dingen tegelijk substitueren, gescheiden door een komma. Daarvoor moet je AND gebruiken. De laatste stap is solve naar x.</p> <p>Suzanne: Ik heb in plaats van die <math>x*(40 - x)</math> iets anders, <math>-x*(x - 40)</math>. Een leerling: merkt op dat je de y-waarde nog niet weet. Die moet je inderdaad nog uitrekenen. [Bij b vervangt P eerst overal 76 door 100000, dan door een ander getal en dan door p. Het antwoord is dan geen getal maar een formule. Die staat goed op het bord. Een formule met een parameter p erin is een oplossing.]</p> <p>Ll: Maakt het uit of die 20 voor of na de wortel staat? [Nee dus, dat kan allebei. P vindt de 20 vooraan het mooiste.]</p>
---	--

11/4, Jeff, Misha, ZT3  
In-iso+ var iigo

Jeff heeft eerst geïsoleerd om de grafiek te kunnen laten tekenen. De geïsoleerde vorm van de kwadratische vergelijking is niet eenvoudig te lezen, maar op het bord staat  $y = x+2$ ,  $\text{solve}(x-y=-2, y)$ ,  $y = \text{wortel}(25 - x^2)$ ,  $\text{solve}(x^2+y^2=25, y)$ . J heeft de combivorm op het bord gezet. Voor de streep hoeft niet geïsoleerd te zijn. P maakt fout bij uitleggen van substitutie, maar de leerlingen zien dat niet. Vervolgens oplossen, dat kan ook in twee regels.

Paul: Doe het alleen zo als je het echt overziet.

Ll: Kan je ook doen  $\text{wortel}(25-x^2)-x -2$  komma  $x$  en dan solve?

Paul: Dan moet er nog wel  $=0$  bij.

Misha: Kun je ook doen  $\text{wortel}(25-x^2)=x+2$  en dan solve?

[Ja, afgezien van min in plaats van keer.]

Paul: [bij 3c] Heeft iemand een idee wat je nou moet veranderen voor 3b? [moet zijn 3c]

Ll: Doe je een parameter erbij? [P vervangt overal  $-2$  door  $v$  en  $2$  door  $-v$ .]

Ll: En waarvoor moet je dat doen? Wat is daar het voordeel van?

Paul: Het voordeel is dat je dan weer een algemene oplossing hebt zodat je gelijk voor  $v$  een getal in kunt vullen en het antwoord weet.

Ll: Dus dat is eigenlijk precies hetzelfde als dat 76 en p. [De combi-vorm van Jeff geeft toch nog wat verwarring.]

Jeff: Hoe moet je nou de  $y$  doen? [Hij bedoelt als je de  $x$  weet, hoe moet je dan de  $y$  berekenen.]

In-opl+syn, In-iso+ var, In-  
p&p: iigo  
Pa-gen

Vb18-35:00, 11/5,  
Jack, Donald, Sandra, ZT4  
Div  
In-sub+ inz

Ll: Het is allemaal zo abstract...

Jack op bord  $x = 10 + a$ ,  $y = 10 - a$ ,  $(10+a)+(10-a) = 20$ ,  $(10+a)^3 + (10-a)^3 = 2240$ .

[P legt uit dat eerlijk verdelen wel de eerste vergelijking, maar niet de tweede oplost. Substitutie geeft een uitdrukking in  $a$ , die opgelost kan worden naar  $a$ . Dat geeft  $a = 2$  of  $a = -2$ .]

Donald: En dan staat erachter [bij de antwoorden] dus  $x =$  en  $y =$ , maar hoe kan je dat nou uitrekenen? [Dan de iso-manier van onderdeel b. Isoleren zowel met de hand als met de rekenmachine.]

In-sub+ inz, In-opl+ syn, In-  
opl+ inz

Sandra: Ik had bij die vorige gedaan gewoon  $(10+a)^3 + (10-a)^3 = 2240$  en dan solven naar  $a$ .

11/7, Martin?, ZT3  
Fo-reio

Martin?: Moet je dan gewoon zeg maar deze isoleren zeg maar, en dan dat substitueren en dan krijg je een vergelijking en dan solve. Maar dan krijg je iets heel vaags. Dan krijg je dit. Is dat dan het/

Paul: Dat is dan het antwoord ja.