Lesverslagen WKG klas V3a

Lesnummer 1

Datum: 7-2-2000

Observator: Mattias (afgekort tot MV)

De leenformulieren en de TI-89's worden uitgedeeld; een spannend gebeuren.
MV ontdekt dat de verkeerde boekjes (vanwege dezelfde kleur) zijn uitgedeeld en haalt het pakketje Introductie TI-89.
Leerlingen (lln) beginnen opnieuw in tweetallen aan opgaven 1 t/m 10
De lln wennen aan het apparaat en ik probeer aan de lln te wennen.
Na 7 minuten bespreekt Rina klassikaal opgave 11. Ze bespreekt het verschil tussen 3/4 of 0.75 op het OHP-scherm. Het klassikaal bespreken gaat goed, de meeste lln doen mee of zijn met het apparaat bezig.

Daarna krijgen lln de opdracht om tot opgave 20 te maken.

In-B-Kn: haakjes

MV: Wat is er ?
Arno: Wortel (4 doet het niet, raar?
MV: Wat dacht je ervan om de 4 ook af te sluiten?
Arno: Met een haakje)? Even proberen.

Daarna vrij snel klassikale bespreking. Rina gebruikt nu het bord en schrijft in twee kolommen:

computer / RM	wiskundige schrijfwijze [het symbool voor]
^	...-, ...- [machten]
*	x [vermenigvuldigen]
/	: [delen]
wortelteken	wortelteken
^(1/3)	derde, vierde, vijfdemachtswortel
ANS	? [Rina: welke toets is dat?]
rekenregels	() m v d w a o

Leerlingen krijgen tenslotte een 20+ opdracht: bedenk zelf een som op de rekenmachine, waarbij je alle rekenregels gebruikt. [Ze wijst daarbij op het bord naar de laatste rekenregel]

NB lln schrijven niet veel op in hun schrift of in het pakketje.

Lesnummer 2, tweede deel blokuur

Datum: 7-2-2000
Observator: Mattias (MV)

Opgave 22: 1 + 2/3 x 4
Gesprek tussen Remy, Daniel en MV

MV: Hoeveel mogelijkheden zijn er?
Remy: 3
Daniel: 4
MV begeleidt en stuurt het proces van de opgave en uiteindelijk geeft Daniel de volgende mogelijkheden weer in zijn boekje:

In-S-DIV: haakjes goed gezet

1 + 2/3 x 4 = 11/3
(1+2)/3x4 = 4
(1+2)/(3x4) = 1/4
1+2/(3x4) = 7/6
(1+(2/3)x4 = 11/3)
Daniel zette dit tussen haakjes omdat hij deze uitkomst al had.

Hoofdstuk Tabellen 2.1
Klassikale bespreking opgaven 5,6,7.

In-S-DIV: table setup goed gedaan

David staat voor het centrale scherm (Ohp) en voert de opdrachten goed uit: Y= 3x + 5, TABLE SETUP
David: Instellen (delta?, PD) tbl.

In-B-Kn: verkeerde min, gecorrigeerd

Bij opgave 7 corrigeert David zichzelf als hij y1(- 100) invoert, nl de verkeerde min-teken.

Hoofdstuk 2.2 Winnende formules
Gesprek tussen Caroline, Karlijn en MV

Opgave 12 t/m 16: y1 = 1000 + 300x y2 = 2000 + 283x
Eerst is lijn y2 groter dan lijn y1, tussen x = 50 en x = 60 wordt y1 groter dan y2.

Aanvankelijk ontdekken C en K dat ze verschillende y1’ s hebben ingevoerd, K heeft de vorige y1 functie niet schoongemaakt en vervangen door een nieuwe y1 functie.
MV: Hoe komen we bij het tabel scherm?

goede navigatie

C: Groen TABLE, groen F5
K: Wat heb je nu bij x = 60?
C: Bij 60 heb ik 19000
K: het omslagpunt zit bij?
C: Volgens mij moet het nog preciezer…[C denkt na]
C: …het moet dus met kommagetallen …. Met TblSet!
C en K zoeken nu naar het omslagpunt en lezen de tabel af, en vinden het omslagpunt

In-B-Na: navigatie, opgelost

K: Hoe ga je terug naar formule y1 is ?
C: Dan ga je terug naar Y=
MV: Vinden jullie het moeilijk?
K: Meer wennen aan de machine zelf dan de sommen.
C: Het is even wennen om iedere keer naar het scherm te kijken en te onthouden welke toets wat is.

Hierna kom ik aan bij Cindy en Wendeline, zij maken nu opgave 12 t/m 16.

S: Tussen 50 en 60 is het omslagpunt, sprongetjes van 10
MV: Hoe krijgen we sprongetjes van 1?

In-B-Ta: tableset

S , W Weten we niet

MV: Dat kun je opzoeken, kijk eens terug bij opgave 5 en 6 op de vorige bladzij. Hoe ging dat?
MV: Hoe krijgen we de tabel nauwkeuriger?
S: Sprongetjes van 0.1

In-S-VER: inklemmen in tabel als methode
In-B-Kn: toetsen vergeten?

Cindy weet nu wat ze moet doen met de TI-89 en voert de procedure goed uit, Wendeline daarentegen reageert als volgt:
W: Ik snap het wel, maar ik vergeet de toetsen steeds.

Klassikale bespreking opgave 12 t/m 16

In-S-VER: inklemmen wordt routine

Casper: Snijpunt vinden met inklemmen, … bij TblSet begin bij 50, … neem stapgrootte 0.1, dan zie je bij 58,8 dat y1 gelijk is aan y2.
Rina: Wie weet een andere manier dan inklemmen? Wie heeft som 15 gedaan?
Martin: Ik heb hem wel, y3 = y1 – y2 moet nul zijn, dan zijn y1 en y2 gelijk.
Hij laat het zien op het scherm en ook de daarbij behorende x-waarde.
Martin: x = 58,8235 maar dan is y3 nog niet precies 0, maar ik had ook geen zin om het nog nauwkeuriger te doen.

Tenslotte krijgen de leerlingen de opdracht van Rina om in drie regels hun eerste bevindingen en ervaringen met de TI-89 op te schrijven in hun schrift of boekje.

Lesnummer 2

Datum: 7-2-00
Observator: Paul

Ik kom de tweede les van het blokuur binnen. Er zijn 22 van de 27 leerlingen.

In-B-Kn: minteken corrigeren

Minke pakt de verkeerde min bij het instellen van de stapgrootte van de tabel. Dat accepteert de machine niet, waardoor ze het scherm niet kan verlaten. Ze probeert enter en pijltje naar beneden maar dat werk dus niet. Ik leg dat uit.
Ik: Wat zou je nu verkeerd gedaan kunnen hebben?
Minke: De verkeerde min?
Ik: Ja

Lara: Ik zat me net af te vragen hoe ik het domein kon maken, en toen kwam Tableset.
Ik: Hoe bedoel je een domein?
Lara: Van 'de tabel loopt van -10 tot 10 met stapjes van...'.

Arno heeft in het functiebestand ingevoerd y1 = 2^2.
Graph geeft een horizontale grafiek op hoogte 4.
Arno: Dat klopt niet, dan zou je zo'n parabool moeten krijgen.
Arno maakt een boog met zijn hand.
Ik: Nee. Hoeveel is 2 tot de macht 2?
Arno: 4
Ik: Dus wat is de functie?
Arno: O, dan blijft-ie 4.
Hoe moet je dan zorgen dat je hem wel krijgt?
Ik: Wat voor een formule hoort er bij een grafiek die zo (=krom) loopt?
Jerôme: x tot de tweede.

navigatie

Bij opgave 2.7 kan Bert vlot navigeren naar het HOME-scherm om y1(-100) te berekenen.

In-S-VER: inklemmen in tabel en navigatie

David laat op de OHP zien hoe hij opgave 2.6 en 2.7 aanpakt.
David: Je moet eerst een tabel zien te krijgen. Dan moet je F2 set-up doen.
(...) F4 zet de formule daar weer neer. (...) Home bereik je door de HOME-toets in te drukken, wat een toeval.

In-B-Kn: verkeerde min, gecorrigeerd

Vervolgens pakt hij wel de verkeerde min in y1(-100) maar ziet dat zelf.
Rina: Dat is de koude min, he.

Dan Bert op de OHP. Iedereen werkt verder zonder op hem te letten. Hij typt in: Bert is the man en vinden jullie Rina vandaag ook zo vrolijk?

In-B-Na: Lara mist overzicht in het navigeren

Lara: Ik wil hieruit.
Ik: En waar wil je naar toe?
Lara: Naar de tabel.
Ik: Nou dan druk je op table.
Lara: En als ik hier nou uit wil?
Ik: Waar wil je heen?
Lara: Naar die functies
Ik: Naar Y= dus. Hoe je eruit gaat, dat hangt af van waar je heen wilt.

Bij opgave 2.14 denkt Casper dat het omslagpunt bij 54 ligt.

In-S-VER: inklemmen werkt

Casper: Hier moest ik dat omslagpunt vinden, dat zit tussen de 50 en de 60. Met setup was ik bij de 50 gaan zoeken, met stapgrootte van 1. En nu zit-ie bij de 54. Klopt dat?
Ik: Hoe zie je dat?
Casper: O nee, bij 59, dan wordt y1 groter dan y2.
Ik: Hoe zou je dat nu preciezer kunnen bepalen?
Casper: De stapgrootte nog kleiner maken?
Ik: Ja.

In-B-Ta : correctie table set

Iemand vraagt waarom zijn tabel allemaal kommagetallen geeft. Een andere leerling geeft al antwoord voor ik dat kan doen: Tableset stapgrootte op 1 zetten.

Dan Casper op de OHP bij dezelfde serie opgaven (vanaf 2.9).
Casper: Je wilt dus het snijpunt vinden. Dan moet je gaan inklemmen. Als je op F2 drukt, als je ongeveer weet waar die zat, tussen de 50 en de 60, dan druk je eerst 50 in en dan doe je stapgrootte, en zo kan je steeds verder inklemmen. Nou zit je bij 0.1, en dan zie je dat-ie bij 58.8 zijn y1 en y2 gelijk.
Rina: Wie weet er nog een manier om erachter te komen waar dat snijpunt ligt?
Leerling: Grafieken tekenen.
Rina: Ja je kunt twee grafiekjes tekenen, dan kun je het zien. Wie weet nog een ander manier? Het staat verderop. Heeft iemand som 15 al gedaan?
Martin: (op OHP) Als y3 0 is, precies, dan zijn ze gelijk, maar ik had hem niet helemaal op 0 gevonden. Als van die y3 de uitkomst 0 is, precies, dan zijn die ander twee gelijk.
Rina: Wat was y3 ook al weer?
Martin: y1-y2 en dat moet dan 0 zijn, dan zijn ze gelijk. Maar we hadden hem niet precies op 0 gevonden want we hadden geen zin om hem nog kleiner te zetten.
Rina: Het zijn ook afgeronde getallen.
Martin: Ja want daaronder staat telkens hoe die wel is.
Rina: Wie heeft de grafieken getekend?
Carolien: (op OHP) Bij y= nieuwe formule invullen en dan graph F3.
Rina: En kun je ook nog even demonstreren hoe je over de grafiek heen kunt lopen?
Carolien weet dat niet maar wordt geholpen door de rest van de klas.

Rina: Bepaal nu het minimum eens, de laagste waarde? Vroeger moest je dat met hele ingewikkelde wiskunde doen, nu kan dat met dat machientje.

Rina: OK. Jullie schrijven nu in drie regels op wat je hiervan gevonden hebt onderaan bladzijde 6, drie volledige regels. Moeilijk makkelijk, saai noem maar op.

Lesnummer 3

Datum: 8-2-2000
Observator: Mattias (MV)

Begin van de les twee klassikale demonstraties.
Arno laat een bloem zien, dankzij een vriend uit een hogere klas. Onder MODE ◊ 3: POLAR kiest hij [zonder te snappen, MV] een omzetting van x, y coordinaten in poolcoordinaten en wel van een cyclische functie en een lineaire functie [x = sin (θ), y = r*θ].
Casper: Met F7 een driehoek getekend". Op het scherm ziet de klas een rechthoekige driehoek met regels zoals cos (x) = 4/5.
Rina: Dit is echt wiskunde!

Hoofdstuk 3.1 Het tekenen van grafieken
Leerlingen maken opgave 1 t/m 9.
Opgave 2: Voer in y1= x^2 – 2x – 1

In-B-Gr: kijkvenster instellen
In-B-Na: verband window - graph

Wendeline ziet alleen dat haar grafiek te breed is en niet helemaal in beeld, ze snapt niet hoe ze zelf de boel (lees de assenverdeling via windowscherm) kan veranderen. Wel weet ze van Y= naar GRAPH te komen, maar niet van GRAPH naar WINDOW.
MV helpt haar naar het WINDOW-scherm, daar aangekomen is alles onbekend voor haar en ziet ze niet het verband van het WINDOW-scherm met de grafiek [in GRAPH].
Arno gaat beter door dezelfde opgave en hij verkent de grenzen van het WINDOW-scherm. "Moet je bij iedere nieuwe functie opnieuw WINDOW instellen?

Klassikale bespreking opgave 8 en 9.
Opgave 8: Voer in y2= -x^2 + 3x + 3
Opgave 9: Kies GRAPH en loop met TRACE over een van de grafieken.
Rina vraagt door bij Joranne omdat Joranne in eerste instantie een verkeerde grafiek had ingevoerd.
Rina: Wat doe je nu precies, leg dat duidelijk uit. Niet dit en dan dat, zoals jullie wel eens makkelijk zeggen. Hoe pas je nu je scherm aan.
Joranne: Stapgrootte moet je veranderen.
Quen: Hoe kom je daar?
Rina: Hoe kun je de assen verstellen?
Andere leerling:….WINDOW!
Rina: O bij WINDOW kun je de assen verstellen.

Gesprek tussen Mike, Martin en Mattias(MV) over opgave 9 na de klassikale bespreking.
Mike laat zijn scherm [GRAPH-scherm] zien met daarop zijn twee ingevoerde parabolen;
y1= x^2 – 2x – 1 en y2= -x^2 + 3x + 3.

In-B-Gr: trace versus vrije cursor

Mike: Hoe kun je dit? Lopen d'r over, bij mij is het los. [Hij bedoelt met de cursor over een parabool te lopen.] … Ooo, F3 ◊ TRACE [Hij ziet het licht]
MV: Probeer nu eens een snijpunt van de twee parabolen te vinden.
M&M: Je kunt inzoomen
MV: Hoe??
M&M: ◊ F2 ◊ ZOOM
Martin: Nog een keer inzoomen, ooo, maakt niks uit.
MV: Hoe kun je nu precies een snijpunt vinden?
Martin: …. Ik weet het niet?

In-S-VER: verband tussen tabel en grafiek

In-S-VER: vergelijking via nulpunt verschilfunctie

MV: Je ziet op het [GRAPH-]scherm twee dingen, de x- en y-waarde.

Martin: [Hij ziet het nu].. je moet inklemmen, en dan bij tabel dan, … ooo dan kun je daar[GRAPH-scherm] zien, waar ie [het snijpunt] zit en hier [TblSet] aanpassen.

Rina: [Docent kwam er bij staan en geeft commentaar] Dat is dus echt inklemmen.

Martin: Kunnen we volgend jaar deze dingen [TI-89] echt gebruiken, ik vind het wel lekker makkelijk!

Klassikale nabespreking opgave 16, 17

Opgave 16: Vervang y1 en y2 door: y1 = 20 – x en y2 = x – 50

Cindy: y1(x) en y2(x) zijn ingesteld, dan ga je naar tabel op zoek naar y3 is nul.

Leerling: Wat is y3?

Cindy: y3 = y1 – y2

Vandaag behandeld Hoofdstuk 3.1 Tekenen van Grafieken en Hoofdstuk 3.2 Het kijkvenster.

Aantal opgaven 17.

Lesnummer 4

Datum: 10-2-00
Observator: Onno

De docente (Rina) vertelt het programma voor de les (hoofdstuk 4). Ze benadrukt dat, terwijl op de TI-89 bij grafieken en tabellen steeds de letter x wordt gebruikt, bij ‘algebra’ elke letter is te gebruiken. Verder schrijft ze een aantal opgaven op het bord om na opgave 7 aan verder te werken (o.a. als extra oefening).

In-B-Kn: punt en komma, exact en decimale benadering

Bij opgave 4.7 heeft Petra vragen. Zo heeft ze factor(x^2-2.x) ingetoetst (met als resultaat x(x-2); ze ontdekt de vergissing door de ingetoetste tekst te vergelijken met de opdracht in het vraagstuk, dus niet aan de hand van het antwoord. Bij factor(x^2-2.,x) is ze verbaasd.
Petra: Zo veel cijfers; als je dat moet intypen, joh
Hierbij doelt ze op 1.41421 in het antwoord
(x- 1.41421).(x+1.41421). Als ze factor(x^2-2,x) intoetst, met als antwoord (x+√2).(x-√2), roept ze uit:
Petra: Ja, dat maakt echt veel uit.
Door vergelijking van beide antwoorden ontdekt ze, na enig nadenken, dat 1.41421 gelijk is aan √2.
Petra: Grappig, met die punt heeft hij het alvast uitgerekend.

Na klassikaal te hebben stilgestaan bij het onderscheid tussen 2 en 2.0 laat Rina verder werken aan de extra opgaven.

Extra oefening zeer nuttig: de essentie van opgave 4.7 bleek nog niet begrepen

Bij de extra opgave over het ontbinden van x^2-8 (‘exact en afgerond’) loopt Daniël vast. De TI-89 geeft bij intoetsen van factor(x^2-8) weer x^2-8. Ik vraag Daniël of hij een eerdere opgave weet die sterk op deze lijkt. Ook al heeft hij eerder in de les opgave 4.7 over x^2-2 zelf gemaakt, blijkt hij moeite te hebben om deze te ontdekken als som waarop x^2-8 sterk lijkt. Zo zoekt hij eerst naar berekeningen waar de TI-89 als antwoord hetzelfde retourneerde, ‘niets deed’. Ook denkt hij dat een eerdere opgave met expand in aanmerking komt als opgave waarop x^2-8 sterk lijkt. Als hij uiteindelijk opgave 4.7 heeft gevonden, is het voornaamste punt van overeenkomst nog steeds dat de TI-89 bij factor(x^2-2) ‘niets deed’.

In-B-Be: wiskundige barrière: wat is exact?

Vervolgens is het probleem wat ‘exact’ betekent. Het feit dat de TI-89 bij factor(x^2-2) ‘niets doet’ wordt door Daniël in eerste instantie als ‘exact’ betiteld. Uiteindelijk lijkt, door de opgave door te werken, de essentie geleidelijk aan duidelijker te worden.

In-B-Kn: haakjes
In-B-Al: invoervolgorde

Bij het maken van de extra opgave over x^2-8 treden bij Daniël ook nog enige ‘instrumentalisatie’-problemen op: bij factor(x^2-8,x) wordt het tweede haakje vergeten; door eerst x^2-8 in te typen en daarna F2,2:factor op te roepen, komt er x^2-8factor(op het scherm.

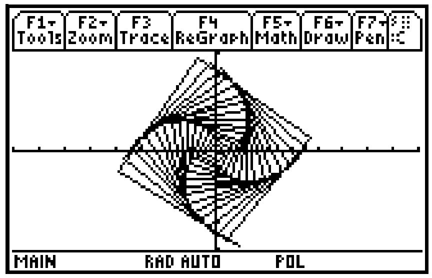
Rina: parameter door getal vervangen (Pa-pla)

Klassikaal vestigt Rina de aandacht onder andere nog eens op het tweede haakje en het toevoegen van de letter waarnaar je wilt ontbinden. Verder noemt ze al aan de hand van een voorbeeld dat als je twee variabelen z en t hebt en je een gewone grafiek wilt tekenen, je aan één van de variabelen een waarde moet toekennen.

Lesnummer 4

Datum: 10-2-00
Observator: Paul

Arno laat me bij binnenkomst een mooi plaatje zien. Hij heeft ingevoerd r = 0.2*θ in polar mode. Door een grote stapgrootte te kiezen, ontstaat een leuk effect.



Hij weet wat er aan de hand is:
Arno: Als je de stapgrootte kleiner maakt, dan maakt hij niet meer van die rechte lijntjes, dan maakt-ie cirkels.
Ik: Snap je hoe dat werkt?
Arno: Ja, dan maakt-ie gewoon zulke kleine rechte lijntjes dat je het niet ziet.

Bert laat een draaiende 3D-grafiek zien.
Hanneke: Ja, jongens doen al dit soort dingen.

Rina benadrukt dat de tekst bovenaan pagina 9 over de x bij grafieken en de andere letters bij algebra belangrijk is. Verder legt ze uit wat er de komende lessen gaat gebeuren.

Robert wil x en y bij de assen van de grafiek en weet niet hoe hij die daar moet krijgen. Jerôme zit in een gesplitst scherm te werken: links het functiebestand en rechts het Home-screen.

In-B-Sy: geen behoefte aan de komma

Sophie snapt niet waarom er een komma en een letter bij factor moet.

In-opl- inz, In-B-Be: verschil factor-solve niet duidelijk

Arno probeert iets in de geest van factor(x+2y=3x-y,x). Hij wil kennelijk factor ook voor het oplossen van vergelijkingen gebruiken en ziet niet het verschil tussen een vergelijking en een expressie.

Rina: Wat is je opgevallen bij opgave 7?
Tobias: Bij de eerste doet hij het niet.
Rina: Waarom denk je dat ie daar niets doet en daaronder wel?
Leerling: Er is geen komma.
Rina: Je moet aangeven ‘wat je van wie wilt weten’.Van de x. Wat is het verschil tussen die 2 en de 2.0?

Re-for, In-cas: num-exact. Kennelijk: decimaal = uitkomst!

Leerling: Bij de eerste geeft hij een wortelfunctie, en bij de ander de uitkomst van die wortel.
Rina: Ja. Die wortel, dat is een exact getal, net als 1 gedeeld door 3, en als je dat afrondt krijg je een komma-getal, en dat krijg je als je daar dus 2 komma 0 zet.

Later:
Ik: Snap je dat van die 2 en die 2.0?
Sophie: Ja, 2.0 is decimaal, dus dan rondt-ie af.

Rina heeft de volgende opgaven op het bord geschreven, waaraan de leerlingen nu gaan werken:

1. Laat schrijven zonder haakjes: (x+2)^2, (2y-3)^2, (1/3 a+1)^2
2. Maak haakjes in y = x^2-5x+6, y = a^2+7a+10
3. Laat ontbinden: x^2-8 (exact en afgerond)
4. factor(a^2+5a-6, a), factor(a^2+5a-6, x), factor(a^2+5a-6)
5. factor(t^2-2tz+z^2,z) en factor(t^2-2tz+z^2,t) Wat is het verschil?

In-B-Al: variabele heeft nog een waarde

Mike heeft een probleempje: (x+2)^2 wordt bij hem 49, omdat x op een of andere manier de waarde 5 heeft gekregen. Dat kan hij zelf niet oplossen. Hij vraagt nog wel hoe hij daar dan aan gekomen is. Met STORE, maar dat weet hij niet meer.

Rina nog even tegen Carolien over die ,x in factor:

Rina: Het is van belang dat je weet om welke letter het gaat, dus je kunt hem er beter altijd bij zetten.

In-B-Sy: komma letter bij factor, Fo-inz-

De letter bij factor blijft vreemd. John en Robert proberen bij de bord-opgave 3 gewoon factor(x^2-8) en weten niet wat ze moeten doen als dat niet werkt. John denkt dat er (x+4)(x-2) uit moet komen. Ik zeg dat hij dat dan maar eens moet uitwerken, maar ik weet niet of hij dat doet.

Ik: Je ziet dat je daar na een komma een letter achter moet schrijven.
Robert: Maar hoe weet je nou welke letter dat moet zijn? Ik weet absoluut niet waarom
Ik: Welke letters komen in die uitdrukking voor?
Robert: x
Ik: Dus dat is de variabele waarnaar hij moet ontbinden.

In-B-Sy: keer tussen letters bij vermenigvuldigen

Arno en sommige anderen vergeten bij de bordopgave 5 het maalteken tussen t en z, dus dat werkt niet.

Rina: 2tz tik jij in en het is 2 keer t keer z.

In-B-Kn: haakje, opgelost

Dan de klassikale nabespreking, eerst met Minke aan de OHP.

Minke: Ik heb gewoon factor gedaan. Eerst was ik het tweede sluithaakje vergeten in expand.

Fo-inzo, In-cas: equi, In-B-Re: representatie van de SR anders dan met de hand

De TI-89 schrijft bij het uitwerken van (1/3 a + 1)^2 als eerst term a^2/9.

Rina: Kun je uitleggen wat daar staat? Hoe zou jij dat geschreven hebben?
Martin: Het is gewoon gedeeld door, als een breuk.
Rina: Wij zouden daar misschien 1/9. a^2 voor schrijven.

Bij x^2-8:

Rina: Hij doet dus niks als je niet zegt welke letter. Als je komma a zet doet ie niets, dat is de verkeerde letter. Dus als je met de x een formule hebt gemaakt, dan wil hij ook dat je de x daarna noemt.

Bij a^2-5a+6:

Martin: Ik heb het ingevoerd, en dan komma a, dan gaat-ie a berekenen.

inconsequentie van de machine?

Ook zonder komma a werkt het:

Rina: Da’s toch raar, zonder a doet-ie het ook, je hebt niet eens die a ingevuld.
Mike: Die x, dat deed ie niet, want er zit geen x in.
Rina: De vraag is dus wanneer moet je dat wel doen en wanneer niet. Het is het meest verstandig om, ik geef gewoon altijd

die letter op, die letter waar ik wat van weten wil (...) welke letter ik ontbonden wil hebben. Dan gaat het altijd goed. Waarom het de ene keer zonder wel goed gaat en de andere niet hoef je niet te weten, En als het mis gaat, bedenk dan even ‘misschien ben ik die letter wel vergeten’.

Mike: Je kan de t en de z ontbinden, dus dan moet je ook doen met die komma, de letter bepalen die je wil ontbinden. En zonder komma doet ie het automatisch.
Dan geeft de TI-89 (t-z)^2
Rina: Omdat die voorop stond, denk ik. (Of op alfabet?, PD)
Rina: Als je nu een assenstelsel wilt tekenen, van y = t^2 - 2*z*t + z^2, welke letter ga je dan op die andere as zetten in het bovenste geval (= (t-z)^2, PD)?
Leerling: De t.
Rina: En bij die onderste ((z-t)^2, PD)?
Leerling: De z.
Rina: En wanneer kan je die grafiek pas tekenen? Als je voor die andere een getal hebt gegeven. Geef in elk geval altijd de letter op waarnaar je wilt ontbinden, en als je niets doet neemt ie de eerste.

Moraal: je kunt maar één onafhankelijke variabele hebben, en de parameter moet een waarde hebben voor je de grafiek kunte tekenen. Maar dubieus is dat (on-)afhankelijkheid eigenlijk los staat van naar welke variabele je ontbindt.

Na afloop vraagt Arno nog welke functie hoort bij de 3D-grafiek op de machine op de kaft van het pakketje.
Ik: Iets met cosinus, probeer maar.

Lesnummer 5, 7-de uur, deel 1 blokuur

Datum: 14 – 2 - 2000
Observator: Mattias (MV)

Rina start de les klassikaal, alle leerlingen luisteren naar haar verhaal; ze introduceert de abc-formule omdat de leerlingen die nog niet hebben gehad. Ze geeft de opdracht dat de lln van Hoofdstuk 4.2 Vergelijkingen oplossen op bladzijde 10 opgave 8 t/m 14 maken.

Cindy en Sophie maken opgave 12 t/m 14, MV luistert en doet zelfs mee.
Sophie (So) tikt in (a*x^2 + b*x + c, x) ENTER,
Op scherm komt dan: missing)

In-opl- syn, In-B-Be: solve vergeten
In-B-Re: foutmelding onduidelijk

So: ?????
MV: Wat ben je aan het doen?
So: Om hem [de opdracht (a*x^2 + b*x + c = 0, x)] in het venster te zetten.
[van statusregel naar uitvoervenster]
MV: En om een oplossing te krijgen…
So: Ja, lijkt mij ook
MV: Maar dat doet ie nu niet, als je nl op ENTER drukt dan gaat het fout.
So: Maar hier staat (wijst naar de opgave), let op tussen a en x komt een *
MV: Dat heb je….. druk maar op ENTER ….. hee weer missing) op scherm.
So: Waarschijnlijk daar [in invoerregel] weer een haakje erbij. Druk op ENTER..
So: Heeee, nog steeds missing)
MV: Hoe kan dat nou?

Cindy (St) is inmiddels wel succesvol door opgave 12.
St: jeetje wat een uitkomst krijg ik nu.
So: Wat heb je gedaan?
St: Je moet daarvoor SOLVE.
MV: Waarom SOLVE?
St: Wat kun je ook al weer met SOLVE doen? …..Dan kun je kijken wat de x was.
MV: Kennen jullie het woord SOLVE?

In-opl+ inz, In-opl+ syn, Betekent solve iets voor leerlingen?

St: een engels woord
So: F….F2
St: Oplossen betekent het.
MV: Dus je wilt iets oplossen
St: Kijk, je moet SOLVE(intoetsen en dan a*x^2 + b*x + c = 0, x)
So: Dat heb ik toch gedaan?
St: Nee, SOLVE staat er toch bij jou niet voor!
So: Ja, okee. Dus je doet F2 [Solve( ] dan ENTER [om uitdrukking te copieren].. haakje sluiten en dan ENTER.

Ze begrijpt OR kennelijk wel
De abc-formule hebben ze nog nooit gezien, ervaring met wortelformules is erg beperkt
Pa-rol+

St: Er staat OR…. Dus zijn er meerdere manieren.
MV: Dit hebben jullie nog niet gehad, het is een ingewikkelde manier om de oplossing op te schrijven.
St: Ooh (kreun), de wortel van jeetje

So: En dan moet je hier (opgave 13), de laatste x [uit (a*x^2 + b*x + c = 0, x) veranderen in a.
MV: Hoe kan je dat makkelijk doen?
So: Dat moet je laten staan.
MV: Je kan het ook laten oproepen door het apparaat. Weet je

dat?
So: Nee.
St: ENTER, je gaat op de vorige opdracht staan in het scherm.
MV: Als je het zo doet dan is het een koekie. Alleen wat gebeurt er dan?

Fo-reio, Fo-inz+

So: i.p.v. x heb je nu een a.
St: Je krijgt een hele makkelijke uitkomst.
MV: Dat is toch wel gek he. Heb je zo'n formule kun je hem oplossen naar x, naar a, naar b of c. Wat je maar wilt. Je geeft een opdracht en de rekenmachine rekent het allemaal uit.
St: Dat kan die allemaal? [Verwondering!] Heerlijk!

Opgave 14: y1= x + 1 en y2 = -x^2 + x + 6
Cindy en Sophie voeren de twee formules in.
MV: Je gaat het snijpunt berekenen, hoe doe je dat?

In-opl- graf, In-S-VER: geen schema snijpunten - solve

ST: Bij tabel, kijken wanneer de uitkomsten veranderen [ze bedoelt inklemmen]
MV: Zijn er meerdere mogelijkheden?
St: Grafiek……Ooo, het is een parabool dan heb je twee snijpunten.

In-B-Gr : vrije cursor - trace

Cindy loopt met de pijltjes toetsen horizontaal en verticaal naar een snijpunt toe. [Niet met TRACE over de lijn of parabool naar het snijpunt]
Cindy ziet dat ze de snijpunten niet nauwkeurig kan krijgen.
MV: welke methode gaan we dan doen?
St: o, ja je kunt ook de stapgrootte… Nee! Je kan hem ook dichterbij krijgen….inzoomen
MV: zie je dat de punten nauwkeuriger worden?
St: Hier zie je de punten… kun je nog verder inzoomen?…..nee
MV: Zijn er nog meerdere methoden om het helemaal precies te doen?

In-S-VER: grafisch én numeriek inklemmen

St: Tabel ◊ stapgrootte [ze gaat aan de slag]
Inmiddels krijgen de klas nog 1 minuutje van Rina, er is dus haast.
MV: Even terugkijken. We hebben als oplosmethoden voor het snijpunt: tabel, grafiek en een methode die we net geleerd hebben.

In-oplo inz, In-B-Be: verwarring solve - factor

St: O ja, gewoon ontbinden, dan ga je terug naar HOME. Dan druk je SOLVE in en voer je alles in.

Klassikale nabespreking opgave 14.
Mike is aan het woord en demonstreert zijn verhaal.

In-opl+ syn, In-S-VER: solve goed in de gaten

exact - numeriek duidelijk

Mike: Je vult twee formules in, bij F2 kies je Solve. Dit toets je in. [hij voert in Solve(y1(x) = y2(x), x)]
Rina: Waarom krijg je een wortel en niet getallen?
Mike: Je krijgt anders van die knoert getallen.
Lara: Je moet ongeveer [is toets diamond ENTER] in typen.
Rina: Met ENTER krijg je exacte getallen, druk je op ongeveer dan krijg je afgeronde getallen.

Rina introduceert Hoofdstuk 4.3 Substitutie.
Ze introduceert het wiskundige begrip substitutie in een klassikale setting. Daarna leest Rina opgave 17 voor en legt ze een link met haar verhaal over substitutie. Leerlingen krijgen van haar nog tien minuten om opgaven 15 t/m 21 te maken.

Ik kom bij Jerôme en Tobias, zij zijn bij opgave 18 en 20 bezig.
MV: wat is er gebeurd bij opgave 20? Je hebt a = 5 en b= 3 ingevuld.

Jerôme:	Ooo daar ben ik nog niet
MV:	je hebt nog even de tijd tik het maar in. wat heeft de rekenmachine uitgerekend?
Tobias:	je vult voor allebei een lettertje in, ….. door dat [hij bedoelt verticale streep a=5 and b=3]
MV:	je vult dus letters in?
Tobias:	je vult a en b in! [verbetert zichzelf]
MV:	als (a + b) hebt staan en je doet dat tot de derde , dan rekent ie iets uit. Wat je doet, je zegt a = 5 en je geeft a een waarde 5.
Tobias:	Daarom, … precies. Maar dan kun je veel met letters doen zoals a,b,c,d, … en andere waarden geven.

Pa-pla: het idee dat je letters verschillende waarden kunt geven, lijkt aan te komen.

Lesnummer 6, maandag tweede blokuur

Datum: 14-02-2000
Observator: Mattias (MV)

Het tweede deel van het blokuur gaan de leerlingen in groepjes van werken aan de *onderzoeksopdracht patroonherkenning*. Ik besluit om bij twee groepjes wat langer te volgen om zo hun proces omtrent de opdrachten te volgen.

opg 5.1 intro

Het eerste groepje is Cindy, Carly en Sophie.

Sophie: Wat voor uitkomst krijg je als je de haakjes wegwerkt bij (x + y)^2?

Zij leest de vraag voor en haar antwoord is F2, EXPAND

Cindy: Als je EXPAND intoetst dan kun je de formule…?

onthaken is een mooie uitdrukking voor Factor, ontbinden niet.

Kar: Onthaken.

St: Ontbinden.

Achteraf gaan de drie pas na of ze de gevonden uitkomst hadden verwacht. Hun reactie is dan ook het volgende:

Kar: x kwadraat en een y kwadraat en iets met x maal y.

So: Welk patroon herken je in de uitkomst van (x + 2*y)^2?

Fo-inz+, Pa-gen+

Kar: Ik denk dat ik een verbandje heb gevonden. Bij de gewone (x + y)^2 krijg je dit, bij de volgende (x + 2 * y)^2 krijg je + 4 en + 4, het dubbele en macht 2.

Cindy en Sophie zijn nog niet zo snel als Carly en praten op een andere manier over de patroon herkenning.

Cindy: Uitkomst begint met de x, … en daarna met de y.

MV: Waarom deze volgorde?

St: De x staat voor in de formule [ze noemt (x + y)^2 opnieuw een formule]

Kar: x staat voor in het alphabet.

Ik probeer de drie te wijzen op de getallen voor de x kwadraat, xy en y kwadraat. We bekijken nu (x + 4 * y)^2.

So: Eerst heb je de x, dus x kwadraat net zoals bij de tabel dan 4^2 is 8.

Fo-inz+

Kar: Nee, eerst dubbele van 4 en daarna 4^2.

MV: Dus wat krijg je uit (x + 3 * y)^2? En dan niet kijken naar de rekenmachine!

Pa-gen+

Kar: x^2 en 9y^2 en 6 xy.

MV: Hoe komen jullie aan de 6 voor xy?

So: Dat is het dubbele.

MV: Het dubbele van wat?

SO: Van wat in de formule is?

MV: Wat bedoel je daar mee?

SO: ….?…

Kar: Tot de tweede macht kun je de formule net zo goed twee keer uitschrijven.

So: he????

Reactie van Sophie zorgt ervoor dat Carly terughoudend reageert en haar bedoeling terugdraait. Carly wilde het kwadraat uitschrijven als het produkt van twee gelijke termen.

De dames bestuderen opnieuw alle uitkomsten met de rekenmachine en een van de drie ziet opeens dat het getal van de middelste term xy maal 2 moet zijn.

Cindy: waarom 2 maal xy?

Sophie: Is dat omdat het een kwadraat heeft?

Ze denken van wel, verder komen ze er niet om te achterhalen waarom in de middelste term het dubbele van de som van de twee termen

staat. Ik herhaal opnieuw dezelfde vraag, alleen nu verpakt in de volgende opdracht.
MV: Wat is de uitkomst van (x + 5 * y)^2? Zonder rekenmachine?
Kar: x^2 + 10 * x * y + y^2.
St: Dat is niet logisch, waarom die 10?
Kar: Dat is overal hetzelfde, dus is het hier ook het dubbele.
MV: Carly ziet de regelmaat van de opdrachten, maar Cindy is niet helemaal overtuigd. Waarom toch steeds het dubbele?

generalisatie van de probleemsteling

So: Zouden we niet (x + y)^2 maar (x + y)^3 proberen?
Ze proberen het uit op de rekenmachine maar de uitkomst ziet er ingewikkeld uit. Ze stoppen met de waarom vraag en gaan verder met het opschrijven van hun uitkomsten voor hun verslag.
Ze zien in dat ze geen antwoord hoeven te geven aan de waarom vraag, ze hoeven alleen maar het patroon te herkennen.

Het tweede groepje is Caroline, Joranne en Minke.
Joranne: Wat denk je dat er gaat gebeuren bij (x – 2 * y)^ 2?
Caro: Hetzelfde bij (x + 2 * y)^ 2 alleen nu met een min ….. ik denk dat je bij –2 je ook 2 erbij op moet tellen.

Pa-pla: vult Minke hier in feite -2 voor c in? Nee toch Pa-geno

Minke: Ik denk precies hetzelfde als bij hiervoor, [(x + c*y)^2 = x^2 + 2*c*x*y + c^2*y^2], alleen met een min ervoor.
Jo: Denk je ook dat er twee bij komt dan wordt het 0. [Ze bedoelt (x – 2*y)^2 = x^2 –2*x*y + 2*x*y + 4*y^2]
Minke: Nee er gaat steeds twee af, dus een min i.p.v. een plus.
Minke wist niet dat ze met de cursor en pijltje omhoog de vorige uitdrukking kon oproepen. De dames geven de rekenmachine de opdracht om (x –2*y)^ 2 uit te rekenen. Dan ontstaan de volgende reacties:
Caro: Ja het wordt –4
Minke: Maar wel + x^2
Caro: -2 in het kwadraat wordt + 4
Jo: Er komt dus 1 min in het antwoord voor!
Ze geven Minke nu even de tijd om hun bevindingen op te schrijven.
MV: Wat is nu jullie regel voor (x –c*y)^ 2 ?

Pa-gen+: Carolien kan het gevondene generaliseren (zie ook volgende regel)

Caro: Met c wordt het –2c + c in het kwadraat.
Minke: Watte? (Zij moet dit opschrijven en Caroline legt het nog een keer uit.)
Caro: Het is eigenlijk dezelfde formule als met cijfers, alleen nu is het met c.

Het samenwerken aan de onderzoeksopdracht bestond voor deze drie leerlingen uit:
- mondeling overleggen wat hun inhoudelijke verwachtingen zijn van de gevraagde opdrachten,
- en hun ideeen controleren met de rekenmachine. Minke kreeg de tijd om per vraag hun antwoorden op te schrijven, maar ieder afzonderlijk van de dames ging niet in het klad proberen uit te rekenen wat de tussenstappen zijn, zoals bijvoorbeeld bij de uitkomst van (x –2*y)^ 2 zonder rekenmachine.
Opgave 4 en 5 geeft wat onduidelijkheid voor Minke wat zij moet opschrijven, hoe zij precies de antwoorden van het groepje moet verwoorden. Caroline is degene die haar daarbij helpt.

Ze komen nu bij opgave 6 aan, (2*x + 3*y)^ 2. Hun verwachtingen gaan als volgt:

Pa-gen+

Minke: Iets met 2 in het kwadraat en iets met 3 in het kwadraat.
Caro: x in het kwadraat en y in het kwadraat.
Minke: en nog een keer x en y.

Ze herkennen de 3 verschillende termen, maar hoe nu precies de regelmaat van (2*x + 3*y)^ 2 zit, hebben ze nog niet in een eigen denkschema verwerkt (alhoewel Caroline de regelmaat bij (x –c*y)^ 2 uitstekend door had!) Namelijk dat (2*x + 3*y)^ 2 = (2*x + 3*y) * (2*x + 3*y) geeft 4 vermenigvuldigingen (pff wat een woord!, MV) en uiteindelijk drie verschillende termen. Ze blijven wat raden zoals 4*x of 4*x^2 en 9*y^2, en met de middelste term blijft het helemaal gokken, totdat Minke met een kruistabel komt. Ze noemt het kruistabel, maar bedoelt de keertabel.

X	2x	3y
2x	4x^2	6xy
3y		

verwarring tussen vermenigvuldigen en optellen

Minke: 2x keer 3y = 6xy
Caro: Dat mag toch niet? 2 appels en 3 peren kun je toch niet optellen? [Caroline krijgt bijval van Joranne]
MV: Tel je appels en peren op?
Caro: Ze doet nu 6 maal x maal y, dan tel je ze toch op?
Minke: Nee, je vermenigvuldigt ze!
Caro: O, ja.
Minke: Ik kom dan in totaal op:6xy + 6xy = 12 x*y in het kwadraat.
Caro: Ons vermoeden is dus: 4*x^2 + 9*y^2 + 12*x*y^2.
Minke: Ik ben echt benieuwd of we dit zien op het rekenapparaat?
(…….) Rekenmachine wordt ingeschakeld.
Caro: He, het is niet 12xy^2 maar 12xy

Ik verwijs hen naar hun keertabel om in te zien waarom 12xy moet zijn, maar ze hebben dat niet goed door. Ze vertrouwen eigenlijk op de uitkomst van de rekenmachine, als controlemiddel voor hun gebruikte keertabel. Dan is de tijd om en gaan de leerlingen (ook van deze twee groepjes) tevreden huiswaarts.

Lesnummer 5 en 6

Datum: 14-2-00
Observator: Paul

Bij binnenkomst vraag een leerling of ze nog spelletjes van mij krijgen. Nee dus, maar je kunt ze wel van Internet halen.

Er zijn twee leerlingen die nog niet in de les zijn geweest, en die dus een nieuwe machine lenen en daarmee vooraan beginnen.

Met Ralph, die net de machine heeft, een gesprekje over exact en decimaal. Hij merkt op dat de groene enter bij bijvoorbeeld 21/10 2.1 geeft, wat exact is, terwijl dat bij ander getallen wel echt een benadering is. Moet je dat op een test aangeven, of het exact is of niet, vraagt hij.

Rina kondigt aan dat bij opgave 4.12 de abc-formule aan de orde komt, die ze nog niet hebben gehad.

Weer een leerling, Raymond, vraagt hoe je de 3D-grafiek krijgt op de voorkant van het boekje.

Arno werkt via 'trial-and-improve': hij heeft geen zin om na te denken over een eenvoudiger vorm.

Arno heeft een mooie grafiek getekend. Hij heeft als functie ingevoerd: $\frac{5x}{x^2} + 6$.

Ik: Wat een rare functie.
Arno: Ja, ik heb maar een beetje geprobeerd.
Ik: Als jij zo'n functie intypt, denk je er dan over na wat voor functie je intypt?
Arno: Meestal probeer ik eerst iets en als het dan een leuk is dan ga ik hem een beetje bijwerken zodat het effect iets groter of iets kleiner wordt.
Ik: Maar bijvoorbeeld deze functie, die zou je veel eenvoudiger kunnen schrijven.
Arno: Ja, dat is waar...
Ik: Hoe zou je hem dan kunnen schrijven?

Fo-inz+

Arno: 5 gedeeld door x plus 6.
Ik: Daar denk je dus niet over na?
Arno: Je weet het wel maar je probeert gewoon iets, vooral met die 3D-grafieken.

In-B-Sy: verwarring komma - punt
In-opl- syn, In-B-Sy: syntax solve

Bij opgave 4.10 is Remy in de war tussen de komma voor de x en de punt voor de decimale getallen. De algemene syntax van solve is nog niet duidelijk.

In-opl, Pa-rol+: het komma-a, komma-b en komma-c voor isoleren begint te dagen

Bij 4.12/13 vraag ik aan Lara:
Ik: Snap je wat er hier aan de hand is?
Lara: Ja, zo ongeveer, alleen hebben wij die abc-formule niet gehad.
Ik: Maar kun je snappen wat hij hier doet, als je oplost naar a? snap jij het verschil tussen ,a en ,b of ,c?

In-opl+ inz

Lara: Ja, nu rekent-ie het uit in a= en anders in x= of b=.
Als ik haar vraag te voorspellen wat er uit komt als je ,c doet, weet ze eerst niet wat ze met de vraag moet.
Ik: Dan gaat ie de c dus apart zetten.

Fo-rei+

Lara: Dan krijg je dus deze formule (wijzend op de rest van de uitdrukking)

Dan opgave 4.14, een ijkpunt.

IJkpunt 4.14
In-opl- syn, In-B-Sy: syntax solve
In-B-Sy: komma-x

Ook voor Minke is de syntax van solve niet helder.
Minke: Je moet het snijpunt bepalen en dan moet je met zo'n komma aangeven wat je wilt weten, maar waar moet de komme nu?
Ze heeft staan solve(x+1=0, -x^2, x+6)
Ik: Wat is de vergelijking die je wilt oplossen?
Daarop geeft ze het goede antwoord.
Ik: En dan moet er een komma, zeg je, en dan?
Dat weet ze niet en de foutmelding snapt ze niet. Als ik zeg dat er na de komma een variabelenaam moet komen dan zegt ze: a.
Ik: Je moet nu tegen het machientje zeggen naar welke variabele je moet oplossen. In dit geval heb je maar een variabele. Weer je welke dat is?
Dat weet ze en dan is het opgelost.

In-opl- syn, In-B-Be: solve vergeten, verward met simplificatie via ENTER

Een andere leerling typt in y1(x) = y2(x) en verwacht dat het dan wordt opgelost, maar dan vult de machine alleen maar de functievoorschriften in. Er moet echt nog solve bij. De komma vindt ze ook niet duidelijk.

In-opl+ syn, goede navigatie
In-S-VER: solve-syntax

John volgt efficient de goede weg bij 4.14. Hij voert de functies in, gaat naar Home, en typt daar in solve(y1(x)=y2(x),x).

In-S-VER: Het oplossen van vergelijkingen lijkt zich bij veel leerlingen tot een gebruiksschema te ontwikkelen. De dwarsverbanden met grafieken en tabellen zijn niet altijd duidelijk aanwezig.

Mike doet 4.14 voor op de OHP. Hij doet hetzelfde als John en vindt de +/- wortel 5.
Rina: Waarom krijg je daar wortels en niet gewone getallen?
Leerling: Dan moet de de groene enter pakken.
Ik: Kun je dat in de grafiek ook zien, of dat klopt?
Mike gaat in de grafiek met de cursor lopen, weet niet goed hoe hij moet tracen, krijgt hulp uit de klas, zoomt in
Rina: Kun je het ook met de tabel zien?
Ook dat loopt niet echt soepel. Iets met y3, roept iemand uit de klas.

Voor de leerlingen verder gaan legt Rina uit wat substitueren is:
Rina: Als je een letter hebt en je wilt daar een getal voor gebruiken dan verander je hem daarin, je verwisselt de letter voor het getal. Of je wilt iets invullen in een formule.
De leerlingen gaan aan het substitueren. Dat loopt vrij goed. Aan verschillende leerlingen wordt gevraagd hoe je dat nu moet lezen, zo'n regel met die verticale streep.

IJkpunt 4.15/16
In-sub+ inz, In-S-ISO-S: Substitutie lijkt duidelijk te zijn; kennelijk is de syntax natuurlijk
Fo-reio

Ik: Snap je wat er gebeurt in deze regel?
Leerling: Ja, dat hij dan de a voor de streep krijgt de waarde van achter de streep.
Ik: Ja. En bij die O-formule?
Leerling: Dan wordt die O ingevuld als achter de streep.

Fo-rei+, In-sub+ inz

Ik: Snap je wat er hier gebeurt?
Daniel: Ja je verandert die x telkens in iets anders. Hier vul je in a en hier a+1 (bij opgave 4.16).

Nu indelen in drietallen voor de opdracht van paragraaf 5. Rina leidt dit in, legt de nadruk op het samenwerken en het vastleggen van het resultaat, ook van mislukkingen. Alleen het antwoord geeft een slecht cijfer.

Ik zet de videocamera op Casper, Lara en Quen. Lara protesteert licht ("Als je iets fout doet, is je blunder bewaart voor altijd.") maar als ik aanbiedt om een ander drietal te filmen, wil ze dat toch ook niet.

opg 5.1
De meeste groepjes gaan netjes de eerste kwadraten uitwerken. Dat dat met expand moet, weten ze wel. Het patroon ontdekken is lastiger. Daartoe zie ik ook niet zoveel eigen initiatief. Het pakket tot zover heeft daartoe natuurlijk ook niet uitgenodigd.

Bij Lara, Casper en Quen hoor ik:
Leerling: Alleen de cijfers veranderen, de kwadraten blijven gewoon staan.

Symboliseren: verschillende betekenis voor ...

Later zijn ze met de c bezig, maar schrijven de algemene gedaante op met stippeltjes, terwijl de eerste stippeltjes 2c voorstellen en de ander c^2.
Later legt Quen uit:

Pa-gen+

Quen: Het eerste getal binnen haakjes is het getal buiten haakjes maal 2, en het tweede getal binnen haakjes is het getal buiten haakjes in het kwadraat.

Pa-gen+: de generalisatie vindt plaats

Lara: Dat kan je ook zien als je het met c invoert.
Ik: Hoe zie je dat dan?
Casper: 2 keer c en c in het kwadraat.

rest van deze pagina: moeilijkheden met patroonherkenning

Ik kijk bij Mike, Martin en David.
Een van hen zoekt een verband tussen de opvolgende uitwerkingen, verhoudingen tussen opvolgende coefficienten, bedenkt iets met anderhalf keer zo groot dat niet klopt, en ontdekt dat.

- We pakken weer expand, daar zijn we vertrouwd mee.
- Het begint steeds met x^2 en het eindigt op y^2 en er staat ook een x*y.
- Als het 2 is wordt het 4, bij 3 wordt het 6, er komt telkens 2 bij.

Ze praten rommelig en komen niet verder. Ze houden de verschillende plaatsen in de formule niet goed uit elkaar. Ik doe een suggestie.
Ik: Stel nu dat je (x+100y)^2 doet. Dat kun je met dat machientje met expand doen, maar kun je ook voorspellen uit je hoofd wat er uit komt?
Leerling: 100 y, dat wordt dan 1000y^2
Ik: En wat komt er voor die x*y te staan?
Leerling: 300 (...)
David: Maar er is toch een logische verklaring voor! 2 is 4, 3 is 6, 4 is 8, dus dan moet het zijn 50.
Ik: Nou, bijna goed.
David: 52
Ik: Nee, 4 wordt 8, dus hij verdubbelt, dus dat wordt 200.
Ik: En voor die y^2?
Leerling: 300, nee 1000.
Ander: Keer drie: drie keer drie is negen.
Leerling: Kwadraat: 3^3 = 9, 4^2 = 16,
Ik: En 100^2
Leerling: Is 1000, 10000.
Ik: Kijk maar eens of het klopt.
Ik had gedacht dat ze nu (x+100y)^2 zouden expanderen, maar David berekent 100^2 in het home-screen van de machine. 10000 komt eruit. Op mijn suggestie gaan ze ook expanderen.
Later zijn ze in de war:
Leerling: Wat was die formule nou?

Ik: (x+100y)^2

In-B-Kn: haakjes
Een van hen heeft het kwadraat binnen de haakjes staan.

Pa-gen+
David: Ik zie het al. Dit is het getal keer 2 en dit is het kwadraat van het getal.
Rina: Probeer het nu eens te vertellen.
David: We zijn er achter gekomen dat het getal voor de y keer 2 is en deze (voor de y^2, PD) is het kwadraat. We hebben het geprobeerd met 100, dat wordt 200 en 10000 daar.
Rina: Nu deze: (x+ay)^2.

Pa-geno, Fo-inz+
Leerling: x^2+x*y*a*2 +a^2*y (dacht ik, PD)
Rina: Bijna goed, ik zie een klein foutje.
Later zijn ze met (x-..y)^2 bezig.
David: Dan zijn alle plusjes minnetjes.
Ik: Allemaal?
David: Nee, alleen bij de xy.

Rina vertelt dat Cindy het patroon ontdekt had, maar ook echt wilde weten waarom het zo is, en dat heeft uitgezocht met de vermenigvuldigingstabel.

Bert heeft een 3D-grafiek gemaakt, waarop hij dan met de ‘gum’ zijn naam heeft weggegumd. Leuk effect. Hij wil het als plaatje opslaan en ik geloof dat dat lukt.

Arno is nog bezig met zijn kromme in poolcoordinaten: r = 0.5 * theta (zie vorig lesverslag) Hij heeft een grote stapgrootte, ‘dan maakt-ie hele lange lijnen’. Aan het einde van de les laat hij deze op de OHP zien.
Arno: Als je de stapgrootte verandert, ik heb nu 1.6, als je daar 0.2 van maakt, dan krijg je gewoon cirkeltjes.

In-B-Gr: gelijke schaalverdeling op beide assen
Hij heeft er wel moeite mee om een gelijke scale op de twee assen te krijgen.
Arno: Maar ze staan allebei van -10 tot 10.
Ik: Maar je schermpje is niet vierkant.
ZOOM square heeft hij nog niet ontdekt, en vanuit een standaardkijkvenster van [-10,10] bij [-10,10] gaat hij eerst de verkeerde kant op: hij maakt er [-8, 8] bij [-10,10] van. In tweede instantie wel goed: [-10,10] bij [-8,8].

Lesnummer 7, dinsdag 6-de uur

Datum: 15-02-2000
Observator: Mattias (MV)

Rina had een tussenuur en heeft deze les voorbereid. Op het bord staat dan al het volgende:

1. tot nu toe door Rina
2. som 5: klassikaal op OHP door ?
3. opdrachten verder afmaken, maar
   - eerst raden wat het antwoord zal zijn en opschrijven
   - dan de opdracht pas echt doen met de rekenmachine
   - niet alleen wat vooral WAAROM
4. eindverslag maken
   - hele boekje
   - hoe ging het in de les
   - samenwerking?
   - wat je nog niet wist
5. inleveren: boekjes + blaadjes

Wat op het bord staat is voor de leerlingen het programma van deze les.

Rina begint met *1. tot nu toe door Rina*
Ze schrijft op het bord wat in de dialoog staat
Rina: (x + y)^2 = ? [Ik denk eerder (x+2y)^2, PD]
Al-mis, Fo-inz-
Robert: x^2 + 4y^2
Ll 2: x^2 + 4xy + 4y^2
Rina: Wat dachten jullie van de keertabel.
Rina werkt de keertabel uit op het bord.

X	x	+2y
x	x^2	+2y*x
+2y	+2y*x	+4y^2

Daarna geeft Rina twee soortgelijke kwadraten op en vraagt aan de leerlingen of zij kunnen bedenken welke uitkomsten eruit komen.
Rina: (x + 7y)^2 ?
Fo-inz+
Mike: x^2 + 14xy of 14yx + 14y^2
Rina: 7 keer 7 is 49.(x - 4y)^2 ?
Carly: x^2 – 8yx + ….
Robert: 16y^2

2. som 5: klassikaal op OHP door ?
Rina: (x + cy)^2 Wat komt daar uit?
Pa-gen+
Rina benadrukt de controle-functie van de machine
Lln: x^2 + 2cyx + c^2y^2
Rina: Eerst de uitkomst bedenken en dan controleren met Factor.
Nu mogen jullie hetzelfde gaan proberen met (x - cy)^2 !

Fo-sym-, In-B-Sy: maalteken tussen variabelen

Tijdens het zelf uitproberen en controleren met de rekenmachine ontdek ik dat Robert problemen heeft met het invoeren van (x + cy)^2. Hij vergeet het maalteken tussen c en y, Robert en zijn machine lezen cy als een woordvariabele en niet als een variabele y met coëfficiënt c.

Daarna geeft Rina Joranne de beurt voor het scherm/bord om (x + cy)^2 uit te voeren.

Joranne: (x + cy)^2 bereken je met keertabel wat het zal worden, dan doe je FACTOR (F2) en dan vul je de uitkomst van je keertabel in. Zo dus FACTOR(x^2 + 2cyx + c^2y^2).

Cindy: Je moet wel keer tussen de letters doen. ……

Martin: EXPAND((x + cy)^2) gaat veel sneller.

Hij geeft zijn oplosstrategie.

Rina: Eerst kijken wat de uitkomst is en daarna controleren met EXPAND, dat is ook een goede oplosstrategie.

Werken aan onderzoeksopdracht

Remy, Daniel en Tess hebben moeite met het samenwerken, het bedenken van een oplossingsstrategie en het opschrijven van de regel (x - cy)^2. Het proces van het vinden van het antwoord doet ieder voor zich en er is geen overleg tussen elkaar. Ik stuur hen in dit proces zodat ze beter naar elkaar luisteren en overleggen. Om te komen tot het antwoord van (x - cy)^2 gebruiken ze nu de keertabel, zoals ze op het bord hebben gezien. Nu blijkt dat ze met het uitrekenen van de keertabel op problemen stuiten met het letter vermenigvuldigen.

moeilijkheden met het vermenigvuldigen met de hand

Ze hebben eigenlijk niet door wat ze aan het vermenigvuldigen zijn en wat je kunt optellen. Uiteindelijk komt er dit in hun verslag:

•	x	-c.y
x	x^2	-c.y.x
-c.y	-c.y.x	+c^2.y^2

Al-mis, Fo-inz-

We denken dat het wordt: x^2 - 2c.2x.2y.c^2.y^2
We doen: EXPAND((x - cy)^2.)
De uitkomst is: x^2 - 2c.x.y + c^2.y^2
We hebben ons vergist in: -c.y.x – c.y.x = -2.c.x.y
NIET: 2c.2x.2y !

De drie van dit groepje zagen in dat hun idee x^2 - 2c.2x.2y.c^2.y^2 niet goed was, er kwam op het scherm van de rekenmachine x^2 - 2c.x.y + c^2.y^2. Waarom de rekenmachine dit antwoord toverde heb ik hen uitgelegd met de keertabel. Het probleem zat hem in -c.y.x – c.y.x = -2.c.x.y. Zij zagen dit niet zelf in, wel als ze –a –a = -2a zouden uitrekenen. Tenslotte hadden ze veel moeite met de opdracht ‘vat je resultaten samen’. Uiteindelijk is dit ook niet in hun verslag terecht gekomen.

Onderdelen 4 en 5 geen interessante anekdotes.

Lesnummer 8, dinsdag 2-de uur

Datum: 22-02-2000
Observator: Mattias (MV)

Rina begint de les klassikaal en introduceert het nieuwe boekje, Veranderlijke Algebra.
Ze begint de begrippen variabele en parameter uit te leggen met een voorbeeld. Ze heeft een assenstelsel getekend en daarnaast een formule van een lijn y = 2x + 1. Deze lijn tekent ze in het assenstelsel, daarna draait ze zich om naar de klas (waar bijna iedereen meedoet) en vertelt ze de volgende context.

Rina: Lara krijgt x gulden zakgeld en Casper y = 2x + 1. Een volgende week krijgt Casper, iets minder y = x + 1. Dat hangt van mijn humeur af.

Pa-ver, Pa-gen: door de docent aangestipt

Daarna laat ze met een armbeweging zien hoe deze lijn loopt in het assenstelsel en hoe haar arm kan bewegen, afhankelijk van de richtingscoefficient. Zo komt ze op de formule y = a.x + 1. Na de richtingscoefficient behandelt ze het effect van het snijden van een lijn met de y-as en de relatie met de letter b in de formule y = a.x + b. Ze schrijft deze algemene formule op het bord en zegt het volgende:

Rina: a en b hangen van mijn humeur af, dit zijn de parameters, y en x zijn variabelen.

Dat was haar introductie van de begrippen variabele en parameter. De lln mogen van hoofdstuk 1 opgaven 1 t/m 4 maken, Rina hamert erop dat de lln opschrijven wat hun antwoord is en niet alleen het antwoord zelf. Tijdens het maken van de opgaven kom ik bij Quen en David. Zij zijn bezig met opgave 1 (vergelijking of regel 1)

h + h + h + s + s = 8,80
(vergelijking of regel 2) h + h + s = 5,20
(vergelijking of regel 3) s – h = 0,40

strategie vgl (1) - (2)

Quen: een hartje en een spekje samen zijn 3 gulden 60. Ik zie het verschil tussen de eerste regel en de tweede regel. Nu is het makkelijk om op te lossen, een hartje plus een spekje is drie gulden zestig en een spekje min een hartje is veertig cent.

David: spekje min hartje is veertig cent, dus een spekje is veertig cent duurder.

strategie eerlijk verdelen

Quen: eerst deel je 3,60 door midden dat is 1,80. Een spekje is duurder dus tel ik 40 cent bij…. Dat is 2,20 en een hartje 1,40 (….) dat klopt niet, dan is het verschil 80 cent.

David: 1,80 en dan 20 cent erbij is 2,00 en de andere 1,60.

Dan komt Remy naar mij toe om zijn methode te laten zien, ik ga met hem mee en Remy legt het volgende uit.

strategie (1) - 2 keer (3)

Remy: De spekjes zijn 40 cent duurder dan de hartjes. Dan haal je twee keer 40 cent van de eerste regel af, dan hou je 8 gulden over voor 5 hartjes. Een hartje is 8 gedeeld door 5 is 1 gulden 60, een spekje is dan 2 gulden.

Op ‘natuurlijke’ wijze vervangt Remy twee spekjes voor twee hartjes, tijdens de klassikale bespreking demonstreert John dezelfde oplosmethode als Remy op het bord. Jerôme daarentegen demonstreert op het bord dezelfde methode als Quen.

Bij opgave 2a koopt iemand voor 7,20 hartjes en spekjes, bij 2b voor 16 gulden. Hoeveel zakjes koopt hij van elk?

Mike: een hartje is 1,60 en een spekje 2,00. Bij twee hartjes kom je op 20 cent, dat is 3,20. Trek 3,20 af van 7,20 dat is 4,00. Dan hou je voor de spekjes 2 over. Voor 16 gulden zijn er meer mogelijkheden. (…) 10 hartjes of 8 spekjes.

Martin: Moet je ertussen nog kijken?
Mike: je moet met hartjes op een heel getal en ook nog even. Dan kun je het aantal spekjes invullen. [Vanwege de prijs van een spekje.] Stel 5 hartjes is 8 gulden, 4 hartjes is 6,40, de laatste kun je niet aanvullen met spekjes. Dan is er maar een mogelijkheid: 5 hartjes en 4 spekjes.

Justus heeft een andere oplosstrategie dan Mike. Hij haalt van 7,20 steeds 2,00 af. Dit wordt dan 5,20 en nog eens 3,20, en hierin past 1,60 twee keer.
In de klassikale bespreking vertelt Tobias zijn methode. Hij telt regel 1 en regel 2 bij elkaar op, dan heeft hij 5 hartjes en 3 spekjes, die samen 8,80 + 3,20 = 14,00 kosten. Dan houdt hij nog 2 gulden over dus kan hij nog een spekje kopen.

Voor de klassikale bespreking had Rina van te voren op het bord de vergelijkingen hoorden bij opgave 1 en 4 in symbolen, maar niet in letters, weergegeven.

strategie verschil nemen van de vergelijkingen

Bij opgave 4, een spekje en een hartje samen is 4,50 en het verschil tussen een spekje en een hartje is 0,50, vervingen de meeste leerlingen in de somvergelijking het spekje door een hartje en omdat een spekje duurder is dan een hartje zijn twee hartjes samen 4,00 : een spekje is dan 2,50.

strategie eerlijk verdelen

Tobias ging er eerst vanuit dat ze even duur zijn, dus een hartje en een spekje zijn ieder 2,25. Het verschil is 0,50 dus bij het duurder snoepje komt er een 0,25 cent bij en de goedkoper 0,25 cent vanaf.

IJkpunt 1.5
Pa-abs-: niet vanzelf uit de context

Cindy en Sophie zijn met opgave 5 bezig. Hierin moeten de lln de relatie tussen tv-kijken en huiswerk maken in een beperkte tijdsperiode ontdekken.
Cindy en Sophie hadden het verhaal niet goed gelezen en het verband tussen h (huiswerktijd) en t (tv-tijd) niet herkend. Ze snapten niet hoe ze de gegevens uit de context in de tabel met h en t konden invullen. Zij telden alle getallen in de eerste rij (h in minuten) op en kwamen tot 15 + 30 + 60 + 85 = 190 minuten. Dit snapten ze niet want er stond toch anderhalf uur in het verhaal. Daarna ben ik met hen nog een keer het verhaal gaan doorlezen en nam ik de tijd voor hen zodat ze de betekenis van de woorden eigen konden maken. Toen konden ze de tabel zo invullen, en verder zagen ze ook het verband tussen de twee onbekenden.

Lesnummer 9

Datum: 24-2-00 tweede uur
Observator: Paul

Rina begint met het meedelen van de cijfers voor de onderzoeksopdracht van vorige week. Ze geeft niet elke leerling van een groepje hetzelfde cijfer, wat door de leerlingen geaccepteerd wordt.

Dan bespreek ik de opdracht na.

Op het bord staan de uitwerkingen van

(x+y)^2
(x+2y)^2
(x+3y)^2
(x+4y)^2

Ik wijs op de syntax van expand, het ‘onthaken’ zoals een van de leerlingen het noemde.
Het patroon is duidelijk: het dubbele en het kwadraat.
Ik noem ook de indirecte methode van de verschillen (toenamendiagrammen, roept een van de leerlingen) en zelfs de tweede orde verschillen. Dat dat op een kwadratische formule wijst, hebben de leerlingen al eerder gezien.
Dan de formulering (x+blokje.y)^2.

Paul: Wat gebeurt er met dat getal dat in het blokje staat?

Pa-gen
Het kwadraat respectievelijk het dubbele, dat komt er vlot uit.

Paul: Sommige leerlingen schrijven dan hier (voor de xy) een vraagteken, en dan hier ook (voor de y^2). Wat vinden jullie daarvan?
Leerling: Onduidelijk.
Paul: Maar ziet iemand ook een nadeel daarvan?
Leerling: (niet verstaanbaar)
Paul: Precies, het ene vraagteken is niet gelijk aan het andere.

Fo-sym+, Pa-gen, symboliseren: het vraagteken krijgt meer betekenis?
Leerling: Maar je kunt toch ook vraagteken in het kwadraat doen?
Paul: Ja, dat zou heel goed zijn. En wat betekent vraagtekentje dan?
Leerlingen: Een getal, een getal naar keuze, blokje, c, het getal dat voor de y staat, de hoeveelheid y.
Paul: Ja. De kunst met al die symbooltjes is om je te realiseren, te bedenken wat ze nu betekenen. Zolang je dat weet gaat het meestal wel goed.
Paul: En wat wordt nu (x+c.y)^2
Leerling: 2 keer c en c in het kwadraat.

Ik wijs op de twee verklaringen die zijn gesignaleerd: de keer-tabel en de papegaaienbek (volgens Rina een ’bijlesmanier’ waar ze eigenlijk liever niet over praat). Ook nog even over de alfabetische volgorde waarop de ti-89 de formules ordent en de controle van sommige leerlingen met behulp van factor, ‘haken’ in plaats van ‘onthaken’.

Paul: Het is belangrijk dat je weet, ik wil iets, ik wil haakjes, en hoe krijg ik dat machientje nu zo gek dat ie dat voor me doet.
Paul: En dan de laatste, (a.x+b.y)^2, wat wordt dat?

Fo-inzo
Leerling: a^2x^2+2.b.x.y+b^2y^2

Anderen voegen de a toe in de gemengde term.
Ik vermeld nog het vergeten van de punt tussen a en x.

Paul: De machine beschouwt ax dan als een geheel, als een blokje, als een vraagteken, als een x. Wat zal het machientje doen als je zonder keer invoert (ax+by)^2?

Fo-inz+
Leerling: ax^2+2.ax.by +by^2

symboliseren: praten over de bedoeling van het gebruik van letters

Paul: Precies. Hij beschouwt ax dus als woordvariabele. Dat maalteken is voor het machientje dus wel belangrijk. Zonder dat is ax als geheel net zoiets als een blokje of een vraagteken: een symbool voor een variabele, voor een getal dat van alles kan zijn of dat je niet weet. Het handige aan het werken met variabelen zoals met die c is dat deze laatste regel ((x+cy)^2) eigenlijk alle bovenstaande overbodig maakt, je hebt een regel waar alles in zit. Weet je niet meer hoe het zat in de twintigste regel, (x+20y)^2, dan vul je voor c 20 in.

Dan naar de Veranderlijke Algebra.
Rina loopt met de klas de tweede pagina langs.

Pa-abs+

Bij opgave 11b noemt Carly: Je hebt drie uur voor je naar school gaat en je moet nog een frans boek en een duits boek lezen (dat zullen wel samenvattingen worden, PD) en hoe ga je dat verdelen.
Rina wijst op het verschil tussen de uitdrukkingen F=180-D en F+D=180.

(In-S-LIF): de vertaalslag naar x en y

Rina: Er zijn heel veel mensen die het moeilijk vinden om deze formule zo te schrijven dat ie in het rekenmachientje kan. Ik ga hem eerst even veranderen in y en x want het rekenmachientje wil dat je met y en x werkt als je daar grafieken mee gaat tekenen. Het franse boekje noem ik y en het duitse boekje y. Je moet dan wel onthouden dat die x het duitse boekje is en die y het franse. Het hangt dus van elkaar af, als ik de ene langer lees kan ik de andere korter lezen.

Dat leidt tot y+x=180

In-S-LIF: isoleren aan het handje lukt wel...

Rina: Maar nu wil de rekenmachine iets hebben van de vorm y=..... Wie weet hoe je dat makkelijk op de rekenmachine kunt doen?
Leerling: (zachtjes) Ik doe dat zonder rekenmachine.

In-opl+ inz

Leerling: solve
Rina: Ja. Je moet zeggen de x moet op de horizontale as en de y op de verticale.
Op bord: solve(y+x=180,....
Rina: En wat wil ik nu voorop hebben staan, de x of de y?

In-opl+ inz

Leerling: Komma y.

Nu opgave 1.8. Die is gelukt. Het is een beetje gek dat niet gevraagd wordt om de grafieken te gebruiken om het snijpunt te bepalen.

Bij 1.9 heeft Minke de volgende manier:
Minke: Ik heb 90 - 15, dat is het verschil tussen huiswerk en tv-kijken, dat is 75, dan 75 gedeeld door 2, en dan 37,5 + 15 voor de huiswerktijd en 37,5 - 15

die 30 moet 15 zijn en die 15 is eigenlijk 7.5

Rina: OK, wie heeft een andere manier? Je kunt ook eerlijk delen. Die 90 minuten ga je eerlijk verdelen en dan zeg je het verschil moet 30 zijn dus de ene krijgt 15 meer en de ander 15 minder.

Dan 1.10 over de hartjes en de spekjes. Hoe pak je dat aan?
John: Grafiek laten tekenen. Dan neem je de spekkies y en dan doe je 4,50 min de hartjes, dus min x.

Verder gaat Rina nog na of de leerlingen weten hoe je een functie aan en uit kunt zetten met de vinkjes. Dat is geen probleem. Rina zegt nog dat het woord isoleren belangrijk is.
Een leerling klaagt dat zijn batterijen op zijn.
De leerlingen beginnen nu aan paragraaf 2.

IJkpunt 2.1, Pa-gen+

Daniel vraagt hoe hij het recept op moet schrijven. Hij heeft bij a eerst 700/2 en dan plus of min 300.

Ik: En hoe kom je aan die 300?
Daniel: 600 gedeeld door 2.
Ik: En als er nu een ander getal staat in plaats van die 700?
Daniel: Dan deel ik dat door 2.
Ik: En als er nu een letter staat, bijvoorbeeld x+y=c, wat zou je dan doen?
Daniel: Hetzelfde, alleen dan c gedeeld door 2.
Ik: En als hier ook een letter staat, a , x-y=a?
Daniel Dan weer hetzelfde, dan gaat in plaats van die getallen...(onverstaanbaar).

Pa-gen: generalisatie in zicht

Voor Daniel lijkt de generalisatie naar een parameter niet ver weg.

Bert heeft bij 2.1 x=600, y=100. Hij probeert het Tess uit te leggen. Hij ziet eerst niet dat dat niet klopt. Pas als ik nadrukkelijk vraag het in de vergelijking te controleren, ziet hij het probleem.
Ik: Dus jij zegt x=600 en y=100?
Bert: Ja of x=700 en y=0 maar dat lijkt me een beetje onlogisch.
Als duidelijk is dat het niet klopt:
Bert: Dus het is wel 700 en 0, o nee dat klopt ook niet.
Ik: Heb je een beter voorstel?
Later:
Bert: Ze zeggen hier toch dat x 600 groter is dan y, dan moet x toch wel 700 zijn, dan kan y nooit meer of minder zijn, anders zou het nooit samen 700 worden.
Tess: O jawel, als je 0-komma-eengetal doet kan het wel. Als je een getal doet kleiner dan 1.
Ik: Wat is nu het probleem?

introductie van de variabele ‘iets’

Bert: x moet 600 groter zijn dan y, maar dan kan het alleen maar 100 zijn want 600 + iets moet 700 zijn, dan moet dat 100 zijn. Het mag niet 500 groter zijn, dus het kan niet zijn y=200 en x is 500.
Ik: Nee, want hoe groot is het verschil dan?
Bert: 300
Ik: En kon je die opgave van de spekjes en de hartjes?
Bert: Ja, dat is gewoon weer logisch. 4,50 ...

Tess begint aan de strategie vgl (1) - vgl(2) maar Bert gaat eerlijk verdelen

Tess: en dan die 50 cent eraf en delen door 2.
Bert: dus als ik dat hier doe, dan is dat 700, maar hier zitten geen getallen, 700 gedeeld door 2 is 350, en dan moet het verschil 600 zijn..
Ik: En hoe doe je dat?
Bert: 300 erbij en 300 eraf, 650 en 50.
Hij controleert het en het klopt.

Pa-geno: het begint te komen.

Ik: En stel nu dat er in plaats van die 700 een 800 had gestaan?
Bert: Met 600 verschil? Dan doe je gewoon 400, dan wordt dit (x) 700 en deze (y) 100.
Ik: Ja. En als er nou 10000 had gestaan?
Bert: 50000, eh 5000 en dan moet het verschil weer 600 zijn, dus dan wordt het 5300 en 4700.

De meeste leerlingen schrijven niet in hun schrift, maar in het boekje. Rina zegt dat ze volgende keer hun schrift mee moeten nemen.

Rina vertelt nog dat de leerlingen de eerlijk-delen manier veel makkelijker vinden dan ze verwacht had. Misschien moeten we wat sneller door sommige stukjes uit de volgende paragrafen heen.

Lesnummer 11

(les 10: eerste deel blokuur gemist)

Datum: 6-3-00 achtste uur (tweede deel blokuur)
Observator: Paul

Als ik binnenkom staat het bord al vol met onder andere:

x+y=s, -> y=s-x, isoleren
x-y=s, substitueren
TI-89 los op: solve(x-y=v|y=s-x,x)
eerlijk verdelen: (met plaatje, PD)

In-iso: Rina voor het eerst genest

$$x = \frac{1}{2}s + \frac{1}{2}v \quad \frac{s+v}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}s - \frac{1}{2}v \quad \frac{s-v}{2}$$

generaliseren, veralgemeniseren

Verder op het bord:

In schrift voor dinsdag:
- wat denk je? wat doe je?
- uitleg of berekening
- vraag beantwoorden

Opmerking: de manier van substitueren en oplossen in één TI-89 regel had ik niet bedacht. Compact, maar wel twee dingen tegelijk. (PD)

Rina bespreekt bij opgave 2.10 de twee manieren van isoleren/substitueren en eerlijk verdelen.Dat loopt vrij vlot, al heeft John moeite met het plaatje van het eerlijk verdelen. Hij vindt dat het plaatje niet helemaal klopt, maar het probleem wordt me niet helemaal duidelijk. Mike weet nog een derde manier:

In-cas equi (s-v)/2 gaat sneller dan s/2-v/2, dat is waar!

Mike: Dat is toch onhandig! Je kunt toch veel beter eerst de 35 eraf halen, het verschil, en dan gewoon gedeeld door 2 doen? Nu ga je eerst dat (s, PD) gedeeld door 2 doen en dan het verschil gedeeld door 2, dan de helft eraf en de helft erbij..
Rina: Even kijken of ik dat snap.
Mike: Als je die 65 eerst min 35 doet, het verschil, en dan gedeeld door 2, dan heb je gelijk de leeftijd van Simon.
Rina: Kan ook. Dat zou je ook algemeen kunnen opschrijven, dan wordt het wel ingewikkelde algebra.

Dan gaan de leerlingen verder. We slaan stukken van paragraaf 2 en 3 over. Wel doen: 2.10 t/m 2.12, 3.5 en 3.6. Rina zegt nog dat leerlingen bij de antwoorden kunnen kijken.
De leerlingen krijgen een cijfer voor het werk in het schrift en een afronding.

Fo-inzo, In-cas equi, In-B-Re: hoe om te gaan met op het oog verschillende uitkomsten?

Ralph en Petra hebben een probleem. Petra vindt als algemene oplossing s/2+v/2 en Ralph (s+v)/2. Om met de machine na te gaan of dat hetzelfde is (uit het hoofd ziet hij wel dat dat zo is), heeft Ralph het benaderd met de groene ENTER. Dat geeft 0.5*(s+v), nog steeds niet hetzelfde als Petra. Ik suggereer om die 1/2 buiten haakjes te brengen, maar Ralph wil de twee uitdrukkingen aan elkaar gelijk stellen.

In-B-Kn:haakjes

Dat kan natuurlijk ook, maar hij heeft daarbij een syntaxfout gemaakt, ik geloof dat ze s+v/2 invoeren in plaats van (s+v)/2. Het idee dat je met de groene Enter van een breuk een decimaal getal maakt, was hem niet meer duidelijk. Ik wijs ze nog op Factor om de 1/2 buiten haakjes te brengen. Dat is niet goed; het moet Expand zijn...

In-iso- opl, In-opl ISO, In-S-ISO-N: moeilijkheden met geneste commando's

Een leerling heeft problemen met de gecombineerde solve-opdracht. Hij heeft solve(x-y=v|y=s-x,y), maar de variabele waarnaar moet worden opgelost is x, omdat y na de substitutie niet meer in de uitdrukking voorkomt.

Hij: Moet je nu komma y doen of komma x?
Ik: Wat wil je?
Hij: Dat weet ik niet. Wat moet je nu weten
Ik: Dat is dan het probleem.

Ik raad hem aan het substitueren en het oplossen in twee aparte stappen te doen: eerst x-y=v|y=s-x, en dan solve.

Tess heeft nog problemen met eerlijk verdelen. David legt haar opgave 2.10 over de leeftijden uit aan de hand van het plaatje op p. 5.

David: ... Dus de moeder is 50 jaar, en dan moet Simon wel 15 jaar zijn (namelijk 65-50, PD) dus dan hoef je niet eens meer die 32,5 min 17,5 te doen.

Dat snapt Tess. Dan kom ik met het probleem x+y=100, x-y=30 en teken een begin van het plaatje met het stuk van 0 tot 100.

Ik: Kun je nu dit plaatje maken?

Ze tekent 50, berekent de helft van het verschil en tekent dat vanuit die 50. Prima.

Pa-gen: onder leiding lukt het te generaliseren

Ik: En nu x+y is een getalletje, s, en x-y is nog steeds 30.
David: 1/2 s
Tess: O ja natuurlijk, 1/2 s, - 30 en hier + 30..
Ik: Nou, + 30
Tess: O nee, 15
Ik: OK, nou voel je wel aan wat de volgende vraag zal zijn denk ik...
David: Ja.
Ik: x+y=s, x-y=v, dat was net 30 maar nu vertel ik niet wat het is.

Fo-rei+, Pa-gen+, opg 2.6 Fo-inz+, In-cas equi

Tess: Dan is het een half s min 1/2 v en 1/2 s + 1/2 v.
Ik: Kun je dat nog anders schrijven, die 1/2s - 1/2 v?
David: een s min een v, kan dat? Als je het twee keer doet hier allemaal, dan heb je v keer 2, nee.
Ik: Ik vraag het hierom: op het bord staat x=(s+v)/2, dan moet eigenlijk hetzelfde zijn, zie je dat?
David: O ja, want dan heb je geen halfje meer, dan doe je eerst dat en daarna een half.
Tess: Ja
Ik: Hier doe je eerst een half en dan optellen, en hier eerst optellen en dan de helft. En hier, wat zou je hier krijgen, bij 1/2 s - 1/2 v?
David: plu.. keer? s - v is gedeeld door 2.

Ik benadruk dat deze oplossing algemeen is, en dat daarmee het probleem voor eens en voor altijd is opgelost. Dat snappen ze.

Pa-gen+: algemene formulering in natuurlijke taal

Tess: Je telt ze op en deelt ze door 2.
David: Als ik het zelf moet doen, word ik zo meteen toch weer helemaal gek.

Ik laat nog zien dat je getallen in de algemene oplossing kunt invullen. De kracht van de algebra, reeds.

Bij 2.11 b hebben Daniel en Remy moeilijkheden met het herschrijven van n = 20-m in de gewenste vorm.

Ik: Hoe kun je nu zorgen dat je alleen die 20 rechts hebt?
Daniel(?): Dat moet je met reële getallen doen.

(Hij bedoelt geloof ik zoiets als voor n en m getallen kiezen, zeg 15 en 5, en dan herschrijven tot 5+15=20, PD)

Remy: m+n = 19

Daniel: Dat is toch 19, dat is toch geen 20.

Daniel: m+n=20 maar m+n is ook 19.

Ik: Dat is vreemd, maar het is wel goed dat je dat ziet.

Remy: Je kunt toch niet zo sneaky een puntje ervan afhalen, dat je 19 krijgt, dus er klopt helemaal niets van.

Ik: OK, dan schrijf je dat op.

Remy: Wat heb jij dan?

Ik: Mijn antwoorden staan achterin, kijk daar maar.

Dat doen ze en ze zijn tevreden.

Ik: Maar nu even over vraag a, die had je ook meteen al kunnen zien.

Remy: Die kan ook niet, dat is 5 of 0.

Bij het herschrijven van h+t=5 tot t = 5 - h gebruikt Tess een regeltje 1+2=3 dus 2=3-1.

Quen vindt de vraagstelling en het taalgebruik in het pakket soms wat moeilijk. Rina onderschrijft dat.

Conclusie van deze les en de voorgaande in de B-klas

- De context van het som-verschil-probleem werkt goed als het gaat om het introduceren van letters / parameters, en voor verschillende strategieën. We zien eerlijk verdelen, isoleren / substitueren, en ook de manier van Mike. Inleefbaar voor leerlingen.
- Voor het gebruik van de TI-89 is deze context minder uitnodigend; het gaat even makkelijk met de hand, en de meeste leerlingen hebben niet de behoefte om de methode te vertalen in machine-taal. Die behoefte komt hopelijk bij de volgende paragraaf. Toch zijn er ook enkele onvoorziene toepassingen van de machine: het gecombineerde solve-substitute (zie boven) en de dubbele solve van Peter in de B-klas.

Lesnummer 12

Datum: 7-3-00 vijfde uur
Observator: Paul

Op een of ander manier deed vandaag de recorder het niet goed, waardoor ik sommige opmerkingen niet goed heb kunnen vastleggen.

David heeft een vraag bij opgave 3.6 over de deurmat. Rina legt de situatie uit en stelt de vergelijkingen op. Dan denkt David dat hij het nog steeds niet kan, hoewel hij de vorige les het som-verschil probleemstekend in de gaten leek te hebben. Het probleem wordt niet helemaal duidelijk.
Bij het oplossen van het stelsel schrijft Rina op het bord:
solve(l+b=140|b=l+40,
Rina: En wat moet er nu achter de komma?
Leerling: l
Daniel (later): En waarom niet een b invullen?

In-iso+ opl
In-iso- opl, In-opl ISO, In-S-ISO-N: moeilijkheid van de letter bij geneste vorm

Andere vragen waren er niet; kennelijk is opgave 3.5 (met behulp van de antwoorden achterin?) gelukt. De leerlingen beginnen aan paragraaf 4.

Carly heeft het hele pakketje tot zover opnieuw in haar schrift gemaakt. Het plaatje op p. 4 vindt ze niet duidelijk.

transfer-probleem scheikunde - wiskunde

Arno heeft net een proefwerk scheikunde gehad. Een vraag daaruit: een stof heeft een atoommassa van 69, een andere van 71. De atoommassa van een mengsel van die twee is 69,7. Uit welke verhouding bestaat het mengsel? Arno heeft geprobeerd dat met de TI-89 te doen, kwam wel tot x*69/100+y*71/100=69.7 en loste dit op naar x, maar vergat de tweede vergelijking x+y=100 in de strijd te gooien. Past precies bij wat we nu aan het doen zijn!

Robert vraagt hulp bij vraag 4.3a. Het idee van continuiteit heeft hij in deze context niet.
Robert: Ik denk dat het niet kan, ik weet dat het niet kan.
Hij heeft wel een grootste oppervlakte van 25 gevonden en een kleinste van 4.75. Hij ziet ook dat de oppervlakte toeneemt van 4.75 tot 25 als je vanuit rechthoek F gaat vervormen.
Ik: Zou die oppervlakte nu ook ergens 20 zijn?
Robert: Nee, mij lijkt van niet. Het lijkt me gewoon onlogisch dat die oppervlakte 20 is, dat kan toch ook gewoon niet?
Ik: Waarom niet?
Robert: Ik weet niet, mijn instinct zegt gewoon dat dat niet kan.
Ik: Jawel, maar heb je daar ook een reden voor?
Robert: Nee. U?
Ik maak de vergelijking. Stel dat ik hem een klap op zijn neus ga geven. Mijn vuist begint op 1 meter afstand, en die afstand wordt 0.
Ik: Denk je dat er nu een moment is waarop mijn hand precies 20 cm van jouw neus is?
Robert: Ja, natuurlijk.
Ik: Waarom?
Robert: Van 0 naar een meter, hij moet hem gewoon passeren, hij kan hem niet overslaan. Ooh!

idee van contituïteit intuïtief duidelijk
IJkpunt 4.6

Op het bord schrijft Rina:
b+h=s
b*h=p stelsel vergelijkingen.
Oplossen op twee manieren:

1. Isoleren en substitueren
b = s - h
dan invullen in b*h = p
mbv TI-89
dan controleren in som 3
2. eerlijk verdelen
b = h = 1/2 s
b = 1/2 s + “een beetje”
h = 1/2 s - “een beetje”
invullen in b*h=p
mbv TI-89
dan controleren in som 3

Rina benadrukt het invullen, maar laat de laatste solve-stap buiten beschouwing. Wel aandacht voor het controleren door parameter een waarde te geven (Pa-pla). Mooie formulering met “een beetje” als parameter

Dan gaat ze hiermee in het algemeen het som-product probleem oplossen. Ze schrijft in plaats van “een beetje” in de tweede manier de letter a en schetst de aanpak. Het komt op dit moment niet uit de leerlingen, waarschijnlijk is het daar nog wat vroeg voor.
Dan komt Cindy dit (onvoorbereid) op de OHP laten zien.

solve(b+h=s | b=s - h, b)

Dat levert de reactie ‘true’ van de machine.

In-iso- strat, In-iso- opl, In-opl ISO, In-S-ISO-S: substitueren in dezelfde vergelijking als geïsoleerd is én foute variabele

Robert: Ze heeft de p niet gebruikt, ze heeft de tweede vergelijking niet gebruikt.

Ze verandert het in:

Pa-pla-: parameter vervangen door waarde

solve(b+h = 20 | b = s - h, h)

en dan solve(b+h = p | b = s - h, h)

Pa-gen+

en ten slotte solve(b+h=s | b = p/h, h)

Rina benadrukt weer het invullen van waarde voor parameter (Pa-pla)

Rina: Op zich is het goed gedaan, maar er staat zo’n rare formule, hoe weet je nu dat het goed is? Wat je nu moet doen is die twee getallen invullen van som 3, voor s vul je 10 in en voor p 20 en dan kun je zien of het een beetje klopt.

Robert: Waarom gedeeld door h?

Fo-inz+, In-S-ISO-I: uit het hoofd isoleren, goede uitleg, In-p&p

Cindy: We hebben de formule gevonden van b keer h is p, en dan als je b wilt isoleren dan moet je p door h delen.

Rina: Zij heeft dus uit haar hoofd b geïsoleerd.
Als je nu die getallen invult, dan kun je een beetje normalere antwoorden krijgen, want dit ziet er natuurlijk heel ingewikkeld uit met al die letters, maar dit is heel algemeen.

Lesnummer 13

Datum: 9-3-00, lesuur 4
Observator: Onno

N.B. (Alleen) Mattias heeft van deze les een geluidsopname gemaakt.

Nadat Rina de klas tot rust heeft gebracht en heeft gezegd dat we nu verder gaan met wiskunde, vestigt ze de aandacht nog even op de kokosmat uit opgave 3.6 (o.a. omdat deze vandaag weer terugkomt in opgave 5.2). Rina zegt dat het duidelijker zou zijn geweest als in de figuur de onderste streep zou zijn weggelaten (dus als de lijn in de linker onderhoek zou zijn gestopt). Dan tel je er aan beide kanten 19 bij. Ze laat dit de leerlingen natellen; sommige leerlingen bevestigen 19; ik vang ook op 8 (kennelijk alleen zwarte lijnen geteld, Onno), 18, 21. Het gaat er in ieder geval om dat er in de breedte en in de lengte even veel bijkomt.

IJkpunt opgave 4.7. Vervolgens bespreekt Rina opgave 4.7 na op het bord; dan kunnen de leerlingen kijken of ze het hebben begrepen. In b.h=p vervangt ze b door 1/2s+a en h door 1/2s-a.

Pa-gen+ De formule voor h wordt vanuit de klas gegeven. Ze zegt dat de vermenigvuldiging kan worden uitgevoerd met een keertabel of met de machine, en doet 'm vervolgens op het bord voor met de keertabel. (Op haar vraag of ze sneller was dan de rekenmachine zegt een aantal leerlingen: nee!). Als Rina het antwoord fout overschrijft als $1/2s^2$-a^2=p wordt dit door een leerling opgemerkt. Rina demonstreert ook het plaatje met de rechthoek boven opgave 4.7, waarin de breedte en de hoogte veranderen. Ik hoor een leerling (foutief) opmerken dat de oppervlakte hetzelfde blijft. Rina zegt dat wat er bij de ene kant bijkomt, er bij de andere kant af gaat. Ze laat ook zien dat de oppervlakte maximaal is voor het vierkant, omdat $1/4s^2$-a^2 het grootst is voor a=0.
Rina: Dan haal je er het minst van af.

Bij opgave 4.8a geeft een leerling een antwoord, maar kan het niet uitleggen; hierop licht Rina dit nog kort toe door op het bord een vierkant met omtrek 40, dus met lengte 10, te tekenen.

Rina laat door een paar leerlingen de inleiding van par. 5 hardop voorlezen, waarbij ze tussendoor een aantal dingen benadrukt. Op haar vraag wie het in gewoon Nederlands kan zeggen, geeft David een antwoord (heb ik niet verstaan, Onno), door Rina samengevat:
Rina: Je gebruikt gewoon letters in plaats van cijfers.

De leerlingen moeten verder werken aan par. 5; maandag moeten ze op een apart blaadje inleveren opg. 5.4 t/m 5.7, wat meetelt voor de eindbeoordeling; ze hoeven het niet allemaal te kunnen, maar moeten het wel zo goed mogelijk proberen.

Opgave 5.1 Carolien (en Tess) hebben bij opgave 5.1, behalve de (goede) vergelijking a+v=62, ook de (foute) vergelijking v-4a=13 staan.

Ik vraag Carolien wat dan meer is, de leeftijd van vader of van 4*Anna, wat ze goed beantwoordt; na herlezen van de opgave verbetert ze de vergelijking in 4a-v=13.

Methode van 'eerlijk verdelen' niet aan de nieuwe situatie aangepast; begrip dat de vergelijkingen anders zijn dan eerder

Vervolgens proberen ze de vergelijkingen op te lossen met eerlijk verdelen, maar lopen vast doordat ze de methode niet aanpassen aan deze nieuwe situatie (met bijv. a=31-q, v=31+q, Onno), maar redeneren volgens het som-verschil-probleem: "helft van 13 bij de ene optellen, helft van 13 van de andere afhalen". Ze zien zelf dat het zo niet werkt. Op mijn vraag wat het verschil is met vroeger, antwoordt Carolien dat de tweede vergelijking nu niet iets met a-v is.

In-opl+ syn, In-opl ISO, In-sub+ syn, In-S-ISO-N: iso met begrip en met machinevaardigheid toegepast door Carolien, in geneste vorm gelukt

Als Carolien vervolgens het stelsel gaat oplossen met isoleren en substitutie lost ze, misschien enigszins verrassend, v op uit de tweede vergelijking: solve(4a-v=13, v).

In-iso- strat

Tess (die het misschien niet helemaal heeft kunnen volgen) stelt dan voor om de oplossing voor v te substitueren in de tweede vergelijking, maar Carolien weet wat ze doet en zegt dat v in de eerste vergelijking moet worden ingevuld.

In-iso+ syn

Ze combineert hierbij bovendien het substitueren en het oplossen in één opdracht: solve(a+v=62|v=4a-13,a).

Op mijn vraag of ze de methode van eerlijk verdelen nog aan deze situatie kunnen aanpassen blijven ze het antwoord schuldig.

Opgave 5.1

Quen heeft in haar schrift bij opgave 5.1a de goede vergelijkingen staan: v=4a-13 en a+v=62, en ook nog een uitdrukking 13:4=3,25; als ik haar daar naar vraag, weet ze niet meer wat ze er mee wilde en zegt ze het ook niet meer te hebben gebruikt.

In-sub+ syn, In-opl ISO, In-S-ISO-N: geneste vorm gelukt, In-iso+ syn

Opgave 5.1b lost ze goed op met solve(a+b=62|b=4a-13,a), a=15, en vervolgens 4*a=vader-13, 4*15=60-13, 60-13=47. De laatste stappen zonder rekenmachine ("zou ik ook doen", zeg ik haar). Op mijn vraag waarom ze bij 5.1b in plaats van de letter v een b heeft gebruikt, zegt ze dat ze dat "wiskundig mooier" vindt!

(Opmerking achteraf: bij nader inzien zijn de stappen 'zonder rekenmachine' ofwel door Quen niet zo geweldig opgeschreven, ofwel door mij niet goed uit haar schrift overgenomen, Onno.)

IJkpunt opgave 5.4: Pa-gen+: hoewel oorspronkelijke opgave niet lukte, generaliseren ze wel naar het algemene geval met p en s

John en Robert hebben opgaven 5.4ab goed in hun schrift staan. Nabespreking van de les met Mattias leert dat John en Robert deze vragen (a en b) samen met hem hebben gemaakt, omdat zij er zelf niet uitkwamen.

Bij opgave 5.4c hebben zij vervolgens in het schrift staan:

$a^2+o^2=p^2$

o+a=s

o=s-a

overbodige stap

a=s-o

In-sub+ syn, In-opl ISO, In-S-ISO-N: geneste vorm goed, met motivatie, In-iso+ syn

solve($o^2+a^2=p^2$|o=s-a,a)

Hierbij hoor ik John opmerken: je wilt a weten.

Omdat de les voorbij is, laten ze de uitkomst van de laatste opdracht in de machine staan, zodat ze 'm later kunnen opschrijven.

Het lijkt er op dat de generalisatie van getallen naar parameters hun is gelukt, evenals de bijbehorende aanpassing van het gebruiks-schema voor de oplossing met de TI-89.

Lesnummer 13, donderdag 4-de uur

Datum: 09-03-2000
Observator: Mattias (MV)

Hoofdstuk 5 Substitutie
Eerst staat Rina stil bij opgave 2, de cocosmat. Er was onduidelijkheid de vorige keer bij de leerlingen over deze opgave. De twee vergelijkingen die eruit voort komen zijn,
lengte – breedte = 40 en Opp = l * b. Het probleem is dat de leerlingen de figuur onduidelijk vinden, immers voor de lengte en breedte komen er zwarte en witte(!) lijnen voor. Voor eenduidigheid van de figuur moet of de onderste zwarte lijn weg of er moet een zwarte lijn aan de rechterkant worden toegevoegd. Maar dan nog vinden de leerlingen de figuur lastig te begrijpen.

In klassikale bespreking legt Rina verband tussen plaatje en formule , leerlingen geven weinig inhoudelijke respons.

Hoofdstuk 4 Rechthoeken
Rina bespreekt nu de huiswerkopgave 7 en 8. Vervang in de produkt vergelijking (b * h = p) de b door 1/2*s + a en h door 1/2*s – a en los het probleem op. Rina schrijft p het bord:
b.h = p, daaronder (1/2 s + a)(1/2 s – a) = p.

Rina: Dit kun je uitrekenen met de rekenmachine of met de keertabel.

Ze werkt de keertabel uit op het bord en schrijft onder de twee eerdere vergelijkingen het volgende op: 1/4s^2 – a^2 = p

Rina: Dit is het produkt, … de oppervlakte, ….b keer h. Wanneer is deze oppervlakte het grootst? Wanneer is de oppervlakte maximaal?
Cindy: Als s = 0

Pa-abs-: Oplossen in algemene termen gaat moeizaam. Leerlingen zien niet wat a voorstelt?

Daarop tekent Rina het plaatje uit het pakketje (uit het hoofd!?) op het bord om de leerlingen een beeld te geven van de situatie, die bij de vergelijking hoort, nl een vierkant met zijde 1/2 s, aan een zijde wordt een lengte a toegevoegd en bij de ander eenzelfde lengte a afgehaald.

Rina: Wanneer is de oppervlakte van de nieuwe situatie het grootst?
Leerling: Twee keer a erbij. [kijkend naar het plaatje, een uitbreiding van het vierkant naar een groter vierkant met zijden 1/2 s + a en 1/2 s + a, MV]
Rina: Nee, een zijde erbij en een eraf. (…)
Robert: Een vierkant heeft de grootste oppervlakte.
Rina: Wat moet a dan zijn?
Lling 2: De wortel van p [doelend op 14 s^2 – a^2 = p]
Rina: Als a = 0 dan heb je de maximale oppervlakte. Dit kun je zien in 1/4*s^2 – a^2 = p, want dan haal je het minst van 1/4*s^2 af. Of je kijkt naar het vierkantje, als a = 0 dan haal je er niks van af.
Rina: Wie heeft opgave 8 gemaakt?…. alleen Daniel? Daniel, wat komt eruit 8a?
Daniel: Die bij 10 bij 10 omdat dan de omtrek eerlijk verdeeld is.
Rina: Kun je ook uitleggen hoe je daar op gekomen bent?
Daniel: ….niet echt.
Rina: De grootst mogelijke oppervlakte moet een vierkant zijn, in formule heet dat dan 1/4*s^2 en die moet maximaal zijn. Deze heeft een omtrek van 40 en het moet een vierkantje zijn, dus iedere zijde is 10. [Inmiddels tekende Rina een vierkantje op het bord.]

Lezen bladzijde 9 over substitutie. Quen en David lezen voor tot de tweede alinea.

Pa-gen: poging generalisatie te formuleren

Rina: Kan je in eigen woorden vertellen wat hier staat?
David: Als je een formule hebt dan kun je het voor alle dingen gebruiken.
Rina: Wat bedoel je met formule?
David: Dat je letters hebt i.p.v. cijfers.
Rina: Maak 1 t/m 7 en zet 4,5,6,7 op een apart blaadje.

Fo-inz-, Pa-abs-: Opstellen van vergelijkingen gaat erg moeizaam bij opgave 5.4

Robert en John gaan meteen opgave 4 maken en MV doet mee.
Opgave 4: Een rechthoekige driehoek, twee rechthoekszijden zijn samen 31 en de schuine zijde is 25.
Robert: Je weet niet of deze driehoek gelijkbenig is, of deze zijden even lang zijn.
MV: Dan andere informatie winnen uit de figuur. Welke?
R: cosinus en sinussen.
John: Pythagoras
MV: Welke vergelijking krijg je dan?
R: Schuine zijde daar de kwadraat van gedeeld door … eh….
MV: Schrijf anders maar op.
R: 25^2
MV: en dan?
R: iets plus iets is 25 tot de tweede.
MV: Wat is iets?
John: Kwadraat van die en die
MV: Wat zijn die en die?
John: o en a.
R: gewoon twee zijdes.
MV: Ja inderdaad twee zijden, .. we werken nu met wiskunde , algebra en de rekenmachine. Je typt dan in op de rekenmachine: een zijde. Is dat handig? Nee, want je gebruikt veel te veel letters.
John: Dit is altijd met die hoek [de rechte] dat je o en a hebt.
MV: Hoezo o en a?
John: overstaande en aanliggende.
MV: heel goed.
R: o keer a is 26, nee, o + a = 625 [Doet zijn best om in een goed daglicht te komen en probeert de vergelijkingen te vinden]
John: nee o + a = 25, .. nee ook niet [John verbetert Robert, maar komt er zelf ook niet uit, ik ga teruggrijpen op Pythagoras]
MV: Wat is nu de stelling van Pythagoras in deze figuur?
R: Deze in het kwadraat plus deze in het kwadraat is die in het kwadraat.
MV: Schrijf maar op wat je bedoelt. [Ik vond het nogal vaag, maar misschien kon hij het goed opschrijven. Dat lukte niet.]
MV: Je zie deze zijde in het kwadraat. John kortte dat af tot o. Dus als je dat in formulevorm gaat opschrijven wordt dat?
John: o^2 + a^2 = 625 (ze zeiden “ o tot de tweede plus a tot de tweede is 625”)
MV: Goed, dat is de eerste (vergelijking).

Robert begint met het invoeren van de eerste vergelijking. Ik begin hun wat te vertellen over Pythagoras en hoelang de stelling naar zijn naam al bekend is, nl 4000 jaar lang. Dat vonden ze wel erg oud en Pythagoras erg slim. Daarnaast vertelde ik hen over het Babylonische kleitablet, dat de stelling van Pythagoras daarin gebruikt wordt.

In-opl- syn, In-B-Be: verwarring solve - ENTER

Inmiddels heeft Robert o^2 + a^2 = 625 ingevoerd en drukt op enter en hij heeft geen resultaat. John weet niet waar Robert is, hij denkt eerst na terwijl Robert gewoon snel wat doet zonder na te denken. Beiden werken niet samen en gaan hun eigen gang. Robert reageert erg snel en John laat zich een beetje overrompelen.

In-oplo inz, In-S-ISO-I: welke letter?
Fo-rei+

Rob: Solve(o^2 + a^2 = 625, …) moet je komma o of a doen?
MV: Maakt niet uit. (….) Wat is nu de uitkomst?
Rob: o = Wortel(625 – a^2)
MV: o is nu uitgedrukt in a. Heb je nu de oplossing van het probleem?
R en J: Nee, ??? [ze weten niet hoe ze nu verder moeten]
MV: Wat er nu aan de hand is we willen Pythagoras toepassen voor o^2 + a^2 = 625. Oftewel je je hebt twee zijden in het kwadraat maar je weet niet hoe lang ze zijn. Dan weet je niet wat de oplossing is, dus moet er een extra vergelijking komen en die zit ook in het verhaaltje. Wat weet je van de rechthoekzijden in deze driehoek?
Rob: Rechthoekige driehoek en een hoek van 90 graden [Meteen als eerste]
John: Ze zijn samen 31
MV: Welke zijn dat?
John: o + a = 31
MV: Heel goed, voer deze vergelijking ook in en schrijf al deze resultaten op! (…)
Rob: Hee, weer wat moeilijks.

In-iso- sub, In-opl ISO, In-S-ISO-N: niet-geïsoleerde vorm in geneste vorm

MV: Je hebt staan Solve(o^2 + a^2 = 625 | o + a = 31, a) Hoe zit dat met die dikke streep?
John: Dan moet je er eentje apart zetten, dan moet je alleen de o of de a apart zetten.
Rob: Je mag maar één letter in verwerken?
MV: John leg Rob eens uit hoe dat zit.

In-sub+ inz, In-S-ISO-S: mooi uitgelegd

John: Volgens mij als je een streep heb dan mag je maar een letter uitleggen. Dus o =
Rob: Oooh, o = 31 – a.

Opgave 1 met Jerôme en Tobias
Leeftijd van Anna en haar vader is samen 62 jaar. Als Anna haar leeftijd met 4 vermenigvuldigt is de uitkomst 13 meer dan de leeftijd van haar vader. a)Stel een vergelijking op. b) Bereken de leeftijden.
Jerôme: We weten niet een manier om een formule op te stellen.
MV: Anna en haar vader zijn samen 62 jaar. Wat betekent dat?
Jer: Als je Anna en vader optelt komt daar samen 62 uit.
MV: Voor Anna nemen we a en voor haar vader …
Jer: v
MV: Dus wat zeggen we dan?
J en T: a + v = 62
MV: Nu de volgende (..)
Jer: a keer 4 = v + 13
MV: Hee hoe hebben jullie je naam op het scherm gekregen? [J en T leggen uit hoe ze hun naam op het scherm hebben, nl door een Folder aan te maken]
MV: Nu de twee vergelijkingen oplossen.

In-opl+ inz

Jer: Dan moet je Solve hebben (…) met deze [de dikke streep] kan je de twee [vergelijkingen] scheiden.
MV: Dikke streep, waarom?
Jer: Dan geef je de andere vergelijking, a.4 = v + 13 weer.

In-iso- opl, In-iso- sub, In-opl ISO, In-S-ISO-N: niet-geïsoleerde vorm en verkeerde letter in geneste vorm

Ze voeren in Solve(a + v = 62 | a.4 = v + 13, a) en krijgen als uitkomst a = 62 – v

MV: Dat betekent dat we dit niet handig hebben ingevoerd in dit ding. Waarom niet handig?

Jer: We moeten een letter isoleren.

MV: Wat is een letter isoleren?

In-opl+ inz, In-S-ISO-I: isoleren goed uitgelegd

Jer: Een letter apart nemen die je gaat gebruiken om te achterhalen wat die letter vervolgens is. Dat kan ik ook makkelijker omschrijven.

MV: Dit is een hele goede poging! Hoe pas je dit in de opgave toe?

Jer: a = van maken

In-iso- opl, In-sub+ syn, In-opl- ISO, In-S-ISO-N: verkeerde letter in geneste vorm

Jerôme en Tobias hebben moeite met het plaatsen van de haakjes. Ze voeren in Solve(a + v = 62 | a = (v + 13)/ 4, a) en krijgen als uitkomst 1 = 47/ v.

Ik leg hun de gedachtensprong van de rekenmachine uit, dat als je naar de variabele a wilt oplossen dat je in de vergelijking na de dikke streep de andere variabele (v) isoleert en dat deze variabele vervangen wordt door hetgeen achter het = teken staat. Tegelijkertijd illustreer ik dat met de rekenmachine en voer het volgende in op het scherm,

Solve(a + v = 62 | v = 4.a – 13, a)

Jerôme en Tobias waren vergeten hoe het zat met de dikke streep, alhoewel ze dit wel behandeld hadden in het Introductie pakketje van de TI-89. Dit gold ook voor Lara en Casper. Beiden hadden (gedurende mijn uitleg met Tobias en Jerôme) d.m.v. trail en error geprobeerd om de oplossing te krijgen, maar dat lukte niet. Ze snapten niet hoe het mechanisme van substitueren met de symbolische rekenmachine werkte. Dat heb ik hen op soortgelijke wijze als bij Jerôme en Tobias uitgelegd. [Ben benieuwd of dit ook gaat lukken met de huiswerk opgaven 4 t/m 7] Later vertelde Rina dat de leerlingen veel moeite hebben met het onderwerp substitueren en dat dit onderwerp een selectiemiddel is m.b.t. slimme wiskunde leerlingen.

Lesnummer 14-15

Datum: 13-3-00 zevende en achtste uur
Observator: Paul

Aan het begin van de les haalt Rina het in te leveren huiswerk op: opgaven 4 t/m 7 van paragraaf 5.

In-iso+ var iigo, In-S-ISO-I: Casper isoleert beide vergelijkingen

Casper vertelt nog dat hij beide variabelen isoleert en dan pas substitueert. Dat zullen we wel zien op het ingeleverde werk.

Karlijn heeft nog een vraag bij opgave 5.5a. Rina tekent de twee kubussen op het bord.

Rina: De zijde van de ene kubus noem ik a. De andere is dan 20-a. Je kunt ook zeggen die noem ik a en die andere b. Je weet wel dat ze samen 20 zijn Wat is nu formule 1 die je kunt weten?
Justus: a+b = 20.
Rina: De totale inhoud is 2240.
Carly: a^3+b^3 = 2240.
Rina: Wie heeft een idee hoe je het nu kunt oplosssen?

In-iso+ syn, In-sub+ syn, In-opl ISO, In-opl+ syn, In-opl+ inz, In-S-ISO-N: geneste vorm ok
Rina doet ook de stap-voor-stap methode

Mike: Solve(a^3+b^3=2240|a = 20 - b (later, zachtjes: komma b)
Rina: Ja. Je zet de moeilijkste vergelijking voorop, waarvoor geldt... en dan moet je die ene eerst isoleren, dat moet je eigenlijk doen voor je dit doet, tenzij je het uit je hoofd doet. Dus mensen die het moeilijk vinden hebben eerst nog gedaan a+b=20 komma a en dan moet je ook eerst solve doen. Die a is natuurlijk die 20 - b. En daarna vullen we hem in. Is het nu goed zo? (De afsluitende komma b ontbreekt nog, PD)

In-iso+ opl, In-iso- opl, In-opl, In-S-ISO-N: toch weer verwarring over de goede letter in geneste vorm.
John kiest de goede met een onduidelijke maar mogelijk goede reden.

Leerlingen roepen door elkaar komma a en komma b.
Robert: Het moet a zijn omdat er staat a=, b staat niet gegeven voor de =, (Het blijft een onbegrijpelijk verhaal, dat geloof ik toch niet goed is, PD)
John: Ik denk b omdat je a al geïsoleerd hebt.
Leerling: Het kan ook andersom.
Leerling: Als je daar vraagt wat a is, als je er achter zet komma a, dan geeft ie als antwoord a = 20 - b, dus dat heeft helemaal geen zin.

Het probleem hier zou misschien te vermijden zijn door het substitueren en het oplossen in twee stappen uit te splitsen:
a^3+b^3=2240 | a = 20 - b
Dan is b de enige overgebleven letter, dus los je daarnaar op.

In-B-Kn: derdemachts wortel

Arno heeft als voorwaarde a^3 = 2240 - b^3, maar kan de derdemachtswortel niet vinden.

Rina legt aan de hand van dit voorbeeld het onderscheid afhankelijke - onafhankelijke variabele uit. ‘Als ik de a weet, kan ik de b uitrekenen.’ In het voorbeeld van de huiswerktijd weten de leerlingen wel wat onafhankelijk is en wat afhankelijk. De onafhankelijke komt op de horizontale as.

De leerlingen gaan verder met opgaven 4 t/m 6 van paragraaf 6.

Pa-ver: Dynamiek van de parameter moeilijk!

Bij opgave 6.3 heeft Lara moeilijkheden met het voorstellen van de dynamiek. Ze denkt niet in termen van verschuivende lijnen en het kost wat moeite om haar zover te krijgen.
Ik: Wat gebeurt er met de grafieken?

Pa-ver: dit is wel een goed beeld, die vertraging

Lara: Deze loopt wel even snel af, maar daar heb je meer tijd voor nodig, bij die tweede.

(bij 100 - h ten opzichte van 90 - h, PD)

Bij het tekenen van grafieken moeten de leerlingen weer wat wennen aan het functiebestand en het kijvenster en aan trace. Grote moeilijkheden levert dit niet op, al denkt Carly dat de x- en y-coördinaat aan elkaar gelijk moeten zijn in een snijpunt. Misschien verwart ze dit met het feit dat de y-coördinaten gelijk moeten zijn als je verticaal springt tussen de twee grafieken?

In-B-Be: verband grafiek - formule moeilijk

Robert heeft bij opgave 4 problemen met het interpreteren van het netwerk onderaan pagina 11. Hij weet niet of y = s - x de dalende of de stijgende grafieken geeft, en evenmin ziet hij wat er gebeurt als s toeneemt. Hij kan wel uit zijn hoofd x+y=5 omzetten in y=5-x.
Justin weet dat dat een dalende lijn is:

goed idee covariatie

Justin: Als x groter wordt, dan trek je een groter getal af en wordt y kleiner.
Ik: Robert, hoe kun je nu de lijn vinden met vergelijking x-y=3?
Robert: Dan ga ik hem eerst anders schrijven, dat is, dat betekent x is 3 groter dan y, dat kan toch helemaal niet, hij loopt toch.
Ik: Waarom niet?

goed idee covariatie

Robert: Telkens als er bij de x een bij komt, komt er bij de y ook een bij.
Justin: Vandaar dat het verschil steeds 3 is!
Robert's probleem wordt me niet goed duidelijk.Hij heeft ook problemen met de schaalverdeling in het plaatje, mompelt iets over 1/25, maar dat is niet te volgen voor mij. Dan pakt Rina de les klassikaal weer op. Later lijkt Robert toch alles weer op een rij te hebben, al blijft het onbevredigend niet te weten wat hij nu dacht.

verband met y = a.x+b niet helder

Ook Tess ziet niet goed het verband met de bekende y = ax+b en het richtingsgetal en het startgetal. Ze verwart de s-lijnen met de v-lijnen en heeft geen idee van wat het startgetal is en wat het richtingsgetal. Bij het isoleren van y in x-y=v maakt ze gebruik van een getallenvoorbeeld 8-4 = 4, x-v. Ondanks de ongelukkige keuze van de getallen kan ze dus toch isoleren.

Minke gaat het netwerk van opgave 5a op de OHP zien. Ze laat eerst de instellingen zien. Arno heeft op haar machine F2: Zoom Square gedaan om rechte haken tussen de lijnen te krijgen. De lijntjes worden niet strak getekend maar zijn gegolfd.
Rina: Welke formule hoort bij de stijgende lijnen?
Minke: Volgens mij x-v.. (moeilijk verstaanbaar)
Rina: Waar zou je dat aan kunnen zien?

Robert geen goed idee van covariatie bij y = x-v en y = s-x, leerling wel?

Robert: De x wordt groter
Leerling: De y wordt groter.
Rina: Dat is altijd, als je naar rechts gaat wordt de x groter. Waarom wordt de y dan groter? Voor de x staat eigenlijk +1, en dan gaat de lijn omhoog, denk aan y = ax+b.
Analoog voor de dalende lijnen.
Rina: Minke, wat gebeurt er met de grafiek van y = s - x als de som groter wordt?

IJkpunt 6.5, Pa-ver- (2keer): Minke en John beiden fout

Minke: Die gaat steiler.
John: Ze gaan omlaag.
Rina: Neem eens een voorbeeld, laat alleen de grafiek zien van y = -x, dan heb je een som van 0 dan gaat de lijn door de oorsprong, en als je nu de som laat toenemen .... ik denk dat ik toch het bord maar weer neem..
Paul: Voor welke s-waarde heb je nu allemaal die lijn getekend?

Minke: tot 7.

Pa-pla, Pa-ver+: gesuggereerd andere parameterwaarden te kiezen, dat werkt wel

Paul: En wat gebeurt er nu als je hem tekent voor s = 8, aan welke kant komt er dan een lijn bij?
Minke: Rechts.
Ze laat de lijn tekenen.
Rina: Dus de lijn gaat omhoog.
Wil je ook er nog een doen, na de 8 komt de 9.
Hij komt aan de bovenkant erbij.
Rina: Nu de andere lijnen. Als het verschil toeneemt, wat gaat er dan met die lijn gebeuren? Komt die aan de bovenkant of de onderkant?

Pa-ver+

Leerling: Onderkant
Dat blijkt in het plaatje te kloppen.

In-sub+ syn, In-sub+ inz, Fo-sym+, In-S-ISO-S: notatie substitutie:

Arno heeft de verticale streep gebruikt: y1 = s - x | s = {1,2,3,4,5,6,7}
Dat is een mooie notatie die het verband tussen parameter en waarden zichtbaar maakt en aansluit bij die van het substitueren.

IJkpunt 6.6c: moeilijk de strategie / aanpak goed te kiezen. Hangt samen met overzicht van de letters en weten waar je heen wilt

Rina maakt opgave 6c voor op het bord. Tot mijn verbazing zijn sommige leerlingen hier toch al uitgekomen.
Bord: s = 2v
y = s - x
y = x - v

Rina vervangt s door 2v in de tweede regel:
y = 2v - x
y = x - v
Dat moet dus allebei hetzelfde zijn: 2v - x = x - v.
Nu met de weegschaal.
Rina: Waarover moet ik iets weten?

Pa-rol+

Leerling: Over de x.
Rina: Dus ik moet de x aan een kant hebben.
Rina telt x aan beide kanten op: 2x - v weegt even veel als 2v aan de andere kant. Waar zitten de minste v-tjes? Dus v optellen. Dat geeft 2x = 3v en x = 1 1/2 v.
Rina: Wat moet ik nu doen om een lijn te vinden? Want een lijn is volgens mij y = ... x + ...

Pa-rolo

Leerling: v vervangen door y bij wat je daar als uitkomst hebt, x = 1/2...y isoleren.
Rina: Ik zie al twee geisoleerde y-tjes staan.

Pa-pla-

David: Gewoon voor die v 0 invullen en daarna 1 invullen en dan 2 invullen..
Hij wil de grafiek van x als functie van v tekenen, lijkt het.
Rina: Maar die lijn zit in een assenstelsel. Heb jij een v-as en een y-as? Ik heb een x- en een y-as.
Ll: De x vervangen door y.
Ll2: Van die v een x maken.
Ll3: En van die x een y maken.

Pa-rol+

Arno: Ik heb als oplossing y is 1/3 keer x, ik heb het gewoon omgerekend.
Rina: Ja maar hoe?
Arno: Ik deel het gewoon door 3. 1/3 keer x is een half v.
Rina: Ja, je hebt allebei gedeeld door 3.

Pa-rol+

Robert: En 2/3 x is een hele v en dan ben je er.
Rina: Zullen we gewoon deze v hier in stoppen? (in y = x - v, PD)
y / x - 2/3 x = 1/3 x.
Rina vat samen. Ze wil geen v of meer zien, maar een lijn in termen van de onafhankelijke variabele x en de afhankelijke y. Dan werken de leerlingen verder aan de rest van pagina 12.

Arno vraagt waar de golfjes in het netwerk-plaatje van de TI-89 vandaan komen.'Dat had Karlyn op de OHP net ook.' Ik weet het ook niet.

Aan het einde van de les komt Rina terug op het isoleren bij de rechthoekenopgave 6.7. Dat uit $x.y = p$ volgt $y = p/x$ maakt ze duidelijk met het voorbeeld 3 keer 4 is 12 dan is 3 gelijk aan 12 gedeeld door 4.

Lesnummer 15, 8-ste uur

Datum: 13-03-2000
Observator: Mattias (MV)

Mattias komt binnen in het tweede blokuur van klas 3A, er is nog een plaats vrij naast John. De klas is bij paragraaf 6, Netwerk van grafieken.
Ik kom in gesprek met John over opgave 4:

> Twee formules y = s - x en y = x - v voor verschillende waardes van s en v, v=s={0,1,2...7}.
> Vul de lege vlaggetjes in in de grafieken van
> y = s - x en y = x - v.

John ziet wel het vlaggetje 0; ter controle wijst hij mij aan dat de lijn y = x door de Oorsprong gaat. Voor het vlaggetje s = 7 kiest hij 7 uit, hij ziet dat deze lijn de y-as snijdt 7 eenheden boven de Oorsprong.

Pa-pla: is dit snappen van parameterwaarden of tellen? Verband parameterwaarde - grafiek? Hij vult in elk geval in de goede vergelijking in.

John ziet niet de relatie van de parameters s en v en het invullen van s en v in de vlaggetjes. Hij kijkt alleen naar de lijn y = 7 - x en controleert of de punten van die lijn voldoen aan de vergelijking y = 7 - x. Als ik hem uitleg dat hij ook s en v in de vlaggetjes moet invullen, is zijn reactie:
John: Ooh dit is s en dit is v. Ooh dit is een driedimensionale grafiek.

Pa-pla: Hij lijkt x+y=5, x-y=3 niet te zien als speciaal geval van x+y=s, x-y=v. Wordt ook niet gesuggereerd in lesmateriaal.

Hij heeft het onderscheid tussen parameters en variabelen nog niet door.
Het snijpunt van de lijnen x +y = 5 en x - y = 3 vindt hij door punten van de lijnen in te vullen en niet naar de vlaggetjes s = 5 en v = 3 te kijken.

In-S-KIK: functiebestand snel vullen

John vult wel razendsnel bij opgave 5a 2 keer 8 functies in nl, y = 0 - x, y = 1 - x etc y = x - 0, y = x - 1 etc.

IJkpuntopgave 6.5
Pa-ver+: dit ziet hij goed

Wat gebeurt er met de grafiek van y = s - x als s toeneemt?
John: Er komt een lijn bij aan de rechterkant.
Opgave 5c:
Wat gebeurt er met de grafiek van y = x - v als v toeneemt?

Pa-ver-: dit klopt niet. Hij lijkt eerder een schuivend punt te zien dan een schuivende lijn.

John: Er komt een lijn bij aan de linkerkant.
MV: Hoezo?
John: Als v groter wordt dan wordt y kleiner
John kijkt dan alleen naar de formule en ziet opnieuw niet de rol van de parameter. Maar dan kijkt hij nogmaals naar de grafiek en zegt:
John: Hee dat klopt niet, rechtsonder.

IJkpuntopgave 6.6

Rina doet opgave 6 voor op het bord. Ze schrijft drie formules onder elkaar.
Bord: s = 2.v, y = s - x en y = x - v.
Rina: Wat ga je doen om dit op te lossen? S ga je vervangen door 2 keer v. Dus
Bord: y = s - x = 2.v - x
Rina: Dan staat er y = dit (2.v - x) en y = dat (x - v), dan moet volgens mij dit gelijk zijn aan dat, want allebei zijn precies y. 2.v - x = x - v. Met de weegschaal gaan vergelijken. (...) Ik wil weten over de v of de x?

Pa-rol

Leerling: De x!
Rina: Dus x aan een kant (...) oplossen wordt x = 1 1/2 .v
Rina: Wat moet ik doen om uiteindelijk een lijn te vinden? Want een lijn is y = hmhm x + hmhm of zo. Daniel? (...) Nee, dan Martin?
Martin: Je moet dan v vervangen door y.
Rina: Waar? (...) Is me niet duidelijk?

David: x = 1 1/2 v. Voor v nul invullen, daarna v=1, v=2 [geen generalisatie, MV]
John: Van die v een x maken.
Arno: y = 1/3 x, dit heb ik uitgerekend.
Rina: Hoe?
Arno: Je deelt door 3, 1/3 x = 1/2 v.
Robert: 2/3 x = v, dan ben je er.
Rina: Deze v hier in stoppen? Ja, dan staat er y = x - 2/3 x = 1/3 x.
Daarna herhaalt Rina de inhoud van dit verhaal dmv een samenvatting.

Dan ga ik weer verder met John, hij begint aan opgave 6.
John herkent een regelmaat in de lijnen voor s=0, v=0 en s=2, v=1 en s=4, v=2 en s=6, v=3.
John: s twee erbij en v een erbij.

IJkpunt opgave 6.6c
Pa-rol+, Pa-gen+: oplossing via concrete punten, uiteindelijk wel generalisatie. Houdt rollen goed uit elkaar

Opgave 6c: Welke vergelijking heeft die lijn?
John heeft niet zo goed opgelet tijdens de klassikale uitleg; hij kijkt maar de punten in de grafiek, die op een lijn liggen en zegt:
John: 1,5/0,5 = 3, 3/1 = 3, 4,5/1,5=3
MV: Wat heb je nu gevonden?
John: x gedeeld door y is 3.
MV: Hoe schrijven we de formule die hier bij hoort?
John: y = ... (....), dus y = x/3

In-S-DIV: schoonmaken scherm

Voor opgave 6.7 moeten de ingevoerde formules schoongeveegd worden en dit doet hij met het commando F1 - 8 Clear Functions. Bevestigen met Enter en alle functies verdwijnen als sneeuw voor de zon.

Lesnummer 16

Datum: 14-03-2000
Observator: Mattias (MV)

Rina bespreekt opgave 6.7 van paragraaf 6 klassikaal. Ze schrijft op het bord de formule x + y = s en isoleert de y op de volgende regel: y = s – x. (Rina omcirkelt de s).

Rina: Als je voor s een heleboel getallen neemt en je zet er accolades om heen dan gaat ie ze allemaal tekenen. Dus y = {0,1,2,3,4,5} – x , dan kun je alle grafieken tekenen. Nu krijgen we de produktformule x.y = p. Als ik y isoleer krijg ik?

In-p&p, In-S-ISO-I: isoleren lijkt begrepen CODE MAG WEG

Cindy: y = p : x

Rina: Goed, een bundel van grafieken of een familie van grafieken. De grafieken worden een of andere kant op geschoven, dat komt door de keuze van de s en de p. Maak nu opgaven 1 t/m 5 van paragraaf 7. (….) Tip erbij, als je niks ziet op je scherm, kijk dan naar WINDOW en verander de instellingen.

John heeft gedeeltelijk opgelet tijdens de klassikale bespreking, hij ging gewoon zelf verder met opgave 6 en 7. Bij opgave 7 weet hij wel raad met het invoeren van x + y = s.

In-S-KIK: bundel tekenen met accolade-truuc

John: y = s – x (…), y is accolade 0,1,2,3,4,5 accolade min x.

Vanwege de tijd slaan we het invoeren van x * y = p over, we kijken wel naar het plaatje in het pakketje. Opgave 7b luidt: bij een vaste waarde van s is de oppervlakte p maximaal als x en y aan elkaar gelijk zijn. Kun je dat aan het netwerk zien?

John kijkt in de grafiek naar een lijn van x + y = s, die de y-as snijdt. Hij kiest y = 3 en x = 3, hij noemt hierbij niet dat deze punten horen bij de lijn s = 3. Hij ziet ook niet in dat p maximaal is als x en y aan elkaar gelijk zijn. Uiteindelijk leg ik opnieuw vanwege de tijd opgave 7b uit, zodat we door kunnen gaan naar opgave 8.

IJkpunt opgave 6.8

8a: y = s – x. Stel s heeft een vaste waarde. Wat gebeurt er als x groter wordt?

John: Dan komt de grafiek dicht bij de nul.

MV: Hoe bedoel je dat?

Pa-ver+, Pa-rolo: Hij lijkt het begrepen te hebben?

John: Dan wordt de uitkomst gelijk als x groter wordt [Hij bedoelt dat x=s].

MV: Welke uitkomst?

John: de y, de y wordt kleiner.

8b: Wat gebeurt er als de waarde van s verandert?

Pa-ver0

John : Dan wordt de y groter of kleiner.

MV: Je kiest s = 5 dan krijg je y = 5 – x. Dan gaat s veranderen.

John: Dan krijg je bijvoorbeeld y = 6 – x of y = 4 – x.

MV: Wat gebeurt er dan?

John lijkt de x vast te houden; hij compenseert dan de verandering van s met een verandering van y. Hij kijkt niet globaal in termen van grafieken. Geen inzicht in verschuiving gehele lijn bij verandering parameter

John: Dan wordt de y anders geloof ik. (…)

We worden onderbroken voor een klassikale bespreking. John heeft moeite met de rol van parameter s. Hij kijkt lokaal, dwz naar een functie en niet naar een bundel van functies.

Klassikale bespreking over begrippen afhankelijk cq onafhankelijk variabele en parameter.

Rina schrijft 4 kolommen op het bord, boven onafh en afh schreef ze variabele.

Table 1:

Formule	Onafhankelijke	Afhankelijke	Parameter
y = a.x + b			
x + y = s			
x . y = p			
y = ax^2 + bx + c			
x– y = v			

Pa-rol: David snapt hoe het zit met afh / onafh / param

Rina: Wie kan mij het verschil uitleggen tussen parameter en variabele?
Cindy: Parameters zijn de letters a, b, …s.
Rina: Volgens Cindy de letters a en b. David?
David: Volgens mij zijn x en y de parameters en a en b de variabelen.
Rina: Het daagt wel bij jou alleen het is andersom. Wie weet waarom het andersom is? Waar kan je dat aan zien?
David: Omdat x en y veranderen, als x verandert dan verandert y ook. a is gewoon een getal.
Rina: Bijna goed. Je bedoelt even samengevat dat als je voor a een getal neemt dan blijft het getal hetzelfde. Wat gebeurt er met de x en de y?
David: Die veranderen? (…)
Rina: Als je een assenstelsel neemt, waar zitten de variabelen Joranne? (…) Hoe heten die assen? [Rina tekent een assenstelsel]
Joranne: x en y.
Rina: Als je getallen op de x-as neemt wat gebeurt er met dingen op de y-as?
Joranne: Die veranderen ook.
Rina: Als de x verandert, dan verandert de y mee. (…) Wat doet nu zo’n parameter in zo’n formule? (…) Die zorgt ervoor dat er zoveel grafieken komen van dezelfde soort. (..) Dat doen die parameters. (…)
Rina: Kijk dit is een hele serie rechte lijnen, want een rechte lijn is als voorbeeld deze. [Ze tekent een rechte lijn] Dan heb ik voor de a = 2 gekozen en voor de b = 3 [ze stuurt Robert uit de klas] Voor een rechte lijn heb ik een voorbeeld gekozen, nu wil ik al die rechte lijnen hebben. Dan kun je voor a en b andere getallen kiezen en dan blijven het rechte lijnen. Dat komt omdat de formule er zo uitziet met een gewone x, geen kwadraat, en een gewone y. Als ik de hele familie wil teken, een hele bundel, dan moet ik letters gebruiken om al die getallen in een keer te noemen. Dat zijn de parameters (…) De x en de y hebben met het assenstelsel te maken. Als ik de x kies krijg ik een antwoord voor y. Dus de y hangt af van de x.
Rina: Bij y = ax + b. Wat is de afhankelijke cq onafhankelijke variabele en wat zijn de parameters. Wie?

Mike: y is afhankelijk, de x is volgens mij onafhankelijk en de a en b parameters. [Rina schrijft dit op het bord in de kolommen.]

Rina: x + y = s. Wie is afhankelijk, onafhankelijk en parameter?

Pa-rol: John heeft het idee afh / onafh / param nog niet helder

John: s is afhankelijk, x is onafhankelijk en y is parameter. [Inderdaad John heeft het verschil tussen parameter en variabele nog niet eigen gemaakt]

Rina: Goed of fout? (…) Beetje goed en een beetje fout. Wie weet wat niet goed is?

Cindy: y is ook onafhankelijk (…) Maakt niet uit.

Rina: Denk aan het sommetje [paragraaf 6 som 8: y = s – x] als ik deze ga tekenen en ik wil er eentje tekenen, welke letter geef ik een cijfer?

Ll1: de y (fluistert)

Ll2: de y (hardop)

Ll3,4: de x [Rina reageert niet dus gaan de leerlingen een andere letter raden]

Ll5: de p

Ll6: de s

Ll7: de x

Rina: Wacht even, welke letter zit in het assenstelsel als ik ga tekenen? (….) de x en de y! Als ik hen ga intikken krijg ik de y = s – x (…) Welke ging ik al die getallen geven, tussen die accolades, … de s! 0,1,2,3 enz – x. Zo was ik het aan het intikken. Welke geef ik een vast getal?

Klas: de s!

Rina: de parameter is de s [op het bord] de x is degene waar ik iets voor kies op de horizontale as en wat hangt er nou van af?

Ll: de y [Rina schrijft ondertussen de letters s,x,y in de kolom op het bord]

Rina: Dan gaan we nu naar x . y = p. Nu iemand die ik niet vaak hoor, Bert.

Bert: p is parameter, y is afhankelijk en x is onafhankelijk.

Rina: Mee eens iedereen?

Lln: Ja!!!!

Rina: y = ax^2 + bx + c is voor Caroline

Caroline: y is afhankelijke, x onafhankelijke en a,b,c, parameters.

Rina: De laatste is voor Daniel x – y = v

Daniel: v is gevraagde parameter, y is afhankelijk en x is onafhankelijk.

Rina: Goed snappen jullie het een beetje?

De leerlingen beloven dat!

Pa-rol: Leerlingen hebben moeite met de verschillende rollen van de letters. Receptmatig begrip?

De leerlingen hadden veel moeite met de formulevorm x + y = s. Na de uitgebreide uitleg van Rina snappen de leerlingen receptmatig wat het onderscheid is tussen parameters en variabelen, onderverdeeld in onafh en afhankelijk, in de 5 formules. Ze zien het onderscheid in de letters, x en y versus s, p, a, b,c

Opgave 7.3. Pa-gen: Leerlingen zien niet dat 1 punt niet twee parameters kan vastleggen

Paragraaf 7 opgave 3. Een grafiek uit de familie y = a.x + b gaat door het punt (1,3). Onderdeel a) weet je nu hoe groot a en b zijn, dus welk ‘lid het van de familie’ is?

De meeste leerlingen hebben moeite met het begrip lid van de familie, en met het invullen van de coordinaten van een punt in de formule, en ze zien niet in dat door een punt (bijvoorbeeld (1,3)) meerdere lijnen lopen, in andere woorden dat de lijn door (1,3) niet vast ligt. Ik kom aan bij Mike en Martin en zeg dat (1,3) een notatie is om de coordinaten van het punt met x-waarde 1 en y-waarde 3 aan te geven. Dan legt Martin de relatie met de formule:

Martin: 3 = a.1 + b.
MV: Weet je nu hoe groot a en b zijn?

In-oplo inz

Martin Dan kun je SOLVE doen?
MV: o, ja?
Mike: Volgens mij niet.
MV: Kijk eens naar de vergelijking 3 = a + b. Weet je wat a en b zijn?

Al-mis, Fo-inz-
In-S-ISO-I: goed isoleren uit het hoofd

Mike: Ja, dan is a = 3 : b (…) [Oeiii!!!!]
David: a = 3 – b

Eigenlijk doet David het wel goed, hij vindt een uitdrukking voor a. Echter alledrie zien ze niet in dat a pas een waarde krijgt zodra b een waarde heeft gekregen (of vice versa). Ze snappen de vraag niet. Ik vertel hen dat je a + b = 3 niet kunt oplossen, je kunt niet een oplossing vinden, want er zijn vele mogelijkheden voor a en b. Ik haal de volgende opdracht erbij, het punt (3,-1) ligt ook op de lijn.

MV: Welke vergelijking krijgen we dan?
Mike: -1 = 3.a + b.
MV: Wat heb je nu?

In-iso+ syn, In-sub+ syn, In-opl+ syn, In-opl+ inz, In-opl ISO, In-S-ISO-N: goed schema in geneste vorm.

Martin Twee van die dingen en als je eentje zegt SOLVE(a = 3 – b ehh SOLVE(-1 = 3.a + b waarvoor geldt dat a = 3 – b [Hij zet een dikke streep]

Pa-rol: rolwisseling toegepast op parameters

MV: Kun je hem oplossen?
Martin Voer nog komma b in!

Na de les laat Minke aan mij haar oplossing zien van de fontein of tuinsproeier van opgave 5 bij paragraaf 7. Ze heeft y1(x)= x . ({1,2,3,4,5,6,7,8} – x) ingevoerd voor de halve fontein bij opgave 4. Op een of andere manier zag en/of probeerde ze haar formule aan te passen zodat de hele fontein op haar scherm kon laten sproeien! Ze wilde haar halve fontein naar de andere kant [van de y-as] proberen te krijgen en zodoende koos ze voor s = - 1,- 2, - 3, - 4, etc. Toen ze zag dat dat goed was beredeneerde ze terug dat de sproeier aan de andere kant van de y-as moest liggen.

eigenlijk 'trial-and-improve': exploratie met de TI-89

Ze had dus een strategie van trail and error met de rekenmachine, zij paste haar formule aan wat haar logisch leek zonder echte verklaring en keek naar het scherm of haar bevindingen klopte. Dat was zo, dus was ze klaar.

Interessante informatie in schriften van leerlingen zie Cindy paragraaf 6 opgave 8 en Martin paragraaf 7 opgave 3.

Lesnummer 17

Datum: 20-03-2000
Observator: Mattias (MV)

De les wordt vandaag door Jonneke en Paul gegeven vanwege andere bezigheden van Rina. De leerlingen geven aan dat ze het huiswerk (opg. 1 t/m 5 van paragraaf 7) niet af hebben, omdat ze vandaag geen wiskunde zouden hebben. Daar gaan ze nu aan werken. Enkelen hebben geen wiskundespullen bij zich.

In-B-Fu: functies invoeren

Bij opgave 7.4 [p = x.(s – x)] heeft Ralph het volgende ingevoerd: y57(x) = p = x.(t1 – x) = x.(t2 – x) = x.(t3 – x) = …….. = x.(t8 – x). Volgens Ralph moet je bij Y= iets met p = doen, want anders klopt de formule niet voor hem. De letter p is voor hem heilig. Petra draait de y en de p om, dus y = x . p = x .(s – x), zodat ze de formule kunnen invoeren. Dan leg ik het tweetal uit hoe zij y = x . ({1,2,3,..,8} – x) kunnen invoeren. De reactie van Ralph is: “Dat is heeeel iets anders dan wat ik heb!”
Petra’s reactie luidt: **“Eigenlijk moet je super precies zijn met de rekenmachine !”**

7.5
Pa-pla: Bert verandert de s-waarden van positief in negatief
In-sub+ inz: goede redenering met substitutie: vervang x door -x

Arno en Bert leggen hun bevindingen met de fontein uit.

Bert: Ik heb de s min gemaakt, door bij de accolades een min voor de getallen gezet. De x leek mij niet logisch te veranderen, dus heb ik dat bij de s gedaan.

Arno: Ik heb er wel een logische reden voor. Als je x vervangt door –x krijg je min keer min is plus. [p = -x(s- - x) = -x (s + x). Arno doelt op de laatste x] (…) Als je –1 keer –1 is + 1. [Arno beargumenteert zijn betoog met een voorbeeld]

Bert: Nee, als s wel positief is en je doet dat met een min een min getal, dus wordt dat plus. [Ik snap niet wat Bert hiermee bedoelt, maar Arno komt al met het volgende:]

Arno: Als je x min maakt, dan moet je allebei de x-en min maken. [Hij ziet zijn vergissing in.] Dan klopt de formule niet met de formule die je eerst had. [p = -x . (s- -x) = -x . (s + x) = - x^2 – s . x is inderdaad een andere formule dan p = x . (s – x) = - x^2 + s . x] Dus moet je wel de s veranderen. Je wilt de parabolen aan de andere kant van de lijn [y-as] krijgen. Intypen en kijken wat eruit komt.

Dan gaat Paul voor de klas staan en hij bespreekt met de klas de lenzenformule. Voor informatie zie zijn observatie. Na zijn uitleg gaan de leerlingen spontaan applaudiseren!

Lesnummer 17

Datum: maandag 20-3-00 vijfde uur
Observator: Paul

De les wordt vandaag door Jonneke gegeven vanwege andere bezigheden van Rina. De leerlingen geven aan dat ze het huiswerk (opg 1-5 van paragraaf 7) eigenlijk nog niet af hebben, omdat ze dachten vandaag geen wiskunde te hebben. Ze gaan daar nu aan werken. Sommigen hebben hun spullen niet bij zich.

Bij opgave 7.3 heeft Casper ingevoerd:
y3 = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}*x + 2

In-B-Ta: tabel werkt niet bij accolades

Hij laat een tabel maken met het doel om iets van de waarde van a te weten te komen, maar de machine geeft alleen de tabel van de eerste parameterwaarde uit de verzameling, dus voor a = 1.

Casper: Er staat hij gaat door punt (1,3) dus ik verander even de stapgrootte.

Kennelijk hoopt hij dat het punt (1, 3) in zijn tabel voorkomt. Verder valt op dat hij b=2 heeft, terwijl dat bij deze opgave niet meer zo is.

Ik: Die tabel geeft maar een rij voor y3. Eigenlijk zou je acht (foutje: 9, PD) verschillende functies moeten hebben.

Casper: Ik had a als variabele ingevuld, bij x niets ingevuld en b was 2.

Ik: Ja, maar de bedoeling bij som 3 is niet meer dat b 2 is maar dat je niet weet hoe groot b is.

Casper: Dus dan moet ik helemaal niets invullen?

Ik: Hoeveel lijnen gaan er door het punt (1, 3), één of meer?

Pa-gen: het idee dat door een punt een bundel lijnen gaat, dus dat er een parameter in de formule moet zitten, lijkt niet aanwezig.

Casper blijft erg verbaasd kijken. Ik leg hem en Lara het beeld uit van de draaiende lijn door (1, 3).

Lara: Moet je 3a dan beredeneren?

Er zijn meer leerlingen die opgave 3a lastig vinden; het woord ‘families’ ook niet helemaal duidelijk. Op zich is het niet moeilijk maar kennelijk is de vraag onduidelijk of onverwacht.

Later komt Lara terug op 3b.

Lara: Hoe moet je deze nu precies berekenen? Ik heb nu de lijn getekend, ik weet dus nu welke richting die moet, maar ik weet niet precies hoe ik (onverstaanbaar).

Ik: Weet je hoe de vergelijking van een lijn er in het algemeen uitziet?

Lara: y = ax+b

Ik: En nu weet je dat het punt (1, 3) erop ligt en (3, -1). Hoe kun je dat gebruiken in die formule? Wat betekent het bijvoorbeeld dat (1, 3) op die lijn ligt?

Lara: Deze is 1 en deze is 3 (wijst op x resp. y, PD)

Ik: Dus wat krijg je dan?

Lara: 3 = a maal 1 + b.

Ik: Heel goed. En die tweede?

Lara: Dan krijg je -1 = a maal 3 + b, maar hoe moet je dat dan precies in je dinge invullen?

In-S-GEN: situatie niet herkend als s-v-probleem

Ik: Je krijgt dus a+b = 3 en 3a+b = -1. En dat is weer precies zo’n probleem als het som-verschil probleem, en dat kun je met de manieren die je gehad hebt oplossen.

Kennelijk had ze dat verband niet gezien.

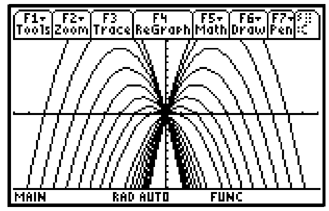
IJkpunt 7.4, In-B-Gr: kijkvenster, wel zelf opgelost

Bert heeft bij opgave 4a moeilijkheden. Hij krijgt geen grafieken in beeld en vraagt zich af of dat komt doordat hij de functies apart heeft ingevoerd en niet met de accolade-truuk. Het zit echter in een verkeerd kijkvenster. Hij ontdekt het zelf door TRACE te gebruiken.

Arno meldt nog dat hij al die opgaven zonder rekenmachine heeft kunnen maken.

Opgave 7.5 en eigenlijk ook al ijkpunt 10.9

Minke is al ver, ze heeft bij opgave 5 een fontein gemaakt met de functies y1 = x*({1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} - x) en
y2 = x*({-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8} - x) (zie ook les 16)



Minke: Ik heb alles al af.
Ik: Kun je nu een kromme bedenken die door al die topjes van die parabooltjes gaat?
Minke: O zo'n lijntje?
Ik kijk naar die functies.
Minke: y2 is eigenlijk hetzelfde alleen met min.

Pa-rol-: Rolwisseling letters is niet duidelijk voor Minke

Minke: Zo'n rechte lijn erdoor dat zou ik echt niet weten.
Ik: Is het wel een rechte lijn?
Minke: Ik denk het wel.
Later heeft Minke er een andere bundel bij getekend, die niets met mijn vraag te maken heeft.
Ik: Is dat een derdemacht?
Minke: Nee, het is hetzelfde maar dan dit helemaal tussen haakjes en dan nog keer x.
Ik: Dan is het toch een derdemacht, want het was kwadratisch en dan keer x dat wordt een derdemacht.

In-B-Fu: syntax accolade

Ralph en Petra werken aan de fontein van opgave 5. Ralph heeft moeilijkheden met de syntax van de accoladetruuk.

Eigenlijk ijkpunt 10.9

Ook Robert en John stel ik de vraag van de kromme door de toppen van de parabolen van vraag 4a.

Pa-rol+: Robert heeft het idee van de rolwisseling wel in de gaten, al noemt hij de parameter variabele.
Pa-rol: Hij snapt dat de plaats van de top afhangt van de parameter

Robert: Dan moet je in ieder geval doen met de variabele, je moet de variabele gebruiken, want daardoor zit de top telkens op een ander punt, en dan gebruik je
Ik: Met de variabele bedoel jij denk ik de s, of niet?
Robert: Ja, de s.
Ik: Dat heet eigenlijk de parameter.
Robert: De parameter gebruik je ....
Later hebben ze een fout in het functiebestand: ze vullen meerder functies in achter y1.
Robert: Geef me een hint!
Ik teken enkele parabolen.
Ik: De parabolen gaan allemaal door dit punt. Wat zijn de coördinaten daarvan?
Robert: (0, 0)
Ik: Nu is dit bijvoorbeeld die x keer 1 min x. Wat zijn de coördinaten van dit punt (het andere snijpunt met de x-as, PD)?
Robert: 1 komma 0
Ik: En van dit punt? (snijpunt van x*(2-x) met x-as)
Robert: 2 komma 0
Ik: En van dit punt? (snijpunt als s=3)
Robert: 3 komma 0.
Ik: Goed. En nu een moeilijke. Dit is bijvoorbeeld (3, 0). Wat is dan de x-coördinaat van dit punt? (wijst op top van die

parabool)
Robert: (of John?) (2, 0)
Ander: de x-coördinaat...2 komma...
Ik: Nee.
John: Geen 3.
Robert: 1 1/2.
Ik: Ja, midden er tussen in.
Robert.: O ja.
Ik: Dus als die a 3 is, zit de top..
Robert: O,

sterk gestuurd / voorgezegd
Pa-gen: Robert generaliseert x-waarde van de top
Pa-rol-: verwarring

Ik: bij de helft van 3.
Robert: Het is gewoon x plus y gedeeld door 2, nee, het is 0 plus x gedeeld door 2.
Ik: Ja jij noemt dat x, maar ik noem dat geen x want die formule was x maal s-x. Als s = 2 heb je deze, dan heeft ie zijn nulpunt bij 2. Wat jij zei is niet de x maar de s.
Robert: Dit is de x, want we hadden toch x=1, x=2, x=3. Dan kun je toch zeggen x gedeeld door 2 is top?
Hij heeft in zekere zin gelijk: de s is gelijk aan de x-coördinaat van het tweede nulpunt.
Ik: Ja maar x moet je je voorstellen als die variabele op deze as (de horizontale), die doorloopt steeds zo’n parabool, maar welke parabool je hebt, dat wordt bepaald door die s.
Robert: Weet ik, maar
Ik: In dit geval is s 2 en deze x-coördinaat (van de top, PD) 1. En in dit geval is s 3 en x 1 1/2.
Robert: Ja maar wat ik bedoel is als je het einde van de parabool neemt op de x-as, dan doe je dat gedeeld door 2.
Ik: Daar heb je gelijk in.
Robert: dan kun je vast wel een grafiek maken waarmee je..
Ik: Als deze is 3, dan zei jij, John, dat de x-coördinaat 1 1/2 is (van de top, PD). Wat is dan de y-coördinaat, hoogte van dit punt?
John: 1 1/2 keer 1 1/2 (kijkt naar x*(s-x) en prevelt wat)
Ik: Hoe zie je dat? Je hebt voor s 3 ingevuld, he?
John: Omdat s 3 is.
Ik: Heel goed. Dit is het geval dat s=3, dus dan krijg je 1 1/2 keer (3 min 1 1/2)
Robert: is 1 1/2 keer 1 1/2
John: dus is y ook 1 1/2
Ik: in het kwadraat
Robert: 2 komma 25.
Ik: Dat is voor deze. En hoe zit het nu voor deze en deze (wijst op andere parabolen)? Kun je die methode algemeen maken?
Daar gaan ze over denken.

Tegen het einde van de les wil ik de situatie van de lenzenformule toelichten. Die blijken de leerlingen al te kennen van natuurkunde, dus dat schiet op.

Op het bord staat de formule $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{v}$ en een leerling kan die ook goed verwoorden.
Ik: Soms wil je zo’n formule anders schrijven. Stel bijvoorbeeld dat je weet f=5 en v=10. Wat doe je dan als je b wilt weten?
Carly: 1/10 - 1/5
Ik: Hoe weet je dat?

Carly: Dat is 1 gedeeld door.
Ik: Maar ik wilde b weten. Wat doe ik dan?
Ll: Dan keer je hem om.
Ik: Wat nu misschien wel handig zou zijn, is als ik gewoon een formule had voor b met aan de rechterkant iets met f en v, zodat ik voor eens en altijd ...
Ll: 1 efde gedeeld door 1 vde...

Al-mis, Fo-inz-

Robert: Gewoon b gedeeld door 1, 10 gedeeld door 1, 5 gedeeld door 1..
Ll: Alles omdraaien.
Ik: Je bedoelt toch niet dit:
Ik laat op het bord zien dat wel 5 = 2 + 3, maar niet 1/5 = 1/2 + 1/3
Ik: Kun je dat machientje erbij gebruiken? Als je deze lenzenformule hebt, kun je dan met dat machientje een formule vinden waar b in zijn eentje links staat?
Casper: Ja, dan ga je isoleren, en dan krijg je ...
Ik: Wat is dat ook al weer, isoleren?

In-opl+ syn, In-opl+ inz, In-S-ISO-I: goed idee van wat je moet doen om te isoleren, ook met andere letters dan gebruikelijk

Casper: Dat is dat je die formule hebt (de lenzenformule, PD) en dan wil je b weten en dan doe je solve en dan tik je die formule in en dan doe je komma b en haakje sluiten.
Casper: en dan komt er uit $b = \frac{f \cdot v}{v - f}$.
Ik: (...) Isoleren doe je op die machine met solve. Nu is f een eigenschap van die lens, en als je een vaste lens hebt dan wordt het verband tussen v en b dus gegeven door deze formule, waarbij die f een bepaald vast getalletje is. Als f 1/10 is, dan moet je dat hier en hier invullen en dan heb je b en v nog in de formule zitten. Daar kun je dan een grafiek van tekenen. Je kunt ook een grafiek tekenen voor f=2/10, f=3/10, voor een andere waarde van f.
Ik meen uit de klas het woord variabele op te vangen.
Ik: Al die letters in deze formule zijn variabelen, maar die f is een soort super-variabele, want die ligt vast door die lens. Zo’n super-variabele heet een parameter en wat die eigenlijk doet is: bij elke andere lens, bij elke andere f-waarde krijg je een hele nieuwe grafiek.
Denk maar even aan al die lijnen, y = a maal x + 2, dan krijg je allemaal lijnen, en als je x verandert bij een vaste a dan zit je op een bepaalde lijn te lopen, met TRACE en dan verandert de y-waarde mee. Maar als de a-waarde verandert, dan verandert er niet een punt, maar dan gaat de hele lijn draaien.
Ll: Maar ging het nu in een keer over ax+2?
Ik: als voorbeeldje. In dit geval is het zo: als die a verandert, dan draait de hele lijn, en dat bedoel ik met een super-variabele of een parameter, die heeft niet invloed op één punt, maar op de hele grafiek.
Nu terug naar de lenzenformule: b hangt op deze manier af van v, en die f is een parameter, een eigenschap van die lens, Rina noemde bij het voorbeeld van het zakgeld een paar lessen geleden ‘hangt af van mijn humeur’. Die f is een getalletje en bij elke f hoort een hele nieuwe grafiek. Dat is het idee van de parameter, en om ermee te werken kun je dat solve-commando van die machine gebruiken.

Lesnummer 18

Datum: 23-3-00, lesuur 4
Observator: Onno

Voor de les noemen Rina en Jonneke een probleem waar zij, evenals ik, bij de voorbereiding van de les tegen aan waren gelopen. Het gaat over het gebruik van de TI-89 bij opgaven 9.2 en 9.3, die oorspronkelijk waren bedoeld om met Derive te doen. Paul had al aangegeven om voor de parameters minder waarden in te vullen.

In-B-Grdomeinbeperking TI-89 bij accolade-truuk

Bij het tekenen van de cirkels blijkt de { … }-truuk, dus $y1(x)=\sqrt{(\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2\}-x^2)}$ of $y1(x)=\sqrt{((\{1, 2, 3, 4\})^2-x^2)}$, slechts voor $-1<x<1$ het stukje van de cirkel te tekenen; dus is het beter elke grafiek apart in te voeren.

In-B-Gr : pixel-beperkingen TI-89 bij grafieken tekenen. Onduidelijk of dit voor leerlingen een barriere was

Ook vertoont de grafiek soms een 'gaatje' waar hij de x-as bereikt.

Rina begint de les met het voorlezen van de resultaten van de ingeleverde huiswerkopdracht (opgaven 5.4 t/m 5.7); alle behaalde cijfers zullen worden gemiddeld tot één testcijfer. Bij het voorlezen van de resultaten maakt ze ook af en toe een begeleidende opmerking, overgenomen van Pauls beoordeling, of soms ook een bemoediging bij een onvoldoende. (Rina kan Roberts naam niet vinden; ik zie nu, na afloop van de les, dat zijn naam onderaan de eerste bladzijde van Pauls beoordeling staat, Onno.)

Rina zegt dat we wat overslaan van het pakketje; we gaan naar par. 9, maar doen het niet met Derive. De grafieken zullen daarom minder mooi zijn. Ze geeft eerst een aantal tips bij de opgaven 9.2, 9.3, 10.9, 10.10 en 10.11, waaraan de leerlingen daarna zullen moeten gaan werken.

Pa-pla / Pa-gen (?): idee van bundel / netwerk duidelijk voor Daniël

Bij opgave 9.2 schrijft Rina de vergelijkingen $x^2+y^2=r^2$ en $x.y=p$ op het bord. Ze vraagt wie nog weet wat een netwerk is, waarop Daniel antwoordt dat het allemaal van die grafieken naast elkaar zijn (een hele familie van grafieken, bevestigt Rina). Voor het tekenen van het netwerk moeten we hebben y=… . Rina geeft aan dat hierbij de TI-89 handig is voor het oplossen van de vergelijkingen. Met solve en , y. Ook bij het tekenen van de grafieken is de rekenmachine handig.

In-opl. In-p&p, In-S-ISO-I: isoleren m.b.v. rekenanalogie Pa-gen: generalisatie van rekenen met getallen naar letterrekenen

Als Rina vraagt hoe je bij de tweede vergelijking y vindt, merkt iemand op 2.3=6, dus 3=6/2, dus y=p/x. Rina zegt dat als je dat niet zelf kunt, dan kun je dat de rekenmachine voor je laten doen. Verder geeft ze aan dat men voor de parameters minder waarden moet nemen, want de rekenmachine doet er lang over om de grafieken te tekenen (bijv. r van 1 tot 4 en p van 1 tot 10 laten lopen).

Ook bij opgave 9.3 minder waarden voor de parameter gebruiken, bijv. a van –5 tot 5.

Tips bij de opgaven uit par. 10: Bij 10.9 weer wat minder waarden invullen. Bij 10.10 noemt Rina dat bij a+b=31 en $a^2+b^2=k^2$ het isoleren en substitueren weer met de rekenmachine kan. Bij 10.11 worden vanuit de klas de goede vergelijkingen genoemd. Rina zegt dat de laatste stukken van 10.10 en 10.11 moeilijk zijn, dus wanhoop niet als je er niet uit komt, maar probeer het wel en schrijf het op; de volgende les wordt het besproken.

Opgave 9.2
In-B-Re: interpretatie uitvoer TI-89 m.b.t. definitiegebied, opgelost

Bij het maken van opgave 9.2a denken Carolien en Karlijn (en Cindy) dat de rekenmachine bij het oplossen van $x^2+y^2=r^2$ vier oplossingen heeft gegeven; bij nauwkeurig lezen hebben ze echter door dat het twee antwoorden zijn, maar dat de machine bovendien heeft aangegeven dat r^2-x^2 groter dan 0 moet zijn: "domein" en "voor de wortel", merken ze op.

In-opl+ syn, In-opl+ inz, Fo-rei+, In-S-KIK en In-S-LIF: isoleren, bundel invoeren en kijkvenster aanpassen
Pa-pla: voor p waarden 1, ..., 4 invullen

Bij het uitwerken van deze opgave zie ik Cindy o.a. opschrijven: solve($x^2+y^2=r^2$, y), antwoord y=-√(r^2-x^2) or y=√(r^2-x^2); solve(x.y=p, y), antwoord y=p/x. Ze typt in het Y=-scherm in y=1/x, … , y=4/x en y=√(1^2-x^2), … , y=√(4^2-x^2). Als de grafieken op het scherm heel klein worden, weet ze dat ze het window moet aanpassen (dit laatste geldt ook voor Karlijn). Dit lijkt dus allemaal goed te lukken.

Bij opgave 9.2b (voor welke punten van de cirkel $x^2+y^2=25$ is het product x.y maximaal) heeft Cindy in haar schrift staan: het moet op een plek zijn waar de grafieken elkaar kruisen, dus de punten waar x en y gelijk zijn, dan raken ze de “p-grafiek”. Als ik hierover even met haar napraat, wordt het mij niet duidelijk wat ze bedoelt / of ze het begrepen heeft.

In-B-Fu: functiebestand vullen

Robert krijgt de grafieken bij opgave 9.2 niet goed ingevoerd. Er blijkt bij hem in het Y=-scherm te staan: y2(x)=y=-√ …. .

Fo-rei+, Fo-inz-, Algebraïsche vraag beantwoord met TI-89 in plaats van met nadenken

Bij opgave 9.2 heeft Ralph grafieken laten tekenen voor y=-√(r^2-x^2). Vervolgens wil hij ook de grafieken laten tekenen voor y=+√ … . Hij vraagt of er dan onder het wortelteken ook een + moet komen i.p.v. de -, dus y=√(r^2+x^2). Als ik hem vraag hoe hij de formules voor y had gevonden, gaat hij via het HOME-scherm terugzoeken wat de goede formule is.

In-B-Kn: haakjes

Bij opgave 9.3a ziet de bundel grafieken er bij Cindy anders uit dan bij Karlijn (bij Cindy lijkt de bundel ‘scheef’ te staan). De oorzaak blijkt te zijn dat Cindy in het Y=-scherm bij het invullen van negatieve waarden voor a in a^2, vergeten is om haakjes te zetten om het negatieve getal.

Rina merkt op dat voor het krijgen van mooiere cirkels je op de x-as meer getallen kunt zetten dan op de y-as, dus bijvoorbeeld de x van –15 tot 15, en de y van –10 to 10, laten lopen.

In-B-Al: invoegen versus tussenvoegen, opgelost

Tussendoor heeft Carly een vraag waarom er bij het aanbrengen van veranderingen in het Y=-scherm over eerdere letters wordt heengetypt. Rina zegt dat dat wel in de dikke handleiding zal staan. Enige tijd later blijkt Carly in deze (engelse) handleiding de oplossing te hebben gevonden: met (2^{nd}) INS wordt er ingevoegd!
Ralph vraagt of er een mogelijkheid is om, als je iets per ongeluk hebt gewist, dit weer te herstellen; ik weet het niet; volgens Ralph bestaat die mogelijkheid op de TI-83 van zijn broer wel.

pixel-beperkingen bij asymptoten. Onduidelijk of leerlingen hier bijvoorbeeld bij de lenzenformule last van hadden (In-B-Gr)

Rina laat mij een grafiek zien (bij welke opgave? een som met de lenzenformule?) waar op de plaats van de asymptoot de grafiek met een hoge sprong doorloopt. Een technische onvolkomenheid, nemen we aan.

Aan het eind van de les merkt Rina op dat het vandaag natuurlijk best wel langzaam ging, maar dat de meesten 9.2 en 9.3 redelijk af hebben. De rest is huiswerk, maar de b-vragen zijn moeilijk. Wel de gevonden functies bewaren in je machine. Margdag in de eerste les wordt het nabesproken, en krijg je nog wat dingen te doen (nl. de onderzoeksopdracht, Onno). Dinsdag is de eindtest, en moeten schrift e.d. worden ingeleverd.

Lesnummer 19

Datum: 27-03-2000
Observator: Mattias (MV)

Rina wil deze les opgaven 9.2b, 9.3b, 10.9, 10.10 en 10.11 met de klas nabespreken. Op het bord komt bij opgave 9.2b te staan: **x^2 + y^2 = r^2** [de 2 zet Rina in de macht en niet met een dakje ^] met daaronder **x . y = p**

Rina: Die ene isoleren en dan substitueren in die andere. Tobias welke heb jij geisoleerd?

Fo-rei+, In-S-ISO-I: isoleren OK, uit het hoofd,

Tobias: y, wordt p gedeeld door x.

Rina: Nu ga je [y=p/x] substitueren in de andere (..) Opgave 2b, voor welke punten van de cirkel met vergelijking x^2 + y^2 = 25 geldt dat het produkt x . y maximaal is? Wie weet nog wanneer de oppervlakte maximaal is?

Ll: als een vierkant

Rina: Wanneer is x. y een vierkant?

Robert Als het een wortel is.

Ll: Als ze hetzelfde zijn.

Rina: y = x of x = y. Dat is de lijn, … die onder een hoek van 45 graden loopt, dat hebben we al eens eerder gedaan. Bij die lijn is de oppervlakte maximaal, is y is gelijk aan de x.

Rina schrijft het volgende (onder elkaar) op het bord.

y = x,
x^2 + x^2 = 25,
2x^2 = 25,
x^2 = 12 ½ ,
x = wortel (12 ½) is ongeveer ….

Rina: Tussen welke twee hele getallen ligt wortel 12 ½?

Lln: 3 en 4.

Rina: Som 3 (9.3) hebben een heleboel al op hun rekenmachine gezien de vorige keer. Er kwam een parabool door de Oorsprong met top nul nul uit. [**Bord T(0,0)]**

Ll: Wat is een top?

Ll2: Top is dat puntje.

Rina: Top is altijd het minimum of het maximum, het hoogste of het laagste getal. [Op het bord tekent ze een dal- en een bergparabool en ze zet een punt bij de top en zegt:] Bij zo'n parabool is dit de top. Ze liepen allemaal door (0,0) (…) In ieder geval vind ik het te moeilijk om te zeggen welke [parabool door (0,0)] het is. Dus wat mij betreft is het voldoende om te zeggen y = ax^2. Ik vind dat je het niet kan zien aan de rekenmachine of het y = ½ x^2 is of y = 2x^2 of y = 1/3 x^2.
[Rina tekent **y = ax^2** op het bord en zegt dat dit een parabool door de oorsprong is.] Ik kon het niet zien wat a is, jullie wel? (….) Niemand? Gelukkig maar.

IJkpunt 10.9

Rina: paragraaf 10 som 9. Er zijn twee vergelijkingen. (..) Er ging heel wat mis.

Lln: Ja

Rina: [Bord schrijft Rina **p = x . (s – x)**] De snijpunten met de x-as moet je uitrekenen, want als je het snijpunt van een parabool weet (…) twee snijpunten met de x-as neem je het midden van dan heb je de symmetrie-as en dan kun je de top vinden. Als je dat van allemaal doet dan vind je een lijn [correctie Rina geen lijn maar een kromme!, MV] waar al die toppen op zitten.

Lln: (….)

Rina: Dit is ook een parabool straks (…) o even kijken. [Rina raakt even de draad kwijt, ik ook]

Robert: Hoe teken je de lijn door de toppen?

Rina: Ik heb hier een verzameling parabolen. Ik wil weten van die verzameling waar de toppen van de parabolen liggen, op welke lijn [oei!]. Dan kijk ik bij een parabool waar de top zit. Bijvoorbeeld s = 2. Ik kan ook het volgende doen. (..)

Ik weet het principe (…) Als ik een parabool heb dan heb ik bij het midden een symmetrie-as en de top. [Rina tekent daarbij op het bord **een dalparabool door een horizontale lijn die, zij de x-as noemt. De dalparabool maakt twee snijpunten met de x-as en tekent ze de bijbehorende symmetrie-as.** Rina beeldt op het bord uit hoe je de symmetrie-as en de x-coordinaat van de top kunt krijgen uit twee snijpunten van een parabool met de x-as]

Dit kunnen we algemeen oplossen [Rina werkt dat als volgt uit op het bord:

p = x . (s – x)

0 = x . (s – x)

x = 0 of s – x = 0

x = s

[Nu koppelt Rina de twee snijpunten met de x-as (x = 0 en x = s) aan het voorgaande. **Ze tekent een dalparabool met snijpunten (0,0) en (s,0) en geeft voor de symmetrie-as : x = 1/2 s**]

Rina: dus bij 0 en s snijdt de parabool de x-as, y = 0. Waar zit de top? Bij het midden, en dat is 1/2 s. Als ik voor x = 1/2 s invul dan kan ik y vinden. “y is een half s maal (s min half s).” [Bord: **y = 1/2 s (s – 1/2 s)**]

Lln: Kreun, steun, o, neeee!

Rina: Als ik het zeg is het beroerd, maar zoals ik het opschrijf is het te volgen.

De leerlingen kunnen niet helemaal inkomen met deze redenatie van Rina.

Rina: Nu ga ik kijken,… voor x = 1/2 s ga ik kijken waar ik dat kan invullen (…) Ik begin opnieuw, er zit een aantal mensen wazig voor zich uit te kijken.

Rina valt terug op een concreet getallenvoorbeeld (Pa-pla)

Rina: We zoeken de top van zo’n parabool en we willen ze weten van alle parabolen. Wij kijken eerst naar een. Welke zullen we nemen?

John: 36,0123 [Dit getal ziet hij via een foute berekening op zijn scherm staan]

Rina: **y = x . (36 – x)** Waar is de top? Eerst snijpunten met de x-as, dan neem ik het midden, de symmetrie-as, die x invullen kan ik de top uitrekenen.

Ll: Hoe kom ik aan de snijpunten?

Rina: Dan moet je zeggen dat dit nul is. [Op bord **y = x . (36 – x) = 0 dan is x = 0, x = 36**

T(18,…)

Pa-pla- Nu weer terug naar de parameter (Pa-gen)

Ll: Hoe kun je daar nu een formule van maken?

Rina: Dat ga ik nu doen. I.p.v. 36 laat ik s staan, dan heb ik voor alle parabolen in een keer de toppen gevonden. Ik ga hetzelfde doen als net. Snijpunten met x-as weten, een stukje moet nul zijn en het andere stukje moet ook nul zijn. Dat is de nul of de s, in het midden zit een halve s, die vul je in.

1/2 s keer 1/2 s dus [Ook op het bord]
y = 1/2 s . 1/2 s. We weten **x = 1/2 s** dus **y = x . x** (…)

Sommige leerlingen vatten het nog niet. Rina vraagt Cindy om feedback

Cindy: We hebben net 1/2 s = x dus 1/2 s . 1/2 s = x . x (…)

David: Onder elkaar staat x = s en daarna x = 1/2 s. Dat snap ik niet.

Rina: Ik moet bij x = 0 en x = s bijzetten: **snijpunten met de x-as dus (0,0) en (s,0)** Nieuwe regel : **Symmetrie-as is x = 1/2 s.**

Pa-rol+ David: Dat is dus de as die over de top loopt!

Rina: Dit is de as waar de top op ligt, dat betekent dat ik die x = 1/2 s moet invullen in de vergelijking en dat heb ik hier gedaan. (…) En dan kun je zien dat dat 1/2 s keer 1/2 s is. Maar als ik een lijn [oei!] heb dan heb ik liever , eh of een parabool [Rina herstelt haar vergissing, MV] dan heb ik liever y = …x, daarom vul ik weer i.p.v. 1/2 s, x in. Dus y = x^2. Dit is de parabool waar de toppen op liggen.

Leerlingen hebben hier nog steeds moeite mee! Ze waren er niet zelf op gekomen en hadden tijdens de uitleg goed hun best gedaan om het te volgen. (…) [Rina stuurt nu John de gang op]

Opgave 10.10 Rina staat bij opgave 10.10 stil bij wortel (2k^2 – 961).

Rina: Wanneer bestaat de wortel niet? [Ze schrijft en praat tegelijk]
Als **2k^2 – 961 < 0**
2k^2 < 961
k^2 < 961/2
k is ongeveer 21,9.

Rina tekent een reele rechte met twee getallen, + en – 21,9. Dan vult Rina getallen in om naar de tekens te kijken.

Pa-rol-: verwarrend De leerlingen hebben veel moeite met dit verhaal, ze denken dat k > 0 of ze denken dat k = wortel (961) = 31 of de vraag voor welke k bestaat de wortel niet. Deze vraagstelling is nieuw voor ze, ze begrijpen het daarom niet.

Opgave 10.11 bespreekt Rina niet, te lastig voor de leerlingen en ze ziet dat de leerlingen moe zijn.

Lesnummer 20

Datum: maandag 27-3-00 achtste uur (tweede blokuur)
Observator: Paul

De leerlingen zijn bezig met de onderzoeksopdracht van de waaier van lijnen. De moeilijkheden zijn vergelijkbaar met die in de andere klas (zie verslag les 21 klas 3B).

Opgeve 11.1

Cindy: (leest voor) ‘Waarvan hangt het aantal snijpunten tussen de lijn en de kromme af.’ Bedoelen ze dit met de kromme?
Leerlingen: Hangt van de waaier af. Van hoe ver die doorloopt. Van de lijn.

Robert is op zoek naar de regel waarnaar bij het derde puntje wordt gevraagd. Hij ziet dat er lijnen zijn met 0, 1 of 2 snijpunten (???).
Ik: Weet je welke formule er hoort bij een lijn door de oorsprong?

Pa-gen+: Robert introduceert een parameter

Robert: Gewoon een lineaire formule, bijvoorbeeld y = a keer x.
Ik: Ja. Afhankelijk van de waarde van a loopt die lijn steil of niet steil. Kun jij nu een a-waarde geven waarvoor die lijn geen twee snijpunten heeft?

Pa-pla+: waarde -20 voor a invullen

Robert: Ja, a is .. bijvoorbeeld a = -20.
Ik: Ik denk dat je gelijk hebt, maar hoe weet je dat?
Robert: Omdat ie dan heel erg steil gaat lopen.
Ik: Ja, maar als die weer al te steil loopt dan krijgt ie hier boven weer een snijpunt.
Robert: Ja, maar ja ..
Ik: En ergens zit er een overgang van twee naar 0 snijpunten...

Pa-ver+: formulering suggereert het beeld van de draaiende lijn

Robert: O en dat is de vraag, op welk punt dat is. Dan zou je dus moeten kijken welk punt die lijn het snelste raakt. Maar hoe kan je dat uitrekenen?
Ik: Daar moet jij over nadenken.
Een tijdje later kom ik weer eens kijken.
Robert: Ik begin een beetje vooruitgang te maken.
Ik: Ja?

In-opl+ syn, In-opl+ inz, Pa-gen+: Robert formuleert een algemene vergelijking waar een parameter in voorkomt
In-S-VER: oplossen van vergelijking waarin parameter voorkomt

Robert: Het lukt alleen nog niet helemaal. Ik probeer deze vergelijking..., ik probeer te kijken hoe groot de x van dit punt is.
Hij bedoelt het raakpunt, en heeft ingevoerd solve(y1(x)=a*x,x). Dat gaat de goede kant op.

Lara heeft een vraag bij het derde punt.
Ik: Als het richtingsgetal 1 1/2 is, weet jij dan hoeveel snijpunten die heeft?
Lara: Nee.
Casper: Wel als je hem tekent.
Dat doen we en het zijn er twee.
Ik: Richtingsgetal min1, hoeveel snijpunten zijn er dan?
Lara: Ik denk ook 2.
Ik: Ja. Richtingsgetal 1/2?
Lara: Twee
Ik: Ja jij zegt gewoon altijd 2. Wat moet ik nu zeggen zodat jij geen twee zegt.
Lara: Een heel hoog getal.
Ik: 10000.
Lara: Ja dat zou mij 1 lijken, 0 of 1, ja hij loopt er hier al doorheen (vlak bij de oorsprong, PD), ja 1. (Dat is overigens niet waar, het probleem van de ‘winnende formules’, PD)
Ik: Kan ik nog een ander soort getal zeggen zodat jij 1 zegt?
Lara: 10001

Casper: 0
Ik: Richtingsgetal 0, dan heb je deze (wijs x-as aan, PD)
Casper: Da's fout, ik bedoel die andere 0 (de y-as, PD), hoe moet je dat zeggen?
Lara: De y-as.
I: Hoe ziet die lijn er dan uit, Casper?
Casper: Dan is het niet echt meer een lijn..
Ik: Hoeveel snijpunten zijn er dan?
Casper: 1
Ik: En zo? (verder gedraaid zodat er geen snijpunten meer zijn)
Casper: 0
Ik: Aha, dus er zijn dus ook richtingen waar die 0 is. En zo?
Lara: Dan schampt ie hem
Ik: Zou je de vergelijking van een lijn kunnen vinden die aan de onderkant schampt aan de parabool? Denk daar maar eens even over na.

Later heeft Lara door proberen een redelijk schampende lijn laten tekenen, maar ze heeft nog geen oplossing met vergelijkingen.

Weer een duo dat bij de vraag naar de waarden van a heeft ingevuld van -3 tot 3, dus kennelijk gekeken heeft naar het bereik van het getekende stuk van de parabool? Of naar de y-coördinaten van de snijpunten?

Probleem van de 'winnende formules': haalt een parabool een lijn altijd in?

Petra heeft een formulering met iets als 'evenwijdig aan de parabool'.
Ik: Wat bedoel je met 'evenwijdig doorloopt'?
Buurvrouw: Als die oneindig doorloopt, dan blijft er altijd wel een stukje over, dus dan wordt de lijn kleiner,
Petra: ze kruisen elkaar nooit.
Buurvrouw: Hij (Mattias) wist niet of het wel ooit bij elkaar komt
Petra: Wij dachten dat het altijd zo een open plek blijft en als je dan een lijn doet die daar doorheen loopt dan kruist die hem hier één keer. Wij dachten dan moet die lijn evenwijdig lopen aan...(jammer genoeg onverstaanbaar)

Ze lijken te denken dat de parabool door de oorsprong loopt en willen dan dus een verticale lijn tekenen die de parabool alleen in de oorsprong snijdt.Ik teken de echte situatie.

Petra: Maar dan raakt ie hem hier (ze wijst dacht ik een snijpunt aan), als je hier zo een lijn hebt, deze raakt ie een keer en deze nooit (vlak bij de oorsprong een snijpunt, later niet meer, PD)
Ik: Maar een parabool gaat steeds steiler lopen en een lijn blijft een vaste steilheid houden, dus hoe steil je die lijn ook neemt, hierboven haalt die parabool die lijn altijd weer in.
Petra: Maar hij kan toch gewoon heel steil erlangs?
Ik: Nee.
Petra: Waarom niet?
Ik: Omdat de parabool hem altijd inhaalt. Stel we nemen de lijn met richting 1 miljoen. Die andere is y=4x^2 en nog wat dingetjes. Als ik nu voor x bijvoorbeeld 1 miljoen neem, dan krijg ik hier (in de lijn) 1 miljoen keer 1 miljoen, en in die andere 1 miljoen keer 1 miljoen keer 4, dus dan is de parabool echt groter dan de lijn, ook al loopt de lijn heel steil.
Petra: Maar ik kan toch ook een lijn tekenen die door dat gat gaat? (Ze bedoelt de verticale lijn door de top van de para-

bool)

Ik: Nee dus. Ja, zo verticaal door de top van de parabool, die wel.

Petra: Maar die gaat niet door de oorsprong.

Ik: Nee.

Dan teken ik een rakende lijn en vraag ze hoe ze de vergelijking van de lijn kunnen vinden.

Een leerling denkt een ‘mondelinge regel’ te hebben:

Ll: Als een lijn minder steil, nee steiler gaat als de parabool raakt ie hem niet, of een keer, en als hier de lijn minder steil gaat en aan de positieve kant van de y-as begint ....

Dan loopt het een beetje vast.

Pa-geno, In-S-VER: gelukt In-B-Re / In-B-Be: interpretatie wortelformule in het antwoord

Een leerling kan wel de betreffende vergelijking [die met parameters?] met de TI-89 oplossen maar weet niet wat hij met de wortels in het antwoord aan moet.

Tot slot bespreek ik de kern van de opdracht klassikaal na.

Ik schets eerst de situatie en de vraag.

Ik: De vraag is dus eigenlijk: wanneer heb je dat omslagpunt, voor welke r-waarde heb je maar één snijpunt?
Dat betekent dat je naar snijpunten gaat zoeken, dus dat die ene gelijk is aan die andere.

Vergelijking op het bord.

Ik: Dat is eigenlijk de vergelijking waarbij die r, dat richtingsgetal een parameter is want die r bepaalt in feite de stand van die lijn. Als je nou dit wilt weten dan moet je dat oplossen en dat kun je dat met de hand doen maar veel makkelijker met het machientje.

Arno corrigeert een schrijffout in de vergelijking op het bord.

Ik: Als je dit nu oplost, krijg je twee oplossingen, x = .. en x = ..

Robert leest de formules voor.

Ik: Laten we even aannemen of dit klopt. Als je wilt dat er maar één x is, hier staat hetzelfde, a+8 gedeeld door 8 en hier ook, (minnetje vergeten).
Waar het op neer komt is dat hier en hier hetzelfde getal staat.

Ik wijs erop dat de wortel dan 0 moet zijn, en dat onder de wortel dus 0 moet staan. Dat geeft twee oplossingen voor a en ik teken tot slot de twee rakende lijnen in de parabool op het bord.

Ik: Overigens heeft Robert de letter a gebruikt in plaats van de r, maar welke naam je zo’n parameter geeft mag je zelf kiezen dus dat maakt niet uit.

Ik wijs er nog op dat die parabool oneindig ver doorloopt en geef met kleuren op het bord aan in welke gebieden je hoeveel snijpunten hebt.

concept van raken kennelijk moeilijk

Arno heeft problemen met het idee van raken.

Arno: Dat kan niet want als je daar (= de exacte waarde van r bij raken?) gewoon een kommagetal maakt, met 0,0 oneindig of zo, oneindig veel nullen en dan 1, dan blijft ie altijd twee snijpunten houden.

Ik: Waarom?

Arno: Nou omdat je gewoon altijd door een aantal nullen bij kan blijven zetten, altijd zal ie toch, het lijkt er misschien wel op in de grafiek maar als je blijft inzoomen blijven het toch altijd twee snijpunten.

	Ik:	Ja maar je moet onderscheid maken tussen de grafiek op het scherm van de rekenmachine en de grafiek zoals je die in je hoofd kunt voorstellen. In theorie is het zo dat die parabool die loopt krom en dan heb je echt dat die lijn er zo net tegenaan, één puntje met die parabool...
Dat gaat in de richting van een definitie van raken	Arno:	Dan gaat ie op de lijn en hij gaat niet er doorheen.
	Ik:	Precies.
	Arno:	Maar als je dan heel ver weer inzoomt, dan gaat ie er wel doorheen.
	Ik:	Je zou het misschien beter een raakpunt kunnen noemen dan een snijpunt. En als je inzoomt op de rekenmachine, die rekenmachine die tekent niet echt goed, die tekent met puntjes.
	Robert:	Er zijn toch nog wel meer punten waar die maar één snijpunt heeft?
	Ik:	Zoals?
	Robert:	Als je iets meer naar rechts gaat.

Ik ‘zoom in’ op het bord op het raakpunt.

Ik:	Als je die nu iets naar echts draait die lijn, dan worden het er twee.

Na de les legt Robert uit dat hij, net als Petra, doelde op de verticale lijn door de top van de parabool.

Lesnummer 20, deel 2 blokuur

Datum: 27-03-2000
Observator: Mattias (MV)

Na de pauze ging de klas aan de slag met de onderzoeksopdracht: een waaier van lijnen.
Rina ging na of de leerlingen wisten wat ze moesten doen en opschrijven in hun schrift. De leerlingen konden toen in groepjes aan de opdrachten werken. Ik koos ervoor om het groepje Cindy, Caroline en Wendeline te volgen, en liet daarom de recorder op hun bankje staan. Wendeline (WL) was de centrale figuur in de groep, zij las de vragen voor en wilde de informatie goed opschrijven. Vanuit wiskundig oogpunt is zij zwakker dan de andere twee, die relatief vrij goed zijn.

WL: **Tussen welke waarden kan het aantal snijpunten varieren?**
Pa-ver+: dynamiek goed in beeld
Cindy: (…) Met potlood met de waaier meedraaien, vinden we het aantal snijpunten. (…) In het begin twee, (…) maar later ligt het potlood buiten de parabool. (….) en snijdt [het potlood] niet meer. Snijpunten varieren van 0 tot 2. [Of 1 mee doet is niet duidelijk,MV]
Dan gaan ze na wat ze eerst fout hadden gedaan.
Caro: We dachten dat we een waarde voor y moesten vinden.

WL: **Waarvan hangt het aantal snijpunten tussen lijn en kromme af?** (..) Kromme is? Kromme is ditte?
Caro: ja, de parabool.
WL: Snijpunten tussen lijn?
Caro: Hangt van de waaier af.
Cindy: Dit zijn allemaal lijnen.
WL: Hoeveel snijpunten tussen lijn en kromme?
waaier begrensd / eindig?
Cindy: Je hebt de waaier en je kijkt hoever die doorloopt. (…)
Caro: Hoever de waaier doorloopt (…) Hoeveel lijnen de waaier heeft.
Caroline en Cindy zien in het plaatje bij de onderzoeksopdracht wat er gebeurt. Ze verklaren dat in verbale taal, ze kunnen dit niet omzetten in formuletaal. Ze gebruiken de rekenmachine nog niet.
Caro: (..) Hoever de waaier doorloopt, op een gegeven moment raakt ie [lijnen van de waaier] de parabool niet meer. (..) Uiteindelijk raakt ie aan het begin de parabool, het bovenste gedeelte.
[Bedoelen ze hiermee het wiskundige begrip raken? Hebben ze door wat dat betekent? In ieder geval zien ze ‘n situatie van raken, MV.]

WL: **Bepaal een regel die aangeeft hoe je uit de vergelijking van de lijn het snijpunt met de kromme kunt afleiden?**
Caro: Is er een vergelijking van een lijn?
WL: Deze (..) y = … y = 4x^2 – 8x + 1 is de parabool.
Cindy: Dit is de kromme, de lijn is …. Toch wel anders.
WL: De lijnen dus.
Cindy: De lijnen moeten meer zijn dan 3.
[Wil Cindy hier drie verschillende situaties, overeenkomstig het aantal snijpunten? MV]
WL: Dat heeft met het domein te maken.
Caro: Maar wat is nu de vergelijking van een lijn? (..)
WL: Vraag is wat is de lijn? En waarvan is die vergelijking daardoor (…)?

Het groepje loopt vast, Cindy gaat naar een andere groepje toe om de vergelijking van de lijn (door de oorsprong) te bemachtigen.

Pa-geno: 'iets' als 'woordparameter'

Cindy: Je weet formule van een lijn, y is iets plus x [y = iets + x]
WL: [WL praat er doorheen] Voor de lijn van dit?
Cindy: Iets keer x.
WL: Ja, .. zeg nog eens.

Pa-gen+: letter als parameter ingevoerd

Cindy: Voor deze lijn heb je formule y = a . x, voor a kun je van alles invullen en x is (…)?

Pa-rol+, Pa-ver+: parameter kan variëren

WL: Ik schrijf dat op, y = a.x en a kan variëren
Caro: We moeten nu naar vergelijking lijn kijken, dus a moet zoveel groter dan x zijn. (…) als x = 1 dan moet a …?

In-S-VER: Ze maken niet de overgang van snijpunt -> vergelijking.

Groepje heeft nu de vergelijking van een lijn, maar ze weten niet wat ze ermee kunnen doen. Ze komen niet zelf op het idee om de twee vergelijkingen (y = a.x en y = 4x^2 – 8x + 1) te combineren, en met de rekenmachine uit te rekenen. Ze vragen mij (MV) om hulp en dan leg ik hun dat uit. Achteraf zeiden ze dat ze niet zelf op het idee zouden zijn gekomen. Dan neemt Paul het gesprek over, hij begint aan een klassikale bespreking.

Paul schets eerst de situatie op het bord; de parabool en twee rakende lijnen aan de parabool die door de oorsprong gaan. Dan schrijft Paul op het bord en vertelt het verband tussen de grafische voorstelling en de formuletaal:

y = 4x^2 – 8x + 1
y = r . x
Solve(4x^2 – 8x + 1 = r . x, x)

Robert zegt hardop, ik heb a op de plaats van de r. Paul verandert de r in een a in de solve-regel en in de volgende expressies, die op het bord komen.

Pa-gen+

x = - ({wortel(a^2 + 16a + 48) – 8} / 8)
x ={wortel(a^2 + 16a + 48) – 8} / 8

[Paul gaf aan: deze twee zijn hetzelfde als]

wortel(a^2 + 16a + 48) = 0
Solve(a^2 + 16a + 48 = 0, a)

Paul: Waar het op neer komt dat …dat hier hetzelfde getal komt te staan. Hier met + wortel en daar met – wortel. Wil je het schampgetal hebben (de gele lijn) dan moeten de twee x-en hetzelfde zijn. Dus moet alles onder de wortel 0 zijn. Overigens heeft Robert de letter a gebruikt, maar welke naam je de parameter geeft mag je zelf kiezen. Wanneer is de wortel 0, als dat ding onder de wortel 0 is. Ook daar heb je het machientje voor. Solve(a^2 + 16a + 48 = 0,a). Dit geeft twee a oplossingen. De ene a hoort bij de gele lijn en de andere a hoort bij de andere lijn, namelijk de andere schamper.

Paul voert in op de rekenmachine Solve(a^2 + 16a + 48 = 0,a) enter, en dan lopen de gemoederen op in de klas. Bijna iedereen begint hardop te praten en te zeggen wat er gaat gebeuren, men is bezig de uitkomst te interpreteren! Onverstoorbaar tekent Paul met enkele kleuren in de grafiek, om de oplossingsstrategie grafisch te ondersteunen.

Paul: Conclusie: (…) [Het wordt weer stil.]
Paul: Als je in het blauwe gebied zit, dan heb je 0 snijpunten. In het groene gebied heb je 2 snijpunten en bij de gele lijnen heb je 1 snijpunt.

Leerlingen interview met Petra, Arno Remy, Mike, Cindy en Minke.

In het gesprek met de leerlingen wilden we informatie inwinnen over hun ervaringen en of zij wiskundig iets geleerd hebben van het werken met de rekenmachine. Het groepje heeft schriftelijk antwoord gegeven op 3 vragen (vond je het leuk, wat heb je wiskundig geleerd en heb je nog vragen aan ons). De uitkomsten daarvan staan op papier en zijn ingeleverd. Nadat een ieder individueel erover heeft nagedacht, hebben we een **groepsgesprek** gevoerd.

Als eerste spraken we door over het raken van een lijn met een parabool, net besproken door Paul n.a.v. de onderzoeksopdracht, een waaier van lijnen. De leerlingen kwamen op het onderscheid tussen grafische voorstelling op het scherm en een denkbeeldig, theoretisch plaatje van de situatie. Arno dacht dat het wiskundige begrip raken niet bestond, hij wilde zijn grafische scherm steeds verder inzoomen, om zo aan te tonen dat de lijn door de oorsprong de parabool wel twee keer moest snijden, vanwege de dikte van de lijn en parabool. Toen hij dat probeerde met zijn rekenmachine kon hij niet ver genoeg inzoomen. Echter hij was dan nog niet overtuigd dat er maar een snijpunt was. Petra vulde hem aan dat als zij denkbeeldig een voorstelling van het snijden van de lijn met parabool maakte dat zij wel kon aannemen dat er een, weliswaar hele kleine, aanraking is. Ik gaf aan dat deze discussie op het grensvlak ligt tussen wat in praktijk(/werkelijkheid) mogelijk is met de rekenmachine en in de theorie. Dat het belangrijk is welke afspraken gemaakt worden (bijvoorbeeld de manier waarop je raken definieert), van daaruit ga je verder met redeneren.

Arno heeft met name geleerd dat je formules makkelijk kan op schrijven; “Een formule die heel ingewikkeld is, heel simpel kan opschrijven.” Volgens hem helpt de rekenmachine er aan mee, dat je uit het hoofd sneller stappen kunt maken om een formule op te stellen. Hij illustreerde dat met een opgave uit de voortoets over het opstellen van vergelijkingen in een rechthoekige driehoek, die hij toen niet kon maken en nu wel. Petra zei: “dat als je een formule hebt, en als je dat dan ziet op de rekenmachine [grafische voorstelling] dat je dan een veel beter beeld hebt. Normaal moet je zelf een plaatje bedenken, en dan zegt Rina wel eens wat, maar dan zie ik dat echt niet zo snel. Nu met de rekenmachine wel.”

Het groepje vond wel dat Rina (de docente) eventueel meer met het overheadscherm had mogen werken, om hun oplossingen met die van Rina te vergelijken. Anderzijds zou dat volgens hen wel meer tijd kosten. Het was voor Rina ook allemaal nieuw. Minke vond het jammer dat ze niet alles van het pakketje hadden behandeld, dat had ze graag wel willen doen.

Ondanks het gegeven dat de leerlingen zoveel moeite hadden met de onderzoeksopdracht, waaier van lijnen, hadden ze het idee dat ze iets spectaculairs hadden geleerd! Het zag er moeilijk uit en daardoor vonden ze het interessant. Voorts vonden ze sommige verhaaltjes [contexten om de wiskunde te introduceren] in het pakketje “onduidelijk”. Ze wilde gewoon met vergelijkingen rekenen met x en y erin. Uit verhaaltjes een vergelijking opstellen vonden ze eigenlijk niet bij de wiskunde (zoals ze die gewend zijn) thuis horen. [Het horizontaal mathematiseren vonden ze maar niks, waarschijnlijk ook omdat ze daar moeite mee hebben. Ze zijn dat niet zo gewend. Daarnaast schiet mij te binnen, dat ze veel moeite hadden om hun uitkomsten in taal te verwoorden, MV]

Tenslotte stellen zij nog enkele(niet relevante) vragen (voor verslaglegging) terug en bedank ik hen voor hun reacties.
Gesprek gevoerd maart 2000, Mattias Visser.

Lesverslagen WKG klas V3b

Lesnummer 1

Datum: 7-2-00
Observator: Paul

Van de 26 leerlingen zijn er maar 21 aanwezig. De OHP is stuk, dus we kunnen geen schermen projecteren.
De leenformulieren en de machines worden uitgedeeld. Enkele leerlingen protesteren: En wat als-ie gestolen wordt? Of als ik hem laat vallen? Quinten zegt dat hij de leenovereenkomst niet wil ondertekenen, maar doet dat toch als ik zeg dat hij dan elke les van mij een machine te leen krijgt, maar dat hij hem dan niet mee naar huis kan nemen.

Rina en Jonneke hebben bedacht dat ze de leerlingen het pakket na de les weer laten inleveren om te voorkomen dat leerlingen het in een avond doorwerken. Ook dat geeft wat commentaar, vooral van Eva en Angélique.

Jonneke legt uit dat de toetsen drie betekenissen hebben, afhankelijk van de kleur van de toets die ervoor wordt ingetypt. Verder bespreekt ze het aan en uit zetten, het intypen van je naam en het schoonmaken van het scherm. Leerlingen kunnen de Y, T en Z niet vinden, omdat die niet met ALPHA hoeven maar gewoon in wit op de toetsen staan. Ook de spatie geeft problemen.
Quinten roept iets over history, dat hij onder F1 heeft zien staan.
Angélique:Waarom zit er geen Internet op?
Leerling: Waar zitten de spelletjes?

Dan zegt Jonneke dat ze nu zelf met pagina 2 door moeten gaan. Als ze daarmee klaar zijn, moeten ze hetzelfde met andere getallen nog een keer doen.

Sommige leerlingen drukken per ongeluk op CUSTOM en krijgen een ander menu.

Leerling: Ik heb 9^9999 ingevoerd en er komt oneindig uit. Dat vind ik een beetje raar. Komt ie daar niet?
Ik: Nee.
Leerling: Daar heb ik geen last van, het is geen handig getal.

In-B-Kn: derdemachtswortel; wat zot waar?

Een leerling mist de breukentoets van de CASIO bij het invoeren van de derdemachtswortel. Hij moet nu doen ^(1/3).
Leerling: Het probleem is dat ze zo veel in die machine hebben gestopt dat je niet weet waar je het kunt vinden.

In-B-Be: verschil numeriek - exact. Numeriek = antwoord?

Merel en Ruth snappen in eerste instantie niet goed wat de groene = doet. Als ze merken dat die decimale getallen geeft, zegt
Merel: He, het antwoord.
Ik: 3/2 was eigenlijk ook al een antwoord, vind je niet?
Merel: Ja, OK, maar als je geen breuk wilt hebben.
Ik: En jij wilt geen breuk hebben?
Merel: Nee, ik houd niet van breuken.

Bij opgave 22 heeft Aisha verschillende uitkomsten.
Ik: Hoe komt dat?
Aisha: Hij zet steeds de haakjes anders, dus hij maakt die som steeds anders. Hier rekent-ie eerst 1+2 uit, soms eerst 2/3 en soms 3x4.

Later:

Ik: Hoe vind je het gaan met die machine?

Aisha: Ik vind het wel een beetje raar dat wij aan dit experiment meedoen, als er uiteindelijk toch niks mee mag, als we deze machine later toch niet mogen gebruiken. Dan kunnen we het net zo goed niet doen.

Lesnummer 2, dinsdag 7-de uur

Datum: 10-02-2000
Observator: Mattias (MV)

Hoofdstuk 1.3 Rekenen met ANS
Opgave 14) worteltrekken

In-B-Al: invoervolgorde

Angélique:152399025, dan wortelteken haakje (en dan ENTER ◊ geeft ERROR?
MV: Lees stap voor stap wat er staat, eerst het worteltrekken met 2nd x en daarna met de cursor het getal ophalen.
Angélique voert het nu de procedure uit en ze krijgt nu wel een uitkomst.

In-B-Kn: machten invoeren

Angélique:derde macht van 12345, hoe moet dat?
MV: Wat was ook al weer een tweede macht, zie opgave 13,… dus derde macht van 12345 is?
Angélique:Door deze te doen? [Ze toetst nu 2-nd ^ (dakje omhoog)]
MV: Nee niet met 2nd
Angélique:Ooo, met ^

Hoofdstuk 2.2 Winnende functies
Opgave 13: y1 = 1000 + 300x en y2 = 2000 + 283x, tussen x = 50 en x = 60 haalt y1 y2 in.
Verander de instelling van de tabel zodat je nauwkeuriger ziet waar het omslagpunt ligt.

In-B-Re: foutmelding interpreteren

Eva: TABLE is out of functie
MV: Kunnen we naar Y= ?[MV biedt een oplossingsstrategie aan om uit de TABEL- scherm te komen]
MV: Wat wil je gedaan krijgen?
Eva: Verander instelling van de tabel??!
MV: Waarom?
Eva: Op zoek naar het omslagpunt
Eva is nu klaar voor de vraag, ze kan de opdracht gaan uitvoeren, maar ze weet niet hoe ze de instelling moet veranderen. Dan is de tijd al om en heb ik slechts deze resultaten met Eva en Angélique.

NB. Eva en Angélique hadden beide een behoorlijke desinteresse in de les. Ze hebben een aardig grote mond en bepalen wat er in de groep gebeurd. Door ze wat extra aandacht te geven heb ik ze iets meer bij het pakketje betrokken. Dat vonden ze (voor het moment) wel prettig.
Als je uiteindelijk teruggaat wat die twee meiden dan eigenlijk gedaan hebben met een intensieve begeleiding dan is dat niet veel.
Verder had Eva een vraag waar het onderzoek voor dient. Ik heb toen klassikaal antwoord gegeven op die vraag en een appel gedaan op de leerlingen dat ze het pakketje zo goed mogelijk moeten uitvoeren.
Het duurde voorts aardig lang voordat de les begon, enkele leerlingen hadden geen apparaten en/of boekjes bij zich en het plattegrond klopte niet. Ik ben toen apparaten, leenformulieren en boekjes gaan halen.

Lesnummer 3

Datum: 10-2-00
Observator: Onno

De docente (Jonneke) laat Eduard met de OHP tonen wat hij thuis heeft ontdekt: een 3D-grafiek. (Opmerking. Tijdens de les zijn meer leerlingen bezig met 3D-grafieken: geïnspireerd door Eduards voorbeeld?)

In-B-Fu: functie invoeren voorwaarde voor tabel

Bij Dean laat een tabel geen functiewaarden zien. De oorzaak blijkt te zijn dat de functies niet zijn ingevoerd in het Y=-scherm.

Eva zegt bij opgave 3.8 dat haar plaatje niet juist is. Zij heeft twee parabolen op haar scherm. Ik ben er van uitgegaan dat haar probleem is veroorzaakt doordat ze de parabool van opgave 3.2 niet heeft gewist. Dit leidt er toe dat we gaan kijken hoe je de oude parabool via Y= en F4 kunt 'wegvinken'. Achteraf, bij het afluisteren van de audio-opname, krijg ik de indruk dat Eva's vragen door meer zijdelingse problemen waren opgeroepen (nl. dat in het plaatje van het lesmateriaal o.a. een x en een y bij de assen staan, die op haar scherm ontbraken), waarop ik dan niet adequaat heb gereageerd.

In-B-Na: navigatie
In-B-Al: instellingen

Angélique zit in het z-scherm en wil terug naar het y-scherm. Als ik laat zien dat, onder MODE, Graph op 3D staat, neemt Eduard het over en stelt Angélique's machine goed in. (Eduards ervaring met het 3D-scherm was reeds bekend, zie begin van dit lesverslag!)

In-B-Ta: tabelinstellingen

Angélique weet TblSet niet goed te gebruiken. Hierop stelt haar achterbuurman haar machine goed in. Hij vertelt erbij wat hij doet. Ik vraag of zij het heeft begrepen, waarop ze bevestigend antwoordt (maar nog wel enige twijfel bij mij achterlaat of dat inderdaad zo is!).

In-B-Fu: functies niet actief

Siddhi, die vorige keer afwezig was, werkt zelf hoofdstuk 2 door. Ze krijgt van een tweetal functies geen tabel. De oorzaak blijkt te zijn dat onder Y= de functies niet zijn 'aangevinkt'.

Lesnummer 4

Datum: 11-2-00
Observator: Onno

Jonneke begint deze les klassikaal, met de OHP. Ze haalt o.a. het bepalen van een snijpunt m.b.v. de tabel (uit de vorige les) op. Hierbij wijst ze er op dat onder aan het scherm de waarde van een element uit de tabel met meer decimalen wordt afgedrukt. De leerlingen moeten verder werken bij opgaven 3.1 en 3.2. Ze mogen ook zelf combinaties van functies bedenken.

In-B-Gr: kijkvenster instellen

Urok loopt er tegen aan dat ze bij opgave 3.1 geen grafiek op het scherm krijgt. De oorzaak blijkt te zijn dat het window niet goed is ingesteld. Omdat dit pas bij opgave 3.13 aan de orde komt, help ik haar bij het juist instellen.

In-S-VER: schema voor grafisch benaderen van snijpunt

Theo vindt bij opgave 3.15 het snijpunt van de beide lijnen door er met Trace naar toe te lopen, en te constateren dat in het snijpunt de x- en y-waarden niet veranderen bij het springen van de ene grafiek naar de andere. Overigens kan ik dit laatste achteraf niet op mijn TI-89 reproduceren.

In-S-VER: goede schema's voor het vinden van snijpunten via grafiek of tabel

Theo maakt opgaven 3.16, 3.17, maar voor twee zelf gekozen functies (lijnen: y1(x)=22,654-x en y2(x)=x-34,598). Eén van de lijnen verschijnt niet op het scherm. Hij lost dit op via uitzoomen (dus niet door over een nieuwe window-instelling na te denken). Vervolgens bepaalt hij het snijpunt met Trace; door steeds verder inzoomen bepaalt hij dit snijpunt steeds nauwkeuriger (overigens kan ik ook dit achteraf niet reproduceren). Op mijn suggestie bepaalt hij het snijpunt ook nog eens op een andere manier, nl. met de methode van hoofdstuk 2, via een tabel. Dit gaat prima, ook het steeds verder verkleinen van de stapgrootte. Het lijkt erop dat hij zich een goed schema heeft eigen gemaakt voor de uitvoering van de stof van hoofdstuk 2 en 3 op de TI-89.

Ik merk nog op dat Urok, die inmiddels bij opgave 4.6 is (de eerste opgave over ontbinden), dit direct goed uitvoert, afgezien van het in eerste instantie vergeten van het afsluitende haakje.

Lesnummer 4

Datum: 11-2-00
Observator: Paul

Ik geef Quinten een handleiding, waar hij meteen in gaat zoeken. Hij schrijft er wat over op:
“Ik had eerst bij de index opgezocht waar 3D-grafieken stonden. Daarna heb ik gewoon de stappen gevolgd.”
“Program editing: Gewoon maar eerst bij de index opgezocht en een beetje gelezen en geprobeerd.”

In-B-Be: numeriek - exact. Exact is geen uitkomst

Eduard komt binnen en zegt: mijn machine doet het niet. Hij typt in 100/6 en de machine antwoordt 50/3.
Ik: Da’s toch mooi? Hij vereenvoudigt meteen.
Eduard: Maar ik wil de uitkomst!
Ik: Dan moet je de groene enter gebruiken.

Met Claire en Merel neem ik hun werk van de voortoets door.

Jonneke bespreekt met de OHP opgaven 2.13 en 2.14. Noemt het idee van het inklemmen en wijst op het verschil tussen de afgeronde waarden in de tabel en de nauwkeuriger getallen onder in beeld:

ongelukkig gebruik van het woord ‘exact’

Jonneke: Op het moment dat je je cursor daarop zet, zie je dat de exacte waarde onder in beeld komt. Dus wat je in de tabel niet kunt zien, kun je wel zien als je de cursor erop zet.
Ze voert ook y3 in.

In-B-Na: navigeren tussen toepassingen

Aisha: Hoe kom je uit Window?
Ik: Waar wil je heen?
Aisha: Gewoon weer naar grafieken.
Ik: Wil je naar grafieken dan doe je Graph, wil je een tabel dan doe je Table, wil je rekenen dan doe je Home, dus je doet gewoon wat je wilt.
Later vraag ik Aisha wat ze nu van het experiment vindt, want maandag had ze zich er kritisch over uitgelaten. “Nee, ik vind het nu wel weer leuk.’
Aan het einde van de les wil Aisha ook weten hoe je de 3D-grafiek maakt die op het scherm van de machine op de voorkant van het pakketje staat. Ik vertel haar wel hoe je 3D-grafieken maak, maar zeg dat ik niet precies weet welke formule daar gebruikt is.

In-B-Gr: kijkvenster

Dean wil weer terug naar ‘de normale grafiek’, zeg maar het standaard kijkvenster.

Shirley heeft haar achterstand met de machine thuis geheel ingelopen. Later vraagt ze aan ze hoe je een hyperbool kunt tekenen: wat is ook weer de functie van een hyperbool?
Ik: Als je bijvoorbeeld 1/x doet.

Fo-inz+
In-B-Gr: kijkvenster

Shirley: Of 2x + en dan iets gedeeld door x.
Later is het niet gelukt: ze heeft wel een geschikte formule, maar een verkeerd kijkvenster zodat de grafiek buiten beeld valt.

Jan vindt het allemaal maar onzin, die machine.
Jan: De grootste onzin die ik ooit gezien heb.
Jonneke: Volgend jaar moet je hier ook mee werken.
Leerling: Maar die is anders.
Jonneke: Maar wat je tot nu toe doet, doet die andere precies hetzelfde.
Later praat ik nog even met Jan:

Ik: Jij ziet het niet zo zitten, die rekenmachine?
Jan: Nee, omdat ik het zo'n onzin vind, zo'n rekenmachine. Allemaal zo hypermodern en zo, maar het slaat nergens op, die rekensommen lukten eerst toch ook al, zonder dat rekenmachientje?
Ik: Zeker. Maar dat geldt voor meer dingen. 20 jaar geleden was er geen tv en toen waren de mensen ook gelukkig.
Ruth: Waarom is dit dan allemaal nodig?
Ik: Nodig is natuurlijk betrekkelijk. De gedachte is eigenlijk twee dingen, van een kant dat de wereld zich zo ontwikkelt en van de andere kant dat je er ook wat aan kunt hebben, dat het kan helpen om je een beeld te vormen van de wiskundige situatie. Of dat zo is, weet ik niet, maar het is wel leuk als je het probeert. Ik krijg nu het gevoel dat je het nog niet echt geprobeerd hebt.

Ramon zit in de modus voor differentiaalvergelijkingen en probeert daar iets in te vullen, wat natuurlijk niet werkt. Hij heeft hetzelfde ook al in polar en 3D geprobeerd. Bovendien had hij in het functievoorschrift ook een y gezet.

Jonneke schrijft extra opgaven op het bord voor wie klaar is met pagina 3.2, die een beetje het karakter van een eigen productie draagt:

Maak zelf drie combinaties van 2 vergelijkingen en doe daarmee hetzelfde.

Jonneke: Zorg dat je het snijpunt in beeld krijgt door de instellingen te veranderen. Schrijf je instellingen op.

Aan het einde van de les laat Ruth nog wat grafieken zien op de OHP. Ze heeft een heleboel lijnen getekend, waardoor het niet duidelijk meer is welk snijpunt ze wil vinden.

Bij opgave 3.15 en 3.16 komt het snijpunt eerst niet goed in beeld.

Leerling: Misschien is er wel geen snijpunt.
Jonneke: Hoe kan het dat het scherm er anders uitziet?
Leerling: Hij heeft uitgezoomd.
Leerling: Een andere stapgrootte.

In-S-VER: efficiënte snijpuntsbenadering in grafiek

Quinten komt naar voren en laat met Math Intersection (of met F5:Value? het ging erg snel) het snijpunt bepalen. Dat gaat duidelijk over de hoofden van de leerlingen heen.
Als conclusie zegt Jonneke:
Jonneke: Je ziet maar een deel van de grafiek, en het hangt van je instellingen af welk deel je ziet.

Lesnummer 5, dinsdag 7-de uur

Datum: 15-02-2000
Observator: Mattias (MV)

Veel leerlingen komen te laat het lokaal binnen en bovendien met aardig wat tegenzin. Jonneke begint de les klassikaal, ze vertelt over de abc-formule en wijst op de extra opdrachten die op het bord staan, zoals werk de haakjes weg: (x + 5)^2 = , (x – 7)^2 =
Los op x^2 – 7 = 0, x^2 + 7x + 10 = 0. Uiteindelijk zijn deze opdrachten door enkele leerlingen gemaakt, het is niet klassikaal besproken. De leerlingen gaan de volgende opgaven maken: 1 t/m 7 van 4.1 Werken met formules.

Aisha en Mia zijn al bij 4.2 Vergelijkingen oplossen, zij maken opgaven 8 – 10.

In-opl- syn, In-B-Sy: komma x in solve,
In-B-Re: interpretatie foutmelding

Aisha: Waarom geeft ie geen antwoord als je SOLVE(x^2=3) intoetst? Hij geeft TO FEW ARGUMENTS.
MV: x^2=3 oplossen naar de variabele x toe, ….x wil je als antwoord. Dus SOLVE(x^2=3,x)
Aisha: Hij geeft 2 antwoorden? Hee, min wortel 3 kan toch niet?!
MV: Hoezo?
Aisha: Altijd geleerd dat er geen negatieve wortels zijn.
MV: Nee, de wortel van een negatief getal kan niet. Bijvoorbeeld: wortel van min 9 kan niet, maar min wortel 9 is – 3. Probeer maar op je rekenmachine.
Aisha: O, …. okay! [Ze heeft het inmiddels ingetoetst]
MV: Wat gebeurt er als je ipv getal 3 het getal 3.0 invoert?
Aisha: Dat weet ik niet, even kijken [ze toetst het in] (…) Aaha, dan krijg je er heel veel getallen achter.
MV: Wat betekent dat?
Aisha: Dat dit [ze laat de decimale breuk van wortel 3 aan mij zien] een ontzettend afgerond getal is.

Daarna komt Mia bij dezelfde vragen en ook zij stuit op dezelfde problemen als Aisha.

Claire en Merel zijn bij 4.1 Werken met formules. Ik kijk met hen mee bij de opgaven 3, 4 en 5. Bij 3 en 4 laten ze de rekenmachine het wegwerken van de haakjes van (p + q)^2 uitvoeren met EXPAND en bij opgave 5 idem voor (z – t)^2. De dames voeren deze opdrachten heel rustig uit en komen er zelfstandig uit. Het enige opmerkelijke is dat Claire aan Merel vroeg waar het kwadraat teken is op de rekenmachine, waarop Merel antwoord: “met het dakje’’ en ze wijst de desbetreffende toets aan op de rekenmachine ^.

Voorts geen klassikale bespreking van de opgaven.

Lesnummer 6

Datum: 17-2-00, lesuur 5
Observator: Onno

Jonneke vertelt het programma voor de les: eerst par. 4.2 klassikaal nabespreken; vervolgens verder werken aan par. 4.3; aan het eind van de les zal Paul de onderzoeksopdracht van de volgende les toelichten (par. 5.1).

In-opl+ syn

Bij de klassikale nabespreking van par. 4.2 schrijft Jonneke op het bord de opdracht solve(x^2=3) en vraagt wat er dan gebeurt. Theo zegt dat er komma x achter moet, dan weet hij dat hij x moet uitrekenen.

IJkpunt 4.14

Jonneke komt bij deze klassikale nabespreking ook terug op opgave 4.14. Ze schrijft $-x^2+x+6$ en x+1 op het bord en vraagt hoe je het snijpunt kunt uitrekenen.

In-opl+ syn
In-S-DIV: solve goed toegepast

Aisha geeft een goede manier: solve($-x^2+x+6=x+1$,x).

Ramon zorgt vervolgens voor verwarring door te zeggen dat dit niet werkt; zijn vergissing leidt er toe dat Jonneke vraagt of het ook op een andere manier kan.
Theo: Je kunt het in een grafiek zetten en dan het snijpunt zoeken.

In-opl+ syn, In-S-VER: 2 leden van vergelijking apart opslaan in Y=, dan met y1=y2 oplossen

Vervolgens gaat hij toch op een andere toer: het linkerstuk, $-x^2+x+6$, apart invullen (namelijk bij het Y=-scherm, Onno), en ook het rechterstuk, x+1, en dan solve(y1(x)=y2…. ; met deze aanpak ontlokt hij aan een aantal medeleerlingen enige bewonderende kreten. Jonneke herhaalt de methode voor het bord. (Ook al is de aanpak van het lesmateriaal via solve(y1(x)=y2(x),x), als Theo inderdaad ‘terugredenerend’ vanuit $-x^2+x+6=x+1$ het linkerstuk als y1 en het rechterstuk als y2 herbenoemt, getuigt dit van een vorm van abstractie, Onno.)

Bij bovenstaande klassikale nabespreking heeft Jonneke de commando’s op het bord geschreven. Ik heb de indruk dat dat in deze situatie goed werkte, beter dan wanneer dit via de TI-89 en de OHP zou zijn gebeurd.

In-B-Fu: solve werkt pas op y1 als y1 gedefinieerd is

Tijdens het verder werken laat Harry twee machines zien waar staat ingetypt solve(y1(x) =y2(x),x), maar de ene machine geeft als antwoord x=35, terwijl de andere y1(x)-y2(x)=0 retourneert. Hij ziet in dat het antwoord van de tweede machine hetzelfde is als de opgegeven uitdrukking. Om te achterhalen waarom de tweede machine niet verder komt, suggereer ik Harry na te gaan wat de functies y1(x) en y2(x) op de tweede machine zijn. Harry wil dit nagaan via Tabel, een medeleerling zegt dat dat beter gaat via het functiebestand. Het blijkt dat de functies y1(x) en y2(x) niet zijn gedefinieerd.

In-B-Na: expand vergeten
In-B-Kn: haakjes
In-B-Al : letter heeft nog waarde

Aisha is inmiddels toe aan opgave 5.1. Zij is de opdracht expand voor haakjes wegwerken vergeten. Helen weet deze opdracht nog wel. Vervolgens vergeten beiden de haakjes om $(x+y)^2$ in expand($(x+y)^2$). Verder heeft Helen nog het probleem dat in haar machine x en y reeds bepaalde waarden blijken te hebben. Zij weet niet hoe dat gebeurd kan zijn: “Maar er hebben ook wel eens anderen op mijn rekenmachine gezeten”.

IJkpunt 4.17
In-sub- syn, Fo-sym-, In-B-Be: substitutie verwarren met delen door notatie |?

Klassikaal komt o.a. ijkpunt 4.17 aan bod. Ramon verklaart bij o*h | o=π*r^2 dat de o's elkaar opheffen. Misschien begrijpt hij het wel (zo zegt hij ondermeer: "o is hetzelfde als π*r^2"), maar hij wekt de indruk dat hij | als een deelstreep opvat.

Aan het eind van de les geeft Paul klassikaal toelichting op de onderzoeksopdracht van morgen, par. 5.1. Na enige voorbeelden te hebben voorgedaan: expand($(x+3y)^2$), expand($(x+4y)^2$), zegt hij dat je i.p.v. 4 ook bijvoorbeeld 4000 kunt proberen. Waar het om gaat is: kun je er iets algemeens over zeggen?

Paul Wat gebeurt er met het getal dat op de plaats van die 4000 staat?
Ramon: De y wordt gewoon 1000 keer zo groot.
Paul vraagt de uitkomst te voorspellen als hij 4000 in 8000 verandert.

Pa-gen+: begin van generalisatie door andere waarden in te vullen

Antwoord:64 miljoen.
Paul: Waar komt die? En wat komt hier?
Antwoord:16000.
En bij uitvoering met de TI-89 blijkt dat inderdaad goed voorspeld.

Lesnummer 6

Datum: donderdag 17-2-00 5e uur
Observator: Paul

Voor de les geeft Jonneke aan dat ze niet tevreden is over de geringe aandacht die de leerlingen opbrengen voor klassikale momenten. Wel vindt ze dat de klas sinds de start van het experiment beter heeft gewerkt dan daarvoor.

Er zijn vandaag maar 19 van de 26 leerlingen.

In-opl al gecodeerd, Klassikaal nabespreken op het bord in plaats van met OHP gaat ook.

Jonneke begint de les met een klassikale nabespreking van pagina 4.2. Op het bord: solve(x^2=3)

Jonneke: Waarom werkt dit niet?

In-B-Re:vreemde foutmelding toch goed begrepen

Theo: 'too few arguments', je moet er komma x achter zetten, dan weet ie dat ie x moet uitrekenen, anders weet ie niet wat ie uit moet rekenen.

Op bord: y = -x^2+x+6, y = x+1

Jonneke: Het snijpunt, wat moet je dan doen?

In-opl al gecodeerd, In-S-DIV: solve in orde
In-B-Kn

Aisha: Je typt in solve(-x^2+x+6=x+1, x)

Ramon: Nee, komma x y. Zo doet hij het niet.

Later blijkt dat hij de verkeerde min had bij -x^2.

Jonneke: De meeste mensen krijgen wortel 5.

Quinten: Of min wortel 5.

Jonneke: Kan het ook op een andere manier?

Theo: In een grafiek zetten en dan het snijpunt zoeken.

Jonneke: Hoe?

In-S-VER: vergelijkingen splitsen, twee leden in Y= invoeren

Theo: Door in te vullen in ruitje-F1 (Y=, PD), het linker en het rechter stuk apart, en dan solve haakje en dan y1 haakje x en dan y2 komma x.

Jonneke: Ben je met solve bezig of met de grafiek?

Theo: Ja wel met solve maar het is wel makkelijker.

Jonneke: (tegen de klas) Wat je had kunnen doen is deze y1 noemen en deze y2, en dan solve(y1(x)=y2(x),x).

Shirley is bezig met de draaiende 3D-grafiek van de functie z = x. Suzanne is aan het tekenen met de vrije cursor in het 2D tekenvlak, en even later aan het gummen.

Jan en anderen zijn bezig met geschiedenis. Ook Angélique en anderen zijn met iets anders bezig.

IJkpunten 4.16 - 4.17: substitutie lijkt redelijk te verlopen afgezien van technische moeilijkheden; het idee lijkt wel duidelijk te zijn. In-sub- syn, In-sub+ getal, In-B-Sy: syntax substitutie

Bij het substitueren heeft Aisha een probleem: ze heeft ter controle ingevoerd: x+1|wortel 5. Ze vergeet dat er na de streep eerst x= moet staan. Later zie ik ditzelfde ook bij een andere leerling. Wel goed dat Aisha zelf op het idee komt om deze substitutie uit te voeren terwijl dat niet in de opgaven staat.

In-B-Al: letter heeft een waarde

Quinten heeft er bij het substitueren van a voor x last van dat a nog een waarde heeft (opg 4.16).

Fo-reio

Ik: Snap je wat er gebeurt, Suzanne?

Suzanne: Ja, dit (wijst op stuk achter de streep) wordt vermenigvuldigd met dit (stuk voor de streep).

Ik: Vermenigvuldigd?

Suzanne: Ingevuld.

Ik: Snap jij wat er hier gebeurt, Shirley?
Shirley: Nee, ik zit eigenlijk gewoon blind te typen. Thuis ga ik het beter bestuderen.

Ze zien dat ik alles opneem, en vragen waarom, en naar het nut van het experiment in het algemeen. Ik vertel dat er twee dingen zijn: ik wil kijken of dat werkt met die machine in de klas en of dat aanleiding is om wiskunde te leren.
Shirley: O ik vind het veel leuker, ineens. Alleen mogen we hem nergens bij gebruiken.
Leerling: Nee, bij natuurkunde mogen we hem niet eens gebruiken!
Leerling: Dus we worden gewoon lekker gemaakt met zo'n mooie rekenmachine en daarna mogen we er niets mee doen.
Ik: Nee, maar ik denk wel dat je er ook wiskunde van leert, dat je er ook profijt van hebt bij de wiskunde.

Shirley: Ja bijvoorbeeld dat je de x moet uitrekenen, dat vind ik altijd heel irritant, maar nu typ je het gewoon in.
Leerling: Ik weet ook nooit wat ik moet doen, als er iets staat dan heb ik altijd wel een idee van wat ik moet doen maar ik weet het nooit helemaal (ze bedoelt bij de 'gewone' les, PD)

Ik: Maar goed, wat gebeurt er nu eigenlijk in deze regel?
Shirley: Wat er achter de verticale streep staat, wordt ervoor ingevuld. (leest dit voor uit het pakketje???)

Bij 4.16 heeft David a+1 gesubstitueerd. Resultaat 3a+8
Ik: Kun je uitleggen wat er hier gebeurt in deze regel?
David: 3 keer die 1 erbij wordt 8, en die x wordt a dus dat wordt 3a.

In-sub+ inz, In-S-ISO-S: substitutie goed begrepen

Dean heeft bij 4.16 al in de volgende regel 3a+5 ingetypt voor de streep in plaats van 3x+1, hij voert dus een deel van de substitutie met de hand uit.

Dan deze opgaven klassikaal op de OHP.
Dean doet 4.16 meteen goed.
Dan Angélique met opgave 4.17, komt goed op het scherm.
Jonneke: Begrijp je wat je gedaan hebt?
Angélique: Nee
Jonneke: Is er iemand die wel begrijpt wat Angélique gedaan heeft?
Ramon: Je hebt dus hier een O (voor de streep) en daar een (na de streep) en die ene O heft die ander op en dan krijg je dus h maal pi maal r kwadraat, die twee O's die heffen elkaar als het ware op.
Jonneke: In plaats van O krijg je pi r kwadraat.

Fo-sym-, In-sub- syn, In-B-Be: substitutie verwarren met delen door notatie |? Is al gecodeerd

Ramon doet opgave 4.18 - 4.20 op de OHP, gaat goed.

Eva laat op de OHP een programmaatje zien dat Quinten heeft gemaakt. Het vraagt je naam op, bepaalt snel met de toevalsgenerator een x- en een y-coordinaat, en zet dan op die plaats de ingevoerde naam. Er flitst dus snel heel veel keer die naam over het scherm. Quinten laat zien hoe hij het gemaakt heeft:'Hier staat random, dan zeg ik deze random wordt x en deze y, dan zeg ik je moet hem neerzetten op de x- en y-coordinaat, en de naam.
Uit de klas: Heb je dit zelf bedacht?

Quinten wil graag de graphlink kabel lenen om dingen van Internet af te halen.

IJkpunt intro5.2: Pa-gen, begin van de generalisatie

Ik leg de leerlingen uit wat de bedoeling is van de onderzoeksopdracht de volgende les. Ik laat (x+3y)^2 expanderen op de OHP, en ook (x+4y)^2 en (x+4000)^2.

Ik: De vraag is wat er gebeurt met dat getal dat op de plaats van die 4000 staat.

Ramon: De y wordt 1000

Hij bedoelt in vergelijking met het geval c=4 wordt het getal voor de y 1000 keer zo groot.

Ik: Nu zet ik in plaats van die 4000 8000. Kun jij nu voorspellen wat er gebeurt als ik op enter ga drukken?

Ramon: 64 (hij bedoelt bij de y^2)

Ik: En hier (bij de x*y)?

Leerling: 16, 16000

Enter wijst uit dat dat afgezien van de nullen klopt.

Ik: Je schrijft op wat het patroon is en waarom dat zo is. De bedoeling is dat je de machine gebruikt om een heleboel te laten uitrekenen en dat je je hoofd gebruikt om te bedenken wat er aan de hand is.

Ik benadruk het belang van een mooi verslag met ook aandacht voor mislukkingen. Thomasek vraagt nog naar het nut van alles. Ik zeg dat ze er wiskunde van leren die ook bruikbaar is als ze de machine zelf niet meer hebben, en verder dat wij kunnen zien in hoeverre dat machientje daarbij helpt. Dat laatste in verband met de mogelijkheid om die machine in de toekomst in te voeren.

Lesnummer 7

Datum: 18-2-00, lesuur 2
Observator: Onno

Deze les wordt er in drietallen gewerkt aan de onderzoeksopdracht van par. 5.1. Ik ben bij Harry, Peter en Quinten aangeschoven. Mijn indruk (op afstand) is dat alle groepjes in deze les behoorlijk geconcentreerd aan de opdracht hebben gewerkt.

In-B-Kn: haakjes verholpen, In-B-Al: letters vrijgemaakt

Bij opgave 5.1 weet Peter de opdracht expand. Bij deze opdracht treedt het probleem van het voldoende haakjes zetten op. Peter helpt Harry: je hebt twee haakjes opengemaakt, je hebt er maar eentje dichtgedaan; en (m.b.t. het eerste haakje): dit is het haakje van wat hij moet expanden. Bij Quinten blijkt dat er een waarde komt uit expand($(x+y)^2$); hij herstelt dit uit zichzelf via F6, 1 (Clean Up, Clear a-z). Quinten gaat voor het groepje boekhouden.

In-S-DIV: expanderen loopt goed, ook oude invoer binnenhalen

Bij het achtereenvolgens uitvoeren van expand($(x+2.y)^2$), expand($(x+3.y)^2$), expand($(x+4.y)^2$) in opgave 5.2 typt Quinten soms de opdracht opnieuw in, soms haalt hij een regel op van het uitvoerscherm en past die aan.

Bij opgave 5.2 wordt aan de hand van de uitkomst van expand($(x+4.y)^2$) de verdubbeling van de coëfficiënt van y snel herkend, het kwadraat van deze coëfficiënt gaat eerst fout: “daar wordt hij dubbel, daar wordt hij driedubbel”; ‘driedubbel’ wordt nog gewijzigd in ‘vierdubbel’, maar vrij snel daarna wordt door Peter ontdekt:

Fo-inz+, Pa-gen+: generalisatie in woorden

Peter: Bij het eerste getal dubbel; bij het tweede getal keer zichzelf.

Harry blijkt de opdracht bij opgave 5.2 nog niet te hebben begrepen: hij heeft $(x+2.y)^2$, $(x+3.y)^2$, $(x+4.y)^2$ gelezen als één formule die hij moet expanden.

Na het uitvoeren van opgave 5.3 (die door één van het drietal werd begonnen met: ”ik snap niet wat ze bedoelen, maar we doen het gewoon”) vraag ik of ze een verband zien tussen wat er nu uitkomt en wat ze bij de vorige opgave hadden gevonden.

Fo-inz+, Pa-gen+: generalisatie lukt

Peter lijkt het goed te zien; hij zegt dat nu de c is ingevuld, dat hij hier de c keer twee doet, en daar de c in het kwadraat, dat is hetzelfde als keer zichzelf.

Pa-pla+: terugvertalen naar waarden lukt ook

Ik vraag nog als controle welke getallen ze daarstraks voor c hadden genomen, en het antwoord is in orde: “2, 3, 4, geloof ik”.

Bij opgave 5.4 begrijpen ze eerst niet wat ze moeten doen. Ik geef aan: op dezelfde manier als zojuist. (Misschien is de zinsnede ‘op vergelijkbare manier’ onduidelijk? Onno). Het overleg van het drietal over de antwoorden van de TI-89 is nogal onduidelijk. Er komt uit: de eerste dubbel en de tweede keer zichzelf. Ik vraag naar de min.

Fo-inz-, Pa-gen-: generalisatie naar de min lukt niet

Het antwoord is: bij de eerste komt er een min voor, bij de tweede niet. Als ik Quinten vraag of hij kan voorspellen wat er uit $(x-c.y)^2$ komt, lukt het hem niet om een vlekkeloze voorspelling te formuleren; met name de term -2cxy komt niet geheel uit de verf.

Pa-gen-: patroonherkenning lukt niet

Bij opgave 5.6 lukt het niet om uit de op de TI-89 geëxpandeerde getallenvoorbeelden $(2.x+3.y)^2$ en $(6.x-3.y)^2$ het patroon te ontdekken; de coëfficiënten van x^2 en y^2 worden wel bedacht, maar de coëfficiënt van xy wordt niet gevonden (maar er wordt wel opgemerkt dat hierin zowel de coëfficiënt van x als de coëfficiënt van y moet zijn verwerkt).

Fo-sym-, In-B-Sy: maalteken tussen letters

Bij expand($(ax+by)^2$) vergeet Harry nog het maal-teken tussen a en x en tussen b en y; hij ontdekt zijn vergissing niet uit zichzelf.

Tot slot vraag ik nog of ze het verband zien tussen de opgaven die ze zojuist hebben geoefend en hoe ze vroeger hebben geleerd om haakjes uit te werken. Peter bedenkt dat ze vroeger hebben geleerd dit soort opgaven te doen met een kruistabel (mijn benaming, Onno). Hij werkt hiermee op een blaadje uit: $(x+y)^2$, $(x+4.y)^2$ en $(x+a.y)^2$

Pa-gen+: Peter introduceert letter.

gebruik SR als controlemiddel

Peter heeft uit zichzelf als parameter een a gekozen, en niet een c zoals in opgave 5.3! Bij de uitwerking van $(x+a.y)^2$ met de kruistabel komt hij eerst op $x^2+2axy+ay^2$; hij controleert uit zichzelf met de TI-89 en ontdekt de fout, en vervolgens verklaart hij welke vergissing hij met de kruistabel had gemaakt!
(Het blaadje met de kruistabellen wordt door het drietal aan het verslag van de onderzoeksopdracht toegevoegd.)

Lesnummer 7

Datum: vrijdag 18-2-00 2e uur
Observator: Paul

De tafels staan in groepjes van 3 en de leerlingen beginnen aan de onderzoeksopdracht van paragraaf 5. Quinten stuurt me via het zwarte kabeltje het programma dat ik in het vorige verslag beschreven heb.

Shirley en Suzanne werken samen. Shirley had op haar laatste rapport een 6 voor wiskunde en wil volgend jaar C&M of E&M gaan doen. Suzanne had een dikke 5 en gaat voor C&M. Shirley vraagt nog of deze opdracht nu wiskunde B is.
Ze hebben (x+2y)^2 uit laten werken.
Suzanne: Ik vind het wel logisch want 2 keer 2 is vier.
Shirley: Kijk, hier staat een 4.
Ik: Heb je het nu over deze 4 (bij de xy) of over deze (bij de y^2)?
Shirley: Over allebei.
Ik: Dus als je van die 2y een 3y zou maken, wat zou je dan verwachten?
Shirley: 9?
Ik: Waar, hier en hier?
Shirley: Ja
Ik: Probeer maar.
Suzanne: Hier krijg je wel een 6, maar hier niet.

recursieve betrekking

Later hebben ze een mooi recursieve betrekking. Ze tellen: eerst 3 erbij, dan 5, dan 7, dan 9, ...
Ik: Wat zijn jullie aan het doen?

Pa-gen+: verband generaliseren

Shirley: Kijk hier komt er steeds 2 bij (voor de xy), en hier komt er eerst 1 bij, dan 3 en dan 5 en dan 9 enzovoorts.
Ik: Misschien moet je toch maar N&T gaan doen. Welke heb je nu op het scherm staan?
Zij: 6
Ik: Kun je nu voorspellen wat het wordt bij 7?
Zij: x^2+14 keer x keer y + 49 keer y in het kwadraat.
Ik: Controleer maar.
Het blijkt te kloppen.

Pa-gen+: eerste deel directe formule

Suzanne: Weet je wat ook nog zo is? 5 en 10, het gaat gewoon keer 2 zo.
Ik: Wat zeg je nu precies?
Suzanne: 7 keer 2 is 14, 6 keer 2 is 12, 5 keer 2 is 10...
Ik: Ja. En dat laatste getal, voor die y kwadraat, kun je daar ook iets in zien?

tweede deel directe formule

Shirley: Ja dat is het kwadraat hiervan.
Suzanne: Ja dat kun je ook zo doen. Dat is inderdaad nog iets makkelijker.
Ik: Waarom is dat makkelijker?

direct handiger dan indirect

Suzanne: Dan hoef je niet steeds van hoeveel komt er nu bij en dan moet je dat weer uitrekenen. Dan hoef je niet steeds terug.
Ik: Wat kun je nu hiervan zeggen: (x+c.y)^2?

Pa-gen+: Shirley ziet dat het hetzelfde is.

Shirley: Dat is toch eigenlijk hetzelfde als dit?
Ik: Ja natuurlijk.

Pa-plao: Is c een cijfer of niet?

Suzanne: Alleen c is geen cijfer.
Shirley: Jawel?
Ze beginnen met intypen.
Ik: Ik wil eigenlijk dat je er eerst over nadenkt en dan pas probeert.
Shirley: Maar proberen is leuker.

Ze bekijken het antwoord op het scherm.

Pa-gen+: generalisatie van getallen naar letter vindt plaats

Shirley: Kijk kijk, dit is logisch, hier doet-ie twee keer 6 en dan staat hier twee keer c, en hij doet hier 7 in het kwadraat en dan doet ie hier ook c in het kwadraat. Het is gewoon logisch! 7 keer 2, c keer 2. 7 in het kwadraat, c in het kwadraat.

Ik: De vraag is: waarom is dat eigenlijk zo, met dat verdubbelen en kwadrateren.

Een ander duo bestaat uit **Aisha** (8 voor wiskunde, N&G) en **Zvjezdana** (weet het cijfer niet meer, gaat C&M doen).

Ik: Stel nu dat je (x+700y)^2 wilt uitrekenen. Wat komt er dan uit en hoe weet je dat?

Zv.: O, dat wat je gisteren gedaan hebt.

Aisha: x^2 + 1400 keer x ...

maar Zvjezdana is zover nog niet en ik raad ze aan dat Aisha eerst Zvjezdana inpraat. Later:

Pa-geno: patroon bijna herkend

Ik: Heb je al een idee van wat er gebeurt?

Zv.: Ja die wordt steeds verdubbeld.

Ik: Ja, en die andere?

Aisha: In het kwadraat.

Zv.: Nee die wordt verdubbeld.

Ik: Ja als je naar die 2 kijkt wel.

Aisha: Ja maar 2^2 is ook 4.

Ik: En als je nu (x+c.y)^2, kun je voorspellen wat daar uitkomt?

Dat weet ze nog niet.

Ik: En als er 100 staat?

Zv.: Dan wordt die 200.

Ik: Ja. En als er staat (x+cy)^2?

Zv.: c in het kwadraat

Ik: En je zei dat 100 200 wordt?

Pa-gen0: generalisatie naar andere getallen moeizaam

Zv.: 2c dus.

Later:

Ik: Heb je ook een reden waarom het zo is?

Pa-gen+: generalisatie naar c

Aisha komt met de vermenigvuldigtabel, die ze ook in het verslag zet. Ze kan goed uitleggen hoe het werkt voor (x+2y)^2 en kan die ook uitbreiden naar (x+cy)^2.

In-B-Kn: haakjes

Dan hebben we nog **Angélique, Eva** en **Ramon**. Angélique heeft eerst het kwadraat binnen de haakjes staan: (x+2y^2) in plaats van (x+2y)^2. Ramon heeft dat in de gaten. Ze hebben ook problemen met haakjes-sluiten.

Pa-geno: vraagteken voor verschillende getallen

In-B-Sy : maalteken tussen letters

Later zie ik dat ze in hun verslag vraagtekens gebruiken voor verschillende onbekenden. Er staat: patroon is x^2+?.x.y+?.y^2.

Ik: Die vraagtekens dat zijn getallen?

Ramon: Dat is het patroon, dat zijn getallen die je steeds verandert.

Ik: En opgave 3 heb je al gedaan?

Fo-inz-, Pa-gen-

Daar hebben ze staan: x^2+2cy+cy^2

Ik: Dat is niet helemaal goed.

Ramon: Waarom niet? Die c die vervangt die getallen.

Ik: Als ik nou heb (x+12y)^2, wat komt er dan op het eerst en op het tweede vraagteken te staan?

Ramon: Hier in elk geval 16, 4y, en hier ook 16.

Hij is inmiddels per ongeluk overgestapt op (x+4y)^2.

Ik: Die laatste is wel 16 maar die eerste niet.

Ramon: Wacht even ik kan het wel uit mijn hoofd, 4yx ... , hier komt 8yx te staan.

Ik: Ja. En nu met die c. Als die c nu 4 is, krijg je hier 8 en hier 16. Maar hier staat op papier c.y^2. Of moet die c ook in het kwadraat, hoe moet ik dat lezen?

Ramon: Nee, zoals hier staat (wijst op de regel met de vraagtekens, hij bedoelt c keer het kwadraat van y).

Ik: Maar als die c nu 4 is, dan krijg je 4 keer x keer y kwadraat, dus dat klopt niet.

Ramon: Nee, maar dat geldt toch ook alleen als je het net zoals bij-die invult? Dit is het patroon dat je krijgt, maar dan moet je het wel vermenigvuldigen in het kwadraat, dat kwadraat daar moet je wel rekening mee houden.

Ik: Als je voor c nou het getal 4 neemt, dan krijg je hier een 8..

Ramon: Nee dat zeggen we niet. c staat dus, oo, voor het vraagteken, voor dat en voor dat getal.

Ik: Maar dit vraagteken is dus 8..

Ramon: en die andere is 16 en dan past het toch hier ook?

Ik: Maar wat wel gek is is om dezelfde letter te gebruiken voor twee verschillende getallen.

Ramon: O wacht even, dan moet hier een 4 voor staan (hij bedoelt voor cy^2), even kijken, want deze 2, als je hier voor die c 4 invult, 2c is dan 8, dus 4c is 16.

Ik: Probeer dat dan eens met 5, als c 5 is, dan klopt het niet meer.

Fo-inz+, Pa-gen+: Ziet hij nu c en y als twee letters of als één woordvariabele?

Ramon: Dan moet je c ook in het kwadraat zetten (hij zet haakjes en verandert cy^2 in (cy)^2). Ik snap het.

Ik: Nu heb ik nog een vraag. Waarom is dat eigenlijk zo, waarom krijg je die 2c en c^2?

Ramon: Nou omdat je bij die ene moet kwadrateren omdat je van 4 naar 16 wil, .. ik kan het wel even opschrijven ...

Op papier werkt hij (x-4)(x-4) uit en hij ziet het dubbele product en het kwadraat ontstaan. ’Dit kan je samentrekken.’ Ook maakt hij nu een vermenigvuldigtabel, die ook bij het ingeleverde verslag van deze groep komt. Overigens is deze discussie over de hoofden van de anderen heen gegaan.

Pa-geno: nut van generalisatie?

Ramon: Waarom moeten we dat met die c doen met die rekenmachine?

Ik: Als je het met die c doet, weet je het meteen voor alle getallen.

Dat overtuigt hem niet echt.

In het algemeen is de tijd wat te kort om alles af te krijgen. Tegen het einde van de les heeft Jonneke nog een mededeling over inhaalproefwerken. Daarna stoppen de meesten ermee.

In-B-Be: numeriek - exact

Dean wil uitrekenen hoe hij gemiddeld voor wiskunde staat en deelt 69 door 12. Hij krijgt maar geen decimaal getal... Groene enter dus. ‘Ik sta nog een 6!’

In-B-Di : Opgeslagen bestand zoek

Shirley heeft de vorige les wat opgeslagen met F1, save, maar weet niet meer hoe ze dat terug kan krijgen. Ik ook niet meer, misschien als tekst?

Lesnummer 8, dinsdag 7-de uur

Datum: 22-02-2000
Observator: Mattias (MV)

Jonneke begint de les met een klassikale introduktie, omdat ook deze groep met het nieuwe pakketje, Veranderlijke Algebra, is begonnen. Jonneke schrijft op bord de formule 2y + 3x = 10. Ze vertelt dat de x en de y de onbekenden zijn evenzo in de vergelijking x + y = 4 en ook in de formule ax + by = 10. Dan komt er een vraag van een leerling.

Leerling: Wat is de vraag hierachter?

Jonneke: Het verschil tussen a, b en x,y. Kijk maar naar de volgende formule y = a.x.

Wat het verschil is tussen y en x enerzijds en a en b anderszijds is voor mij en de meeste leerlingen niet duidelijk.

Opgave 1 (over de hartjes en spekjes) heeft Thomasek heel beknopt in zijn boekje staan en ik vraag hem om een uitleg hoe hij aan de antwoorden is gekomen.

Strategie eerlijk verdelen: eerst 'het gemiddelde'

Thomasek: Haal de tweede regel af van de eerste regel, dan hou je over 8,80 – 5,20 = 3,60 dan krijg je de volgende regel hartje + spekje = 3,60. Het gemiddelde is 1,80 een spekje is 40 cent duurder dan een hartje dus een spekje is 20 cent erbij, dat wordt 2,00 en een hartje is 20 cent eraf, dus 1,60.

Theo, Ramon, Dean en Peter doen maar wat met opgave 1. Ze gooien allerlei oplosmethoden in de groep zonder goed na te denken waarom ze die methode gebruiken. Ze denken dat je een spekje zo kunt vervangen door een hartje, terwijl het verschil tussen een hartje en een spekje 40 cent is. Uiteindelijk zegt

Strategie vervangen: eigenlijk substitueren

Dean: Vul ipv een spekje een hartje in in regel 2 dan haal je van 5,20 veertig cent af. Dus 3 hartjes zijn 4,80, een hartje is 1,60 en een spekje 2,00.

Strategie vergelijkingen aftrekken

In de klassikale bespreking komt Claire op de volgende originele oplossingsmethode. Zij schreef op het bord: (in symbolen of figuurtjes)

s + h = 8,80 – 5,20 = 3,60
h + h + s = 5,20
h + s = 3,60 –
h = 1,60, s = 1,60 + 0,40 = 2,0

Vervangstrategie

Merel heeft de volgende methode om de drie vergelijkingen op te lossen:

H + h + h + s + s = 8,80
H + h + h + h + h = 8,80 – 0,80 = 8,00
H = 8/5 = 1,60
S = 2,-

Opgave 2a je hebt 7,20 hoeveel hartjes en spekjes kan je kopen, Merel werkte eerste 20 cent weg bij 7,20 dmv 2 keer 1,60 = 3,20. Dan 7,20 – 3,20 = 4,00 dus 2 spekjes.

b: idem voor 16,00

Merel: eerst kijk je naar hartjes en probeer je op hele uit te komen. Dat ga ik eerst met de rekenmachine proberen (….) [ze gaat rekenen met de rekenmachine en komt op het goede antwoord, daarna verontschuldigt ze zich dat ze dit niet uit het hoofd kon rekenen] 5. 1,60 = 8,00 dus 5 hartjes en 4 spekjes.

Daarna loop ik door naar Claire om te kijken of ze bij opgave 2 een even creatieve oplossing heeft gevonden als bij opgave 1 van het bord. Ze laat mij alleen haar antwoorden zien. Ik vraag aan haar hoe ze aan die antwoorden is gekomen en dan vertelt ze die aan mij.

Claire: Bij opgave 2a zie je dat 2 hartjes + 2 spekjes samen 7,20 zijn. Dit vermenigvuldig je met twee, dan heb je 4 hartjes + 4 spekjes samen 14,40. Voor 16 gulden hou je 1,60 over dus komt er een extra hartje bij. In totaal 5 hartjes en 4 spekjes.

Dynamiek komt niet uit de verf

Bij opgave 5 zag Suzanne niet het verband tussen de h (huiswerktijd) en de t (tv-tijd) naar aanleiding van het verhaal bij de opgave. Ze wist gewoon niet hoe ze de tabel moest invullen.

Lesnummer 9

Datum: 24-2-00, lesuur 2
Observator: Onno

Jonneke begint met de cijfers voor de onderzoeksopdracht van vorige week (par. 5.1 van Introductie TI-89) voor te lezen. Een aantal leerlingen vindt het cijfer te laag. Deze onenigheid lijkt invloed op de hele les te hebben, waar tijdens de klassikale uitleg en het zelfstandig werken een deel van de leerlingen minder geconcentreerd bezig is.

Jonneke bespreekt klassikaal een aantal opgaven van par. 1 van Veranderlijke Algebra. Hierbij maakt ze gebruik van het bord (wat mij hier weer een goede keuze lijkt, in deze situatie efficiënter en duidelijker dan de TI-89 + OHP; regelmatig gebruik van het bord is misschien ook zinvol, nu er steeds meer nadruk gaat vallen op het maken van uitwerkingen in het schrift, Onno).

Bij de bespreking van opgave 1.5b antwoordt Theo

IJkpunt 1.5c duidelijk voor Theo

Theo: 90 minuten natuurlijk".
Bij opgave 1.5c: "t wordt kleiner als h groter wordt".

Bij de bespreking van opgave 1.7 vestigt Jonneke er de aandacht op dat de schalen langs horizontale en verticale as vaak verschillend zijn (door de instellingen), anders dan in het plaatje achterin bij de Antwoorden.

Strategie eerlijk verdelen

Naar aanleiding van opgave 1.8b vraagt Jonneke of er ook een andere oplosmethode is gevonden dan met het snijpunt van de grafieken. Een leerling komt met de volgende oplossing: 90:2=45; 45+15=60; 45-15=30 (deze goede methode - eerlijk verdelen - komt in de Antwoorden ook voor bij opgave 1.9b, Onno).

IJkpunt 1.10

Bij de bespreking van opgave 1.10 schrijft Jonneke op het bord: s+h=4.50. Ze vraagt wat je hiermee moet doen om een grafiek te tekenen. Ik hoor Theo zeggen dat je voor eentje x neemt en voor de andere y (maar hij zegt dit niet voldoende duidelijk dat Jonneke het ook hoort).

In-iso+ var iigo, In-S-LIF: geschikt maken voor grafieken: omschrijven naar geschikte letters en isoleren
In-opl+ inz

Aisha komt met y=4.50-x, y=0.50+x. Jonneke haalt in verband hiermee nog even op (op het bord) hoe je deze uitdrukkingen krijgt uit de vergelijkingen x+y=4.50 en x-y=0.50 met behulp van de machine: solve(x+y=4.50, y) en solve(x-y=0.50, y).
Hierbij vraagt ze wat er achter de komma moet staan, waarop wordt geantwoord met y.

Jonneke benadrukt tijdens de klassikale bespreking, dat bij dit nieuwe pakketje in het schrift moet worden opgeschreven hoe je aan je antwoorden komt. Naar aanleiding hiervan blijkt er bij de leerlingen onduidelijkheid te bestaan over de rol van de TI-89. Jonneke legt uit dat het de eerste twee weken inderdaad vooral om de TI-89 ging, maar dat het nu vooral gaat om nadenken over wat je aan het doen bent, waarbij de rekenmachine als hulpmiddel wordt gebruikt. Later in de les wijst Jonneke er veel leerlingen nog eens persoonlijk op dat ze de uitwerkingen in hun schrift moeten schrijven.
De leerlingen moeten verder werken aan opgaven 1.8, 1.9, 1.10, 1.11, 2.1 en 2.2, wat ook het huiswerk is voor morgen.

IJkpunt 2.1b

Ik vraag Aisha, die geconcentreerd aan opgave 2.1 heeft gewerkt, of ik met haar even over deze opgave mag praten (wat ze overigens aanvankelijk liever niet doet!). Bij opgave 2.1a:

	Aisha:	x is 600 groter dan y, omdat, als je x-y doet, komt er 600 uit.
	Ik:	En wat heb je toen gedaan? Waarom weet je dan dat 2x gelijk is aan 1300?
Vervangingsstrategie	Aisha:	Omdat x+y=700, dan doe je er 600 bij op en dan heb je 2x.
	Ik:	En dan zeg je: y is 600 minder, die is dus 50.

Bij opgave 2.1b heeft Aisha als recept opgeschreven: x is 600 groter dan y, dus 2x is 1300, dat deel je door 2, dat is dus 650; y is dan 600 kleiner, dus 650-600, dus 50, dat is y.

	Ik:	Stel nou eens dat daar letters hadden gestaan, zou je dan dat recept nog kunnen omschrijven? Noem dit maar even een letter. Welke letter zou je voor 700 nemen?
	Aisha:	a.
	Ik:	OK. En voor 600?
Pa-gen+: Aisha weet uit het hoofd de oplossing van het gegeneraliseerde probleem (met parameters) te vinden!	Aisha:	b. Dus dan heb je 2x is a+b … ([nu volgt een vergissing:] dan heb je dus 1/2 a b is dan x [einde vergissing]) … dus x is 1/2 a + 1/2b … En dan heb je y is dan …
	Ik:	Je mag het gewoon in woorden zeggen [maar dat doet ze vervolgens niet echt].
	Aisha:	… Als je er 2y van maakt … y+x is a … dus dan heb je a-b, dan heb je 2y … dus dan heb je 1/2 a - 1/2 b is dan y.

Deze oplossing voor het gegeneraliseerde probleem heeft Aisha dus uit het hoofd gegeven. In vergelijking met haar eerdere recept voor het getallenprobleem valt nog op, dat zij nu voor de berekening van y een soortgelijke redenering lijkt te houden als voor de berekening van x, terwijl ze bij het getallenvoorbeeld y berekende met behulp van de voor x gevonden waarde.

IJkpunt 1.10
In-B-Fu: formule geschikt maken voor functiebestand

Shirley heeft bij opgave 1.10 nog problemen met het tekenen van de grafiek van x+y=4.5; ze heeft in het functie-scherm staan: y1(x)=x+y=4.5.
Na correctie krijgt ze een lijn die door de oorsprong lijkt te gaan. Als ik haar daarop attendeer, weet ze wel zelf het window aan te passen.

IJkpunt 2.2

Aan het eind van de les zegt Aisha nog, als ik haar daar naar vraag, dat opgave 2.2 goed was gegaan.

Lesnummer 10

Datum: 25-2-00, lesuur 2
Observator: Onno

Deze les is geheel klassikaal geweest: eerst heeft Paul de onderzoeks-opdracht van vorige week nabesproken (par. 5.1 van Introductie TI-89); daarna heeft Jonneke een aantal opgaven besproken van par. 1 van Veranderlijke Algebra.

Nadat Jonneke de nagekeken opdrachten heeft laten teruggeven aan de leerlingen, begint Paul aan de nabespreking. Hij heeft hiertoe van te voren reeds een aantal dingen op het bord geschreven, waaronder de uitdrukkingen $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ t/m $(x+4y)^2 = x^2 + 8xy + 16y^2$. Hij haalt op dat deze met de TI-89 zijn te verkrijgen met expand((x+y)^2): "onthaken". Hij vertelt dat er bij de uitwerkingen van de opdracht grofweg twee manieren voorkwamen voor het patroon van de coëfficiënten van xy en y^2. Namelijk bij de eerste manier: dubbele en kwadraat. En bij de tweede manier: bij xy steeds 2 erbij, en bij y^2 de verschillen +3, +5, +7, … (voor de verschillen van de verschillen geldt dan +2, +2, +2, … ; sommige leerlingen herkennen dit als kwadratisch karakter). Verder wijst Paul op de mogelijkheid van controle met factor.

Pa-gen-: generalisatie naar 'blokje' niet duidelijk

Vervolgens (x + 'blokje' $y)^2$. Dean begrijpt 'blokje' niet. In samenspraak met de klas komt uiteindelijk de uitwerking van de formule te voorschijn.

Als verklaring werkt Paul $(x+c.y)^2$ op twee manieren uit: met een keertabel en met een 'papegaaienbek'.

Bij $(a.x+b.y)^2$ wijst Paul op het belang van het keerteken (punt) bij het invoeren op de rekenmachine. Zo moet er $(a.x)^2$ of $a^2.x^2$ komen; maar als het keerteken wordt vergeten, vat de machine ax als een geheel (als een woordvariabele) op en krijg je wat anders.

Vervolgens legt Jonneke nog eens het verband met wat de leerlingen vroeger hebben gehad: $(x+2)(x+3) = x^2 + 3x + 2x + 6$ (met de papegaaienbek) is in eerdere hoofdstukken aan bod gekomen. Bij (x+cy)(x+cy) lijkt 't veel ingewikkelder, maar in samenspraak met de klas komt het op deze manier tot $x^2 + cxy + cxy + c^2y^2$, waarin de twee middelste termen het zelfde zijn en mogen worden samen-genomen.

Jonneke maakt opgave 1.9 voor door het optellen van de vergelijkingen t=90-h en t=h-15. Dit geeft 2t=75, dus t=37,5 en h=37,5+15=52,5.

Strategie eerlijk verdelen

Naar aanleiding van haar vraag of het ook anders kan, komt er uit de klas 90:2=45, 15:2=7,5, door Jonneke aangevuld met 45+7,5=52,5 en 45-7,5=37,5.

Naar aanleiding van opgave 1.11b vraagt Jonneke aan de klas vergelijkbare problemen te bedenken.

Pa-abs+

Dean (en Theo): je hebt twee spellen gekocht, totaal heb je 3 uur om er mee te spelen, en je wilt het ene spel een half uur langer spelen dan het andere. Op het bord komen de vergelijkingen: a+b=180 en a-b=30 (waarbij Theo de laatste vergelijking verandert in b-a=30, want hij wil b langer spelen). Als ander voorbeeld noemt Ruth het organiseren van een feestje met jongens en meisjes. Je mag in totaal 20 kinderen uitnodigen: j+m=20; je wilt meer jongens dan meisjes, bijvoorbeeld 10 meer; enige pogingen vanuit de klas leiden uiteindelijk tot de goede vergelijking: j-m=10.

Thuis: opgaven 2.1 t/m 2.5. (Een aantal leerlingen voert de vakantie aan om hier tegen te protesteren!)

Lesnummer 10

Datum: vrijdag 25-2-00 2e uur
Observator: Paul

Ik begin de les met het nabespreken van de onderzoeksopdracht van vorige week. Ik probeer dat net zo te doen als gisteren in V3a, maar de aandacht is een stuk minder, waardoor er naar mijn idee minder van overkomt. Enkele aardige momenten daaruit:

- De methode van de verschillen vinden de meesten niet verrassend; net als in V3a komt ook de tweede-orde verschil naar voren en weten sommigen dat dat met kwadratische formules te maken heeft.

Pa-gen: voor Dean is blokje niet vanzelfsprekend een generalisatie van de getallen

Paul: Wat wordt nu (x+blokje.y)^2?
Dean: Wat is blokje?
Paul: Er staat een getal in dat blokje, maar ik zeg niet welk. Dus je weet niet wat blokje is.
Uit het hoofd komen de leerlingen een heel eind, maar foutloos gaat het meestal niet.

Het verschil tussen met en zonder punt invoeren van ax wordt uiteindelijk wel duidelijk, maar wat de machine doet als je zonder punt invoert, kunnen de meeste leerlingen volgens mij niet goed voorspellen. De conclusie dat je wel punten moet invoeren komt wel over.

In-p&p

Shirley: Hij was toch zo slim?
Paul: Van een kant wel, van de andere kant ook helemaal niet. Als je ax zonder keerteken zet, dan denkt-ie dat het een woordvariabele is. Dan krijg je gekke uitkomsten, omdat ax een geheel is.
Ramon: Bij wiskunde laten we die toch weg?
Paul: Op het bord, als je schrijft laten we die punt vaak weg, maar op de machine mag je die dus niet weglaten.

Dan gaat Jonneke klassikaal verder. Ze past de papagaaienbek-methode toe op een eenvoudiger geval, namelijk (x+3)(x+2). Ze staat stil bij producten zoals 2x.2x. Zowel de 2 als de x moeten in het kwadraat.
Jonneke: Het punt is dat dit machientje dit allemaal keurig doet, maar de hele bedoeling ...
Leerling: Dat is handig!
Jonneke: is toch steeds dat je je realiseert, dat je snapt wat er gebeurt, want straks kun je prachtig met zo'n machientje werken maar je hebt geen flauwe notie van wat je aan het doen bent.

Dan opgave 1.9.
Jonneke werkt dit op het bord uit door de vergelijkingen op te tellen:

t = 90 - h
<u>t = h - 15</u>
2t = 75,

Jonneke: Wat is een t dan?
Leerling: Wortel 75
Jonneke: Ik denk niet dat we een wortel nodig hebben.
Op het bord: t = 37,5 en h = 37,5+15 = 52,5
Jonneke: Wie weet nog een andere manier?

Strategie eerlijk verdelen

Shirley: 90 gedeeld door 2 is 45, 15 gedeeld door 2 is 7,5.
Theo: (zachtjes) dus die wordt 60
Jonneke: Die ene wordt 45 + 7,5 is 52,5 en die andere wordt 37,5.

Bij 11a vraagt Jonneke naar de overeenkomst.
Angélique:t = 90 - h en dat is toch hetzelfde als hartje plus spekje is 50 cent? (Het moet 4,50 zijn, PD)
Jonneke: (...) Jij zie spekje - hartje is 50?
Angélique:Ja
Jonneke: Kun je dat omschrijven zodat die er bijna net zo uitziet als die t = 90 - h? Of moet je dan die andere hebben?
Angélique:Plus zei ik toch!
Jonneke: OK.
Bord: spekje = 4,50 - hartje.

Jonneke vraagt bij opgave 11b naar een vergelijkbaar probleem.

Pa-abs(al gedaan), 1.11

Dean: Je hebt twee nieuwe spellen gekocht, je hebt drie uur, en je gaat bedenken hoe lang je speelt, als je het ene spel leuker vindt, speel je die bijvoorbeeld een half uur langer.
Jonneke: Hoe noem je die spellen?
Dean: A en B.
Dat leidt tot vergelijking A+B=180.
Dean: B=2 1/2 en A=1/2, B=2 en A = ,... daar doe je B+30 voor.
Jonneke: Heb ik niet A-B=30?
Dean: Ja.
Maar uiteindelijk wil hij B langer spelen: B-A=30.

Jonneke vraagt nog een voorbeeld.

Pa-abs+, 1.11

Ruth: Je geeft een feestje en je vraagt jongens en meisjes en je wilt meer jongens.
Jonneke: Hoeveel kinderen mag je uitnodigen?
Dat leidt tot de vergelijking j + m = 20
Jonneke: Hoeveel meer jongens wil je uitnodigen?
Urok: 50 meer!
Ruth: 15 jongens en 5 meisjes.
Dean: j - m = 15
Ramon: j = 1/4, m = 3/4
Merel: j - m = 10.

Enkele leerlingen hebben nog vragen over de beoordeling. Ze vinden dat ze te lage punten hebben gekregen.

Quinten heeft het verbindingskabeltje met de PC geleend, en heeft Risk van Internet gedownload. Later vertelt hij dat hij een programma de hele nacht heeft laten draaien, omdat de machine als hij met een programma bezig is niet automatisch na enkele minuten afsluit. Jammer van de batterijen.

In-B-Gr: terugzoomen

Een leerling (Dean of Theo, die haal ik meestal door elkaar) heeft een 3D-grafiek gemaakt bij een formule van p. 16 van het pakketje (opg. 8.6). Hij heeft per ongeluk ZoomStd gebruikt en wil weten hoe je dat ongedaan maakt. Ik wijs hem op zoom previous.

Lesnummer 11

Datum: maandag 6-3-00 7e uur
Observator: Paul

Jonneke benadrukt aan het begin van de les dat de leerlingen alles in hun schrift moeten schrijven en dat ze daar aan het eind van de lessens een punt voor krijgen.
Op het bord komt te staan:

In schrift schrijven bij alles:
- Wat denk je?
- Wat doe je?
- Waarom?
- uitleggen dus

beantwoord de vragen
Specifiek:
1a antwoord
1b opschrijven hoe je het gedaan hebt
2a y=.....
2c opschrijven hoe je het gedaan hebt
6 proberen alle stappen op te schrijven

Ook de correctie op p. 4 schrijft Jonneke op het bord.
Het huiswerk (het begin van paragraaf 2) heeft niemand gedaan.
Dan gaan de leerlingen daar nu aan werken.

Shirley vraagt of ze nog leren om de 3D-grafieken te maken.

IJkpunt 2.1b

Bij 2.1a heeft **Aisha** staan: x is 600 groter dan y, dus $2x = 1300$.
Ik: Kun je dat uitleggen, hoe je daaraan komt?
Aisha: $x-y=600$, dus dan moet die x wel 600 groter zijn.
Ik: Ja, maar de volgende stap?
Aisha: Ja want $x+y=700$ en y (dat moet x zijn, PD) is 600 groter dus dan heb je 700 plus 600.
Ik snap het nog steeds niet.

Vervangstrategie

Aisha: y is 600 kleiner dan x, dus als je $x+y$ hebt, dan is dat 600 minder dan als je $x+x$ hebt.
Dan deelt ze 1300 door 2 en dat geeft $x=650$, en daaruit volgt $y=50$.
Ik: En als er nu in plaats van die 600 een ander getal staat, hoe zou je het dan doen?
Aisha: Hetzelfde
Ik: En als je nu hebt $x+y$ is een getalletje s en $x-y$ is een ander getalletje v, hoe zou je het dan aanpakken?

Pa-gen+: prima generalisatie

Aisha: Nou dan heb je 2x is s+v, en dan heb je dus x is een half s + een half v, en y is dan s-v, $2y=s-v$...
Ik: Hoe doe je dat dan?
Aisha: Nou $x +y=s$, $x-y=v$, als je dan 2y doet, dan is die s v groter en dan heb je dus 1/2 s min 1/2 v.
Ik: Perfect! Stel nu dat hier 1000 staat voor die s en hier voor die v 200. Wat zou, nu je dit al hebt, de snelste manier zijn om dit op te lossen?
Aisha: Nu zou je als je x uit moet rekenen 1/2 s plus 1/2 v kunnen doen, dus 500 + 100.
Ik: Heel goed. En als je nu hebt ik en mijn vader zijn samen 70. Als ik mijn eigen leeftijd keer 4 doe en ik trek die van mijn vader er vanaf dan krijg ik 10, dus $x+y=70$, $4x-y=10$, hoe zou je je dat aanpakken?

Pa-gen-: niet in staat recept te generaliseren naar stelsel van andere vorm

Dat weet Aisha niet.
Ik: Dan werkt het truukje van net niet meer. Kun je het aanpassen?

Aisha: Ik zou het niet weten.
Ik: OK. Iets anders dan. Als ik in je machientje doet x+y=s en x-y=v (typ het intussen in), hoe zou je dat machientje hetzelfde kunnen laten doen als wat jij uit je hoofd doet?

In-S-ISO-D: recept niet te vertalen naar de machine toe

Aisha: Volgens mij kun je daar dan een soort vergelijking van maken, maar ik zou niet weten.
Ik: Jij maakte van die x+y=s net 2x=s+v. Wat doe je dan eigenlijk?
Aisha: Het verschil erbij optellen.
Ik: Het verschil is hier v, en hier x-y.
Dan laat ik haar zien hoe je twee vergelijkingen op de TI-89 kunt optellen.

Shirley heeft bij 1b het volgende recept:

IJkpunt 2.1b, Fo-inz+, Pa-gen+: mooie generalisatie in taalvorm

Deel het totaalgetal door 2 en doe dat ook met het x-y getal.
Trek x-y:2 getal af van $\frac{totaalgetal}{2}$ en dan heb je y. y+ x-y = x.
Opmerking: die laatste x-y is eigenlijk 'het x-y getal' dus v, denk ik (PD)

Ik: Nu heb ik een vraag aan jou. x+y, dat samengetal, noem ik s, en x-y, het verschilgetal, v. Kun jij nu in letters uitleggen wat je doet?

Pa-gen+: ook in formulevorm gegeneraliseerd

Shirley: Even kijken, s-v, nee, eerst s gedeeld door 2 en ook v gedeeld door en dan doe je dat min elkaar..
Ik: en wat krijg je dan?
Shirley: in dit geval is dat dan 50
Ik: en algemeen?
Shirley: x eh y, sorry. En dan doe je dat +s en dan heb je x. (dat moet een +v zijn in plaats van +s, PD)
Ik: Als ik nu tegen jou zeg x+y is samen 2000 en x-y is 1000, hoe zou je dat met de kennis die je nu hebt oplossen?

Pa-geno: liever opnieuw met getallen dan waarden in algemene oplossing invullen

Shirley begint het rekenwerk te herhalen en vult niet in in het resultaat.
Ik: Je gaat je afleiding weer opnieuw doen met die getallen. Je kunt ook meteen hier kijken (ik wijs naar de algemene formule).
Shirley: Maar zo raak je niet zo snel in de war.

IJkkpunt 2.1b

Dan **Ruth** bij 1b.
Ze doet 700 - 600, deelt door 2 en krijgt y.
Ik: En als er in plaats van die 700 een 800 staat, hoe doe je het dan?
Ruth: 800 - 600, 200, gedeeld door 2 is 100.
Ik: En als er nu in plaats van die 700 een s staat?
Ruth: s - 600 is, weet je niet, gedeeld door 2 is weet je ook niet.
Ik: Ja. En als er nu in plaats van die 700 een s staat en in plaats van die 600 een v?

Pa-gen+: onder leiding lukt het generaliseren wel

Ruth: Dan is het s-v is iets, gedeeld door 2 is iets.
Ik: En wat is die uitkomst dan, wat krijg je als je s-v deelt door 2?
Ruth: Weet ik niet?
Ik: Wat was die 50?
Ruth: y
Ik: Ja, (...)
Ik: Weet je ook hoe je x moet krijgen?
Ruth: s-v,...is toch x?
Ik: Dat is in dit geval 100 en x was 650.
Ruth: s plus v gedeeld door 2

Ik: Zeker weten?
Ruth: Nee.
Ik: Zou je kunnen controleren of dat klopt?
Ruth: Nou hier heb je die 700 min 600 gedeeld door 2 is 50..
Ik: Klopt, en die andere?
Ruth: 1300 gedeeld door 2, 650.
Ik: Maar zou je nu kunnen laten zien, los van die getallen 700 en 600, dat als je deze twee oplossingen hebt, dat het dan altijd is dat zo x+y s is en x-y v. Want het kan wel voor die 700 en 600 kloppen, maar klopt het ook voor andere getallen?

Al-mis: zomaar iets wegstrepen???

Ruth: Dan kan je toch die 2 wegstrepen?
Ik: En dan? Hoe
Ruth: Dan heb je y is x-v ....
Ik: Als je die 2 weglaat krijg je s-v, maar dat is dan wel 2y.
De zoemer onderbreekt dit gesprek.

In-iso+ var and, In-opl+ syn, In-S-ISO-C: combivorm ontdekt!

Peter heeft een snelle manier ontdekt op de TI-89:
solve(x+y=700 and x-y=600,x)
Peter: Een dubbele solve.
Ik: Dat schiet lekker op!
Dat had ik niet voorzien, mooie manier.
Bij 1b hebben Peter, Harrie en Quinten alleen een TI-89-recept opgeschreven...

Angélique heeft een verslag gemaakt van de ervaringen van de laatste weken. Dit op verzoek van Jonneke om haar cijfer wat op te waarderen. Het is nogal lovend over de TI-89 en over wat ze allemaal geleerd heeft de laatst tijd. Als ik haar vraag of ze het allemaal meent, zegt ze ‘ja, anders zou ik het niet schrijven’. Het plaatje van de machine heeft ze gescand.

Lesnummer 12

Datum: 7-3-00 zesde uur
Observator: Paul

Quinten klaagt dat het spelletje Risk dat hij van Internet heeft gehaald zichzelf niet afsluit als je een tijdje niets doet. Nu zijn de batterijen leeg.

Theo heeft een probleem met opgave 2.2 Hij snapt niet goed wat hij moet doen. Het probleem lijkt vooral in de formulering van de vraag te zitten: laat ....vervangen ...door...

IJkpunt 2.6

Ik bespreek klassikaal na hoe je het algemene som-verschil probleem met de TI-89 op kunt lossen met isoleren en substitueren. Dat komt naar mijn idee niet goed uit de verf. Praktisch probleem is dat de zon zo hard binnen schijnt dat het scherm van de OHP niet goed is te lezen. Ik ga op het bord verder.

Pa-gen-: generalisatie te vroeg?

Een van de leerlingen snapt niet waar die v vandaan komt; ze lijkt nog niet rijp voor veralgemenisering. De verticale streep moet worden uitgelegd.

In-iso- sub, In-S-ISO-S: niet-geïsoleerde vorm substitueren

Sommige leerlingen willen na de streep invoeren x+y=s in plaats van de vorm waarin al een variabele geïsoleerd is.
Ik benadruk het voordeel van de algemene aanpak (in het voorbeeld is s 700 en v 600...) en besluit het eerlijk verdelen in het algemeen te laten zitten.

probleem met getallen nog niet duidelijk

Theo houdt problemen met 2.1
Theo: x is 600 keer groter als y
Ik: Niet 600 keer, 600
Theo: dan moet y wel 100 zijn, omdat x+y 700 zijn.
Ik: Ze zijn samen 700. Als ze allebei even groot zijn, hoe groot zijn ze dan?
Theo: Allebei 350.
Ik: Ja. Maar dan is het verschil 0 dus dat is niet goed. Nu gaan we de ene iets groter maken en de andere iets kleiner, bijvoorbeeld de ene 300 en de andere 400. Dan zijn ze nog steeds samen 700. Dan is het verschil?
Theo: 100. Dus je moet een verschil van 600 hebben?
Ik: Dus 300 en 400 is niet goed. Wat moet je dan doen?
Ramon komt er tussen met de suggestie van negatieve getallen.
Theo: Dat kan niet, dan is de afstand niet 600.
Ik: Wat zou die dan kunnen zijn, die afstand?
Theo: x 600 en y 100, dan is x wel 6 keer zo groot.
Ik: Je moet niet met keer denken maar met plus en min. Als x 600 is en y 100, dan liggen ze 500 uit elkaar.
Theo: Dan moet x 700 zijn en y 0.
Ik: Dan is het verschil 700.
Theo: 650 en 50.
Ik leg het idee van eerlijk verdelen nog iets beter uit. Dat lijkt goed aan te sluiten bij zijn voorstellingsvermogen.

In-iso- strat, In-S-ISO-D: twee maal uitvoeren

Een van de leerlingen rekent bij opgave 2.1 y uit door isoleren en substitueren, en vervolgens van voren af aan ook x, in plaats van het invullen van de gevonden y-waarde. Beetje omslachtig.

In-iso- strat, Iso- opl, In-opl ISO, In-S-ISO-S: in dezelfde vergelijking substitueren

Ramon voert bij 2.11a in solve(x+y=5|y=5-x,y) Hij heeft dus dezelfde vergelijking voor en na de streep gebruikt.

In-S-ISO-D: tweede variabele berekenen

Een andere leerlingen heeft bij 2.11a wel de t berekend maar weet even niet hoe hij de h nu moet vinden.

Eva is bezig met een inhaalslag: ze is in het introductiepakketje grafieken aan het tekenen.

Pa-pla: liever met getallen opnieuw beginnen dan waarden invullen in algemene oplossing

Veel leerlingen gebruiken bij 2.10 en 2.11 niet de algemene formule maar beginnen opnieuw met de concrete getallen. Het idee van isoleren en substitueren en met name van de algemene oplossing lijkt niet zo goed te zijn overgekomen.

Lesnummer 13

Datum: 10-3-00, lesuur 2
Observator: Onno

Strategie van eerlijk verdelen

Bij de bespreking van opgave 2.10 over de leeftijden van Simon en zijn moeder komt Theo met de oplossing (zonder rekenmachine) 65/2, verschil moet 35 zijn, 35/2, … , door Jonneke op het bord uitgewerkt als m=32,5+17,5=50 en s=32,5-17,5=15.

In-iso+ var and, In-opl+ syn, In-S-ISO-C: in combivorm

Peter is er achter gekomen hoe de beide vergelijkingen (met de rekenmachine) in één keer kunnen worden opgelost: solve(x+y=65 and y-x=35,x). Dit commando blijkt behalve de x ook tegelijk de y uit te rekenen. Het woordje ‘and’ kan gewoon worden ingetypt met letters. Bij de volgende opgave zegt Ramonn dat hij het antwoord in één keer zag. Jonneke laat vervolgens voor opgave 2.10 nog de methode zien die Paul vorige week heeft uitgelegd: s=½1/2*(65-35)=15, m=1/2*½(65+35)=50, en zegt dat opgave 2.11a ook zo kan: 1/2*½(5+5)=5, 1/2*½(5-5)=0. Maar als Jonneke daar naar vraagt, blijkt niemand het op deze manier te hebben gedaan. Ze herhaalt dat je dus ook de formules x=½(s+v)/2 en y=½(s-v)/2 (“x is de helft van de som plus het verschil, en y is de helft van de som min het verschil”) kunt gebruiken; als je die een maal hebt gaat het sneller, maar het mag natuurlijk ook op de andere manieren.

Dan opgave 3.5 over de parabool. (Jan blijkt nog steeds geen schrift te hebben; ik zie deze les nog meer mensen bezig zonder schrift, Onno.) In samenspraak met Ramonn schrijft Jonneke op het bord ax^2+bx+3, punt (1,7) geeft 7=a+b+3, dus a+b=4; a-b=-2;
Ramonn geeft het antwoord, dat hij met isoleren en substitutie en solve op de rekenmachine heeft gevonden. De controle met de grafiek is niet klassikaal aan bod gekomen.
(Eva is ondertussen nog steeds bezig geweest met opgave 2.11, daarbij geholpen door Ramonn.)

Bij opgave 3.6 over de kokosmat licht Jonneke de vergelijkingen l+b=140 en l-b=40 toe. Ze noemt voor het oplossen weer twee manieren: ofwel met de rekenmachine, ofwel via de formules l=1/2*½(140+40)=90 en b=1/2*½(140-40)=50.
(Ik heb de indruk dat het begrijpen van de vergelijkingen van de kokosmat erg moeilijk is; na afloop heb ik er Ramonn apart mee geholpen, Onno.)

Na deze klassikale bespreking moeten de leerlingen verder gaan met paragraaf 4, wat ook het huiswerk is voor maandag.

Opgave 4.3

Voor het begin van de les had ik met Siddhi gepraat over opgave 4.3, waar het gaat om een rechthoek met omtrek 20, waarvan de oppervlakte eveneens precies 20 is. Ze had moeite met het opstellen van de vergelijkingen en was tot één vergelijking gekomen, zo iets: l+l+b+b=bl (wat door de formulering van de opgave in de hand kan zijn gewerkt).
In de les heeft ze moeite met de tekst tussen opgaven 4.3 en 4.4. Samen komen we tot de vergelijkingen b+h=10 en bh=20. Voor de nieuwe oplosmethode van eerlijk verdelen help ik haar op weg:

Ik: Als b een stukje a groter is dan 5, hoe kun je b dan opschrijven?
Siddhi: Iets met een groter-teken of zo?
Ik: Nee, je kunt zeggen: b is dan gelijk aan wat?

Pa-gen: invoeren van een parameter na sturing

Siddhi: b=5+nog wat, +a … en h=5-a.

…..

Ik: Hoe zou je die a kunnen berekenen?

Siddhi: Ik kan wel van alles uitproberen, maar het moet met de machine kunnen.

Ik: Welke vergelijking zou je nu kunnen gebruiken om a uit te rekenen?

…..

Siddhi: 6*4.

Ik: Daarmee kom je misschien wel op het idee. Dat getal dat hier staat maal dat getal dat hier staat [ik wijs op 5-a en op 5+a], wat moet daar uitkomen?

Siddhi: Dat weet ik niet.

Ik: Ja, dat weet je wel, je weet nog niet wat de a is; maar je weet wel wat er uitkomt als je dit gehele getal met dit gehele getal vermenigvuldigt [ik wijs weer op 5-a en op 5+a].

Siddhi: 10 [heeft dus de verkeerde vergelijking voor de omtrek op het oog, en niet die voor de oppervlakte]. Oh, keer: 20.

Ik: Ja. Dit getal is de hoogte en dit getal is de breedte [ik wijs weer op 5-a en op 5+a]. Als je die vermenigvuldigt moet er 20 uitkomen.

In-sub- syn, In-sub- inz, Re-for: vervangen van b en h door 5+a en 5-a moeilijk, zowel met de hand als met SR

Vervolgens kost het nog enige moeite voor de gewenste vergelijking (5+a)(5-a)=20 op papier staat; Siddhi noteert namelijk eerst weer een + tussen (5+a) en (5-a). Hoe ze de vergelijking met de TI-89 had kunnen krijgen (met substitutie met het streepje) weet Siddhi niet ("ik begrijp helemaal niets van dat ding").

In-cas: equi, In-B-Re: andere gedaante

De TI-89 blijkt na de uitvoering van de substitutie een iets andere vorm te geven: -(a-5)(a+5)=20.

In-B-Na: expand voor haakjes wegwerken

De opdracht "expand" voor het haakjes wegwerken (voor het aantonen van de maximale oppervlakte) is Siddhi vergeten.

:

In-opl- syn, In-B-Sy: syntax solve komma a

Ook het oplossen van de vergelijking lukt niet meer. Als ik haar op weg help met "solve", komt ze verder, maar vergeet in de solve-opdracht ' ,a '; ook als de machine sputtert, ontdekt ze zelf niet wat er ontbreekt.

Lesnummer 14, maandag 7-de uur

Datum: 13-03-2000
Observator: Mattias (MV)

Jonneke bespreekt het huiswerk, paragraaf 4 over rechthoeken. Helaas hebben niet veel leerlingen het huiswerk gemaakt. Jonneke schrijft alleen antwoorden op het bord. Groepje jongens: Quinten, Thomasek, Peter M en Harry hebben tijdens de huiswerk bespreking elkaars rekenmachines laten zien en batterijen verwisselt. Van Thomasek zijn de batterijen op, bij Peter zijn er ook problemen met de batterijen; met elkaar experimenteren vinden ze interessanter dan met de hele klas mee te doen. Na de bespreking (halve les), overigens ik denk dat er maar weinig leerlingen zijn die de stof echt begrepen hebben, ga ik naar dat groepje toe en probeer te achterhalen wat zij van het huiswerk gemaakt en begrepen hebben. Als ik er na vraag en kijk in hun schriften merk ik dat ze alleen opgave 1 hebben gemaakt.

Pa-abs+, Opgave 4.4. Het idee van dynamiek en covariatie lijken in deze context over te komen

Als eerste neem ik met hen door het proces van rechthoek naar vierkant. Ze zeggen dat ze dat begrijpen, want ze kunnen het zien aan de figuurtjes in het boek. Dan ga ik door met het proces van eerlijk verdelen en komen we bij opgave 4a aan. Vervang in de oppervlaktefunctie b door 5 + a en h door 5 – a.

MV: Wat is de oppervlakte van het rechthoek?

In-sub+ inz, Re-for: vervang h en b door 5-a en 5+a

Quinten: (…) h keer b in de oppervlakte daar staat nu (5 – a) keer (5 + a), op dat ding in rammen geeft 25 – a kwadraat.

Harry en Peter kunnen methode van eerlijk verdelen niet toepassen, ze weten niet hoe ze bovenstaande regel moeten invoeren in de rekenmachine. Thomasek rekent zonder rekenmachine, hij werkt gewoon de haakjes weg (5 + a).(5 – a) = 25 –5a + 5a – a^2

MV: Hoe zie je aan het resultaat dat de oppervlakte nooit groter dan 25 is?

Q: Omdat het precies gelijk verdeeld is

MV: Hoe bedoel je?

Q: Waarom zou je nooit groter worden als je de getallen verandert? [Hij snapt niet in vergelijking 25 – a^2 en in plaatje van vierkant naar rechthoek.]

MV: Nee, hoe zie je aan het resultaat ..25 – a^2 .. dat de oppervlakte nooit groter dan 25 is?

Q: Weet niet.

Peter: vijfentwintig min x kwadraat (25 – x^2) Je haalt van 25 x kwadraat af, kan nooit groter dan 25 zijn.

MV: Wanneer is het gelijk aan 25?

T en Q: als a nul is!

Ze schrijven dit op in hun schrift.

MV: Welke waarde van b geeft de gevraagde oppervlakte van 20? Nu krijgen we 25 – a^2 = 20.

In-opl+ inz

H: Kunnen we niet …SOLVE?

MV: Ja en hoe voeren we dat in?

Thomasek:a kwadraat is 5

Thomasek ziet het, maar dan zonder rekenmachine!

In-opl+ syn, In-S-DIV: solve goed toegepast met motivatie letterkeuze

Q: 25 – a kwadraat is 20, kommaatje a omdat je de a wilt weten. (…) a is min wortel 5 of a is wortel 5, kan dat kloppen?

MV: Ja. [Harry heeft nog steeds problemen met invoeren.] Nu weten we a maar we moeten b, de breedte weten. Hoe groot is de breedte?

H: Die is toch gelijk?

Pa-ver: dynamiek is verloren gegaan

Pa-abs-: betekenis van a en b kwijt

Ze weten alle vier niet wat de b is, daarom visualiseer ik de situatie van vierkant naar rechthoek. Zij dachten daar helemaal niet aan! Ze hebben de dynamiek en covariantie van de variabele van deze opgave niet helder voor ogen.

MV: We hebben de a gevonden, maar we moesten de breedte weten. Dit was onze breedte en dit was de hoogte.
Harry: Dus de breedte is groter geworden.
MV: Heel goed, hoeveel is de breedte groter geworden?
Q: Dit vierkantje hebben we, je moet door 2 delen of door…. [vanwege eerlijk verdelen, denk ik, MV. Quinten heeft het nog steeds niet door, de anderen wel]
Peter: breedte is 5 + wortel 5

In-opl- syn, In-B-Sy: Thomasek opnieuw problemen met solve-commando

Thomasek heeft nog steeds veel moeite met het invoeren van SOLVE(25 – a^2 = 20, a) in de rekenmachine, hij snapt niet wat hij moet doen. Achteraf blijkt dat de batterijen van zijn machine al een tijdje leeg zijn.

Opgave 5a: Omtrek is 20, oppervlakte 22,75.

Pa-gen: Generalisatie naar andere getalswaarde lukt

Harry: Ik snap het al. Omtrek is hetzelfde, oppervlakte is nu anders 22,75, dus 25 – a^2 = 22,75.

Harry zag meteen het verband met de vorige opdracht. Aan een generalisatie zijn we niet toegekomen, want ze moesten het eerst maar eens handig invoeren in de rekenmachine, zodat ze konden oefenen met SOLVE. Het groepje voert het ieder voor zich in en Quinten ziet a = 1,5 of a = -1,5. Hij vraagt aan mij waarom a ook negatief kan zijn.

Pa-abs-: verband met de context kwijt

Hij snapt nog steeds niet wat de uitkomst van a met de oppervlakte heeft te maken. Dan gaat de bel en is het over en sluiten.

Lesnummer 15

Datum: 14-03-2000
Observator: Mattias (MV)

Opgave 5.1

Jonneke begint de les met een klassikale huiswerkbespreking van paragraaf 5. Bij opgave 1 vertelt Jonneke dat de vergelijkingen uit het verhaaltje zijn:

Jonneke: 4x = y + 13 of 4a = v + 13. Dat maakt niet uit. De leeftijd van Anna en vader is 62.
Bord: x + y = 62.
Jonneke: In de rekenmachine wordt dat y = 62 – x.

Jonneke substitueert m.b.v. rekenmachine de 2 vergelijkingen, (te zien op scherm).

Scherm: 4.x = y + 13 | y = 62 – x, ENTER geeft 4.x = 75 – x
SOLVE(4.x= 75 – x,x) ENTER geeft x = 15.

Jonneke Als je het met a of v hebt gedaan dan vul je in komma a of v. (..) Het is moeilijk om de vergelijking te vinden uit het verhaal. (…)

IJkpunt 5.4

Jonneke: Opgave 4, een driehoek met 3 zijden, de som van twee rechthoekszijden is 31, x + y = 31 en maak je van y = 31 – x. En de formule van Pythagoras
x^2 + y^2 = 25^2 en je hebt ook y = 31 – x.

Jonneke voert deze gegevens in de rekenmachine in. De leerlingen zien het volgende op het scherm:

Scherm: x^2 + y^2 = 625 | y = 31 – x
ENTER geeft 2.x^2 – 62.x + 961 = 625
SOLVE(2.x^2 – 62.x + 961 = 625,x)
ENTER geeft x = 24 or x = 7 (…)

Jonneke invertariseert nu wie het huiswerk gemaakt heeft, uiteindelijk zijn er 6 leerlingen die het huiswerk gemaakt hebben. De andere leerlingen krijgen de opdracht om opgave 4b nu voor zichzelf te gaan maken. (….) Jonneke bespreekt daarna deze opgave en schrijft op het bord:

Bord: b + h = 35
b = 35 – h
b^2 + h^2 = 25^2 | b = 35 – h.

Daarna geeft ze de leerlingen de opdracht om dit in hun rekenmachine in te voeren.

Jonneke Voer in, de laatste regel van het bord. Die uitkomst voer je in met SOLVE en komma x.

Jonneke werkt dit zelf uit op het scherm.

Scherm: b^2 + h^2 = 25^2 | b = 35 – h
ENTER geeft 2.h^2 – 70.h + 1225 = 625
SOLVE(2.h^2 – 70.h + 1225 = 625,h)
ENTER geeft h = 15 or h = 20

Jonneke bespreekt opgave 4c niet klassikaal, jammer want opgave 4c is een ijkpunt (Pa-gen). Leerlingen krijgen nu de opdracht om opgaven 4 t/m 7 als huiswerk voor de volgende les te maken, ze kunnen daar in de les mee beginnen.

In-B-Fu: invoeren functie
In-B-Gr: instellen kijkvenster

Dean vraagt aan mij hoe hij y = 90 – x moet invoeren in het Y= scherm. Hij had nl y1(x) = y = 90 – x ingetypt. (…) Als het goed is ingevoerd ziet hij niks op het scherm. Hij komt niet zelf op om de instellingen via WINDOW-scherm te veranderen. Zijn we in het WINDOW-menu aanbeland dan weet hij niet welke waarde hij de instellingen moet geven. (xmin, xmax etc.)

Thomasek heeft problemen met de rekenmachine, hij heeft nl spelletjes gedownload en er is zodoende iets misgegaan met de machine. Onder het mom van de batterijen doen het niet meer heeft hij een excuus dat hij niet met de machine kan werken.

IJkpunt 5.5

Bij opgave 5 heeft hij in zijn schrift staan x^3 + y^3 = 2240 met daaronder y^3 = 2240 – x^3 en daaronder y = 20 – x.

In-iso+ var and, In-S-ISO-C: combivorm

Peter daarentegen had het volgende in de rekenmachine ingevoerd:

In-opl+ syn

SOLVE (x^3 + y^3 = 2240 and x + y = 20,x).

Som van de twee getallen is s, som van de derde machten is d.

Pa-gen+

Thomasek: x^3 + y^3 = d en y + x = s

MV: Okay, nu invoeren in de rekenmachine

In-B-Di: beperking in algebra van TI-89

Peter: Vervang 2240 door d en 20 door s. (…) He de machine geeft FALSE??

Strategie: vergelijkingen optellen

Thomasek: x^3 + y^3 + y + x = d + s [Hij telt de twee vergelijkingen op, maar ziet niet in wat hij daar mee kan doen. Dan leg ik Peter uit dat zijn methode van oplossen niet lukt vanwege de parameters s en d. Hij moet de andere oplosmethode zelf eens uitproberen. Dan komt Harry ook meedoen, zijn noodkreet luidt: ik snap de vraag eigenlijk niet!

MV: Welke vraag en wat snap je niet?

IJkpunt 5.4, Pa-geno: moeite met het snappen van de vraag naar generalisatie. Wat is algemeen?

Harry Vraag 4c: Los het probleem in het algemeen op (dwz zonder getallen 31 en 25 gegeven zijn.) Ik snap niet wat ze daarmee bedoelen?

MV: Bij de opgave ervoor hebben we de situaties uitgewerkt met de getallen 35 en 21. In de algemene situatie heb je niet een getal maar een letter. [Ik wijs naar het plaatje van de driehoek] Hoe stel je dan de vergelijkingen op?

Harry: Als je het intypt?

MV: Ja

Pa-gen+

Harry: Zeg maar c, dan krijg je c^2 = a^2 + b^2

MV: Zet maar een dikke streep

In-iso- sub, In-S-ISO-S: niet-geïsoleerde vorm

Harry: En dan a + b = d, komma

Thomasek: Eerst komma en dan haakje sluiten [Hij wil ook even horen of hij het kan.]

In-iso- opl, Pa-rol, In-S-ISO-N: heel verkeerde letterkeuze

Harry [Harry gaat stug verder waar hij was,] en dan moet je na de komma een c.

MV: Naar welke letter wil je de situatie oplossen? [Dan gaat de bel]

Harry Naar c toch?

MV: Nee, je wilt toch a en b weten. Dat zijn de zijden van de driehoek. Kies a uit. Tik het maar in. (…)

IJkpunt 5.5, Fo-rei+, Pa-gen+

[Dan komt Peter met zijn oplossing van opgave 5b.]

In-iso+ syn, In-sub+ syn, In-opl+ syn, In-opl+ inz, In-opl ISO, In-S-ISO-N: geneste vorm, terwijl hij het liefst de combivorm gebruikt

Peter: SOLVE(x^3 + y^3 = d I y = s – x, x)

Peter heeft dit zelf goed opgelost, alleen de betekenis van de uitkomst kon hij niet interpreteren. Er stond voor hem een te grote expressie op het scherm. Als we zijn uitkomst vergelijken met het antwoord achterin dan is hij wel overtuigd dat zijn oplossing klopt. Maar interpreteren blijkt ook voor hem erg moeilijk.

Lesnummer 16

Datum: 17-3-00, lesuur 2
Observator: Onno

Aan het begin van de les krijgt Jonneke nog van een aantal leerlingen de uitwerkingen van opgaven 5.4 t/m 5.7. Er zijn vragen over wat te doen als de batterijen op zijn. Paul komt met het voorstel dat de leerlingen dan zelf voor nieuwe batterijen zorgen, en deze weer uit de TI-89 halen als we klaar zijn met deze lessenserie; omdat het toch nog maar om een paar lessen gaat, zullen de batterijen daarna nog goed te gebruiken zijn.

Niemand heeft meer de opgaven 6.1 t/m 6.3 (van het huiswerk) op de machine staan. Jonneke laat de klas verder werken aan opgaven 6.4 t/m 6.6. Men moet in het schrift opschrijven wat men vindt; na 20 minuten gaan we kijken of het gelukt is.

In-B-Na: navigatie
In-B-Kn:minteken
In-B-Gr: kijkvenster

Urok, die onregelmatig de lessen heeft bezocht, vraagt mij haar bij opgave 6.1 te helpen. Ze weet niet hoe ze de grafiek moet tekenen van t=90-h. Ze weet niet meer welk scherm daarvoor nodig is; dat ze x en y moet nemen i.p.v. h en t; dat ze het window moet aanpassen als er geen grafiek verschijnt, en hoe ze dat moet doen; ook verschijnt er een verkeerd minteken. Ze herinnert zich nog wel dat ze met Trace naar een punt op de grafiek kan gaan. (Later in de les blijkt ze bij opgave 6.3 zelf de juiste vergelijkingen t=100-h en t=h-25 te hebben opgesteld.)

IJkpunt opgave 5.5

Helen is nog aan opgave 5.5 bezig. Ze maakt een fout die we ook bij de ingeleverde uitwerkingen meerdere malen hebben gezien.

In-iso- sub, In-opl ISO, In-S-ISO-S: niet-geïsoleerde vorm

Ze heeft bij vraag a ingetypt solve($x^3+y^3=2240$ | x+y=20, y) en vraagt waarom dit niet werkt. Als ik haar uitleg dat de machine nu niet weet of voor de streep de x of de y moet worden ingevuld, duurt het nog geruime tijd tot ze achter de streep x+y=20 vervangt door x=20-y; bovendien geeft ze daarbij aan het nog steeds niet te begrijpen.

In-isoo opl, In-oplo inz, In-S-ISO-N: is de letterkeuze in de geneste vorm echt begrepen?

Op mijn vraag of ze zeker weet dat er na de komma een y moet staan, zegt ze dat ze y wil weten (want x weet je al: x=20-y); maar het blijft mij onduidelijk of ze zich daadwerkelijk realiseert dat er na substitutie van x=20-y een vergelijking met y als onbekende overblijft.

Pa-geno: moeite met het generaliseren van de vergelijkingen

Bij vraag b lukt het Helen (met enige moeite) om de gegeneraliseerde vergelijkingen $x^3+y^3=d$ en x+y=s op te stellen (eerst zegt ze o.a. $x^3+y^3=2d$); vervolgens weet ze niet hoe ze de vergelijkingen moet oplossen (o.a.: “moet het met expand?”), en wanneer ze gaat oplossen zoals bij vraag a maakt ze weer dezelfde fout:

In-iso- sub, In-opl ISO

solve($x^3+y^3=d$ | x+y=s, y).
Dan volgt nog een heel geworstel om de gevonden formules met Expand in zo eenvoudig mogelijke vorm te schrijven.

Opmerking. Ik vraag me af of het voor leerlingen die wat zwakker zijn of nog niet voldoende geoefend hebben, niet overzichtelijker is om i.p.v. de gecombineerde opdracht solve(…. | x=… , y) de afzonderlijke opdrachten …. | x=… en solve(…. , y) uit te voeren. De gecombineerde opdracht lijkt toch een hogere mate van abstractie te vergen, o.a. naar welke variabele dient te worden opgelost (al ging Helen daarbij niet in de fout), Onno.

Bij opgave 6.7 vraagt Dean me waarom de machines van hem en Theo(?) verschillende grafieken geven, terwijl Theo de formules in het Y=-scherm van hem heeft overgetypt. Bij Theo zijn de lijnen namelijk horizontaal en bij Dean dalend. Theo heeft staan y2(x) = {0,1,2,3,4,5} (hij is vergeten –x over te typen). Ik hoop Dean zelf te laten ontdekken waar de fout zit; daarom vraag ik hem wat voor soort grafiek bijvoorbeeld y=1 heeft. Hij schetst dan echter een schuin naar beneden lopende lijn.

Jonneke heeft op het bord een aantal lijnen uit het netwerk na opgave 6.3 getekend in een xy-assenstelsel, namelijk voor v=0, v=2, v=4 , s=0, s=2 en s=4. De laatste 5 minuten van de les gaat ze hier klassikaal op in. Er zijn steeds snijpunten van twee lijnen; met de vlaggetjes kun je snijpunten zelf opzoeken.

IJkpunt 6.5, Pa-ver-

Ze vraagt Harry wat er met de grafiek gebeurt als s toeneemt. Als Harry 't niet weet, geeft Jonneke het antwoord: de lijn verschuift naar boven.

Pa-vero: niet helemaal begrepen. Is dit een goede vraag?

Ook vraagt ze Theo wat er met x gebeurt als v toeneemt. Dan wordt x ook groter. (Achteraf bedenk ik, dat deze beschrijvingen en ook die in de antwoordenlijst verwarrend kunnen zijn; bijv. als s toeneemt, kun je ook zeggen dat de lijn naar rechts schuift, Onno.)

Pa-vero: Is 'verschuiven' in leerlingentaal 'veranderen'? Het gaat in elk geval wel over de hele grafiek.

Op de vraag wat er met de grafiek gebeurt als je y=-x+90 verandert in y=-2x+90, wordt uit de klas geantwoord dat de grafiek verschuift. (Misschien is de term 'verschuiven' in dit verband niet helemaal gelukkig, omdat beide lijnen door één punt blijven gaan? Onno)

Jonneke heeft nog het programma voor de resterende lessen op het bord geschreven. Als ik het in de haast goed heb opgeschreven, ziet het er als volgt uit:
ma 20/3: par. 6 thuis afmaken; in de les 7.1 t/m 7.5
voor di 21/3: 7.6 t/m 7.9 thuis doen
do 23/3: in les 9.2, 9.3, 10.9,10.10,10.11
vr 24/3: onderzoeksopdracht in schrift
ma 27/3: test en alles inleveren, opdr. en schrift

Lesnummer 16

Datum: 17-3-00 tweede uur
Observator: Paul

Enkele leerlingen leveren de inleveropgaven van paragraaf 5 in.

Jonneke vraagt wie van de leerlingen het netwerk van opgave 6.5a nog in de machine heeft. Niemand, dus de leerlingen werken verder. Er wordt wel gewerkt, maar de leerlingen zijn op verschillende punten in het pakket en op verschillend niveau. Jonneke schrijft een planning op het bord (zie verslag Onno).

Bij sommige leerlingen zijn de batterijen op; dat is verrassend snel.

Merel (of is het Eva?) heeft nog een vraag bij opgave 5.4. Ze heeft de vergelijkingen opgesteld, maar snapt het isoleren en substitueren nog niet. Stap voor stap loop ik dat rustig met haar door en dan is het duidelijk.

In-isoo var iigo, In-S-ISO-D: allebei de vergelijkingen isoleren?

Ze vraagt zich af of je de vergelijkingen al in geïsoleerde vorm moet invoeren in de machine. Dat hoeft dus niet. Ze moet nog nadenken over hoe je een kwadraat invoert. Ze weet ook niet precies welke stap in het proces precies het isoleren is. Ze ziet dat na substitutie de ene variabele verdwenen is. Ze snapt het.
Ik verdenk haar er eerlijk gezegd van dat ze op deze manier een efficiente inhaalslag maakt: ze heeft tot nu toe niet veel gedaan, maar wel in de gaten dat dit een van de hoofdpunten is, dus vraagt op dat punt hulp. Geen onverstandige aanpak... Of ben ik te wantrouwend?

In-B-Al: MODE-instellingen

Een van de leerlingen vraagt hoe je bij grafieken komt, want zijn machine staat op poolcoördinaat-grafieken in plaats van op ‘gewone’.

In-B-Gr: kijkvenseter
In-B-Fu: functiebestand

Verschillende leerlingen hebben bij het begin van paragraaf 6 moeilijkheden met grafieken en het kijkvenster. Het omschrijven naar een geïsoleerde vorm en naar x en y kan soms een probleem zijn, en ook het instellen van het kijkvenster. Dit soort dingen hebben de leerlingen wel gedaan, maar dat is al even geleden. Bij Daya staat de tekenstijl ingesteld op het animeren: je ziet alleen een bewegend bolletje in plaats van een getrokken grafiek. Ze probeert dat uit te zetten maar om een of andere reden was dat niet gelukt.

Zvjezdana zegt dat ze alles niet snapt. Ze weet niet hoe ze met paragraaf 6 moet beginnen en ook de tweede helft van paragraaf 5 snapt ze niet, zegt ze. Ik help haar op weg met het tekenen van grafieken. Ze heeft xmin en xmax aan elkaar gelijk gesteld, en ook ymin en ymax. Ze ziet niet het startgetal en het richtingsgetal in de formule terug.

Pa-abs-: betekenis snijpunt

Een van de leerlingen snapt de betekenis niet van het snijpunt in 6.2b.

Met Helen (of is het Ruth?) teken ik bij opgave 6.3 ook de grafiek van y = 100 - x erbij en die van y = x - 25.

In-B-Be: verband formule - grafiek moeilijk

Ik: Weet je nu welke formule bij welke grafiek hoort?
Helen: Nee
Ik: De ene is 90 - x, de andere is x - 15.
Helen: O, zo. Dit is die (ze wijst het verkeerd aan)
Ik: Waarom denk je dat?
Helen: O nee, dit is die (ze wijst het goed aan).
Ik: Waarom denk je dat?

covariatie duidelijk?

Helen: Omdat die begint bij 90 - h en h wordt steeds groter dus dan wordt....

Ik: Ja.

verwarring richtingsgetal - startgetal

Dan leg ik het verband met de vorm y = a.x + b en het startgetal en het richtingsgetal. Ze noemt in y = -x + 90 de 90 het richtingsgetal, helaas... Ik besluit met de opmerking dat je door voor 90 en 15 nog andere getallen te nemen het netwerk ontstaat.

In-iso- syn: verwarring sub en opl, In-B-Fu: isoleren voor invoeren in functiebestand In-sub- inz, In-S-ISO-D: begripsverwarring tussen isoleren en substitueren

Dean (of Theo?) weet bij 6.7 niet hoe hij de formule x.y=p moet herschrijven zodat hij in het functie kan worden ingevoerd. Isoleren van y dus, maar hij denkt dat isoleren is ‘met zo’n streepje ertussen’, substitueren dus. Dan ziet hij meteen dat y = p/x.

In-B-Be: verband formule - plaatje niet duidelijk

Hij realiseert zich niet dat hij uit het plaatje in het pakket kan aflezen welke waarden voor p en s gekozen zijn. Later heeft hij wel het kijkvenster goed ingesteld zodat de y-as links in beeld komt. Bij het isoleren van y in x+y=s wil hij weer gaan delen in plaats van aftrekken. HIj ziet niet dat het in het TI-89 hulpkader al voorgedaan staat.

Thomasek’s machine staat op tilt. Hij heeft van Quinten een spelletje over genomen dat kennelijk nogal ingrijpend is. HIj zegt dat het kabeltje eruitgevallen is. De machine blijft om invoer van een ander apparaat vragen: ‘press I to install’, en dan ‘receiving’. Hij wil nu het kabeltje nog een keer lenen om dat te verhelpen. Misschien speelt ook een rol dat zijn batterijen op zijn en dat hij steeds even batterijen van iemand anders erin doet.

Jonneke en ik besluiten toch het tweede deel van paragraaf 7 te doen in plaats van het eerste stuk van 8, omdat dat laatste waarschijnlijk de leerlingen erg doet verlangen naar 3D-grafieken, die we juist niet meer van plan zijn te gaan doen.

Lesnummer 17

Datum: 20-03-2000
Observator: Mattias (MV)

Van het begin van de les mis ik informatie. Jonneke geeft de klas opdracht om te beginnen aan paragraaf 7.

IJkpunt 7.1. Pa-ver+: de rol van b wordt begrepen

Opgave 7.1) y = a.x + b. Shirley ziet op haar scherm dat de grafieken naar boven gaan en ze legt de link met het groter worden van b. Ze heeft nl 8 formules ingevoerd, maar niet met de accolade-truuk gewerkt.

In-B-Gr: kijkvenster

De 8 lijnen op haar scherm staan heel dicht op elkaar en onduidelijk (zigzaggend). Dan vraag ik aan haar of zij het netwerk duidelijk voor mijn slechte ogen kan tekenen op de machine, maar dan legt ze geen combinatie met het WINDOW-scherm en ze heeft ook geen idee hoe ze de assen moet aanpassen.

Pa-rol+: onafhankelijk - afhankelijk duidelijk

In de formule y = a.x + b weet Shirley dat x de onafhankelijke variabele is en y de afhankelijke.
Shirley: Als x verandert, verandert y ook.

In-B-Fu: accolade-truuk

Suzanne en Shirley weten niet hoe ze de netwerken op hun scherm kunnen krijgen m.b.v. de accolade truuk. Het duurt aardig lang voordat ze beiden doorhebben hoe de accolade-truuk werkt en dat ze het eventueel zelf kunnen. We gaan opnieuw opgave 7.1 maken.
MV: Wat gebeurt er met de grafieken als b groter wordt?

IJkpunt 7.1. Pa-ver-: of toch niet begrepen?

Shirley: Afstand wordt kleiner?
MV: Nee, wat zie je gebeuren op je scherm? We weten dat b steeds 1 groter wordt. In formule y = x + 0 , y = x + 1, etc.

In-B-Be: verband formule - grafiek niet duidelijk

Shirley en Suzanne kunnen beiden niet verwoorden wat ze zien gebeuren. Ik leg de bedoeling en de opgave uit. Ze maken niet een voorstelling van wat er op het scherm gaat gebeuren en ze leggen geen verband met de formule.

In-B-Na: navigatie
In-B-Gr: kijkvenster

Voorts blijkt dat beide dames weinig controle hebben over de toetsen, en het navigeren met de toetsen van de rekenmachine loopt niet soepel. (Bijvoorbeeld het gebruik van het vinkje, invoeren van de accolade truuk, window instelling aanpassen, van grafiek naar homescherm naar Y=.)

Uiteindelijk hebben ze bij opgave 7.2 Y= {0,1,2,3,4,5} . x + 2 ingevoerd. Hun reacties:
Shirley: Ze gaan niet parallel, … ze gaan schuin.

IJkpunt 7.2. Pa-ver+: klopt

Suzanne Ze gaan steeds schuiner!
Shirley: Ze gaan door een punt.
MV: Welk punt?
Shirley: x = 0 (..) y = 2

Opgave 7.3 bij groepje Quinten, Peter, Harry en Thomasek.
y = a.x + b gaat door het punt (1,3) In eerste instantie draaien ze allemaal de x en y coordinaat om. Quinten gaat naar zijn beeldscherm en zoekt naar het punt (1,3) m.b.v. TRACE hoopt hij a en b te vinden.
MV: Hoe ziet de formule eruit?
Harry 3 = a.1 + b
MV: Welk lid van de familie is het?
Groepje: ??
MV: Vergelijk eens met opgave 1 en 2. Daar is a of b bekend.(…) Dus daar is een van de twee bekend. Hier niet. Dus kun je het niet weten. Nu ligt (3, -1) ook op de lijn.
Volgens Quinten en Harry is het niet mogelijk om a en b uit te rekenen. Ze weten niet wat ze aan het doen zijn. Thomasek komt met het

idee dat door twee punten een lijn gaat. Hij kan dat verder niet uitleggen, zodat ik het groepje de achterliggende relatie van het vastleggen van een lijn door twee punten, grafisch en in formule-vorm uitleg.

In-iso+ var and, In-S-ISO-C: combivorm

Daarna kunnen ze het oplossen van de twee vergelijkingen (met and weer!) zo met de rekenmachine doen. Daar weten ze wel raad mee.

Al met al ging het erg moeizaam met beide groepjes, er zijn behoorlijk wat hiaten bij deze leerlingen.

Lesnummer 17

Datum: 20-3-00 tweede uur
Observator: Paul

Ik leen Thomasek de Graph Link kabel. Theo en Dean hebben belangstelling voor het zwarte kabeltje waarmee je twee machines kunt koppelen.

IJkpunt 6.8. Pa-vero: dynamiek komt slecht uit de verf. Stelt de docent de goede vragen?

Jonneke bespreekt opgave 6.8 na. Ze tekent enkele lijnen uit de familie y = s - x op het bord.
Jonneke: Wat gebeurt er als de s verandert en wat als de x een andere waarde krijgt?
Ll: Dan verandert y?
Theo: Hoe verandert y?
Dean: Dat hangt ervan af hoe s verandert.
Leerlingen weten niet welke s-waarde bij welke lijn hoort. Jonneke wijst erop dat de lijn met s=0 door de oorsprong gaat. Ze zet de 1 bij de doorsnijding van de lijn met s=1 en de x-as en vraagt hoe groot s is. Dat is 1, dat ziet Dean wel.
Jonneke: Dus als s verandert, krijg je een heel andere grafiek. Wat gebeurt er als x verandert?
Ik geloof dat een aantal leerlingen niet doorheeft dat s dan vast blijft.
Ll: Dan verandert y ook.
Jonneke: Nu heb ik s constant hetzelfde, dus s is bijvoorbeeld 1 en ik ga x veranderen. Krijg ik dan ook een andere lijn?
Angélique:Dan gaat ie toch omlaag?
Jonneke: Wat gaat omlaag? Als ik trace erop zet, dan ga je over de lijn heen.
Ik betwijfel of Angélique snapt wat er aan de hand is.

Pa-ver+

Theo: ... dus de hele lijn schuift op.
Jonneke: Als x verandert, verandert y, dan ga je over die lijn heen, je krijgt dus niet een hele andere lijn, je schuift over die lijn.

De leerlingen beginnen aan paragraaf 7.

Pa-pla

Dean krijgt bij opgave 1 een syntaxerror omdat hij y = a.x+b invoert en dan de grafiek wil laten tekenen zonder dat a en b waarden hebben. Ik leer hem hoe je in het HOME-screen de a en b waarden kunt geven.

IJkpunt 7.1
Pa-rol-: Eduard heeft geen idee van de onafhankelijke variabele

Bij 7.1a wil Eduard eerst weten welke waarde x heeft.
Eduard: Dan moet je geloof ik voor x een getal gekozen hebben?
Ik: Je stelt a=1. Wat krijg je dan?
Eduard: y = 1.x+b.
Ik: En nu moet je voor b een getal kiezen, bijvoorbeeld b=5
Eduard: Dan houd je nog wel x over.
Ik: Dan krijg je 1.x + 5
Eduard: O, die x mag blijven staan gewoon.
Ik: Als je voor x ook een getal invult, dan krijg je een getal, dan krijg je geen grafiek.

Pa-ver0: Eduard lijkt 'lokaal' te denken en niet globaal. Of stuurt de vraag hem de verkeerde kant op? Zie ook zijn antwoord op de eindtoets.

Hij laat grafieken tekenen voor b=1 t/m 6. Op mijn aanraden vult hij later een nieuwe waarde in: y = 1.x+8. Op mijn vraag voorspelt hij dat die hoger komt te liggen en dat klopt. Als ik vraag wat hoger komt, zegt hij 'de y'. Ik wijs erop dat het de hele grafiek is.

IJkpunt 7.2

Bij 7.2b heeft Eduard enkele functies ingevoerd: 2x+2, 5x+2, 6x+2. Hij ziet niet wat het gemeenschappelijke is:

Pa-ver+: klopt

Eduard: Wat is hier nu het kenmerk van? Deze wordt steiler dus bij minder grote x zijn de lijnen even hoog. Deze (de steilste, PD) is bij een kleinere x al even hoog.

Ik: Teken er nog een paar, dan zie je misschien wat ze bedoelen.

Pa-ver+: in orde

Eduard: Het wordt steeds steiler gewoon.
Ik: Maar dat is niet iets dat ze samen hebben.
Eduard: Het wordt steeds hoger, groter,
Ik: Is er ook iets dat ze gemeenschappellijk hebben?

moeite om te ontdekken dat de lijnen y=ax+2 door één punt gaan
verband formule - grafiek ontbreekt

Eduard: Bij een bepaald punt wordt ie groter
Ik: Is er een punt waar ze allemaal zijn?
Eduard: Oo, hier.
Ik: Welk punt is dat?
Eduard: Dat is het snijpunt.
Ik: Kun je de coordinaten ervan vinden?

Eduard loopt met TRACE naar het snijpunt.

Eduard: x is 1 komma, eh 0 komma 12 en y is 2 komma 10.
Ik: Wat zou het nu precies zijn?

Eduard zet de ‘vrije’ cursor met TRACE op (0, 2.10).

Ik: Kun je dat ook aan die formule zien?
Eduard: Ik zou het niet weten.
Ik: Als je x=0 invult, wat krijg je dan voor y-waarde?
Eduard: Bij deze of bij deze?
Ik: Bij die onderste drie.
Eduard: 2
Ik: Dus wat is dat punt dan echt?
Eduard: Ik begrijp het niet.

Jonneke gaat klassikaal verder, dus ik breek het gesprek af door te zeggen dat het (0, 2) is.

Jonneke tekent een waaier op het bord.

Jonneke: Wat gebeurt er als we a variëren en b blijft hetzelfde?

Pa-ver+

Leerling: Dan gaan ze de andere kant op.
Ander: Ik heb ze allebij tegelijk laten veranderen
Jonneke: En wat gebeurt er als a groter wordt, Eva?

Pa-ver-: effect niet duidelijk, of bedoelt ze steiler?

Eva: Dan schuift die omhoog.
Jonneke: Dan wordt die steiler.

Eduard is inmiddels bij 7.3.

Eduard: Ik wil weten wat x is, en dan ga ik de formule, de vergelijking opstellen.

Hij komt er niet uit en kijkt bij de antwoorden maar dat helpt hem niet. Het idee dat er een bundel lijnen door een punt gaat, heeft hij niet.

Bij 3b snapt hij niet wat er bij de antwoorden staat: a+b=3. Het invullen van een punt is de missende schakel.

Ik: Als ik nu voor x 1 invul, wat krijg je dan?
Eduard: Iets keer 1, afhankelijk van a is dat x, + b.
Ik: En wat moet er dan uitkomen als je weet dat hij door het punt (1, 3) gaat?
Eduard: Je weet a én b niet..
Ik: Maar je weet wel: als de x 1 is, is de y drie want hij gaat door (1, 3). Dus a+b = 3.
Eduard: Waarom a PLUS b?

Ik leg het uit, met de vermelding dat a keer 1 is a, en hij snapt het zonder dat ik weet wat precies het probleem was. Het tweede punt kan hij nu invullen, al verwisselt hij per ongeluk a en b.

IJkpunt 6.6

Zvjezdana is nog bij opgave 6.6c. Dat is een moeilijke vraag. Ook bij haar helpt kijken bij de antwoorden niet. Ze heeft wel de punten vet gemaakt bij onderdeel a. Ik schrijf op:

y = s - x
y = x - v
Omdat s = 2v, maak ik ervan y = 2v - x.
Ik: Die twee moeten aan elkaar gelijk zijn dus dan heb je 2v-x = x - v.
Ik: Wat zou je daarmee kunnen doen? Kun je dat nog overzichtelijker of eenvoudiger maken?
Z.: ....
Ik: Vaak is het makkelijk als je dezelfde letters bij elkaar zet.
Z.: Ja die x gaat dan hierbij ...
Ik: Wat krijg je dan?
Fo-inz-, Al-mis Z.: Hier staat -x, en dit is x, dan krijg je toch nul?
(Ze wil -x links laten wegvallen tegen x rechts, PD)
Ik: Nee, want bijvoorbeeld als ik voor x het getal 3 neem, of laat ik het anders zeggen, als je die -x weg wilt hebben moet je er x bij optellen en dan moet je er aan deze kant ook x bijdoen. Dus dan krijg je hier niet 0 maar
Al-mis: problemen met elementaire operaties: x+x is niet x^2 en 2v - v is niet 2...
Z.: x in het kwadraat.
Ik: Nee, ik tel het er bij op.
Z.: O ja, 2x. Dus die (die -x links, PD) gaat weg.
We hebben 2v = 2x - v
Ik: Kan het nu nog beter?
Z.: Dat je hier (links, bij 2v, PD) een v weghaalt?
Ik: Wat krijg je dan?
Al-mis Z.: 2 (als je in 2v v weglaat, houd je 2 over, denkt ze, PD)
Ik: Nee, want 2 keer v is in feite v + v, dus als je v weglaat krijg je
Z.: 1 v
Ik: Wat je beter kunt doen is meteen 2v weghalen.
Z.: O ja. Dus wordt dit ... niks. Als je allebei die v’s weglaat.
Ik: Ja. Dan doe je hier 2 v’s eraf, en wat moet je hier dan doen?
Z.: Ook 2 v eraf. Ik snap niet wat hier (links, PD) dan overblijft.
Ik: Ik had 2v, die haal ik eraf, dus
Z.: Niks. En hier (rechts, PD) haal je, -2v
Ik: Maar je had al een -v staan, min 2v
Z.: -3v? En nu?
Ik: Het is iets eenvoudiger geworden.Wat nu het handigste is om te zeggen dat 2x-3v=0, dat betekent dat 2x gelijk moet zijn aan 3v.
Z.: Ja.
Ik: Wat is x dan?
Z.: ....
Ik: Of wat is v? Als 3v = 2x, dan is v
Al-mis Z.: 2/3 Dan is die ander nog 1/3.
Ik: Welke andere bedoel je?
Z.: .... (ze bedoelt geloof ik de v, PD)
Ik: Hoe groot v is weet je niet. Hier staan 2 letters in, dus als je er een weet kun je de andere uitrekenen. Hoe groot v en x zijn, weet ik nog niet. Wat je wel kunt doen is dit, als je weet dat v 2/3 x is, invullen in deze want je wist dat y = x - v, dit is een soort geisoleerde vorm want die v staat hier in zijn eentje, dan krijg je x - 2/3 x. Weet je wat dat is?
Z.: Nee.
Ik begin over pizza’s ...
Z.: Ja ik weet wel wat 2/3 is..
Ik: Dus dan krijg je 1/3 x.
Z.: Maar ik vind het ingewikkeld als hier iets anders stond dan x.

Ik: Dan is het ook ingewikkeld.
Zvjezdana was kritisch over deze machine en ik leg nog uit dat ik denk dat het kunnen werken met deze machine ook van pas komt bij de grafische rekenmachine volgend jaar.

Lesnummer 18

Datum: 21-03-2000
Observator: Mattias (MV)

Jonneke begint de les met een klassikale introductie van de lenzenformule. Ze schrijft de lenzenformule op het bord.

Bord: 1/f = 1/b + 1/v.
Jonneke: We willen b voor hebben, maar we gaan eerst met een voorbeeld werken.
Bord: 1/7,5 = 1/b + 1/15
Jonneke: Hoeveel vijftiende is 1 gedeeld door zeven en een half?
Ze schrijft op het bord: 2/15 = 1/b + 1/15 b = 15.
Theo: Jonneke moeten we een formule krijgen met b = ?
Jonneke: Dat gaan we zo doen.
Theo: Ik heb dat op mijn rekenmachine.
Jonneke: Nu wil ik de bovenste [de lenzenformule] herschrijven in iets van b = (..…), maar eerst 1 gedeeld door b is handiger.
Jonneke schrijft op het bord:1/b = 1/f – 1/v
Theo: Ik heb (….)
Jonneke: Hoe heb je dat gedaan?

In-opl+ syn, In-opl+ inz, Fo-rei+, In-S-ISO-I: solve voor isoleren

Theo: SOLVE(1/b = 1/f – 1/v, b) geeft b = f.v / (v – f) (…)
Jonneke: Voor opgave 9 gebruik je deze formule (….)
Dan werkt Jonneke enkele voorbeelden uit op het bord, ze kiest f = 1, f = 2, f = 3 en schrijft de volgende formules onderelkaar.
Bord: b = 1.v / (v – 1), b = 2.v / (v – 2), b = 3.v / (v – 3).
Sommige leerlingen maken verzuchtende geluiden. De laatste formules konden ze niet vatten. Uiteindelijk inventariseert Jonneke wie het huiswerk heeft gemaakt. Zes leerlingen leverden het in, de rest van de leerlingen krijgen opdracht om opgaven 7.4 en 7.5 in de les te maken.

In-B-Fu: moeite met accolade-truuk

Suzanne heeft wederom moeite met de accolade-truuk nu bij opgave 4. Ik leg dit haar nogmaals uit, na de vorige les en na Shirley het 5 minuten daarvoor ook heeft proberen duidelijk te maken.

Ruth heeft moeite met het opstellen van een formule van de omtrek en oppervlakte van een rechthoek, uitgedrukt in x en y. Ze heeft het plaatje niet, denkbeeldig of op papier, helder voor zich, dus zegt de formule haar helemaal niks. In het gesprek met haar komt aan bod:

1) SOLVE(x + y = s, y) geeft op rekenmachine y = s – x
2) MV: Oppervlakte = x . y = x .s?
Ruth: Nee
MV: Opp = x.y = x + y?
Ruth: Nee
MV: Wat hadden we voor y?

In-sub+ inz Fo-rei+: y vervangen door s-x

Ruth: y = s – x , dus Oppervlakte = x.y = x. (s – x)
MV: Juist, nu voeren we dat in in de rekenmachine: y1(x) = x. (s – x). Tekent de machine deze formule?

Pa-pla

Ruth: Nee, want je hebt s en x (..) en je moet getallen hebben. Alleen y = ….x werkt.

In-B-Fu: accolade-truuk
In-B-Gr: kijkvenster

3) Dan blijkt dat Ruth niet weet hoe de accolade-truuk werkt. (…) Nadat ik haar heb uitgelegd en de accolade-truuk hebben uitgevoerd, zien we nog steeds geen grafieken op het scherm. Ze weet dan niet dat ze met WINDOW de instellingen kan aanpassen, zodat de grafieken wel zichtbaar zijn.

Pa-ver+: (na hint) als s toeneemt, schuift snijpunt op x-as op

Uiteindelijk tekent de rekenmachine het netwerk van parabolen en ziet Ruth dat de parabolen door de Oorsprong gaan. Met een hint ziet ze het verband tussen het toenemen van s de x-as steeds met 1 stapje verder wordt gesneden.

In-B-Fu: moeite met invoeren van een formule in functiebestand

Een soortgelijke situatie ondervond ik ook met Angélique. Bij haar kwam de complicatie erbij dat zij moeite had met het invoeren van een functie in het Y= menu. Zij tikte in: y1(x) = p = x.y = x. (s –x)

Lesnummer 19

Datum: 23-3-00, lesuur 5
Observator: Onno

Deze les heeft ongeveer hetzelfde programma als les 18 in klas V3A het voorafgaande uur. Jonneke heeft die les ook bijgewoond. De problemen bij het gebruik van de TI-89 i.p.v. Derive voor opgaven 9.2 en 9.3, geschetst in de eerste alinea van het lesverslag van klas V3A, gelden dus ook hier.

Jonneke begint de les met het voorlezen van de resultaten van de ingeleverde huiswerkopdracht (opgaven 5.4 t/m 5.7), voor zover Paul ze heeft nagekeken; dat zijn dus de uitwerkingen die tijdig waren ingeleverd. Bij het voorlezen van de resultaten noemt ze ook de begeleidende opmerkingen uit Pauls verslag. Er wordt gevraagd wat voor cijfer 'goed' is: dat is in dit geval een 7.

In-iso- var and, In-S-ISO-C: beperkingen combi-methode AND

Een paar keer komt ter sprake dat de oplosmethode met AND niet werkt bij opgave 5.6.

Jonneke zegt dat we par. 8 overslaan. We doen par. 9 niet met Derive, maar met de rekenmachine. We moeten het dus iets anders doen. Jonneke maakt wat opmerkingen vooraf bij de opgaven die moeten worden gemaakt: opgaven 9.2, 9.3, 10.9, 10.10 en 10.11.

Bij opgave 9.2 schrijft Jonneke de vergelijkingen $x^2+y^2=r^2$ en x.y=p op het bord. Wanneer ze zegt dat de eerste vergelijking een cirkel voorstelt, merkt één van de leerlingen op: Pythagoras! (Jonneke: dat zou ook kunnen, maar dat is het niet.)

In-p&p, Fo-rei+, In-S-ISO-I: Aisha isoleert goed uit het hoofd

Jonneke vraagt hoe je de tweede vergelijking zou moeten herschrijven zodat de machine hem kan gaan invoeren. Hierop antwoordt Aisha: y=p/x. Ook voor de eerste vergelijking moet je een formule maken van y, met solve.

In-iso- opl: isoleren naar verkeerde variabele, In-S-ISO-I: foute letter bij isoleerstap

Jonneke vraagt wat er na de komma moet komen. Ik hoor in ieder geval dat er r en y wordt geantwoord. Voor r moet je een getal invullen, zegt Jonneke. Omdat we een kwadraat hebben, krijgen we twee oplossingen voor y, die we apart op de machine moeten invoeren om de grafiek te krijgen. Verder zegt Jonneke dat we p maar van 1 tot 10 moeten laten lopen en r van 1 tot 4, omdat de rekenmachine er veel langer over doet dan de computer.
Jonneke vraagt of opgave 9.3 nog moet worden herschreven. Harry denkt dat dat niet nodig is. (Later praat ik met Harry hierover door. Wanneer hij ziet dat het er om gaat grafieken te tekenen, waarvoor je y=… moet invoeren, is het hem duidelijk dat je hier inderdaad niet hoeft te herschrijven.) Jonneke zegt nog bij deze opgave a van –5 to +5 te laten lopen.
Bij opgaven 10.9, 10.10 en 10.11 zijn de b-vragen heel moeilijk, maar je moet er wel over nadenken. De opgaven moeten in je schrift komen; volgende week moet je je schrift inleveren. Ook moet je de dingen op je machine saven, zodat je ze weer kunt laten zien.

IJkpunt 7.4. Pa-abs-, In-B-Sy: maalteken tussen factoren

Eva vraagt hulp bij een 'oude' opgave: 7.4 (over p=x(s-x)). Ze krijgt de grafiek niet getekend; de oorzaak is dat tussen x en (1-x), tussen x en (2-x), enz., de vermenigvuldigingspunt is vergeten. Ze is o.a. kwijt wat de relatie is tussen deze opgave en de rechthoek. Zo denkt ze eerst bij vraag c dat met 'omtrek' de omtrek van de parabool is bedoeld (wat dat dan ook mag zijn, Onno).

Pa-rol-: Eva weet niet meer wat de afhankelijke variabele is

Er is onduidelijkheid over dat in de grafiek verticaal de oppervlakte van de rechthoek is getekend (deze onduidelijkheid kan ook door mij zijn veroorzaakt, door mijn spraakgebruik 'wat staat verticaal').

Wanneer duidelijk is dat verticaal de oppervlakte staat, volgt na enige tijd:

Pa-ver+: ze ziet de dynamiek, al formuleert ze niet correct

Eva: Oh ja, nou heb ik ’m; dus zodra s groter wordt, dus zodra de omtrek groter wordt, wordt de oppervlakte ook groter.

Daarna heb ik nog trachten duidelijk te maken dat dit niet altijd waar is; een parabool met grotere s heeft ook punten met kleinere p; maar ik denk dat ze nu wel door heeft dat bij grotere s een ‘hogere’ parabool hoort.

In-opl+ syn, In-opl+ inz, In-S-ISO-I: foute isolatie met de hand, hersteld met machine

Eduard heeft bij opgave 9.2a $y^2=r^2/x^2$ genomen; ik wijs hem er op dat er in $x^2+y^2=r^2$ een + staat, en niet een . zoals in x.y=p. Ik zeg dat er twee manieren zijn om verder te gaan: je kunt proberen om het zelf te doen, of om het de machine te laten doen. Dan begrijpt hij dat je y wilt weten, en gaat hij met de machine y met solve bepalen.

In-B-Fu: functiebestand, hangt samen met accolade-truuk? opgelost

Thomasek heeft bij opgave 9.2a in het Y=-scherm ingevoerd y1(x)=p{1,2,3,4,5,6,7,8,9}/x; als ik zeg dat y=p/x, ziet hij de fout en haalt de p weg. Bij het oplossen van $x^2+y^2=r^2$ (zonder de machine) vergeet hij de oplossing $y=-\sqrt{(r^2-x^2)}$.

Pa-pla, In-B-Fu: grafieken tekenen met ongedefinieerde parameter

Hij probeert vervolgens (een deel van) de grafiek te tekenen met $y1(x)=\sqrt{(r^2-x^2)}$, wat niet lukt, omdat de machine r niet kent. (Ik raad hem nog aan om, zoals Jonneke op het bord heeft geschreven, apart in te voeren $y=\sqrt{(1-x^2)}$, $y=\sqrt{(4-x^2)}$, … .)

Lesnummer 20

Datum: 24-3-00 tweede uur
Observator: Paul

Jonneke wil afwijken van het oorspronkelijke plan en niet beginnen aan de onderzoeksopdracht. Ze geeft er de voorkeur aan om de opgaven van paragraaf 10 na te bespreken. Dan maandag onderzoeksopdracht, maandag schrift inleveren en vragen en donderdag test.
Eva vraagt wat ze van de test kan verwachten, of het lijkt op het pakketje. Ik geef aan dat het moeilijk zal zijn en veel, maar dat het natuurlijk wel in de geest van het pakket is.
Jonneke vraagt wie eruit is gekomen. Aisha en Eva zeggen van wel.
Eva: Dat was toch gewoon herhaling?

Opgave 10.9

Eva: Je weet x + y is s.
Jonneke: Wat moet je dan zelf al doen voor je het op de machine intypt?
Eva: Ja ik wist het gewoon. Hoe bedoel je?
Jonneke: We willen hem niet met AND gaan doen, omdat mensen dan straks gaan vastlopen, dus niet op de manier van Peter van p = x keer y AND x+y=s op de machine invoeren, maar echt met substitutie, dus je krijgt y=

In-p&p, In-S-ISO-I: isoleert uit het hoofd

Eva: O, y = s - x.
Jonneke: Dus wat ga je op je machine invoeren om dit te krijgen?

In-sub+ syn, In-opl+ inz, In-opl+ syn, In-S-ISO-I: isoleert met machine

Theo(?): solve(x+y=s, y)
BORD: solve(p = x*y | y = s-x,

In-iso- opl

Jonneke: En waar moet ik de komma voor zetten?

In-opl- inz

Eva(?): y

In-opl- inz

Peter: p

In-S-ISO-N: letterkeuze in geneste vorm

Weer de verwarring van de letters.
Jonneke: komma x
Ll: Waarom x?
Jonneke: Omdat ik alles in iksen wil hebben. (... leerling iets onverstaanbaars ...) Omdat s een vast getal is en x niet.
De leerlingen proberen dit en Jonneke schrijft het antwoord op het bord.
Ll: Woh, dat is echt een hele vage...
Angélique:Dat is een twijfelachtige oplossing, dat had ik ook.
(De machine geeft zo’n soort melding.)
Jonneke: Dan krijg je een antwoord waar je niet zo veel mee kunt. Dit moet je dus niet op de machine doen. Hoe heb je het wel gedaan Eva? Wat hebben we gezegd dat y is?
Eva: y = s - x.
Jonneke: Dus wat krijg ik? x keer (s - x).
Ll: Dat staat er al.
Ll: Dat is dus gewoon die formule.
Jonneke: Als ik dit hier op de grafiek ga doen, dan krijg je hetzelfde ding wat jullie me dinsdag hebben laten zien, de halve fontein.

In-opl- inz, In-S-ISO-I: dat geeft inderdaad x(s-x) maar het is wel omslachtig; solve is niet nodig*

Ll: Dat kan wel op de rekenmachine, maar dan moet je niet komma x doen maar komma p.
BORD: p = x.(s-x)
Jonneke: Als ik ga kijken naar deze vergelijking, wat is dit voor iets?
Ll: Een vergelijking?
Jonneke: Hoe ziet deze figuur eruit?
Ll: Een fontein.
Jonnek: Wat zijn die fonteinen?
Peter: Parabolen.

Jonneke: En wat weet ik van een parabool? Hoe moet ik de nulpunten van een parabool uitrekenen?

Ze tekent twee dalparabolen op het bord met verschillende nulpunten.

Jonneke: Je krijgt x keer s min x is 0, want als een parabool de x-as raakt, Peter

Peter: moet x nul zijn.

Jonneke: dan is x=0 of x=s.
Je hebt twee snijpunten, het snijpunt 0 en het snijpunt s. Dus waar ligt de top van de parabool? Dat hebben jullie nog niet gehad maar de top van een parabool ligt altijd precies tussen de twee snijpunten met de x-as. Dus als je snijpunten hebt van 0 en van s, en de top van de parabool ligt precies in het midden, waar ligt die dan dus, wat denkt je Shirley?

Shirley: Ja maar ik weet niet hoe dat moet.

Jonneke: Hij ligt precies in het midden dus bij een half s.

Vraag 9b wordt niet beantwoord.

Opgave 10.10

BORD: l+b=31

Jonneke: Wat ga je nu eerst doen Quinten.

Quinten: Wat staat daar, l en b?

Jonneke: Hebben jullie andere letters gebruikt, x en y?
Wat is y in dit geval, Peter, als x+y=31?

BORD: y = 31 - x

Jonneke: Wat heb je nog meer voor informatie?

Eduard: x^2 + y^2 = a^2

Jonneke: Ik geloof dat het in deze som k kwadraat heet.
Wat kun je dus invoeren op je rekenmachine?

BORD: solve(x^2+y^2=k^2 .....

Jonneke: En ik weet ook

BORD: ..... | y = 31 - x

Jonneke: komma x.

Jonneke: Dat moet je dus wel even doen. Daar komt ook weer zo'n heel getal [geval?] met wortels uit.

Op het bord verschijnt de formule voor x uitgedrukt in k.

Ll: Er klopt niets van.

Jonneke: Ja, er komt iets heel raars uit. Je krijgt dus iets moois met een wortel.

Pa-rol-: wat hangt van wat af? Wat wil je weten? Welke rol speelt welke letter? De parameter k is nu de onbekende.

Peter: x is toch gewoon 31 - y?

Jonneke: Ja maar dat wil ik niet weten, ik wil weten wat ie is in k.

Jonneke schrijft de formules iets anders dan dat de machine die geeft: ze zet 31/2 vast apart.

Jonneke: Je krijgt wel dit, onder het wortelteken 2k kwadraat min 961. Dat zijn ingewikkelde antwoorden.
Voor welke waarde van k heeft dit probleem geen oplossing?

Ll: Voor negatieve.

Jonneke: Hoe kun je daar iets over weten?

Ll: Je weet dat a^2 + b^2 is k^2, maar een kwadraat mag nooit negatief zijn, toch?

Jonneke: Wat kan k niet zijn? Denk aan de wortel.

Ll: Negatief.

Jonneke: dat klopt, k kan niet negatief zijn, maar dat is maar de helft van het antwoord.

Ll: Hij kan niet 0 zijn.

Jonneke: Klopt. Wat kan er nog meer niet?

Ramon: k is altijd even, hij kan nooit oneven zijn.

Pa-rol+: OK

Aisha: Als k is kleiner dan 21 komma 9 of als k is groter dan 31.

Jonneke: Ja hoe kom je eraan?
Aisha: als je 31^2, dan is het grootste van die twee getallen...
Jonneke: Maar hoe kom je aan het andere getal?
Aisha: Als je de helft neemt...
Jonneke vertelt dat onder de wortel geen negatief getal mag staan.
Jonneke: Wat mag dat getal onder de wortel niet zijn?
Ll: Negatief
Dan wordt gezien dat 2k^2>961.

geen solve gebruikt

Sommige leerlingen trekken de wortel uit 961 zonder door 2 te delen en krijgen 31. Ik zie niet dat ze solve gebruiken en Jonneke verwijst daar ook niet naar.

Pa-rol-: welke rol speelt welke letter? Wat wil je weten?

Ll: x is ...
Jonneke: Maar de vraag was welke k.
Aisha had wel het goede antwoord.

Opgave 10.11
In-opl+ inz, In-S-ISO-I: isoleren met solve

De vergelijking x+y = 20 wordt opgesteld en herleid tot y = 20 - x.
Ll: Dat kan je toch gewoon met solve doen?
Jonneke: Nee, gewoon zelf doen.
Iemand vult de tweede vergelijking x^3+y^3 aan met = d^3 in plaats van d.
BORD: solve(x^3+y^3=d | y = 20 - x,
Jonneke: En hoe moet ik hem oplossen, naar x of y?

In-iso+ opl, In-opl+ inz, Pa-rol+, In-S-ISO-N: goede letter in geneste vorm

Nu weten de leerlingen het.
Er komt weer een wortelformule uit, die anders is dan het foute antwoord achterin het boekje.
Jonneke: OK, wat krijgen we voor leuks onder de wortel?
Ll: Nou ik vind het echt niet leuk.
Jonneke: Nee ik vind het ook niet zo leuk eigenlijk, ik schrok ook een beetje.
BORD: formule met $\sqrt{15 \cdot (d - 2000)}$, door Jonneke weer iets eenvoudiger geschreven dan de vorm van de rekenmachine.
Jonneke: Welke waarde kan de totale inhoud d aannemen? En dan moet je denken aan wat we net met die k gedaan hebben.

Pa-rolo: (aangegeven door docent) het gaat om de d

Ll: d moet groter zijn dan 2000, die moet je delen door 15.
Jonneke: Nee die 15 staat buiten haakjes.
Kan die d kleiner zijn dan 2000?
Ll: Nee
BORD: d>2000
Jonneke: Als we voor x en y allebei 10 nemen, wat krijgen we dan?
Ll: 1000 + 1000 = 2000
Jonneke: En als ik 9 en 11 neem? Neem eens wat anders, ga eens wat uitproberen.

Pa-rol-: voor d moet je juist niets invullen

Angélique: Wat moest je voor d invullen?
Jonneke: Voor d moet je niets invullen, voor x en y.
Ruth snapt het invullen eerst niet, maar later wel.

Lesnummer 20

Datum: 24-3-00, lesuur 2
Observator: Onno

Jonneke vindt het beter om vandaag nog niet de onderzoeksopdracht te laten maken, maar om opgaven 10.9, 10.10 en 10.11 klassikaal te bespreken. Dan komt maandag de onderzoeksopdracht, en donderdag de test (die niet op dinsdag kan worden gehouden wegens een test voor een ander vak). Op dinsdag kan dan op vragen worden ingegaan, en worden de schriften ingeleverd.

Bij de bespreking van 10.9 komt eerst op het bord te staan solve(p=x.y| y=s-x, x), wat echter voor deze opgave overbodig is. In de opgave wordt gevraagd om de grafieken te tekenen van p=x(s-x) voor s=1, … , 8. Jonneke zegt dat dat de grafieken zijn die de leerlingen haar al eerder hebben laten zien, namelijk van de halve fontein (opgaven 7.4, 7.5). Ze gaat in op het uitrekenen van de nulpunten: x(s-x)=0 geeft x=0 of s-x=0, x=s (de laatste stap op het bord onder s-x=0 opgeschreven). Vervolgens gaat ze in op de plaats van de top van de parabool (een onderwerp dat ze nog niet hebben gehad en dat later aan bod zal komen); de top ligt precies tussen de nulpunten, dus bij ½s. Vraag b wordt niet volledig besproken.

Bij opgave 10.10 schrijft Jonneke op het bord l+b=31, maar omdat sommigen met x en y hebben gewerkt, past ze zich hierbij aan: x+y=31. Dus y=31-x. De andere vergelijking is $x^2+y^2=k^2$; er wordt dan op het bord opgelost met solve($x^2+y^2=k^2$ | y=31-x, x) (“komma x, want je wilt x weten”). Het antwoord van de TI-89 wordt door Jonneke, enigszins herschreven, op het bord gezet: x=(31+√(2k^2-961))/2 en (31-√(2k^2-961))/2 (de haakjes en de kruideniersstreep zijn van mij, op het bord stond de 2 in de noemer onder een echte deelstreep, Onno).

Geen idee om naar de wortel te gaan kijken

Vervolgens is de vraag voor welke waarden van k er geen oplossing is. Er worden delen van het antwoord genoemd: k kan niet negatief zijn, en k kan niet 0 zijn. Maar ook: k kan niet oneven zijn; en een opmerking die inhoudt dat k^2 niet negatief mag zijn (maar dat zegt niets over k). Aisha komt met de oplossing k kan niet groter zijn dan 31 en niet kleiner dan 21,9, maar ze komt er niet toe om te vertellen hoe ze dat heeft gevonden. Jonneke geeft aan dat wat onder de wortel staat niet negatief mag zijn; er moet dus gelden 2k^2>961. Dit soort opgaven is voor het project veel geoefend.

In-B-Kn: worteltoets

(Eva vraagt aan mij hoe je op de TI-89 wortels kunt uitrekenen; ik wijs haar de wortel-toets aan; ze sluit uit zich zelf af met een haakje: √(961), met als antwoord van de machine 31.) Eva geeft luid het antwoord 31. Maar er moet niet worden opgelost k^2>961, maar 2k^2>961. Zo komt er k^2=480,5 en k=21,9; dus k moet groter zijn dan 21,9 en kleiner dan 31 (“anders haalt ie ’t niet”).

Ook opgave 10.11 wordt klassikaal besproken. Wat zijn de vergelijkingen? x+y=20; dus y=20-x. Wat weet ik nog meer? (Eduard:) x^3+y^3=d. Op de rekenmachine komt dan solve(x^3+y^3=d| y=20-x, x). Het antwoord van de machine (het antwoord van de antwoordenlijst is fout) is x=(√15(d-2000)+300)/30, door Jonneke nog vereenvoudigd tot 10+(1/30)√15(d-2000). Hieruit wordt geconcludeerd (moeizaam, o.a. de 15 onder het wortelteken maakt het enigszins gecompliceerd) dat d groter moet zijn dan 2000. Jonneke laat d uitrekenen voor x en y gelijk aan 10 (antwoord 2000) en voor x en y gelijk aan 9 en 11 (antwoord 2060). De maximale waarde van d (8000) komt niet meer ter sprake.

In-opl+ syn (verschillende keren), In-opl+ inz (solve om te isoleren verschillende keren), In-sub+ syn, In-S-ISO-D: twee keer isoleren (vergelijk Casper), één solve-opdracht is overbodig, In-iso+ var iigo, ook hieraan al bereik van d te zien op x-domein [0, 20]. Pa-rol+ OK? In-B-Be: gebrek aan inzicht in formule leidt tot overschrijffout? Fo-rei+

Eva heeft gisteren thuis opgave 10.11 gemaakt. Ik schrijf uit haar schrift over:

$x+y=20 \quad x^3+y^3=d$
solve($x+y=20$, y) → $y=20-x$
solve($x^3+y^3=d$, y) → $y=-(x^3-d)^{1/3}$
$y=-(x^3-d)^{1/3}| \ y=20-x$
solve($20-x=-(x^3-d)^{1/3}$, d)
$d=60x^2-1200x+8000$
solve($d=60x^2-1200x+8000$, x)
$x=(\sqrt{15d(2000)}+300)/30$ or $x=(-\sqrt{15(d-2000)}-300)/30$
ik kom er niet uit wat d!

Een paar opmerkingen hierbij (Onno): Eva isoleert de y uit beide vergelijkingen, terwijl uit één vergelijking voldoende is. Ze drukt eerst de d uit in x, en vervolgens de x in d, terwijl dit in één keer had gekund. Bij de oplossing voor x schrijft ze het (ingewikkeld uitziende) antwoord van de TI-89 niet goed over. Maar al met al heeft ze wel een strategie uitgevoerd, die werkt in deze tamelijk ingewikkelde situatie.

Lesnummer 21

Datum: maandag 27-3-00 zevende uur
Observator: Paul

Deze les werken de leerlingen aan de eerste onderzoeksopdracht van paragraaf 11, 11.1. Het eerste deel van de les heb ik per ongeluk niet opgenomen.

De leerlingen gaan behoorlijk aan de slag maar de opdracht levert (te?) veel problemen op.

Pa-ver-: dynamiek niet duidelijk

De voornaamste moeilijkheid is dat de probleemstelling niet duidelijk is. Leerlingen hebben niet het beeld van een draaiende lijn, geen dynamiek. Ze zien niet dat het gaat om het aantal snijpunten dat verandert als de lijn draait. Misschien had het probleem klassikaal moeten worden ingeleid? Misschien ook een lijn zonder snijpunten in het plaatje toevoegen?

Een tweede probleem is de formulering. Bijvoorbeeld de zin ‘tussen welke waarde kan het aantal snijpunten variëren’ wordt niet begrepen, misschien omdat dit al veronderstelt dat het *aantal* snijpunten een grootheid op zichzelf is? Leerlingen gaan in plaats daarvan kijken naar de coördinaten van de snijpunten, bijvoorbeeld tussen welke waarden de x-coördinaat van de snijpunten van de getekende lijnen varieert, of de y-coördinaat.

Dat de getekende lijnen slechts voorbeeld-lijnen zijn, komt ook niet goed uit de verf. Het generaliseren valt niet mee.

Dan het probleem zelf. Het aantal snijpunten van lijn en parabool kent wat complicaties, bijvoorbeeld: kan een lijn zo steil lopen dat hij niet door de parabool wordt ingehaald? Sommige leerlingen denken van wel. Ook speelt het domein van de parabool een rol: loopt die nog verder door dan getekend is? Ik had vanzelfsprekend aangenomen van wel. En wat is raken precies? Kan dat wel?

Pa-abs-: Vergelijking van de bundel opstellen is moeilijk, zelfs al van één lijn door de oorsprong

Ten slotte de vertaling in algebra: welke formule hoort bij een lijn door de oorsprong? En wat doe je als je de helling niet weet? De parameter voor de helling komt niet vanzelf tevoorschijn. De algemene vergelijking van een rechte lijn kunnen veel leerlingen niet reproduceren. Verband met wat ze geleerd hebben over startgetal en richtingsgetal wordt niet gelegd. Ik zie niemand in de klas de vergelijking oplossen die hoort bij het snijden van parabool en lijn.

Enkele voorbeelden van reacties van leerlingen.

Ramon, Eva en Angélique hebben veel problemen met de vergelijing van de lijn. Na enige hulp ziet Ramon dat het startgetal 0 is. Het richtingsgetal is 1, zegt hij. Ik zeg dat dat er van af hangt.

Ik: Dus als die lijn draait, wat verandert er dat?

Pa-vero (na voorzet): rico verandert bij draaien

Eva: Het richtingsgetal.
Ik: Dat is dus de parameter.
Ramon: Het richtingsgetal is dus oneindig.
Hij bedoelt dat er oneindig veel mogelijkheden voor zijn.
Eva: Je weet het niet. Er kan ook nog wel een lijn tussen liggen.
Ik leg de bedoeling uit.

Pa-rol+: hij snapt uiteindelijk de rol van de r

Ramon: Dus dan moet je tussen de waardes, tussen de r zoeken? Ik vind het wel vergezocht, ik denk niet dat iedereen dit snapt in de klas.

Ruth stelt een vraag.

Ik: Hoeveel snijpunten kunnen er zijn?

Ruth: Veel, heel veel want er kunnen heel veel snijpunten gemaakt worden.

Ze bedoelt dat alle lijnen samen veel snijpunten hebben. Als ik het per lijn wil bekijken, denkt ze dat het aantal snijpunten altijd 2 is.

Leerling: Als je de x-as neemt, dan is het gewoon 0.

Ik: Wat is dan 0? Het richtingsgetal is 0, maar het aantal snijpunten is 2.

Leerling: Moet je dat dan met solve doen? Hoe moet dat dan, met y=?

Ik: Snijpunten krijg je door een vergelijking op te lossen. Dit (wijs op de formule van de parabool) is de ene kant van de vergelijking, en de andere kant is de vergelijing van de lijn en die is y is richtingsgetal keer x.

Pa-plao: leerling kiest aantal waarden

Leerling: En het richtingsgetal is 0.2 (ze heeft lijnen getekend voor r=0.2, 0,4, 0.6, ...)

Ik: Nee, dat weet je niet, dat hangt af van welke lijn je hebt.

Dat heeft hij eerder al gedemonstreerd. Vergeten?

Quinten wil weten hoe je in het grafiekenscherm een snijpunt kunt bepalen. Hij heeft ook een Nederlandstalig menu. Ik weet niet hoe hij eraan komt. Kennelijk gebruikt hij niet het algebraïsche solve, dat hij hieraan behoefte heeft?

Lesnummer 22

Datum: 28-03-2000
Observator: Mattias (MV)

Jonneke legt de afronding van het experiment uit aan de klas. Er komt een cijfer, dat bestaat uit een toets, deelname lessen en wat in het schrift staat, en dat cijfer telt mee voor het rapport. Jonneke vermeldt daarbij dat iedereen zijn/haar schrift moet inleveren met daarin de uitwerkingen van de sommen. De meeste leerlingen hebben dat niet en gaan deze les ijverig aan de slag om "alles" in hun schrift te krijgen. Veel leerlingen schrijven antwoorden van anderen over, met als argument van samenwerken. Enkele vragen van leerlingen over diverse opgaven uit het pakketje.

In-iso- sub, In-sub ISO, In-sub- inz, In-S-ISO-S: niet-geïsoleerde vorm substitueren

Suzanne en Shirley voerde voor het oplossen van twee vergelijkingen het volgende in:

(x – y = 600 | x + y = 700)

Tot twee keer toe heb ik, met name Suzanne, uitgelegd wat de betekenis is van de verticale streep (afgekort |). Toen pas snapte Suzanne de volgende stap: het isoleren van y. Ze voerden in :

In-S-ISO-T: nu goed, stap-voor-stap
In-opl+ syn

(x – y = 600 | y = 700 – x)
ENTER geeft 2x – 700 = 600
SOLVE(2x – 700 = 600,x)
ENTER geeft x = 650

Eva heeft het "subsisueren" (zoals zij het uitspreekt) niet begrepen.

In-B-Re: interpretatie foutmelding FALSE

Ze kan geen interpretatie geven aan de uitkomst van de volgende twee vergelijkingen, (m + n = 19 and n = 20 – m), op haar scherm: FALSE.

In-iso+ var and, In-S-ISO-S: truukje in plaats van begrip?

Toen gaf ze aan dat ze het "subsisueren" niet heeft begrepen, alleen dat ze het uitvoert zoals het truukje gaat. Daarna hebben we de volgende twee vergelijkingen in haar schrift en op de rekenmachine uitgewerkt: x + y = 5 en x – y = 5. Ze zei dat ze het toen wel begreep, maar of dat echt zo is?

Voorts heb ik tijdens de les enkele leerlingen gevraagd om een enquete in te vullen. Met de vragen: vond je het leuk?, wat heb je wiskundig geleerd aan het pakketje en/of de rekenmachine? Beargumenteer de volgende stelling: De rekenmachine moet in de wiskundeles gebruikt worden. Helen maakt haar enquete in de les, Harry, Eva en Thomasek leveren hun enquete in bij Paul.

Lesnummer 23: Eindtoets

Datum: 30-3-00, lesuur 4
Observator: Onno

De eindtoets is door 24 leerlingen gemaakt. Alleen Zvjezdana Imamovic en Floor Brandsteder hebben niet meegedaan. Zvjezdana maakt a.s. maandag de toets.

Enige opmerkingen n.a.v. de eindtoets:

Pa-gen: generalisatie van getal naar parameter niet herkend of begrepen

Opgave 2b. (De generalisatie van de berekening van de rechthoekszijden met diagonaal d i.p.v. 8) Aisha, Dean, Theo en Eva vroegen wat nou de bedoeling was. Ik heb gezegd dat het hetzelfde was als 2a, maar met d i.p.v. 8. (Dean vroeg eerst of nu d moest worden uitgerekend.)

Opgave 3ac. (De inhoud van de vlaggetjes en het snijpunt van een 's-grafiek' en een 'v-grafiek') Dean vroeg of de lijn ophield bij de plaats van vlaggetje A. Helen vroeg of (bij vlaggetje A) het eindpunt van de lijn werd bedoeld. Ruth vroeg wat bedoeld werd met een 's-grafiek' en een 'v-grafiek'. Eva vroeg wat voor snijpunt werd bedoeld.

In-B-Fu: functie invoeren

Opgave 4. (Parabool en lijn) Helen en Dean zeiden me tijdens het proefwerk dat hun grafieken er anders uitzagen. Het bleek dat Helen had ingetypt $-x^2 + 4. -7$ (dus de x vergeten) en $-x.-5$ (dus een vermenigvuldigingspunt te veel), en Dean had ook deze laatste fout. Ik heb hun gezegd dat ze goed moesten kijken wat ze hadden ingetypt; ik weet niet of ze hun fouten nog hebben ontdekt, in ieder geval niet direct.

In-B-Kn: variabele x en maalteken lijken te veel op elkaar?

(Opmerking. Bij het intypen lijken de letter x en de vermenigvuldigings-x sterk op elkaar, wat de eerste fout van Helen mogelijk heeft veroorzaakt.)

In-B-Gr: kijkvenster

Later zag ik dat Helen maar een klein stukje van een lijn en een klein stukje van een parabool op het scherm had staan, zonder snijpunt. Ik weet niet of ze nog op het idee is gekomen om het window aan te passen.

Na afloop zijn 24 rekenmachines bij Jonneke ingeleverd. Alleen Zvjezdana en Floor hebben hun machine nog; Jonneke zal hier voor zorgen. De koffer is door mij in de ruimte van de wiskunde-sectie neergezet.

Ik heb de proefwerken meegenomen. Verder hebben Eva en Harry hun interview ingeleverd. (Ik leg dit alles op Pauls bureau.)

Een deel van de leerlingen heeft hun schriften aan Jonneke meegegeven. Jonneke overweegt nog om de desbetreffende bladzijden uit de schriften te halen, i.p.v. de schriften in hun geheel aan Paul mee te geven.