

# Protocollen WKG v4-II

najaar 2001

- 1/2, Rianne, 1.3* R ziet dat er  $a^2*b^2$  uitkomt bij 3b.  
R: Hoe kan je dit weten?  
[vraag 'klopt het antwoord voor alle waarden van a, b en c']
- Fo-inz-* P: Als je naar die formule kijkt,  $a*b*c*a*b$  delen door c, wat is er dan gebeurd om daar  $a^2b^2$  van te maken, wat heeft die machine dan gedaan?  
R: Nou ja die c is in ieder geval weg.  
P: Ja. Wat heeft ie dan met die c gedaan?  
R: Die doe je keer c gedeeld door c?  
P: Ja. En mag dat altijd, kun je dat altijd doen?  
R: Het zal wel niet...  
P: Is het voor elke waarde van c zo dat je die c zo weg kunt strepen?
- Al-mis* R: (...) Ja maar deze staat toch hier dus dan doe je toch niet alles keer?  
P: Sorry?  
R: Je moet toch alles keer c doen om het ook weer gedeeld door c te kunnen doen?  
P: Ja, dat klopt.  
R: Dus het kan helemaal niet.  
[Ze lijkt te vinden dat alleen de eerst  $a*b$  met c wordt vermenigvuldigd.]  
R: Nee want dan kan je deze twee toch niet wegstrepen?  
P: Waarom zou je die niet kunnen wegstrepen?  
R: Omdat hier doe je alles gedeeld door c, dan moet je ook alles keer c doen om ze weg te kunnen strepen.  
P: Ja en doe je niet alles keer c dan?  
R: Nee.  
P: Wat doe je dan keer c?  
R: Deze twee [de eerste a en b]  
P wijst op de keer tussen de c en de a erachter. Dan vervalt haar argument, ziet ze. P neemt een getallenvoorbeeld, en R ziet dat je wel kunt wegstrepen.  
P: Zijn er getallen in plaats van die 7 die je niet zo maar kunt wegstrepen?  
R: Volgens mij niet.  
Dat  $c=0$  een uitzondering is ziet ze niet. Als P dat vertelt, vindt ze het vergezocht.
- v1-05:00, Maria, Ada, 1.3* Ze voeren onderdeel b goed uit en krijgen  $a^2*b^2$ .  
*Fo-inzo* M: Waar is c nou gebleven, die is weg.  
A: Ja. Maar als ze vragen klopt het voor alle waarden van a, b en c, wat zeg jij dan?
- Div* M: Het lijkt me wel, anders geeft ie het toch niet?  
A: Dat denk ik ook maar misschien ja hij kan ook een fout hebben gedaan.  
M: Maar het lijkt mij wel, het is toch een rekenmachine?  
A: Ja, ik ook, het klopt.  
En ze gaan naar de volgende opgave. Later:  
M: Weet je wat ook kan, klopt het voor alle waarden van a, b en c, dat ie bedoelt dat bijvoorbeeld onder welk getal of zo het niet meer kan. Nou ja, laat ook maar.
- Pa-pla?* A: Dat kunnen wij niet weten.

1/3, v1-09:20, Ada, 1.3

P: Wat hebben jullie bij 3b?  
A: We hebben gewoon gezegd dat het klopt.  
P: Altijd?  
A: Dat weten we niet, we weten niet wat we uit moeten zoeken.

*Fo-inzo, In-p&p*

P: Snap je wat die machine doet als ie van deze formule deze maakt?  
A: Nee, niet echt.  
P: Wat zou je zelf doen als je dat linker stuk zou opschrijven en je zou proberen het te vereenvoudigen, als je die machine niet had?  
A: Nou ja, dan zou ik zo gewoon, eigenlijk zou ik niet eens  $b^2$  gebruiken (?).  
P: Maar als je hier naar kijkt,  $a*b*c*a*b/c$ , zou je dat zelf kunnen vereenvoudigen als je er zo naar kijkt?  
A: Ik zou aan het einde zeker gedeeld door c hebben, maar niet dat de c verdwijnt, o ja c gedeeld door c dus verdwijnt, ja het klopt.  
P: OK dus je zou de c wegstrepen?  
A: en dan de rest  $a^2$  maal  $b^2$ .  
P: Mijn vraag is, klopt het nu voor elke waarde van c, bijvoorbeeld keer 100, gedeeld door 100,  
A: is 1.  
P: Ja, en als c een ander getal is?  
A: Volgens mij klopt het altijd.  
P: Ja er is één uitzondering, er is één getal/  
A: 0 gedeeld door 0?  
P: Juist.  
A: Dat is toch 1?  
P begint uitleg.  
A: O, delen door 0 kan niet.  
P gaat weg.

*Fo-inz+*

M: Wat legt ie nou uit?  
A: Dit, hoe die dit gemaakt heeft, dit is c gedeeld door c, dat verdwijnt, dat wordt 1, maal 1 hoeft je niet te schrijven, snap je? Dan blijft de  $a^2$  over en de  $b^2$ , dus dit klopt behalve als de c nul is, want als je gedeeld door 0 gaat doen dan doet ie gelijk error.  
M: Ja.

1/4, Sandra, 1.3

S heeft bij 3b opgeschreven 'niet als een van de drie 0 is'.  
P: Wat gebeurt er dan als a nul is?  
S: Nou dan wordt het allemaal 0.  
P: Nou en?  
S: Dus dan klopt het niet, want/  
P: Waarom klopt het niet?  
S: Nou omdat je dan, hier, het was  $a^2+b^2$  geloof ik [eigenlijk  $a^2*b^2$ ],  
P: Nou, plus.  
S: O nee, keer. Want als c dan 0 is, dan wordt het bovenste altijd 0 en 0 gedeeld door 0 is zowiezo al 0.  
P: OK, als c 0 is heb je een probleem. En als a 0 is?  
S: ... Dan natuurlijk niet want dan wordt dit ook allemaal nul, als een van de dingen nul is.  
P: En als b nul is?  
S: Ja dan hetzelfde.

*Al-mis?*

*Al-mis?*

*Fo-inzo*

1/5, Fred, 1.3  
*Al-mis: + en \*?*

F heeft bij 3b  $a^2+b^2$ , foutief.

*Fo-inzo* P: Snap je hoe die machine daaraan komt?  
F: Ja natuurlijk.  
P: Hoe dan?  
F: Eigenlijk doe je iets heel overbodigs want je zet eerst een c erbij en dan haal je hem op het einde eraf.

*Al-mis* P: En wat hou je dan over?  
F:  $a*a+b*b$ .  
P: Nou, plus.  
F: O nee keer,  $a^2$  keer  $b^2$ .

(...)  
*Al-mis* P: Mag dat altijd voor alle c's?  
F: Nou als je twee c's in hebt staan dan hoeft je er maar een weg te halen, toch, nee, dan mag het ook, nee dan mag je alle c's weghalen, als je gedeeld door c dan haal je, je brengt me in de war.

P pakt een getallenvoorbeeld  $c=17$ .  
P: En als c een ander getal is dan 17, kan het dan ook?  
F: Ja.  
P: Voor alle getallen?  
F: Ik denk het wel.  
P: Geen enkele uitzondering?  
F: Volgens mij niet.  
P: Volgens mij wel.  
F: Mingetallen kun je toch ook door elkaar delen?  
P: Ja.  
F: Maar als je iets door iets deelt dan hou je toch altijd (?)  
P: Ja, behalve een uitzondering.  
F: Nul.  
*Div* P: Ja. Dus deze vereenvoudiging is altijd goed, behalve als c nul is.  
F: Waarom geeft ie hem dan?

*1/6, Thomas, Justus, 1.5*  
*Fo-inz+, In-cas* Thomas vraagt waarom je komma-c moet doen bij factor.  
P: Als je die komma-c er niet achter zet, dan doet ie het ook volgens mij.  
J: Dat lijkt me wel in dit geval, want er zijn niet twee variabelen, er is maar één variabele om uit te kiezen.

*1/7, Rianne, 1.6*  
*In-opl-: syn*  
*In-p&p+* R vergeet de komma-x: solve( $x^3=3$ ).  
P: Zou jij deze dingen ook met de hand kunnen? Hoe zou je  $2x+5=7$  doen?  
R:  $7 - 5$  gedeeld door 2.

*1/8, Jeff, Mike, 1.3*  
*Fo-inz+* Bij 3b zien ze dat je c kunt wegstrepen.  
Ze hebben opgeschreven dat het altijd klopt.  
*Fo-inzo, Al-mis* J: Ik weet niet of het altijd klopt.  
M: Ja want eerst doe je maal c en daarna deel je door c, dan kan je dus c wegstrepen, dan doe je a maal b maal a maal b,  $a * a$  is  $a^2$  en  $b*b$  is  $a^2$  [moet  $b^2$  zijn]  
P: Mag dat altijd?  
M: Hij deelt alleen door b.  
P: Hoe bedoel je?  
M: Die c deelt die door dit alles of alleen door de b?  
P: Nou dat maakt niet uit.  
Als  $c = 17$ ,  $17$  gedeeld door 17, dat kun je wegstrepen.  
M: Ja nul gedeeld door nul. [hij ziet de uitzondering]  
P: Precies, voor  $c=0$  mag het niet, en dat machien doet het toch.

	J:	Dan heeft ie ook niet door dat het nul is.
<i>1/9, Cedric, Martin, 1.3</i>	Bij 3b.	
	P:	Snap je hoe die machine van hier naar hier komt?
	C:	Nee.
<i>Fo-inz+, Al-mis (+ en *)</i>	P:	Wat zou je dan zelf doen als je deze formule hebt, zou je dat kunnen vereenvoudigen?
	C:	Ja ik weet niet, je zou op zich wel, a tot de tweede plus b tot de tweede volgens mij?
	P:	Waarom?
	C:	Nou omdat a keer a is a tot de tweede en b keer b is b tot de tweede, plus c gedeeld door c.
	P:	Waarom plus?
	C:	Keer c bedoel ik. Dat is allebei hetzelfde natuurlijk, dat heft elkaar op.
	P:	Keer c gedeeld door c, kun je dat nog vereenvoudigen?
	C:	Gewoon, weghalen.
	P:	Mag dat voor alle waardes van c?
	C:	Vast niet.
	C:	Ziet het niet, maar Martin wel.
	M:	Nul.
<i>1/10, v1-16:50, Ada, Maria, 1.7</i>		A voert de functies vlot in, pakt de goede min bij y2. Grafieken verschijnen. Trace om de snijpunten te benaderen.
		M heeft de verkeerde min bij het invoeren van y2.
		A leest de coördinaten van de snijpunten af.
<i>In-opl+ syn, In-opl+ graf</i>		In HOME voert A in solve(y1(x)=y2(x),x), wat het goede antwoord geeft.
		A snapt de opmerking over Y-vars niet omdat ze dat op de TI-83 niet kennen.
	M:	Maar nu vind je niet de snijpunten, nu vind je alleen de/
	A:	x-coördinaten, dat zoeken ze ook hier, en dan moet je bij d hier de y-coördinaten zoeken en dan bij elkaar.
	M:	Even kijken hoor, (?) hier benader met trace de coördinaten van de snijpunten.
	A:	Dat heb ik al gedaan.
	M:	Maar dit zijn niet de coördinaten van de snijpunten.
	A:	Maar dit zijn eh, ja/
	M:	O dit zijn elke keer de x.
	A:	Die twee grafieken zijn door elkaar, y =
	M:	Ik snap het, dit zijn de x-coördinaten van de snijpunten.
	A:	Ja.
<i>In-opl- inz, Pa-rol</i>		Ze weten niet hoe ze de y-coördinaat moeten berekenen.
		Ze proberen solve(y1(x)=y2(x),y), geeft $x = -x^2+x+5$ , wat ze niet begrijpen.
		Dan solve(y1(y)=y2(y),y).
		[De substitutie staat pas later in deze paragraaf, dat is een beetje onhandig in het lesmateriaal.]
		A overtuigt M ervan dat de eerste optie toch beter is. Verwarring over de letters.
	M:	Je moet niet de x, je moet de y weten.
	A:	Dat weet ik.
		Ze vragen Paul.
	P:	Ja maar die vergelijking daar staan alleen x-jes in en die machine weet niet wat die y is.
	M:	Ja dat dacht ik ook.
	P:	vertelt $y1(x) _{x=\text{wortel}(5)}$ .
<i>In-cas: num-exact</i>		Uiteindelijk vindt M wortel(5) + 1 als antwoord.

	M: Maar nou heb ik nog steeds een heel raar antwoord, wortel(5) + 1.
	P: Wat is daar raar aan?
	M: Nou daar zie ik niet zoveel aan.
	P: Nou OK, dan kun je hem nog benaderen.
<i>1/11, Miou, 1.7 In-opl- inz, In-p&amp;p</i>	Ook hier moeilijkheden met het berekenen van de y-coördinaat, en pogingen met solve.
<i>1/12 en 1/14, Misha, 1.7 In-opl- inz, Pa-rol</i>	Analoge problemen bij de y-coördinaat.
<i>In-p&amp;p, Fo-sym-</i>	M heeft haakjes bij wortel weggehaald, dus V5 in plaats van V(5).
<i>1/13, Marty, Linda, 1.11 In-opl+ inz, In-opl+ syn, In-sub+ syn, In-sub+ inz</i>	Bij b hebben ze $120 = x*y*z$ , P ziet niet dat dat niet goed is. Ze substitueren $x=2y$ , lossen dan z op, $z = 60/y^2$ . P zegt ten onrechte dat het goed is.
<i>v1-39:00, Maria, 1.11 In-sub+ syn, In-sub+ inz</i>	M heeft bij het starten van de les nog in haar machine staan: $I=x*y*z \mid z = 120 - 4x - 2y$ en kennelijk ook $x = 2y$ want ze heeft de goede formule voor I: $-20y^2*(y-12)$
<i>1/15, Mike, Dirk, 1.6 - 1.8 In-opl+ inz, Pa-rol+</i>	Bord: $ap+q=5$ P: Jack, kun je die vergelijking uit je hoofd oplossen? M: $ap+q-5=0$ P: En dan? M: Welke dingen moet je weten? P benadrukt dat dat de goede vraag is, en dat je dat bij p&p ook moet weten en op de machine aangeeft met komma-letter bij solve. Ook legt P de nadruk op het verschil tussen ap en a*p. We zeggen dat we a willen weten.
<i>In-p&amp;p</i>	D: $5 - q$ gedeeld door p. P: Hoe kom je eraan? D: Nou je zet die q naar de andere kant en de p naar de andere kant.
<i>v1-31:00, Ada, Maria, 1.8 Pa-pla-</i>	A vindt dat je met de hand alleen komt tot $ax+b-6=0$ . A: Dat is alles wat ik kan doen, wat vind jij? M: Even kijken hoor. Je kan nog ontbinden in factoren. A: Hoezo min c, -6. Hoe ga je hem ontbinden in factoren, als b b is?
<i>Fo-inz+, In-p&amp;p</i>	M: Alles delen door a, ik deel die door a en ik deel die door a, nee dat is een beetje lastig. A: Dat bedoel ik, als je het met de hand doet dan stop je, volgens mij als je het met de hand doet en er geen cijfers zijn, als b onbekend is en a, dan blijf je toch gewoon eh op nul herleiden.
<i>Fo-inz+, Pa-rol+</i>	M blijft het proberen. SCHRIFT A: A heeft 1.8a toch helemaal goed en heeft bij b de algemene oplossing voor a. Schrift M: M heeft 1.8 helemaal goed en als verklaring bij vraag c: Dit is het omgekeerde van a, daarbij reken je x uit. Dit klopt, omdat a en x gelijke waarden zijn: zijn evenveel waard!]

1/16, Rob, Sandra, Maria,  
Dirk, Linda, 1.11

*In-sub+ syn, In-sub+ inz*

R heeft bij a  $I = x*y*z \mid x = 2y$ .

Dat geeft  $2y^2*z$ .

P: Kun je dat ook snappen?

R: Ja,  $x = 2y$  (?)

Hij bedoelt het in elk geval goed.

R: Toen heb ik die oplossing,  $x*y*z = 2y^2*z$  opgelost in z.

*In-opl+ syn, In-opl+ inz*

$\text{solve}(x*y*z = 2y^2*z, z)$  geeft  $z = 0$  of  $(x-2y)*y=0$ .

R: Toen heb ik die  $(x-2y)*y$  buiten haakjes gebracht.

En op een of andere manier komt hij tot  $4x+2y+\dots$

Het is niet helemaal duidelijk wat hij heeft gedaan. Hij heeft niet gebruikt dat de totale lengte 120 is.

[SCHRIFT ROBIN:  $I=2y^2*z$ ,  $\text{solve}(I=2y^2*z, z)$  geeft  $z=0.5*I/y^2$ ,  $4x+2y+0.5*I/y^2$  en iets verder  $(x-2y)*y$ ,  $4x+2y+9x-2y$

$x*y-2y^2$ ,  $I=4x*2y*x.y-2.y^2$ ]

We verlaten R's spoor.

P: Heeft iemand gebruikt dat de totale lengte 120 is?

Ll: Dat moet toch gewoon ingevuld?

P: Hoe vul je dat dan in?

Ll: Nou je weet dat y de helft is van dinge.

P: y is de helft van x.

Ll begrijpt het plaatje niet helemaal.

M: Ik heb wel iets gemaakt, ik had dus  $4x + 2y + z = 120$ .

P: Is iedereen het daarmee eens?

M: En toen had ik zeg maar in die formule gedaan, en dan kreeg ik weer dezelfde formule, in die (?)

*In-opl+ inz, Fo-rei+, In-sub+ syn, In-sub+ inz, In-p&p*

D:  $z = 120 - 4x - 2y$  en die kan je invullen bij die andere.

P: Zou je dat ook met het machientje kunnen doen?

Ll: Ja, solve naar z.

P: En hoe doe je dat invullen op de machine?

Ll: Met die substitueerstreep.

Nog  $x = 2y$  invullen geeft de formule  $-20y^2*(y-12)$ .

*In-cas equi, In-p&p*

P: Kun je dit ook anders schrijven?

Roe: Buiten haakjes brengen.

P: Wat krijg je dan?

Ll: Bij expand.

Dat geeft  $-20y^3+240y^2$ .

P: Kun je het nog op een andere manier schrijven?

Ll: Maar y moet buiten haakjes blijven?

P: Maakt me niet uit, als het maar een andere manier is.

P vraagt om een vorm met minder minnen.

S:  $20y^3$

Misha wil  $20y^3$  naar de andere kant brengen maar we willen links alleen I houden.

Bord:  $20y^3*(-1)\dots$

Bord:  $20y^2*($

Ll vult aan tot:

$20y^2*(-y-12)$

Verbeterd tot

$20y^2*(y+12)$

$20y^2*(-y+12)$

$20y^2*(12-y)$

1/17, Dirk, ZT6

*In-sub+ inz*

P vraagt wat er gebeurt als je die formule intypt.

D: Dan substitueer je.

P: En wat betekent dat?

D: Dat je g vervangt door  $\pi s^2$ .

<p>1/18, Sandra In-sub iso, In-oplo inz, In-iso opl</p>	<p>S vraagt of je als je bijvoorbeeld <math>b = a^2</math> substitueert, of je dan daarvoor ook nog solve kunt doen. S: Kan je dan aan het einde ook komma-a doen, of moet je dan <math>a = \sqrt{b}</math> doen [bij de substitutie, bedoelt ze denk ik] P legt uit dat de letter die je uitlegt bij de substitutie niet de letter kan zijn waarnaar je oplost.</p>
<p>v1-37:00, Maria, 2.1 Pa-rol</p>	<p>M voert in <math>y1=11*g^{(2/3)}</math> en krijgt een foutmelding bij graph omdat de variabele g heet in plaats van x. Ze verandert de g in de x.</p>
<p>1/19, Sandra, 2.1 Pa-abs+</p>	<p>S begrijpt de zin 'H is evenredig met G tot de macht 2/3' niet en met name niet het verschil met 'H is evenredig met G'. De context van Meeh spreekt wel aan, lijkt het.</p>
<p>1/20, Misha, 1.11 Al-mis (+ en *)</p>	<p>M heeft <math>120=4x*2y*z</math>, dus keer in plaats van +, en verder wel een goede aanpak.</p>
<p>Pa-abs-</p>	<p>Hij vindt het erg abstract waar hij mee bezig is. Als ik op het plaatje wijs dan snapt hij het wel. Kennelijk heeft hij te weinig op de context gelet.</p>
<p>1/21, Marty, 2.2 Pa-rol, In-sub+ syn, In-sub+ inz, In-cas Pa-abs+</p>	<p>M heeft een aardige manier om van G over te stappen op x: <math>y1(x) = 11*g^{(2/3)} \mid g = x</math>. Gesprek over dubbele onderkinnen en hangbuiken, en dat Meeh beter met lijken kan werken...</p>
<p>1/22, v1-43:00, Maria, 2.2</p>	<p>M heeft de grafieken voor vleermuis en mens, eerst op een verkeerd kijkvenster, dan op een goed kijkvenster, en vraagt naar de bedoeling bij c. Ze heeft berekend <math>57.5/11</math> en <math>168*5.5</math>. [168 was de huidoppervlakte van een vleermuis van 60 kg, had ze eerder berekend. Die zou ze moeten delen door 5.2 om haar eigen oppervlakte te krijgen.] M: Ik snap niet hoe je uit die ene die andere kunt maken. P: Nou bijvoorbeeld opschuiven of uitrekken. M: Ja ik snap het wel, want kijk, ja ik zie het wel, die 11 die wordt, van 11 ga je zeg maar naar 57,5, maar je keert het [vermenigvuldigt?], ik weet nooit hoe je dat moet doen, het zijn zeg maar kwadratische functies? Het zijn niet echt parabolen. P: Machtsfuncties, het zijn niet echt parabolen. M: Nee daarom dus dat vind ik punt 1 al verwarrend. Ik kan dit wel delen door dat, maar volgens mij is dat niet helemaal goed. P: Jawel dat is goed. M: Want ik doe dat altijd maar ik denk altijd dat het verkeerd is. P: In dit geval niet. M: Dus ik deel 57,5 gedeeld door 11, 5,5, 5,23. P: En wat wil dat getal nou zeggen, die 5,23. M: Nou dat als je de mensendinges hebt, moet je keer 5,23 doen en dan krijg je de vleermuizenhuidoppervlakte. P: Ja dat klopt. En wat betekent dat dan voor die grafieken? M: Dat je deze waarden [op de mensengrafiek] allemaal keer 5,2 moet doen om die [vleermuizengrafiek] waarden te vinden, dus stel je wil van dit punt [mens] naar dit punt</p>
<p>Pa-abs+, In-p&amp;p (grafiek - algebra)</p>	

[vleermuis] ja dat zit niet helemaal boven elkaar [probeert verticaal erboven te gaan zitten] doe je keer 5,2.

1/23, Rob, 3.1, 1.11

R is bij 3.1 en vraagt of je, net als op de TI-83 ook nu het scherm kunt splitsen in het functiebestand en het grafiekenvenster. Dat kan en dat is inderdaad handig bij het veranderen van de parameter-waarden.

Ik vraag nog wat hij bij 1.11 heeft gedaan. Hij heeft de 120 niet gebruikt maar komt toch tot een formule voor I zonder de z. Het wordt mij niet duidelijk wat de redenering is en waar de fout zit.

Hij vult voor x in  $2y$ .

Hij lost op  $x*y*z=2y^2*z$  naar z.

Hij expandeert  $(x-2y)*y$ . En dan???? [Zie 1/16]

1/24, Maria, 2.4

Pa-gen+, Pa-pla+

M: Je moet een overkoepelende formule maken. Bedoelen ze dan gewoon dat je deze Meeh-dinges gewoon verandert in bijvoorbeeld een a?

P: Ja.

M: Dat is gewoon al helemaal goed? En dan bij b daar kun je dus geen grafiek van maken.

P: Waarom niet?

M: Nou omdat een a daar heeft ie alleen maar een onbekende waarde dan moet je voor die a bijvoorbeeld dingen invullen 1 2 3 4 5 6 7

(...)

Pa-abs+

P: Weet je wat het voordeel is van die formule?

M: Nou?

P: Dat vraag ik aan jou.

M: Nou dat je zomaar spontaan bijvoorbeeld ik wil de vogel weten kun je gewoon de vogel invullen, de kikker,

P: Ja dus hij is overkoepelend in die zin dat je voor alle diersoorten/

M: Dat je niet voor één (?)

1/25, Rob, Jack, 2.4

Pa-gen+

P: Wat hadden jullie bij 4b?

R: Ja dat is degene die ook hier staat [formule volgende pagina] maar die had ik zelf bedacht want er staat een k boven [in de tabel].

Pa-plao

P: En wat is het voordeel van die overkoepelende formule dan?

Pa-abs-

J: Nou dat je er eigenlijk niets aan hebt behalve dat je hem in 3D formules wel kan tekenen, dat is leuk.

1/26, Martin, 1.5

Fo-sym-

M heeft  $\text{factor}((c^2+2c-15),c)$ , dubbele haakjes dus. Dat accepteert de machine niet. Dat verbaast me op zich ook.

P: Ik denk dat ie het niet goed vindt dat je er twee hebt staan.

M: Ja maar het is toch factor zelf heeft al een haakje en de formule zelf ook.

P: Nou de formule heeft geen haakje nodig.

M: Jawel want ik ontbind in haakjes, ik ga de haakjes/

P: maken, dus die hoeft er nu nog niet bij.

1/27, Jack, Rob, 3.3

Pa-ver+

Ze vragen naar 3d, maar ik wil eerst weten wat ze bij b hebben. Bij c zien ze wel dat de vorm dezelfde is, dus zal ie wel lid van de familie zijn.

P: Wat is jullie antwoord bij b?



J/R: Hij verschuift naar rechts.  
 Dan kijken we naar c. Ze hebben de functie ingevoerd.

*Pa-pla: parameter is geen getal*  
 R: Hier heb je geen variabele, hier heb je a er niet bij, dus eigenlijk toch niet (?)  
 [Hij vindt dat die niet bij de familie hoort omdat a er niet in voorkomt?]

*In-opl- graf*  
 J: a zit er wel bij maar dat is maal iets gegaan of zo.  
 In het plaatje zien ze dat de grafiek van y2 uit die van y1 komt door naar links te schuiven, maar ze zien niet hoe je dat met algebra kunt doen.

*Fo-inz-, Al-mis*  
 R: Aan elkaar gelijk stellen?  
 P: Maar bijvoorbeeld bij 3a, a=2, welk formule heb je dan?  
 J: (x-2) tot de derde.  
 P: Zou je die nog anders kunnen schrijven?  
 J:  $y = x^3 - a$ , min  $2x^2 + a + 2x$  of zo?  
 [SCHRIFT ROBIN:  $(x-2)^3 x^3 - 8$ ]  
 P: Ja zo iets. Kun je dat door het machientje laten doen?  
 Ze proberen dat met de machine. Ze krijgen iets met  $x^3$ , en kijken naar de formule voor patroonherkenning. Ze gaan naar verhoudingen kijken tussen de coëfficiënten van  $x^2$ , en denken dat alles met 3 wordt vermenigvuldigd als die 6 een 18 wordt. Dan nog de vraag of je wel een positief getal kunt krijgen, rommelen met plussen en minnen. Ze kijken ook naar de laatste term.

*Al-mis: een soort lineariteitsillusie?*  
 P: Zou die verhouding hetzelfde moeten blijven?  
 J: Lijkt mij wel want je hebt maar één getal in het hele ding zitten, je hebt een x, dat weet je niet, en je hebt een a, die weet je wel, dus dan zouden de verhoudingen gelijk blijven, want je hebt maar één getal dus dan horen de verhoudingen gelijk te blijven.  
 R voert bij y1 de grafiek voor a=2, dan krijg je 6 .... Ze blijven naar patronen en verhoudingen zoeken. Het verhaal is voor mij moeilijk te volgen.

*In-opl+: graf*  
 P: Kun je nu bij y1 een a-waarde vinden zodat die grafiek op die komt te vallen?  
 J: Dan moet je een mingrafiek, een mingetal maken denk ik.  
 J: Dan moet je naar min 5 ongeveer.  
 Dat proberen ze en dan denken ze dat het min 4 of min 4.5 moet zijn. Ook dat wordt geprobeerd en het blijkt -6 te moeten zijn.  
 P: Dus wat wordt dan je a-waarde?  
 J: -6.  
 P: Dat heb je dus door uitproberen gevonden. De vraag is, kun je dat met algebra controleren?  
 R: Ja.  
 P: Hoe dan?  
 R: Dan krijg je wel een heel gedoe.  
 J:  $x^2 + 5$ , +6 tot de derde, is gelijk aan dit hele reutje, maar dat lukt mij nooit.  
 P: Maar daar heb je een machientje voor.  
 R tikt in de formule van  $3c = (x+a)^3 | a=6$  en dat geeft true.  
 R: Het kan ook met y1 en y2.  
 P laat zien  $\text{expand}((x+6)^3)$ .

*1/28, Misha, 3.1(?)*  
 M merkt dat als je de functies van een familie invoert in één functie met waarbij en dan een parameterverzameling, dat je dan niet meer kunt zien welke waarde bij welke grafiek hoort. Hij denkt dat je dan beter maar twee waarden kunt opgeven. Je kunt ook verschillende functies gebruiken (y1, y2, ...), zegt P.

*1/29, Jack, Rob, 3.3 In-oplo graf*  
 Ze zien uit de grafiek dat deze functie niet bij de formule hoort.  
 J: Ze zijn niet hetzelfde.

P: En hoe kun je dat met algebra zien?  
 R: Waarschijnlijk ook aan elkaar gelijk stellen.  
 J: Ja maar dan moet je dus een a gebruiken.  
 P: Dan zou je dus moeten weten welke a het zou moeten zijn.  
 J: Dat is een beetje de verkeerde kant (?).  
 P: Of je kunt proberen om deze vorm [die van 3e] terug te brengen naar die/  
 J: O ja, terug te brengen, natuurlijk.  
 P: Weet je hoe dat moet?  
 [Ik weet niet of ze dat doen. In hun schriften blijkt daar niets van.]

1/30, Sandra, 3.1

S heeft bij d gezien uit het plaatje dat alle grafieken door (0, 1) gaan. Ze heeft  $x^2+3x+1$  in factoren ontbonden en krijgt een lastig antwoord.

S: Ik dacht dan schrijf ik het tussen haakjes en dan zegt ie wel iets of het goed is, maar dat is niet zo.

Ze heeft  $(2x+\sqrt{5}+3)(2x-\sqrt{5}+3)/4$ .

P: En waarom had je het in factoren ontbonden dan?

S: Nou ik dacht als ik dat nou doe dan zie je vast meteen heel makkelijk en zo hoe het is, waarom dat zo is.

P: Hoe zou je nou kunnen controleren dat voor  $x=0$  er altijd 1 uitkomt?

S: Voor  $x=0$  invullen.

P: Ja precies.

S: Dus dit kan ik zowiezo niet zo doen?

P: Niet met factor. Hij staat al in een redelijke vorm.

S: Ja maar ik wil hem tussen haakjes.

P: OK, dan moet je factor doen.

S: Ja maar dan krijg ik dit.

P: Nou en?

S: Ja maar dat wil ik helemaal niet.

P: Dit is toch tussen haakjes?

S: Ja maar dit keer dit gedeeld door 4 en dan krijg ik dit als antwoord.

P: Maar je hebt toch haakjes.

S: Ja maar niet alleen maar haakjes.

P: Je hebt ook een deelstreep gekregen?

S: Ja.

P: Ja dat is vervelend.

S: En dit gaat ook nog keer elkaar, o ja dat moet ook.

P: Ja dat heb je vaak met haakjes.

P legt uit dat je met de hand die 4 meestal in de haakjes verwerkt.

*In-cas equi*

1/31, Jeff, 2.4

*Pa-abs+, Pa-gen+*

J: Bij mensen was de k 11, dus neem je voor elk dier, is het k.

P: Ja. En wat is het voordeel van die formule?

J: Dat je alleen maar voor k hoeft in te vullen.

1/32, v2-18:40, Maria, 3.1

*In-cas: \* tussen letters, In-p&p*

M vergeet de \* tussen de b en de x, dus dat werkt niet.

$y_1(x) = x^2+bx+1 \mid b=3$

M: Ik word gek van die kut-rekenmachine. Ik kan nooit grafieken tekenen. Ik ga het nu vragen.

A: Maar kijk ik laat het je nu zien. Als a 1 is dan hoef je niet te schrijven.(?)

M gaat hulp halen.

v2-04:00, Maria, Ada, 2.5

M weet geen verhaaltje en roept de hulp in van Peter. Peter suggereert de inhoud van een doosje. A roept iets over de vleermuis. (Eer-

der bleek A niet te weten hoe een egel eruit ziet; die heeft M toen getekend.)

M: a keer b keer c.

P suggereert een vierkante bodem.

M: a en b zijn gelijk.

P: Ja dus dan krijg  $a \cdot a \cdot c$ .

Daar gaan ze op door.

P maakt ervan  $x^2 \cdot h$  en stelt voor dat je voor h 2 neemt en dan de grafiek kunt tekenen.

M: Dus ik heb nu de formule  $x^2 \cdot h = y$

P: Of I.

*Pa-pla*

M: En dan kan ik dus gewoon zeggen h=2, h=3, h=4 en dan kan ik gewoon tekenen.

Later denkt M aan shoppen:

M: Je kan voor 30 gulden een broek kopen, ik heb 200 gulden maar ik moet nog overhouden voor benzine en peuken.

*Pa-rol: Idee van meerdere variabelen is dus duidelijk*

M heeft in haar schrift:

a. Je hebt een kubus. Het grondoppervlakte is vierkant. De lengte van de bodem is x. De grondoppervlakte is dus  $x^2$ . Om de inhoud te berekenen doe je  $x$  [keer] h.

formule =  $i = x^2 \cdot h$ .

Met drie variabelen i, x en h.

b.  $i = x^2 \cdot h$

h = 1, 2, 3, 4, 5. [einde schrift]

*Pa-rol*

M tikt in  $y1(x) = i = x^2 \cdot h \mid h = \{1, 5, 10, 2\}$  en krijgt een foutmelding bij graph vanwege de i. Dan verandert ze de i in een y, dus  $y1 = y = \dots$  en het kijkvenster maar dat helpt niet. Ook het veranderen van de h-waarden helpt niet.

A wil een verhaal maken over haargroei. Later zegt ze dat ze niets kan bedenken. Maar ze vindt dat er geen parameter in zit. Peter zegt dat het te moeilijk is. Hij suggereert een piramide. A heeft uiteindelijk niets in haar schrift.

*1/33, Rianne, 2.5, 2.4*

R heeft een verhaaltje over plantjes in het schrift:

Je hebt 10 plantjes. Je gaat kijken hoe zwaar ze worden per maand.

x is aantal maanden. per gewicht groeien ze anders. Gewicht = G.

$G = G_{\text{plant}} \times X \times 0.2 \text{ gr.}$

(...)

*Pa-gen+*

P: Snap je wat het voordeel is van die formule van 4b?

R: Ja, het kan voor verschillende formules (?).

*1/34, v2-25:00, Ada, 3.1*

A en M hebben een bundel grafieken bij 3.1.

A: Ik vraag me af wat heb ik nou aan die bundel grafieken als ik als ik naar de tabel ga toch maar eentje krijg.

P legt uit dat de tabel niet goed werkt bij die invoer met de substitutie.

*Pa-ver+*

P: En wat gebeurt er als de b groter wordt?

A: Ja ik heb het gevoel dat die meer naar links gaat.

P: Nou dat is niet helemaal waar.

A: Wat dan?

P: Ja dat is de vraag.

A: Naar onder en naar links.

P: Als b groter wordt of kleiner?

A: Kleiner? Bijvoorbeeld dit is b=3, dit is 5.

P: Ja maar van 3 naar 5 gaat ie niet naar onder en naar links.

A: Hij wordt iets kleiner.

P: Hij zakt wel ja, maar hij is niet naar links gegaan toch.

A: Ja. Maar hij is niet kleiner.

P: Nee maar de top ligt wel lager.  
 A: Ja, dus de top gaat omlaag.  
 P: En als b negatief is?  
 A: Dan is die links van die..  
 P: Zou jij met je vinger kunnen aanwijzen welke baan die top-  
 pen maken als b van -10 naar 10 gaat?  
 A: Ja, zo, zo, zo [wijst de baan goed aan].

1/35, ??, ??  
 In-cas / In-p&p: \* tussen  
 letters

Ll vergeet \* tussen a en  $x^2$ .  
 Peter merkt op dat het belangrijk is dat leerlingen met copy-en-paste  
 kunnen werken om formules niet te hoeven overtypen.

v2-32:00, Maria, 3.2  
 In-cas / In-p&p: \* tussen  
 letters

M vergeet weer de \* tussen a en x in eerste instantie maar vult wel  
 goed  $b=1$  en  $c=1$  in.  $y_1(x) = ax^2+x+1$ .  
 Verbeterd dan door de  $a*x$  te typen en geeft a de waarden -5, 0, 5.

### TI-Interactive lessen (les 4 en les 5)

v2-34:00, Maria, Ada, 4.2  
 Pa-plao

M en A vervangen de c in de formule door een 5, zodat de schuifpa-  
 rameter niet meer werkt. Ze beantwoorden 4.2b vervolgens correct  
 maar er gebeurt dus niets in de grafiek.  
 Dan gaan ze met de hand andere waarden voor c in de formule invoe-  
 ren, dus ze vervangen de 5 door een 2.

Pa-ver+

M: OK hij wordt dus smaller en hoger.  
 Op die manier onderzoeken ze ook wanneer de grafiek uit het venster  
 verdwijnt.  
 A: Tussen 10 1/2 en 11.

Pa-rola

Bij 2e denkt M dat de nulpunten symmetrisch rond 0 moeten liggen?  
 Ze krijgen een tip en voeren de c weer terug in de formule in en kun-  
 nen nu schuiven. Ze vinden de goede c-waarde.

v2-40:40, Maria, Ada, 4.3  
 Pa-ver: begin overgang  
 vanuit Pa-pla

M: Bij  $c=-10$  y is, ziet ie niet.  $c=-7$   
 A: dan is  $y=-7$ , ook -7.  
 M: Nee dan is y  
 A: Dit is toch min 7?  
 M: Nee -8. [kijkt naar de top?]  
 A: Het snijpunt met de y-as.  
 M: O ja.  
 Tip van een medeleerling dat c en y gelijk zijn.  
 Ll: Dat kun je zo uit je hoofd doen.  
 A: Nog eentje proberen, dan weten we het zeker, doe maar c  
 = 5.  
 A:  $c=5$ ,  $y=5$ ,  $c=3$ ,  $y=3$ .

Pa-gen

M: OK, hoe kun je de waarde van c dus in de grafiek terugzien  
 [leest vraag 3b)?  
 A: Je kijkt gewoon naar c,  $c=y$ .  
 M: Ja maar hoe kan dat nou dat y en c hetzelfde is?  
 A: Dat is niet ons probleem. Het snijpunt met de y-as is de  
 waarde van c.  
 Ll: [legt uit] Waar x nul is, dit is allemaal 0, krijg je alleen  
 maar +c, dat is alleen maar wat je hier invult, dus daar be-

gint eh (?).

v2-43:00, Maria, Ada, 4.4

Ze veranderen de functie. M denkt dat je perse met het math box moet invoeren en niet met het toetsenbord. Ze krijgt twee sluihaakjes na (x-a). Ze laten de parameterwaarde staan.

Ze rommelen wat met een exponent die ze per ongeluk bij de a op het einde krijgen. Die halen ze weg.

Pa-ver+

Dan verschijnt toch de grafiek. Ze laten de grafiek verschuiven.

M: Hij verschuift van links onder naar rechtsboven.

Pa-gen

Bij d ziet A het meteen:

A: Ik zie het al, de top ligt bij a. Zie je  $y=5$  hier en de top is bij 5.

M: OK, de top van de grafiek/

A: De y-coördinaat daarvan dus/

M: Nee want kijk dit is 5 [wijst y-coördinaat aan] en dit is 5 [x-coördinaat].

A: Ook, dus even proberen.

Pa-ver

Schuift weer wat met de grafiek.

M: Ja het klopt wel/

A: 2, (2, 2)

M: de top van de grafiek/

A: y- en x-coördinaat zijn (?) als a.

Vraag e.

A: Hoe bedoelt ie dat,  $5 \frac{1}{2}$  of zo?

M leest de opgave.

Pa-pla, Pa-gen: toespitsen ter controle

A:  $\frac{5}{2}$  is  $2 \frac{1}{2}$ .

M: Nou dan is natuurlijk a ook  $2 \frac{1}{2}$ , voor a = 5 gedeeld door 2 =  $2 \frac{1}{2}$ .

v2-49:40, Maria, Ada, 4.5

Fo-sym-, In-cas

Moeilijkheden met het invoeren van de functie.

Ze krijgen  $[\text{wortel}(a)]^{(2-x^2)}$

M: Kijk nu trekt ie dat ding [het wortelteken] wel door.

Pa-ver

Ze schuiven de grafiek.

A: Hoe kleiner de a wordt, hoe groter

M: Hoe groter de parameter wordt hoe kleiner de grafiek.

A: Nee, ja ja.

Ze weten niet meer zo goed wat domein is en wat bereik.

M: He hij wordt ook nog groter, dat hebben we niet opgeschreven.

A: Vanaf  $y=0$  gaat ie hier verandering in brengen.

[A wil dat de parameter in het midden gezet wordt, bij  $a=0$ ?]

M: Eerst wordt ie kleiner en dan weer groter.

Pa-rol

A: Bij  $y = 0$ , [ze bedoelt a?] als ie naar links of naar rechts gaat, dan wordt ie gewoon groter.

M: Ja daar heb je gelijk in.

Ze discussieren over het domein.

M: Hij bestaat vanaf -10.

Ze komen er niet echt uit. Peter komt erbij, maar ze gaan verder.

v2-57:25, Maria, Ada, 4.6

Fo-inz+

M: Het is een kwadratische functie en een kwadraat heeft altijd een parabool.

A: Zo hebben we het in de derde geleerd.

Ze voeren de functie vlot en foutloos in.

Pa-ver+

Dan schuiven vanaf een negatieve waarde van a. Het omklappen van

de grafiek valt op.

M: Hier is a heel klein en is ie een beetje scheef.

A: Hier verandert ie ergens [omklappen]

M: Eerst is ie wijd maar kijk hij komt ook zo omhoog, dus hij is heel raar.

A: Bij 0 moet je echt stoppen.

Bij 0 krijgen ze geen grafiek meer in beeld.

M: Bij nul is ie niks.

A: Ga maar door.

A: En dan gaat ie onderaan.

M: Maar hij is een beetje uit zijn verband.

A: Hij is eerst zo [hol] en dan zo [bol] en dan gaat ie hier naar beneden hetzelfde als ie boven heeft gedaan (?) top (?) andersom.

M: OK hij is groot, heel groot [wijd] dan wordt ie steeds smaller, bij nul is ie niks, en dan wordt ie weer breder.

A: Eerst is het een bergparabool, een dalparabool die steeds kleiner wordt, dan wordt ie een bergparabool die steeds groter wordt.

Dan c

M: Het blijft een parabool.

A: Ja. Ze vragen kenmerken dus dat zijn er heel veel.

M: Ja maar dat zien wij niet zo. Hij heeft misschien een punt het/ even kijken hoor, nee verder verandert alles hoor. O nee, hij blijft door het punt (0, 0) gaan, zie je? Het blijft een parabool.

1/37, Marty, ??

Pa-ver

Ll: Hij wordt niet kleiner, de punt gaat anders hoor.

M: Hij blijft hetzelfde, hij wordt gewoon woef.

Ll: Hij schuift gewoon omhoog en omlaag.

Ze zien dat ze kunnen dubbelklikken op de grafiek om het grafiekenvenster te vergroten. Ze hebben ook de schuifbalk vergroot.

1/38, Linda, 4.2

Pa-ver+

P: Wat gebeurt er als die c verandert?

Ll: Dan gaat ie omhoog.

P: En als ie kleiner wordt?

Ll: Omlaag.

In-cas: num-exact, In-opl-:  
graf

R heeft bij 2e het goede plaatje, waarbij de nulpunten 6 uit elkaar liggen.  $c = -7$  denken ze.

P: Is het nou precies bij -7?

R: Ik ga ervan uit ja.

Ll: Nee.

P: Waarom niet?

Ll: Hij zit niet precies op dat puntje (?)

R: Misschien -7 ...(?)

1/39, Rob, Jack, Dirk, 4.3

Ze hebben problemen met het invoeren van een nieuwe functie. Onduidelijk wat het probleem is. P raadt aan om TII opnieuw te starten.

Dirk probeert een nieuwe formule toe te voegen om twee grafieken tegelijk in beeld te krijgen.

1/40, Kevin, Thomas, 4.2

In-opl+: graf

Pa-gen+, Pa-rol+

Ze hebben  $c = -7.25$ .

P: Zou je dat zeker kunnen weten, is het precies 7.25, gaat die precies door de punten 2 en -4?

K: Dat kan je checken maar ik weet niet precies hoe.  
T: Dat kan je met de abc formule doen.  
P: Hoe dan?  
T: Als je de abc formule gebruikt, dan  $a=1$ ,  $b=2$  en  $c=-7.25$ , en als dat dan de waarde  $-4$  en  $2$  geeft dan is het hem echt (?).

*1/41, Thomas, Jeff, 4.4*  
*Pa-gen*  
Bij 4e zien ze niet dat  $5/2 \cdot 2.5$  is.  
T: Dat is bij  $a=2 \cdot 1/2$ .  
J: Dat is altijd zo.  
P: Is dat altijd zo?  
J: Ja, bijvoorbeeld 3, je hebt hier 3 en 3.  
*Pa-ver*  
[Hij schuift de parameter naar 3 en ziet dat de top in (3, 3) zit.]  
P: Ok dus dat lijkt te kloppen. Is het ook voor negatieve a-tjes zo?  
T: Dat zal dus wel weer niet kloppen, dat zat er wel weer in.  
J: Ja, klopt wel,  $-3$  en  $-3$ .  
[Heeft weer verschoven naar  $a = -3$ ?]

*Pa-gen*  
P: Kun je dat ook aan die formule zien?  
T:  $+a$  is eigenlijk het startgetal of eh, hoe heet dat ook weer, je hebt het hellingsgetal en het startgetal.  
P: Ja dat is eigenlijk voor lijnen. Jij zei, Jeff, als je voor  $a$  3 invult, is de top (3, 3).  
T: Ja.  
P: En als je voor  $a$  iets anders invult  
T: Ligt de top er ook  
J: Is het ook...

*Pa-rol*  
P: En hoe kun je dat nou bijvoorbeeld als  $a=3$ , dan staat hier een 3 [in de formule] en hier, hoe kun je nou zien dat die top (3, 3) is?  
T: Ehm, hij is dus, ik weet niet, het is gewoon zo.  
P: Het is wel zo, maar/  
J: De  $x$  is dan toch ook 3?  
P: Ja, dan is  $x$  ook 3. Dus dan krijg je  $3-3$  in het kwadraat plus 3.

*Fo-inz+, Pa-gen, Pa-pla: algemeen en specifiek*  
J: Dat is altijd 3, dat is altijd gewoon alleen  $a$ , omdat deze  $[x$  en  $a$  in  $(x-a)^2]$  heffen elkaar op.

*Al-mis*  
P: Dat klopt. Dus als je voor  $x$   $a$  invult/  
J: Dan krijg je 0 in het kwadraat en dat kan niet (?).  
P: Ja, je kunt wel 0 in het kwadraat doen/  
J: Ja, daar komt niks uit.  
P: Er komt 0 uit.  
J: Ja.  
P: Maar waarom is dat dan juist de top? Waarom is dat het laagste punt van de parabool?  
T: Omdat je niet dieper kan.  
P: Wat zeg je?  
T: Nee, je kan wel dieper. Of niet?  
P: Je kan niet dieper inderdaad.  
T: Nee.  
P: Maar waarom, hoe zie je dat dan aan die formule?  
T: Omdat het én, hoe leg ik dat nou uit, ik zet én achter de plus als het ware 3 en er zit ook nog hier [binnen de haakjes] een 3, als hier [binnen de haakjes?] nou niet die  $a$  in verwerkt was, dan was het volgens mij niet zo.

*Pa-geno, Pa-pla, Fo-inzo*  
P: Dan was het anders geweest.  
T: Dan had ie wel op bijvoorbeeld als  $a$  3 is op 4 kunnen ko-

		men, of eh op 2 kunnen komen.
		P: Maar als je nou voor x a invult, dan krijg je hier dus 0 en hier a, als je nou voor x een ander getal invult, wat gebeurt er dan met die functiewaarde?
		J: (?) Bijvoorbeeld voor x vul je 4 in, krijg je dus als bijvoorbeeld a 3 is, 4+3, eh een beetje moeilijk uit te leggen, het is een beetje raar.
		P zegt dat ze er nog maar even over moeten nadenken.
	<i>1/42, Martin, Cedric, ??</i>	Ll hebben het mathvenster gewist terwijl ze de functie proberen te veranderen. Ze krijgen dus tekst in plaats van een formule.
	<i>In-cas: definitie - vergelijking</i>	M en C hebben bij het wijzigen van de functie de : van := gewist. P herstelt dit.
	<i>In-p&amp;p: symbol</i>	C: Waarom gedeeld door? [Vat : op als gedeeld door teken.]
	<i>1/43, Ralph, Linda, ??</i>	
	<i>In-cas: definitie - vergelijking</i>	Ook Ra heeft bij het wijzigen van de functie de : gewist. Roe weet niet dat ze moet dubbelklikken om het math venster te openen zodat je de functie kunt wijzigen.
	<i>1/44, Hanneke, Olka, 4.4</i>	
	<i>Pa-ver+</i>	P: Zie je wat er gebeurt als c groter wordt? H: Ja, als c groter wordt dan schuift ie zo, op een lineaire lijn naar boven. [beweging rechtsboven]
		O: De top ligt op de $x = y$ .
	<i>1/45, Jeff, Thomas, 4.7</i>	J: We weten niet hoe we dit moeten beschrijven.
		P: Ja, dat is moeilijk he.
	<i>Pa-ver+</i>	J: Als a toeneemt, ja we hebben gezegd dat ie vanaf 0, en dan wordt die gewoon steiler, P: De linkerhelft. J: Of eh minder steil, ik weet niet hoe je dat, P: Ja. J: minder steil, en deze gaat gewoon steeds verder opzij.
	<i>Pa-ver+, Pa-abs+</i>	P: En als je nou denkt aan dat je hier staat met een tuinslang, wat is dan wat er gebeurt als a groter wordt? T: Bij 0 bedoel je? J: Waar staat die a voor? P herhaalt de vraag. T: Hij wordt steeds groter. J: Hij gaat steeds verder omhoog, hij komt steeds verder. P: Hij komt steeds verder, maar ga je ook steeds hoger mikken, is dat zo? J: Dit ziet er eerder uit als de kracht die erachter zit, waarmee je de kraan open draait. T: Ja. P: Ja precies. J: Want hij gaat niet ineens helemaal omhoog. P: Hij gaat niet steiler.
	<i>1/47, Kevin, Thomas, ??</i>	
	<i>In-cas: definitie - vergelijking</i>	Ook bij hen is de : in de := gewist.



1/48, Jack, Rob, 4.2, 4.7  
In-cas: num-exact, div, In-  
p&p

Bij 4.2e hebben ze -7.25.  
P: Weet je zeker dat het dat precies is?  
J: Preciezer lukte niet.  
P: Hoe zou je dat kunnen uitrekenen?  
J: Ja via algebra, maar we zitten nu op de computer.

Pa-abs-, Pa-ver+

Bij 7a hebben ze:  
J: De grafiek wordt steeds smaller.  
R: Ja en het punt (?).  
P: Wat gebeurt er met de nulpunten en de top...  
R: Nou dat verschilt niet zoveel.  
J: De top blijft gelijk.  
P: En wat blijft hetzelfde?  
R: De top, hij blijft door het nulpunt heengaan alleen de top die blijft, die gaat net iets meer omhoog.

1/49, Sandra, 4.2, 4.7  
In-cas: num-exact

Bij 2e hebben ze  $c=-7$ .  
P: Klopt die precies.  
S: We hadden eerst -7.25 (?).  
P: En hoe weet je dat die klopt?  
S: Dat zag je in het plaatje.  
P: Kun je dat nog preciezer weten?

Pa-abs-, Pa-ver-

Bij 7 a hebben ze:  
S: Hij gaat opzij.  
P is daarmee nog niet tevreden.

1/50, Rianne, Mandy, 4.7  
Pa-ver+, Pa-abs-

M vraagt naar 7b, het geval  $a = 0$ .  
P: Dat zie je eigenlijk toch al, wat er met de grafiek gebeurt?  
R: y is op zijn grootst, op zijn breedst.  
P: Wat zeg je?  
R: Hij is dan op zijn breedst. Als je van de a meer maakt dan gaat ie (?), dan wordt ie dunner en als je van de a minder maakt wordt ie dunner.  
P: En kun je er nog meer van zeggen?  
R: Het punt staat op nul.  
P: Welk punt.  
R: Nou dit [wijst op de top in de oorsprong?]  
P: En de formule, hoe ziet die er eigenlijk uit als a nul is?  
M: Weinig bijzonders. Dit  $[a*x]$  daar komt nul uit dus dat is..1.  
R: Dat is hetzelfde,  $1 x^2$ .  
P: Dus wat is de formule dan 1 keer  $x^2$ ?  
R: Ja toch?  
P: Nou niet helemaal.  
R: Dit  $[a]$  is nul, dit  $[a*x]$  wordt samen ook nul, dan heb je  $x^2$  over.

In-subo getal, Fo-inz+

Ze ziet de min over het hoofd, M ziet die wel.  
M: Dat minnetje daar dat heb je vergeten.

1/51, Thomas, Kevin, 4.5

K begrijpt niet de domeinbeperving. T probeert het uit te leggen door  $x=-10$  in te vullen, het linker eindpunt van het kijkvenster.  
K: Ja maar het is toch geen 100?  
T: Nee, in dit geval is de uitkomst van  $a^2-x^2 -100$ , daar kun je geen wortel van trekken.  
K: Waarom is het min 100?  
T: Omdat de a is nul,  $a^2, 0^2 - 10^2$ .

K: Waarom is het dan  $10^2$ ?  
 T: Ik zeg het nu even over die -10 hier [linker grens van het scherm].  
 K: Waarom kan je daar zo maar neer gaan staan? (??) Ik vraag me af of die x nu niet bestaat of is ie nul?  
 P legt uit dat x wel bestaat, maar de functiewaarde niet als  $x=-10$ .  
 Pa-rol P: Stel  $x=-10$ .  
 K: Hoe kom je daar nou aan?  
 P: Gewoon ik neem even een voorbeeldgetalletje. Wil je liever een ander getal?  
 K: Nee maar dan is die a toch weer anders, als je  $x - 10$  neemt?  
 P: Nee, bij één a moet je alle x-waardes kunnen invullen. a is een parameter en als die vast staat, daarna varieert de x, pak je alle x-waarden.  
 K: Ja OK.  
 Het invullen van -10 snapt K verder wel.

1/52, v2-01:02:00, Maria,  
 Ada, 4.7  
 Pa-abs-, Pa-ver+

M en A voeren de functie in. Ze laten de parameter schuiven. Ze hebben niet zo'n mooi kijkvenster.  
 M: Het is een bergparabool onder de x-as en hij wordt gewoon steeds smaller.

Fo-inz+

P: Weet je eigenlijk hoe je kunt zien dat het een parabool is?  
 M: Ja als er een kwadraat in de formule staat.

Bij b:  
 M: De grafiek is een bergparabool door het punt (0, 0).  
 A: Met (0, 0) als top.

In-subo getal, Fo-inzo

A schrijft het op.  
 M: En wat gebeurt er dan met de formule? Nul keer x is nul, min 1, kijk er blijft niks over van de formule.  
 A: Wat is a dan, a maal 0 ja dat is nul min  $1 + 0^2$  is nul, (?)  
 (...) P: Weet je wat de formule is als a nul is, in dit geval?  
 M: Ja.  
 P: Wat dan?  
 M: Nou dan is het allemaal nul, dus dan komt het terug op het punt (0, 0).  
 P: Ja, maar als a nul is en x is iets anders, welke formule hoort er dan bij?  
 M: O ja, dat kan natuurlijk ook. Eh dan krijg je nul keer x, nul x, min  $1 + 0^2$  gaat weg, keer  $x^2$ , dan krijg je dus  $x - 1$  keer  $x^2$ .

M schrijft in schrift:  
 Bij  $x = 0 = y = 0$ .  
 $0x - (1 + 0^2) \cdot x^2$   
 Ze streept de  $0^2$  door en schrijft  
 $x - 1 \cdot x^2$  ]  
 P: Waarom krijg je die eerste x dan?  
 M: Nul, o ja die valt weg,  $x^2$  keer -1.  
 P: Ja. Kun je het nog korter schrijven?  
 M: min  $x^2$ .

v3-08:00, Kevin, Ada, 5.1  
 Fo-inz+: opstellen

A ziet dat RAX een rechthoekige driehoek is. Ze past Pythagoras toe. Ziet de uitdrukking voor RX, en dan delen door de snelheid geeft de tijd, zegt Kevin.

<p>v3-11:00, Kevin, Ada, 5.2  <i>For-inz+, Fo-rei+, In-sub+</i>  <i>getal</i></p> <p style="text-align: right;"><i>Pa-rol</i></p>	<p>K vraagt zich af waarom juist T(2) wordt gevraagd.  K: Welke formule je krijgt als a=3 is niet moeilijk, 3 keer dit [eerste deel van de formule?]  (...)  K: Moet je dus voor x 2 invullen.</p>
<p>2/1, Jack, Rob, 5.2  <i>Fo-sym-: notatie</i></p>	<p>R vindt dat er haakjes om de wortel <math>(x^2+3^2)/6</math> moeten, omdat anders ook de tweede term met a vermenigvuldigd zou worden. Dat is dus niet zo want vermenigvuldigen gaat voor optellen.</p>
<p>2/2, Mandy, Rianne, 5.1  <i>Fo-inz+</i></p>	<p>Ze hebben de formules ontrafeld, zeggen ze, maar weten niet precies wat bedoeld wordt met 'toon aan'.</p>
<p>2/3, Martin, 5.1  <i>Pa-abso: zoekt patroon</i>  <i>zonder context</i></p>	<p>M snapt niet waarom je bij 4-x deelt door 12.  M: Waarom doen ze, 4-x dat snap ik nog, dat zijn die 4 km - x, en dan gedeeld door 12, dat zou dan die 4 keer 3 moeten zijn.  Bij navragen snapt hij wel dat de tijd afhangt van de snelheid.</p>
<p>2/4, Sandra, 5.2  <i>In-cas, Fo-sym+: zien dat je</i>  <i>onder wortel uit wilt</i></p> <p style="text-align: right;"><i>Fo-sym+</i></p>	<p>Ll vraagt hoe je die wortel afsluit.  Ll: Ze blijven allemaal onder die wortel staan.  Ook Sandra:  S: De wortel gaat maar door.</p>
<p>2/4, Martin, Cedric, 5.1  <i>Fo-inz-, Al-mis</i></p>	<p>M: Waarom is dit allemaal in het kwadraat?  [de x en de 3 in de teller van de eerste wortel]  P: Waarom niet?  M: Als je die wortel weghaalt, kun je gewoon opschrijven 3 + x gedeeld door 6 want <math>x^2</math>, de wortel daarvan is x en <math>3^2</math>, de wortel daarvan is 3.  Hij ziet wel Pythagoras. P benadrukt dat je niet stuk voor stuk de wortel kunt pakken. Dan zou het schuine stukje even lang zijn als de twee rechthoekszijden samen, en je ziet wel dat het korter is.  C: Maar waarom gedeeld door 6?  P legt uit dat de tijd van de snelheid afhangt, maar ze hadden niet goed gelezen dat de vaarsnelheid 6 was.</p>
<p>2/5, Jack, Rob, Helen, 5.2  <i>Pa-rol</i></p>	<p>R: Ik neem aan dat ze met T(2) bedoelen dat x is 2.  Enige verwarring over de vraag en de betekenis van de letters. Ze snappen nu dat a=3, x=2 en T wordt gevraagd.</p>
<p><i>In-cas, Fo-sym-</i></p>	<p>De grafiek is niet goed, omdat R <math>x^{12}</math> heeft in plaats van <math>x/12</math>, maar ook niet 4-x maar alleen x heeft gedeeld door 12. Nu zet hij haakjes om de 4-x, en is dan verbaasd dat die in het uitvoervenster weer weg zijn.</p>
<p><i>Fo-sym-, In-cas: equi</i></p>	<p>Hij heeft <math>3*x*\text{wortel}(x^2+3^2)/6+\dots</math> R is verbaasd omdat de 3 ook in de teller gezet wordt, en ziet niet meteen dat dat op hetzelfde neer komt.</p>
<p>2/6, Rianne, Mandy, 5.2  <i>Pa-rol</i></p>	<p>De formule voor a=3 hebben ze goed.  P: En wat wordt de formule als je voor x 2 invult?  R: Ja dan krijg je ook allemaal formules.</p>

	M:	Voor x 2, heb ik gedaan (?)
	P:	Er staat de T van 2, dus de x is 2.
	R:	Maar daar [in de formule van T in de opgave] staat toch ook niet tussen haakjes x, dan moet er hier toch ook tussen haakjes x staan?
		Daar heeft ze gelijk in.
2/7, Marty, Mike, 5.3	M&M hebben teveel haakjes in de formule.	
	Marty:	Als ie nul is, dan is het een rechte lijn.
	P:	Hoe zie je dat? Kun je dat ook in de formule zien?
	M:	Ja waarschijnlijk wel.
	P:	Hoe dan?
Pa-ver+	M:	Het leek mij logisch dat als ie zo krom buigt dat ie dan ook een recht moment heeft, en dat leek mij de logischste plek bij 0.
Fo-inz-, Al-mis, In-sub- getal	P:	Dat is ook zo. Maar wat gebeurt er in de formule als a nul is?
	M:	Als a nul is, kan je net zo goed a weghalen, dus dan heb je gewoon de rest van de formule.
	P:	En wat houd je dan over?
	M:	Deze wortel $(3^2+x^2)/6+(4-x)/12$ [laat dus de eerste wortel staan]
		P valt terug op getallenvoorbeeld voor de eerste wortel: stel dat die 5 is.
	P:	Wat krijg je dan?
	M:	$5 + 4-x$
		P denkt van niet omdat er voor de 5 een nul staat. Dan ziet M het.
	M:	Je kan hem inderdaad niet weghalen. Dan is het alleen maar deze [laatste stuk van de formule] natuurlijk.
	(...)	
Pa-abs+	M:	Het kan in het echt natuurlijk niet als je met dat James Bond verhaal neemt. Maar dan kan je ook geen a min nemen.
	Mike:	Dat kan wel, wind in de rug.
		P legt uit dat je met negatieve a eerder aankomt dan dat je vertrokken bent.
2/8, Rianne, Mandy, 5.2		
Fo-sym-		Ze hebben $3 \cdot$ (de twee termen), dus allebei vermenigvuldigd met 3. Bovendien loopt de wortel over de twee termen heen. P vestigt de aandacht erop.
	M:	O nou doet ie alles keer 3.
	P:	En het wortelteken?
	M:	O alles! Niet eens opgemerkt.
		Dat ze niet weten hoe je onder het wortelteken uitkomt is niet zo vreemd, maar ze zouden het probleem wel moeten opmerken. Later voeren ze de formule goed in.
2/8, v3-21:00, Ada, Kevin, 5.2, 5.3		
Fo-symo: invoer, In-cas?		Ze voeren bij b de functie in, maar krijgen het delen door 6 niet onder de wortel uit. K vraagt hoe je onder het wortelteken uitkomt. Hij ziet dus wel dat dat moet. Paul vertelt dat dat met pijltje naar rechts kan. Dan nog wat problemen met een teveel aan haakjes [tj zet zelf al sluihaakjes, daar zijn leerlingen niet aan gewend.] Het tweede deel van de formule vergeten ze.
		De grafiek verschijnt. K ziet dat ze het tweede deel van de formule zijn vergeten. Aanvullen van de formule. Dit kost veel tijd.

- Pa-rol* Is x nu nog 2 of niet? Ze zijn in verwarring van die T(2) in de vorige opgave.  
Als de formule en de grafiek kloppen, gaan ze de schuifparameter voor x definiëren. Dat betekent dat de schuifbalk niets meer doet.  
A ziet dat straks a moet gaan variëren en niet x.  
Ze maken een tabel en die lijkt niet te werken, mogelijk door de landeninstelling?
- Pa-plao* Dan veranderen ze de 3 met de hand in een 1. Ze gebruiken dus niet de schuifbalk, dat wil zeggen als ze schuiven gebeurt er niets in de grafiek, want die staat nog op het verschuiven van x. Ze maken weer een tabel, omdat A enkele functiewaarden wil hebben om de grafiek in haar schrift te kunnen tekenen. K wacht beleefd.  
A: Pak maar een andere a.  
K verandert de 1 in de formule in een 5. [Ze missen hier dus helemaal de kracht van tii]. Weer een tabel voor enkele functiewaarden. En weer een andere a: 8.
- Pa-ver+* Maar dan:  
K: Wacht ik heb een handiger manier om dit te doen.  
Hij verandert de 8 in a en zet de schuifbalk op variatie van a. Dan werkt het schuiven wel!  
A: Moeten we nog iets met het kijkvenster?  
K: Nee nee, het gaat er juist om dat je in dat venster kijkt.  
Na eerst de a-waarde te hebben laten groeien, laten ze hem nu dalen tot negatieve waarden.  
A: O ja hij gaat onder nul.  
K: Schrijf maar op als je een min getal invoert voor a dan gaat de grafiek.  
A: [leest voor] Als de wind in de goede hoek staat, wordt de vaartijd korter.
- Pa-ver+* Bij c.  
K: Dan gaat de grafiek wordt smaller, dan gaat het omhoog.  
A: OK, zo ziet het eruit. Hij gaat steeds omhoog.
- 2/8, Sandra, Inte, ??  
Div* S en I zijn al klaar.  
S: Deze keer was het veel gemakkelijker, anders is dat heel langdurig. [dan vorig jaar, dan vorige keer? met tii ipv met schuif op de 89 zoals vorig jaar, denk ik dat ze bedoelt.]
- 2/9, Cedric, 5.2  
Fo-sym+: invoer* C heeft de formule goed ingevoerd.
- 2/9, Il, 5.2  
Fo-sym-: invoer* De animatie werkt niet, eerst een haakje te veel of te weinig, dan waarschijnlijk iets verkeerd ingevoerd met de deelstreep.
- 2/10, Rob, Jack, 5.3  
Pa-gen: familieparameter?* J: Deze is wel bijzonder, a=12.  
R heeft een bundel getekend in plaats van een stripverhaal.  
R: Dat vind ik makkelijker.
- Pa-abs-* Het kijkvenster is [-10, 10] bij [-10, 10], en P zegt dat ze dat aan de situatie moeten aanpassen. Geen koppeling met de context dus.
- 2/11, Jack, Rob, 5.3  
Pa-vero* P: Weten jullie wat er met de top gebeurt, als die a waarde verandert?  
R: De top?  
J: Die komt hoger of lager te liggen.  
R: Op een gegeven moment (?) iets meer naar links.

- 2/12, Thomas, Mathijs, 5.1  
Pa-abs+, Fo-inz+
- M: Wat moet je aantonen?  
P: Snap je waar die formule vandaan komt?  
M: Ja, dit [eerste term] is het stuk over zee, en dit [tweede term] is over land.  
P: En waarom ziet dat stuk over zee er dan zo uit?  
M: Ja dat snap ik niet.  
T: De snelheid van 6, dat zit eronder.  
De teller kunnen ze nog niet plaatsen.
- 2/13, Jeff, Miou, Linda, 5.3  
Pa-abs+, Pa-pla-
- J en M blijven moeilijkheden houden met de animatie, tot ie het ineens doet om een onverklaarbare reden.  
R: Maar c kan toch niet negatief zijn? Het kan toch niet negatief zijn (?) beperkt of versneld.  
M: Dus je moet gewoon vanaf c 1 doen? [Denkt in gehele getallen?]  
P: Vanaf 0, maar het kan wel een breuk zijn.
- 2/14, Rianne, Mandy, 5.3  
Pa-ver+
- M en R hebben een verschil van inzicht.  
R: Het is eerst een berg, dan wordt het een streepje en daarna wordt het een dal.  
M: Ja maar dan neemt die a dus af, dan ga je dus onder 0.  
R: Nee,  
P: Nu is het een berg he, en hij is nu -3? [a=-3]  
R: Ja en nou is het onder nul. En als je meer gaat doen, dan wordt het recht en dan een dal (?)  
M: OK.
- In-sub+ getal, Fo-inz+
- P: Wanneer is ie recht?  
R: Deze, 0, dat was te verwachten.  
P: Waarom?  
R: Omdat dingen vaak bij 0 zijn.  
P: Kun je dat ook aan die formule zien?  
R: Dan heb je alleen deze, [de tweede,  $4-x / 12$ ].  
P wijst erop dat dat een vergelijking van een rechte lijn is.  
R: O ja.
- 2/15, Dirk, 5.3  
Pa-abs+
- D heeft een stripverhaal op een standaard(?) kijkvenster.  
P vraagt welke waarden x kan aannemen.  
Ll: Hij kan nooit meer dan 4 zijn.  
Dat vraagt om een aanpassing van het kijkvenster.
- 2/16, Rob, Jack, 5.3  
Pa-abs+, Pa-rol+  
Pa-abs-
- Ook hier nog geen geschikt kijkvenster.  
Dat x loopt van 0 tot 4 zien ze wel.  
R: De y-as, is dat dan niet negatief en niet groter dan 3? [Hij koppelt de situatieschets van JB aan de grafiek, dus omdat  $AR=3$  wordt y 3?]  
P begint uit te leggen.  
J: y is T. Maar die kan ook niet negatief worden.
- 2/17, Rob, Jack, 5.3  
Pa-ver+
- J en R werken met de TI-89 en TII door elkaar. Ze schakelen moeiteloos tussen die twee. Ze hebben [0, 4] bij [0, 10] als kijkvenster.  
P: Wat gebeurt er met dat minimum?  
J: O, wacht, ja.  
R: Een minimum?  
J: Dat loopt dus hier weg, [naar links?], verdwijnt, (?) negatief getal (?)  
R: Hij wordt groter, het minimum.  
P: Wat bedoel je daarmee?  
J: Nou dat het in het begin zo'n klein dingetje is, als je het kleiner maakt dan wordt het breder.

		[Hij bedoelt de grafiek, die vlakker gaat lopen rond de top.]
2/17, v3-42:30, Kevin, Ada, 5.3		K: Bij nul heb je een rechte lijn, o ja. K vraagt of er meer dan één 'speciale waarde' is? In de opgave staat meervoud, maar hij vindt alleen $a=0$ speciaal.
Fo-inzo, In-sub- getal, Pa-abs-		A: Hoe kun je dat verklaren uit de formule? Dan moet je nul invullen en dan wortel van nul enzo (?) K wil nog uitleggen wat die a betekent, maar A zit daar niet zo op te wachten.
		K: Die a die was dan wind tegen of zo.
2/18, v3-48:00, klassikaal, 4.4		
	Pa-ver+	P: Wat gebeurt er nu met de grafiek als de parameter a groter wordt? Dirk: beweegt met zijn hand naar rechts boven. P: En wat gebeurt er met het minimum, met het dal? Ll: Schuift naar (?) Ada: Steeds hoger. Cedric: Naar rechts boven.
	Pa-ver+	
	Pa-ver+	
Pa-pla, Pa-gen (specifiek - generiek), Fo-inz+		Maria: Ja volgens mij die top dat waren de x en y coördinaten, die waren zeg maar gelijk aan de a. De top was (1, 1) en dan was a ook 1. P: Hoe kun je dat aan die formule zien? Sandra: Dat iets, dat je lineaire grafiek krijgt zo als je met keer zeg maar (?). Als een van die dingen nul is, dat je dan a overhoudt, omdat nul keer iets dan heb je altijd nul, en dan nog iets met a erbij en dat heb je altijd a. Dirk: 1 min 1 in het kwadraat is nul, plus 1 is 1. P: OK, en als a 3 is? Mike: Dan moet het x min 3 zijn. P: (herhaalt een ander) 3 min 3. Mike: Dan moet x 3 zijn. P: Ja, en als a 37 is? Ada: Dan is x 37. P: En als a 10 miljoen is? Het is duidelijk. P: Hoe zou je dat nou in het algemeen zeggen? Bij een gegeven a-waarde, wat moet er dan voor x gelden? Ada: $x = a = y$ .
2/19, v3-50:00, klassikaal, 4.7		Ada bedient de machine. P vergeet het kijkvenster aan te passen. Dat wordt hersteld.
	Pa-rol+, Fo-inz+	P: Als je naar deze formule kijkt, wat voor een grafiek zul je dan krijgen, wat voor een vorm? Helen: Een parabool. P: Waarom? Cedric: Omdat er een kwadraat in staat. Helen: Omdat het tot de macht twee is, dus de hoogste macht is 2 (?). P: Omdat die a tot de macht twee is? Helen: Omdat die x tot de macht twee is. (..)
	Pa-ver+	P: Kun je zien wat er gebeurt als a groter wordt? Dirk: wil weten welke waarden van de parameter zijn gekozen. Olka: Hij wordt smaller en hoger [beweging met de hand, taalprobleem omdat ze Poolse is] (...)
	Pa-pla?	Ralph: Wat heb je voor a ingevuld?

		Dat zien we bij $Y=$ . Ralph heeft iets anders [mogelijk door een ander kijkvenster?]
	2/20, v3-54:00, klassikaal, 5.3	Ada stelt op voorspraak van P het kijkvenster in. P legt verband met de context, waardoor $x$ niet groter dan 4 kan zijn. P wijst op de moeilijkheid van het invoeren van het wortelteken en op de haakjes. Ook op het feit dat de $a$ ineens ook in de teller wordt gezet.
	<i>Pa-pla</i>	Ralph: Wat moet je invullen voor $a$ ? P laat de waarden zien.
	<i>Pa-abs+</i>	P: Waarom is nul een speciaal geval? Ll: Er is (?) geen afstand meer, dan doet ie helemaal niks meer, staat ie in feite stil. P: En wat betekent dat in de formule, als je $a$ nul hebt? Ll: Betekent dat ie alleen rent.
	<i>In-sub+ getal, Fo-inz+</i>	P: Maar voor de formule, als je niet aan James Bond denkt? Ada: Iets keer nul is nul. P: Ja, dus wat hou je dan over? Ada: Nul. P: Voor de hele formule? Martin: $4 - x$ gedeeld door 12, dat hou je over. P: En dit stuk dan, die wortel? [eerste term] Martin: Die verdwijnt. (...) P: Wat gebeurt er met het minimum van de grafiek als $a$ groter wordt? Ll: Groter (?) Ralph: Met wat voor stappen wordt ie groter? (...)
	<i>Pa-ver+, Pa-abs+</i>	Misha: Als het minimum steeds hoger komt te liggen heeft ie steeds langer nodig om eh. P: Als ie nou steeds meer tegenwind krijgt, moet ie dan juist verder gaan varen of minder ver? Ll: Minder ver. P wijst erop dat het minimum in de grafiek dan ook naar links schuift. Ll vragen wat er in de brief van JB stond en of de missie is gelukt. P herhaalt nog het kopiëren van een formule uit het uitvoerscherm naar de invoerregel.
	2/21, Ralph, 4.7	R had het kijkvenster op standaard staan en daardoor een ander plaatje dan ik, en ook minder overzichtelijk. Hij zegt dat je van tevoren nog niet kunt weten welk kijkvenster geschikt is. Dat is maar ten dele waar. Hij heeft de parameter $z$ genoemd, omdat dat handiger intypt?
	2/22, v3-1:02:00, Maria, 5.3	M heeft bij 5.3 thuis andere grafieken gevonden [vorige les gemist] en is haar machine vergeten. Waarschijnlijk heeft ze de beide termen tussen haakjes met $a$ vermenigvuldigd. Ze kreeg allemaal rechte lijnen, zegt ze.
	<i>Fo-sym-: invoer?</i>	Ze vraagt zich af of je om $\sqrt{(x^2+3^2)}/6$ ook haakjes moet zetten. Dat is niet nodig, want keer gaat voor $+$ .
	2/23, Martin, 1.11	Bij $b$ heeft hij $i = x*y*z$ . Hij heeft niet de 120 gebruikt. P: Kun je die 120 uitdrukken in $x$ 'jes $y$ 'tjes en $z$ 'jes? M: $2x, 2y, 1z$ . P: Nee. M: $4x$ . P: Dus $4x, 2y$ en $1z$ moet samen 120 zijn. M: Maar ja, 'waarin de hoogte $z$ niet voorkomt'.



<i>Fo-inz+</i>	<p>P: Je weet <math>4x+2y+z=120</math>. Kun je dan iets van <math>z</math> zeggen?  M: Ja, <math>z = 120 \text{ min } 4x \text{ min } 2y, +2y</math>  P: <math>\text{min } 2y</math>  M: plus  P: min  M: <math>120 \text{ min... } 4x + 2y</math>.  P: En dan staat <math>4x + 2y</math> tussen haakjes?  M: Ja.  P: OK, dan heb je gelijk.</p>
<i>In-sub- syn</i>	<p>P legt uit dat je nu kunt invullen.  M: Maar hoe moet ik dat invullen dan?  P wijst op de waarinstreep.</p>
<i>2/24, Thomas, 6.7</i> <i>Pa-rol: parameter y</i>	<p>T heeft de eerste bundel al gemaakt.  P: Hoe heb je dat gedaan?  T: <math>\sin(x+y)</math>, <math>y</math> is <math>-10</math> tot en met <math>10</math> met stapgrootte van <math>2</math>.  T zal dit de volgende les laten zien.</p>
<i>2/25, Thomas, 6.1</i>	<p>T heeft de formule goed ingevoerd.  T: Alleen nou krijgen we een lineaire grafiek.  J: Ja maar als we het window heel groot zetten dan krijgen we een golf.</p>
<i>Fo-inz-</i>	<p>P: Je had iets anders verwacht kennelijk [tegen T]  T: Ja een parabool.  P: Omdat er een kwadraat instaat?  T: Ja.  Ze zijn in de war door de verschillende vormen die je afhankelijk van het kijkvenster krijgt.</p>
<i>2/26, Mandy, 6.1</i> <i>Pa-abs+</i>	<p>M heeft de goede grafiek op een geschikt kijkvenster.  M: De snelheid moet optimaal, deze nul dan zouden ze stilstaan, maar wanneer is die optimaal dan?  P: Dan moet je in de grafiek kijken, verticaal staat de doorstroming, optimaal is een zo groot mogelijke doorstroming.  M: O hier [wijst op de top]</p>
<i>2/27, Martin, 1.11</i> <i>In-cas: equi</i>	<p>Bij <math>c</math> weet M niet wat wordt bedoeld met drie manieren.  M: Is dat gewoon <math>x*y*z, y*z*x, \dots</math>  Uitleg P.</p>
<i>Fo-inz+</i>	<p>M: Gewoon haakjes wegwerken, met haakjes...  P: Ja precies.  M: Dan weet ik alleen de derde nog niet.</p>
<i>2/28, Ralph, 4.7</i>	<p>R heeft uiteindelijk de goede fontein op een goed kijkvenster en zegt dat het tekenen wel een half uur heeft geduurd.</p>
<i>2/29, Misha, 6.1</i> <i>Fo-sym-: invoer</i>	<p>M heeft de formule niet goed ingevoerd: <math>(a+l)</math> staan in de teller.</p>
<i>Fo-rei+, In-sub+ inz, In-sub+ syn, In-opl- inz</i>	<p>Correct gesubstitueerd <math>l=4</math> en de formule voor <math>a</math> met de waarblijstreep en and. Daarop laat hij nog solve los naar <math>d</math>, en dat hoeft niet.</p>
<i>Fo-sym+: invoer</i>	<p>Later zet hij extra haakjes om <math>6*(l+a)</math>.  M: Dan moet je wel twee haakjes gebruiken, en om <math>6</math> en om <math>l+a</math>.</p>

2/30, v3-1:07:00, Maria, Ada,  
6.1

*In-opl- syn, In-opl- syn*

M voert in:  $\text{solve}((100/4)/(6*(4+a)))$   
Dan  $\text{solve}((100/4)/(6*(4+a)),a)$ , geeft foutmelding: first argument moet een vergelijking zijn.

Dan  $\text{solve}((100/4)/(6*(4+a)=y),a)$ .

Ze krijgt commentaar van anderen die meekijken en haalt haar machine eruit. Die van A erin.

*In-opl- inz, In-sub+ inz, In-sub+ syn*

A heeft:  $\text{solve}(d=100v/(6*(4+a)) \mid a = 0.0075v^2, d)$

Het resultaat is  $d = 2222.22*v/(v^2+533.333)$ . De solve is overbodig. A vraagt Peter wat ze nu moet doen. Peter zegt dat ze de grafiek moet tekenen.

*Pa-rol*

A: Dus v wordt x.

A typt de formule over in het functiebestand en krijgt de grafiek op een ongelukkig kijkvenster. Peter zegt dat ze het window moet aanpassen. Zo krijgt ze een goede grafiek. Een medeleerling vraagt A wat ze gedaan heeft.

*Pa-rol*

A: Je moet een functie maken waar l en a niet meer in voorkomt.

(...)

*In-opl inz, In-sub- inz:  
verwarring met solve*

M heeft  $\text{solve}(\text{formule}, a)$ , ook  $\text{solve}(\text{formule}, d)$ , en ook twee solve in een regel. Oplossen hoeft helemaal niet meer, omdat d al geïsoleerd staat in de formule.

M: O je moet eigenlijk gewoon invullen in de formule en dat is alles.

Ze vindt het verwarrend.

2/31, v3-1:17:00, Ada, 6.1  
*Pa-abs*

A: 'Bij welke snelheid is de doorstroming optimaal'. Ik snap eigenlijk als ik de grafiek teken wat het is, maar daarna snap ik niet wat het met d allemaal te maken heeft.

P verklaart de letters. A ziet dat de snelheid horizontaal staat en de doorstroming verticaal.

A: Maar hoe weet je wat veel is, of beter, of veilig of zo?

P zegt dat je met trace kunt aflezen..

A: O dus zo moet ik het zien. Dus hoe meer, hoe minder autos hoe beter?

P: Hoe meer hoe beter, want dan schiet het tenminste een beetje op.

A: O dus hier bij die top moet het zijn.

A zoekt nog naar een numerieke manier om het maximum te benaderen, zoals op de TI-83. Dat gaat met F5 Math.

2/32, Fred, 6.1

*Fo-symo: invoer*

F weet nog dat je achter de substitutiestreep zowel a en l kunt substitueren, maar niet meer dat dat met and moet.

Hij heeft  $(l+a)$  niet in de noemer staan in de formule, maar heeft dat inmiddels verbeterd.

2/33, v3-1:20:00, Ada, 6.2  
*Fo-inzo, Pa-abs-*

Bij a weet ze niet wat ze met die 90% moet.

A: Hoe kan ik dan 90% van  $0.075*v^2$  of moet ik 90% van dit nemen [het geheel?]?

P: Nee de hele remweg is dit.

*Fo-rei-*

A: Ja 90 % ervan maar dat kan toch niet?

P legt uit.

A: Maar met die  $v^2$ , kan dat?

P: Ja, je kunt  $v^2$  toch met 0.9 vermenigvuldigen?

A vermenigvuldigt  $0.0075*v^2$  met 0.9. Dat geeft  $a = 0.00675v^2$ .

M: Adelaide, is de doorstroming optimaal in dat bovenste punt?

A: Ja.

<p><i>In-sub+ inz, In-sub+ syn, In-opl- inz, Fo-rei+</i></p>	<p>A substitueert de nieuwe formule voor a: solve(<math>d=100v/(6*(4+a))</math>   <math>a = 0.00675v^2</math>, d). Dat geeft een nieuwe formule voor d.</p>
<p>2/34, Sandra, 6.2 <i>In-sub+ getal, In-sub+ syn, In-sub- ISO, In-opl- ISO, In-iso- strat</i></p> <p style="text-align: right;"><i>Fo-rei+</i></p>	<p>S vult voor l 3 in (dat was eigenlijk 4), lost de formule voor d op naar a, en vult het resultaat weer in de formule in. Dat is dus een kringetje.</p> <p>S: Ik dacht als je nou a gewoon oplost dan zou het op zich toch ook moeten kunnen.</p> <p>P: Maar wat betekent dan a oplossen?</p> <p>S: Nou als je a wegdoet, zorgt dat je geen a meer hebt. Dit had ik als oplossing voor a gekregen, toen had ik dit [die oplossing] hier ingevuld [in de formule voor d] en toen kreeg ik dit en dat weer opgelost naar d en toen kreeg ik dit en dat is wel fout.</p> <p>Uitleg P over het kringetje.</p>
<p>2/35, Rob, 6.8</p>	<p>R heeft een mooie bundel getekend, en wil die volgende keer laten zien aan de klas. Ik zie niet welke formules hij heeft, maar dat komt nog wel.</p>
<p>2/36, v4-00:00, Rob, Mike, 6.7 <i>Pa-ver</i></p> <p style="text-align: right;"><i>Pa-ver</i></p>	<p>Demonstratie.</p> <p>Bij b heeft Rob <math>\sin(x) * a</math>   <math>a = \{1, 3, 5.5, 9, -1, -3, -5., -9\}</math></p> <p>P: En waarom heb je die formule genomen?</p> <p>R: Ik weet dat als je met de sinus en de cosinus iets doet dat je dan van die kringels krijgt.</p> <p>P: En die a, waarom heb je die erin verwerkt?</p> <p>R: Omdat je anders geen variatie krijgt.</p> <p>(...)</p> <p>P: Wat gebeurt er met de nulpunten en de toppen als je a groter wordt?</p> <p>R: Nou de toppen gaan verder omhoog, en naar beneden.</p> <p>M: Dan rekt ie verder uit.</p> <p>P: In welke richting, Mike?</p> <p>M: Omhoog.</p> <p>P: En de nulpunten?</p> <p>Sandra(?): Die blijven hetzelfde.</p>
<p><i>Fo-sym+: invoer</i></p>	<p>P: Maakt het nu uit of je het haakje na de x of na de a zet?</p> <p>R: Ja, volgens mij wel, anders neemt ie de sinus van x keer a.</p> <p>P: En als je nou in plaats van die keer een plus had gezet, maakt dat uit?</p> <p>R: Dan schuift ie alleen maar omhoog.</p>
<p>2/37, v4-04:00, Thomas, 6.7 <i>Pa-ver</i></p>	<p>Demonstratie. Bij a heeft Thomas <math>\sin(x) + a</math>   <math>a = \{-10, -8, -6, \dots, 10\}</math></p> <p>P: Hoe ben je erop gekomen?</p> <p>T: Als je een sinus schrijft dan krijg je zo'n golfbeweging, door het snijpunt van de assen x en y, als je hem dus telkens plus 1, plus 2 in dit geval, dan krijg je dus allemaal van die blij golfjes.</p>
<p>v4-12:00, Maria, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5 <i>Fo-symo: invoer</i></p>	<p>M voert in <math>y_1(x) = 100x(24+0.9*0.045x^2)</math>. Ze had eerst een v in plaats van de x. Krijgt een foutmelding. Ze heeft de antwoorden er denk ik bij. Dan voert ze de deelstreep op de juiste plaats in, tussen de x en de (24, en dat geeft een grafiek.</p> <p>Moelijkheden met het kijkvenster. Ze lijkt een rechte lijn te krijgen.</p>

*Moeizaam verhaal vanwege  
kijkverster, maar dit valt niet  
onder een van mijn codes.*

M: Waaronder krijg ik nou weer een rechte lijn, ik haat dit. Het klopt bij mij echt nooit, die rotformules.

A kijkt en ze denken dat er een \* ontbreekt maar dat is het niet. Dan zet A extra haakjes maar ook dat helpt niet.

M: Nee dat maakt niet uit. Misschien moet je eerst 24 keer 9 doen?

Nu zetten ze haakjes om de  $(24+0.9)$ . Daar wordt het slechter van. A vult haar formule in.

A: Ik heb ze eerst opgelost eigenlijk, als je deze invoert en solve erbij, dan vind je dit. [zie 2/33]

M voert de formule van A in:  $y1(x) = (2468.14*x)/(x^2+592.593)$ .

Dit geeft weer de op het oog lineaire grafiek die ze eerder ook al had.

A: Ik heb de verkeerde window.

M: Dat kan, misschien heb ik hem gewoon te klein staan, o wat dom. Ja kijk nu krijg ik hem.

M past het kijkvenster aan en krijgt de goede grafiek.

M benadert met de vrije cursor (dus niet met trace) de top van de grafiek.

Dan typt M opnieuw de functie in maar nu met 0.8. Nu gaat het vlot. Weer een grafiek, weer de top met de vrije cursor.

*Pa-gen+*

M vervangt de 0.8 door een a en voegt toe  $a=\{0.1, .2, .3, .4, .5, .6, .7, .8, .9, 1\}$  Dat geeft een bundel grafieken, waarvoor ze als ze ziet dat die buiten het scherm gaat het kijkvenster aanpast.

*v4-29:30, Ada, 7.2*

*Pa-gen+*

A: Die is leuk. [legt M de vraag uit].

(...) En dan vragen ze maak de formule als het op een ander planeet ook kan gelden, dus dan moet je gewoon in plaats van 4.9 gewoon g invullen, allemaal natuurkunde.

*v4-30:00, Maria, 6.5*

M laat de bundel tekenen [zie hierboven]. Dat duurt lang.

*2/38, Rob, 6.8*

R heeft  $(x-a)^2+a, (-x-a)^2-a, (-x-a)^2-a \mid a=0$ .

Dat geeft een bundel parabolen, met toppen op  $y = \text{abs}(x)$ , zowel berg- als dalparabolen.

*Fo-inz+*

Hij ziet dat er wat minnen wegkunnen, en heeft het in stukjes opgesplitst omdat dat minder langzaam gaat.

*2/39, Rianne, Mandy, 6.4 -  
6.5*

*Pa-geno, Fo-inzo*

R heeft de 0.9 en de 0.8 wel goed in de formule gezet, maar bij 4 weet ze niet waar de r moet blijven.

R: Ik snap niet waar je die [r] in wil hebben.

Ze heeft nu de r helemaal naast de formule gezet, dus alles met r vermenigvuldigd.

P: Nu is het geen 0.9 of 0.8 maar gewoon r, waar zou je die r nou laten?

R wijst de goede plek aan. Ze zegt dat ze de vraag niet goed snapte.

P: En jij Mandy?

M: Ik had hetzelfde als wat zij had.

[Dat is niet zo, zij heeft een goede formule in haar schrift:

$100.v/(6.(4+(0.0075.r).v^2))$ , dus wel een paar haakjes overbodig.]

P: Ja maar jij hebt hier ook nog een r.

De letters v en r zijn moeilijk te onderscheiden, en het is niet duidelijk hoe ver de deelstreep doorloopt. Bij navraag blijkt het wel te kloppen en ze verlengt de deelstreep in haar schrift.

*Pa-vero*

Bij 5b heeft M: Dan wordt ie steiler.

Bij 5c: Hoe hoger de snelheid hoe beter de doorstroming.

P: En hoe verandert de grafiek dan?

M: Volgens mij gaat ie meer zo [beweging, hogere top?]  
 P: Ja en de top, waar gaat die dan heen?  
 M: Omhoog.  
 P: En wel bij dezelfde x ongeveer?  
 M: Ja  
 [Dat is niet zo, de x wordt groter.]

2/40, Marty, Sandra, 7.1

[Dit hele fragment duurt bijna 11 minuten, dat heb ik ingekort.]  
 S en M zien niet wat de tekst boven de opgave met de opgave te maken heeft.

M: Dan moet je gewoon 100 delen door 11 en dan hoeveel dat, nee, 100 keer 11.

(...)

M: Dan is het dus 100,  $y = 100 \cdot 11 \cdot a$ , nee.

S: Nee 100 - eh.

M: 11a.

S: 100 -

M: Nee want 100 is de variabele.

P legt de situatie uit.

M: Maar wat is dan de x erin?

P wil een grafiek die de baan weergeeft.

M: Dan gaat er 11 meter per 1 meter af, of 1 meter per 11 meter.

P: 1 per 11, dus die 11 staat op de x-as.

S: Dus 100 min x gedeeld door 11. Ik weet wel hoe die eruit moet zien, die grafiek.

M: Dan is ie ook niet zo moeilijk, 100 min 1 x, nee, 100 - 11x, [S gaat met de hand de grafiek tekenen, en zet op de x-as een eenheid van 11: 11, 22, 33, .... Dat geeft een grafiek. Ze kiest een andere eenheid op de y-as en denkt dat dat niet goed is.

M voert in 100 - 11x en ziet de grafiek.

M: Zou kunnen, per 11 meter gaat er 1 af.

P: Nou, dat ben ik niet met je eens.

M: Ja nu niet, nu gaat er per 1 meter 11 af, dus je moet omgedraaid worden. Dus dan is het toch 100 - 1x, nee.

M: Hoe zeg je hem nou?

P: Hoe doe jij het nou, Sandra?

S: Bij 11 meter gaat er een af.

[Ze vult wat punten in.]

Fo-inzo: opstellen

M: Ik weet wel hoe die grafiek er uit moet komen te zien, maar ik zit echt nog steeds...

P: Over de formule te denken.

M: Ja. Hoe je hem formuleert. Hij gaat per 1 blokje, 11 blokjes/

S: In ieder geval 100 min iets, want je rekent y uit/

M: 100 min 1 keer 11, keer x.

S: 100 min...

P: Stel dat je 33 meter naar/

S: 100 - x, volgens mij is het 100 - x gedeeld door 11.

M: Dat zou wel kunnen want/

S: Want dat is x, gewoon x gedeeld door 11 en zoveel meters eraf.

M: En dan totaal gedeeld door 11 want dan krijg je ook deze formule van d [verwijst naar het fileprobleem].

S: Volgens mij is het hier zo, want hier klopt het wel, je hebt 33, 33 gedeeld door 11 = 3 en bij 33 is er 3 meter af, dus 100 - 3 heb je 97.

Fo-inz-

M: Dit is nou de formule, de grafiek.

M heeft ingevoerd  $(100-x)/11$ .

- Fo-inz+* S: Dat klopt niet want die 100 moet je niet delen.  
M: O je moet alleen, ik dacht alles, dus die haakjes moeten gewoon weg.  
Dan wat gedoe om een geschikt kijkvenster te krijgen.  
M ziet wel dat ie niets in beeld moet krijgen als  $y_{max}$  nog op 1 staat en gebruiks zoomfit.  
M: Ik fit hem altijd.  
S gaat dan weer twijfelen aan de oplossing.  $x_{min}$  wordt 0 en  $y_{min}$  ook.
- Pa-abs-* M: Dus het is nou  $100 - x/11$ . Ik kom altijd in de war van al die verhaaltjes.
- Pa-gen+* De variatie met de albatros:  
M: Dus dan is het gewoon  $100 - 11$ , eh min  $x$  gedeeld door 20. Dan het zweefvliegtuig.  
M:  $100 - x$  gedeeld door 30.  
P: Dus wat doe je met dat getalletje wat hier staat, die horizontale verplaatsing/  
M: Deze kan je een parameter van maken.  
P: Ja. Wat voor formule zou je dan krijgen?  
M:  $100 - a$ , nee  $100 - x/a$ , waarbij  $a$  puntje puntje puntje.  
S zegt dat het eigenlijk  $f$  is. Ze vraagt nog of het echt waar is en of ik een vogelaar ben. M vraagt hoe ik aan dat soort informatie kom. S zegt dat ik natuurlijk altijd wetenschapsbijlagen lees.  
P: Dus de algemene formule?  
M:  $100 - x/a$ .
- Pa-gen+* S: Kan je hier [in plaats van de 100] dan niet beter gewoon starthoogte zetten, want anders (??)?
- 2/41, Mike, 7.3*  
*Pa-gen+* M heeft bij 3a;  $x*a$ , bij  $b x*a+2$ , en weet niet hoe  $c$  moet.  
M: Gaat dit [antwoord bij  $b$ ] nou door (0, 2) of door (2, 0)?  
P: Door (0, 2).  
M: Maar (3, 0) hoe kom je daar dan aan, of doe je hier 3 en 0, want hij moet die daar liggen dus. [hij snapt de vraag]  
P begrijpt de vraag niet goed, denkt dat de lijn door zowel (0, 2) als (3, 0) moet.  
M: Maar hoe krijg je dat want je kan dit met plus doen [onderdeel  $b$ ], dan moet je  $y$  plus doen.  
Sprakverwarring door fout P.
- Pa-gen+, Fo-inz+* M: Als  $x = 3$  is, dan moet dat hier binnen staan, dan moet daar nul uitkomen.  $x - 3$ , maal  $a$ ? [Dat is het goede antwoord, maar P ziet dat niet.]  
Als dat is opgehelderd wijst P op de analogie met opgave 4.4.
- 2/42, Linda, 6.2*  
*Pa-rol, Fo-sym-: invoer* R heeft 9/10 ingevuld en denkt dat het daardoor komt dat het niet werkt, dat dat een 0.9 moet zijn. Ook heeft ze de substitutie voor  $a$  onder de deelstreep staan, maar dat kan ook.  
Dat is niet het probleem: ze heeft in de noemer staan  $6*4+a$  staan in plaats van  $6*(4+a)$ . Verder heeft ze in de tabel de letters verwisseld, ze denkt dat de doorstroming de snelheid is en de  $x/v$  de doorstroming.
- 2/43, Jeff, Helen, 6.4*  
*Pa-gen+, Fo-inz-, Fo-sym-: invoer / opstellen* J: In plaats van de 0.8 hebben we de  $r$  neergezet.  
[Dat is wel goed, maar de 0.8 staat op de verkeerde plaats, namelijk naast de hele formule, in plaats van alleen bij de  $a$ . Ze hebben dus vanaf het begin de risicofactor verkeerd in gevoerd.]  
H: Dus de  $l+a$  moet keer 0.9.  
P: Niet de  $l$ , want die blijft 4 meter.

- Al-mis* H: Dan moet je hier ook nog een haakje omheen zetten?  
J voert in a-r in plaats van a\*r.
- 2/44, Martin, 2.4* Bij c vraagt Martin:  
*Pa-pla, Pa-rol* M: Omdat het dan een waarde moet geven voor een letter?  
P: Ja. Voor welke letter dan, ik wil op de x-as de G, op de y-as de H?  
M: De a [zo heet die bij hem geloof ik]
- 2/45, v4-35:00, Ada, 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.6* Ze heeft bij 7.1 100-v/f, bij 7.2  $a*x+g*x^2$   
*Pa-gen+, Pa-gen+* A: Dat is allemaal natuurkunde.  
*Pa-gen+* Bij 3:  $a*x$ ,  $a*x+2$ ,  $a*(x-3)$ .  
P: Wat heb je dat snel gedaan.  
A: Ik heb ook thuis grafieken enzo al gedaan, vorig jaar die formules, want vorig jaar hebben we die heel erg uitgebreid gehad.
- Pa-gen+* Bij 4:  $100 + \text{wortel}(a*0.4)$   
*Fo-symo* P: Loopt die wortel nou boven die 0.4 door?  
A: Ja dat wist ik eigenlijk niet, maar op de manier waarop je het schrijft dan denk ik het hoort er wel bij.  
[Dat kun je zo lezen. Ze heeft bij b  $100+\text{wortel}(a)*p$ , dus daar lijkt het wortelteken niet ver genoeg door te lopen. Ze snapt dat dat daar dan ook moet.]  
*Pa-rol+* Bij 6 heeft ze bij a een parabool en bij b een rechte lijn.
- v4-35:00, Maria, 6.6* M voert de functie goed in met een verzameling parameterwaardes, maar heeft weer geen goed kijkvenster. [Het staat wel in de opgave]  
A verandert de a-waardes, en ook het kijkvenster en dan gaat het beter.  
A: Je hebt het niet gelezen. Als je -100 hebt [M's oorspronkelijke xmin] dan zie je eigenlijk niet.
- v4-42:20, Maria, 6.8* M voert in  $a*(1+a^2)*x^2$ , graph werkt niet omdat a geen waardes heeft. Dan maakt ze ervan  $x*(1+a^2)*x^2$  met hetzelfde probleem.  
*Pa-pla: letter geen waarde voor grafiek* M: Ik kan natuurlijk ook geen formules maken.
- 2/46, Mandy, 7.1 - 7.2* Bij 7.2 is de formulering 's als functie van t' onduidelijk.  
Bij 7.1 heeft ze zoiets als  $m*11$ :  
P: Wat had jij bij 1?  
M: 11 keer de, als je 11 meter horizontaal verplaatst, keer het aantal meters dat je ..  
P: omlaag gaat?  
M: Ja, toch?  
P wil een grafiek hebben.  
P: Welke formule moet je hebben om die grafiek te krijgen?  
M: Dus dan moet je die 100 er ook in eh.  
P: Ja.  
M: Maar dat is toch de hoogte?  
P: De beginhoogte is 100, dus als m nul is moet er 100 uitkomen, en bij jou komt er nul uit.  
M: Even kijken, als m 100 is, wat zei je daarnet?  
P: Wat is die m eigenlijk precies?  
M: Meter gedaalde,  
P: Aantal gedaalde meters?  
M: Ja.  
*Pa-geno, Fo-inzo: opstellen, Pa-pla-* P: OK. Aantal gedaalde meters is?  
M: 1 per 11 meter.

P: Stel dat ie 33 meter naar rechts gegaan is, hoeveel is ie dan gedaald?  
M: 3 meter.  
P: Ja. En 55 naar rechts?  
M: 5  
P: En 22 naar rechts?  
M: 2  
P: En x meter naar rechts?  
M: Even kijken hoor, x?  
P: Toen ik zei 33 naar rechts zei jij niet 33 omlaag.  
M: Nee maar ik weet niet wat ik dan wel moet zeggen als jij x zegt.  
P: Als ik nou zeg je gaat een bepaald aantal meters naar rechts, hoe kun jij dan uitrekenen hoeveel je omlaag gaat? ???  
M: ???  
P: Hoe wist jij dan, toen ik zei 33 naar rechts, 3 omlaag?  
M: Doordat je door 11 deelt.  
P: OK, en als het nou 700 miljoen naar rechts gaat, hoe zou je dan uitrekenen hoeveel het omlaag gaat?  
M: Gedeeld door 11.  
P: Ja. En als ik nou x meter naar rechts ga?  
M: x gedeeld door 11.  
P: Ja, dus wat je omlaag gaat is  $x/11$ .  
M: OK.  
P: En je begint op een hoogte van 100. Dus wat wordt dan de formule denk je?  
Dat is te veel, ik laat ze even met rust.

2/47, Cedric, 6.1, 6.4  
*In-cas: num-exact*

C zegt dat hij niets snapt van paragraaf 6.  
Hij heeft 6.1 goed ingevoerd, maar na de substitutie benaderd [met groene enter?] en dat ziet er heel anders uit.  
Bij 6.4 heeft hij in de noemer wel  $a = r \cdot v^2$  gesubstitueerd, maar de 0.0075 vergeten.

3/2, Misha, 7.2, 8.6  
*Pa-abs-*

M snapt niet dat de beginsnelheid 10 in de formule met de tijd t wordt vermenigvuldigd. Dat komt omdat hij niet in de gaten heeft dat s de afgelegde weg is. Dat ziet hij wel snel.

*Pa-geno, In-opl- inz, Pa-rol-*

Bij 8.6 heeft hij  $\text{solve}(x^2 - 4x + 5 = a \cdot x - 2, a)$  dus naar de verkeerde letter. Dat geeft  $a = (x^2 - 4x + 7)/x$ .

*Fo-inz-, In-p&p, Al-mis*

Met de hand heeft hij gedaan  
 $x^2 - 4x + 5 = a \cdot x - 2$ ,  
dat wordt  $x - 4x + 7 = a$  en dan  $-3x = a$ .  
M: Ja ik heb hem eerst uit mijn hoofd gedaan, zo kwam ik op  $a - 3x = a$  uit, dan krijg je  $x - 4x$ , als je die x zou wegstrepen zou je hier  $x - 4x + 7$  krijgen, dat zou dan  $x - 4x = 3x + 7$  worden.  
Hij streept dus foutief weg. P wijst hem daarop.  
M: Ja maar dit kun je gewoon wegstrepen toch?  
P: Wat hou je dan over?  
M:  $x - 4x + 7$  of klopt dat niet?  
P: Nee. Die  $-4x + 7$  moet je dan nog wel delen door x.  
M: Jaja, dan hou je  $-4 + 7$  over.  
P: Nee,  $-4 + 7$ , maar die moet nog gedeeld door x.  
M: Jaja, 7 gedeeld door x.  
P: En hoe heb je dat met de hand gedaan?  
M: Omdat je die x tegen die  $x^2$  kunt wegstrepen.



<i>In-opl, Pa-rol(heb ik hierboven al)</i>	In zijn schrift heeft hij solve( $x^2-4x+5=a*x-2,a$ ). P wijst er ook op dat je de vergelijking niet naar a moet oplossen. Wordt vervolgd.
<i>3/3, Rob, 8.1 Fo-rei+</i>	Bij d heeft Rob toelichting nodig. P: Hoe kun je een formule voor b maken? R: Een formule voor b. Dus dan zeg je dus $b =$ .
<i>3/4, Jack, 8.2</i>	J heeft $1/b = 1/f - 1/v$ . J: Als het goed is is dat de functie van wat ik hier moet hebben in totaal. Ik snap niet precies wat ze daarmee bedoelen. P: Een formule, dan bedoel ik dat ie begint met $b =$ . J: Ja dat is het probleem. Hij lijkt niet te weten hoe hij de formule kan ombouwen tot de gewenste vorm.
<i>In-opl- inz</i>	
<i>3/5, v5-11:30, klassikaal, 7.1 Pa-gen+, Fo-inz+</i>	Marty heeft op het bord de goede formules geschreven: $y = 100-x/11, y = 100-x/20, y=100-x/f$ . P: Hoe ben je eraan gekomen, Marty? M: 100 is de starthoogte, en per 11 meter gaat er dan één af.
<i>3/6, v5-13:00, klassikaal, 7.3 Pa-gen+</i>	Mike heeft de goede formules: bij a $a*x$ , bij b $(x-a)^2$ , bij c $a*(x-3)$ . P: Mike hoe kom je aan die eerste, $a*x$ ? M: Omdat gewoon als a nul is, dan krijg je een rechte lijn, ik heb het gewoon geprobeerd. P: En bij b dan? M: Omdat ie 2 moet verschuiven en dan wordt de y twee hoger, verschuiven de lijnen. P: En bij c? M: Eigenlijk was dat toeval want ik wist het niet.
<i>Pa-gen+, In-cas: equi, Fo-inz+</i>	Sandra: Die heb ik anders, $(x-3)$ en dat gedeeld door a. Mike: Dat maakt niet uit. P: Waarom niet? M: Omdat als je voor a een negatief getal neemt, ... P: Maakt het uit? P laat zien dat ze allebei door (3, 0) gaan. M: Als je a maal 0.1 doet bijvoorbeeld dan krijg je toch hetzelfde als je gedeeld door 10 doet. P legt uit dat de bundels inderdaad dezelfde zijn. Misha: Hij kan toch ook x gedeeld door a en dan -3? P: Kan dat ook? Misha: Dat is gewoon hetzelfde (?) P laat zien dat die niet door (3, 0) gaan.
<i>3/7, v5-17:30, klassikaal, 7.5 Pa-gen+</i>	Maria schrijft een heel verhaal op het bord: Een playstation kost f 150, een extra spelletje kost f 50, maar een bevriende klant krijgt 10% korting. Formule: $150 + 50*a*.9$ , met a is aantal spelletjes. Korting variëren: $150 + 50*a*k$ . Prijs playstation variëren: $Pp+50*a*k$ Prijs spelletje variëren: $Pp+Ps*a*k$ Hierbij ligt k tussen 0 en 1 = het percentage dat je moet betalen. [Tot zover het bord] Dirk: Dus je krijgt alleen maar korting op het spel, je krijgt geen korting krijgt op de playstation.

3/8, v5-18:40, klassikaal, 7.6

Pa-rol+

Ada heeft op het bord bij a:  $y=a*x^2+c$ , de grafiek is een parabool, kwadratische functie, bijvoorbeeld als je voor a 2 neemt krijg je  $2x^2+5$ .

Bij b: De grafiek is een rechte lijn, bijvoorbeeld  $y = 2^2*x+5$ .

[Tot zover het bord]

P wil liever een a in de laatste formule, maar dat stuit op weerstand.

P zegt dat de x 2 is. Het komt doordat ze vinden dat de variabele x moet heten, lijkt het.

P: Eigenlijk zou ik daar liever een a hebben, maar je bent gewend om dat x te noemen.

Pa-rol-

Ada: Nee, dat [de eerste 2 van  $2^2$ ?] is geen x dat is de a.

P: Dit [de x?] is de a.

A: Nee dat [haar x in  $2^2*x$ ] is de x.

Helen: Als de functie x eh y tussen haakjes, y van x is.

P: Dat klopt, en vaak hebben we dat.

3/9, v5-20:30, Maria, 7.5, 8.1

In-opl+ syn

In-p&p

Nog over 7.5:

M: Ja dat vind ik wel leuk, verhaaltjes bedenken.

Dan 8.1. Ze heeft  $1/b = 1/f - 1/v$  in het schrift, en op de machine met  $\text{solve}(1/5 = (1/b)+(1/15),b)$  vraag 8.1c uitgerekend.

M: Die lenzenformule, dat kun je uitrekenen met solve, maar volgens mij, dit is dan 1 gedeeld door 5, dat kun je niet als kruisproduct doen he?

[ Ze bedoelt kruislings vermenigvuldigen.]

P: Hoe bedoel je?

M: Want stel dit is  $15 [1/15 - 1/5]$  dan kun je niet doen 1 keer 15 gedeeld door 1...

P: Nee.

M: Maar hoe moet je dat dan doen?

P zegt dat je de breuk gelijknamig moet maken.

P: Weet je hoe je  $1/3$  en  $1/4$  optelt?

M: Ja ik zou zeggen  $1/3$  is anderhalf vierde. En dan zou ik van die vierde 0,25 maken en dan krijg je een heel getal.

P: En als je  $1/4 + 1/13$  doet?

M: Dan moet je van die vierde 13de maken.

P: Hoe zou je van  $1/v + 1/b$  één breuk maken?

M: Bijvoorbeeld deze,  $1/5 - 1/15$ .

Ze maakt er  $3/15 - 1/15$  van,  $2/15$ .

P: En wat is b dan?

M:  $2/15$ .

P: Nee,  $1/b$  was  $2/15$ .

M: O ja.

P vat samen.

M: Dan is  $1/b = 2/15$ , 2 keer 15, nee dat zou ik echt niet weten.

Via getallenvoorbeelden,  $1/b=1/3$ ,  $1/b=2/3$ , ziet ze het.

M: 7 en een half. Want zeg maar 15 gedeeld door 2, zou het 3 zijn dan moet je 15 delen door 3. Maar bij die 5 en die 8 is het veel moeilijker.

3/10, Jack, 8.2

Hij zit nog met  $1/b = 1/f - 1/v$ .

J: Hoe doe je dat dan, dit vereenvoudigen tot een formule die wel kan? Aan deze vraag [8.4] zie ik al dat ik niet al die een-gedeeld-door-tjes weg kan halen maar ik weet niet waarom, o jawel, ik heb het wel gezien, maar ik weet niet hoe ik het anders wel kan doen, maal b.

P: Ja, maal b zou een oplossing zijn.

J: Dat schiet, ja maar dan krijg je maal y + v maal y, en dan krijg je een beetje gekke formule.

- P wijst weer op gelijknamig maken.  
*Al-mis* P: Kun je  $1/f - 1/v$  één breuk maken?  
 J:  $1/(f-v)$ , nee, ik zie dat niet.  
 P valt terug op getallenvoorbeelden, repen en pizza's.
- 3/11, 7.1, Mandy* P vraagt of M na het gesprek van vorige les gelukt is met 7.1. M zegt van wel maar weet niet meer of er  $100m \cdot x/11$  of  $100m-x/11$  staat.
- 3/12, v5-26:00, Maria, 8.1, 8.2*  
*In-oplo inz, Pa-rol* M gaat alleen verder met vraag 8.2a en voert in:  
 solve( $1/5 = (1/b) + (1/v)$ ), maar aarzelt over de letter waarnaar.  
 M: Ada, hier staat laat de grafiek van b tekenen als functie van v. Dan is v de y en b de x? Want b is de functie van y [moet v zijn]. Is normaal x de functie van y of y de functie van x?  
 A: y is de functie van x, dus v is de x.  
 M lost op naar b en vindt  $5v/(v-5)$ . Voert dit als functie van x in in het functiebestand en krijgt de grafiek. Rommelt wat aan het kijkvenster.  
 P: Zou je het ook met de hand kunnen?  
*Div* M: Nou daar heb je de rekenmachine voor, ik heb altijd al zo'n ruzie met dat ding, dus ik ben blij dat ik er iets op kan.  
 Ja dat moet in principe wel kunnen want  $1/b$  is dan volgens mij gelijk aan  $1/5 - 1/v$ . Dan heb je in ieder geval die al aan de voorkant.  
*Fo-inz-, Al-mis* Kun je dan niet alle een-gedeeld-doors wegstrepen, of kan dat niet?  
 P: Nee.  
 M: O nee dat kan natuurlijk niet.  
 P: Waarom niet trouwens?  
 M: Omdat je met een gedeeld door hele andere getallen krijgt denk ik. Dus dat is helemaal niet gelijk aan als je dat weghaalt, het is geen keer.  
 P: Nee bijvoorbeeld  $3+2=5$  maar  $1/3+1/2$  is niet  $1/5$ .  
 Ze weet nog niet hoe het verder moet.
- 3/13, Jack, Sandra, 8.1* J: Ik snap er geen reet van, het komt echt door die gedeeld door.  
 P vraagt hem om  $1/3 - 1/5$  als breuk te schrijven.  
 J: Is dat niet 1 -2de, 1 gedeeld door -2? O nee dan wordt het meer, dat kan niet.  
 Via enkele eenvoudige voorbeelden wordt hij op het spoor gezet.  
 P:  $1/2 - 1/4$ ?  
 J: Je hebt een half, dan haal je  $1/4$  weg, dan heb je nog  $1/8$  over. [ $1/2 * 1/4$  dus]  
 Na uitleg snapt hij dat het  $1/4$  is. Ook  $1 - 1/3$  lukt.  
 P:  $1/2$  pizza, daar haal je  $1/3$  pizza vanaf.  
 J: Dat kan net wel, maar dan houdt het bij mij op want dat zijn twee compleet andere getallen,  $1/2, 1/3, 1/6$ .  
 Bij  $1/3 - 1/4$  loopt hij vast.  
 Sandra: Teken hem eens.
- 3/14, Thomas, 8.1* T heeft  $1/5 - 1/v = 1/b$ .  
 Verder komt hij niet.
- 3/15, ??, 8.3*  
*Pa-gen+* Ll heeft de formule  $b=f*v/(v-f)$  met de machine en gaat het nu proberen met de hand.
- 3/16, Jack, Sandra, 8.1* Nog steeds gaat het om  $1/3 - 1/4$ .  
 J: Ik kan het niet uitrekenen, ik weet niet waar ik moet begin-

nen. [heeft  $1/4 - 1/3$ ]  
 P: De vraag was andersom,  $1/3 - 1/4$ .  
 J: Anders krijg je een min stukje [dat ziet hij dus wel!]  
 Sandra: Ik weet hoe het moet, je moet keer elkaar doen, toch?  
 Je moet de noemer, en dan de teller en de noemer hiervan vermenigvuldigen. Dus je doet 3 keer 1 keer en 3 keer 4, dus dan heb je  $3/12$ , en je doet 4 keer 1 keer 4 keer 3, dus  $4/12$ ,  $4/12 - 3/12$  is  $1/12$ .  
 S legt het nog rustiger uit:  
 S: Eerst omzetten zodat ze gelijke noemers hebben, anders kan het niet, want je kan niet aftrekken als je niet weet... De makkelijkste manier is om gewoon die met die te vermenigvuldigen.  
 Mandy: Dit is de eerste keer in mijn leven dat ik dit snap.  
 P geeft ter controle  $7/13 - 5/8$  aan Jack.

*3/17, Thomas, 8.1*  
*In-opl- inz*

Het lukt Thomas nog niet om de formule voor  $1/b$  om te zetten in een verband voor  $b$ .

*3/17, Rob, 8.1*  
*Pa-rol*

R heeft  $b = 5v/(v-5)$   
 R: Die grafiek die kan je niet tekenen.  
 P: Waarom niet?  
 R: Je hebt teveel variabelen.  
 P: Hoeveel variabelen heb je dan?  
 R: Twee (?)  
 Hij heeft  $y = x = 5v/(v-5)$ , dus die  $x =$  moet weg.

*3/18, Helen, 8.1*  
*Pa-pla, Pa-gen : van*  
*specifiek naar algemeen*

H: Ik snap niet helemaal wat voor grafiek ik moet maken. Het is  $b = ?$   
 P: Je hebt  $1/b = 1/f - 1/v$   
 H: Maar nou moet ik hier nog die 1 gedeeld door weghalen. Ik weet niet hoe je dat doet. Moet je dan iets van tot de tweed doen, iets heel raars?  
 We doen wat getallenvoorbeelden:  $1/b = 1/3$ ,  $1/b = 1/5$ ,  
 P: En als  $1/b = 2/5$   
 H: Dan is het 2.5.  
 P: Ja en als  $1/b = 3/7$ .  
 H: Dan deel je 7 door 3.  
 Nu nog van  $1/f - 1/v$  één breuk maken.  
 H: Hoe bedoel je een breuk maken? Ik zou niet weten hoe dat moet.  
 P vraagt naar  $1/3 - 1/4$ .  
 H: Dat is  $3/12$  en  $4/12$  of zo, ik weet wel hoe het moet.  
 Ze heeft uit het hoofd al  $1/5 - 1/8$  uitgerekend,  $3/40$ , en daaruit  $b$  berekend:  $40/3$ .  
 P: En dat moet nu met die  $f$  en die  $v$ , dus met die  $f$  in plaats van de 8 en  $v$  in plaats van die 5.  
 Later ziet ze nog niet wat ze moet de  $1/b$  die ze heeft.  
 H: Wat je daar dan uit krijgt gedeeld door 1.  
 P: Ja.  
 H: Ik had het andersom gedaan, dan is het dus dat gedeeld door 1.

*In-opl+ syn, In-sub+ getal*

Ze heeft het ook met solve gedaan op de machine. Met waarbij vult ze  $f=5$  in. Later wil ze toch weer gedeeld door 1 doen in plaats van 1 gedeeld door. P laat zien dat je de formule voor  $b$  als  $f=5$  kunt vereenvoudigen tot  $5v/(v-5)$  en dat vindt H een leuke formule.

<p>3/19, Jack, Mandy, 8.1 In-opl+ syn, In-opl+ inz, In-p&amp;p, Pa-rol, Fo-rei+</p>	<p>J heeft de breuken opgeteld. M heeft de formule <math>5*v/(v*5)</math>. De laatste maal moet een min zijn. Ze krijgt een lijn en Jack de goede grafiek. Ze hebben wel allebei in het functiebestand x in plaats van v genomen. De formule is gevonden door solve(<math>1/f=1/v+1/b</math>, b). Met de hand zou J dat niet kunnen, denkt hij.</p>
<p>3/20, Thomas, 8.1</p>	<p>T heeft <math>1/b = 1/f-1/v</math>, en gaat uit van <math>b=1</math>, mogelijk omdat dan <math>b = 1/b</math>. Dan gaat hij rommelen met 2 en -2 om op de goede getallen uit te komen.</p>
<p>3/21, Helen, 8.1 In-p&amp;p, Fo-inzo</p>	<p>H komt niet bij de formule, zegt ze. Ze maakt ervan: <math>1/5 - 1/v = 1.v/5v - 5/5v</math>. Dan zegt P dat je ze kunt optellen. H: Maar dit bij elkaar optellen wordt een beetje moeilijk. P: Nou <math>v - 5</math> is <math>v - 5</math>. Ze heeft <math>b = 1/((v-5)/5v)</math> Dan moet P helpen met 1/breuk. H: Dan mag je iets raars omdraaien. P doet enkele voorbeelden en dan ziet ze het wel. H: OK, dan mag je die omdraaien en die weglaten. H past dit toe op de formule en krijgt het goede resultaat. Div H: Ja maar dat stond er ook! P: Waar stond dat? H: Ja hier zo. Dat is hem dus. Knap! P: Knap van dat machine dat ie even knap is als jij. H: Nou nee, het is van mij knap maar dit ding is gewoon een wondertje, het is leuk dat ie dat (?)</p>
<p>3/22, Rob?, 8.7</p>	<p>R heeft de formules voor de driehoeken opgesteld, maar lijkt te denken dat wordt gevraagd naar de oppervlakte van het gebied dat overblijft.</p>
<p>3/23, v5-55:30, Rob, Ada, 6.8</p>	<p>P laat de bundel van Rob zien, die is opgebouwd uit 6 formules: - de bergparabolen voor a groter dan 0 <math>y1(x) = (x-a)^2+a \mid a = \{...\}</math> - de bergparabolen voor a kleiner dan 0 <math>y2(x) = (-x--a)^2+-a \mid a = \{...\}</math> - de bergparabool voor a=0 <math>y3(x) = (-x--a)^2+-a \mid a=0</math> en idem voor de dalparabolen. A merkt op dat hij de formule voor a=0 niet apart had hoeven invoeren, maar dat dat geval wel bij een van de andere functies had kunnen worden ondergebracht. R heeft een beetje ingewikkeld met minnen zitten doen: <math>(-x--a)^2-a</math>. Ll: Hoe kom je erop?</p>
<p>3/24, Thomas, 8.1</p>	<p>T ziet dat b niet 1 hoeft te zijn.</p>
<p>3/25, Misha, 8.6 In-opl+ inz, Fo-rei+</p>	<p>M: Je kan deze naar elkaar toe oplossen, met solve en dan x laten uitrekenen, en als je dan in de formule die je dan krijgt [antwoord is een formule] naar 0 laat oplossen, x, met een waarde van, dan krijg je een formule met a erin, en als je dan naar 0 zou laten oplossen.... P zegt dat het begin goed is, oplossen naar x en dat je dan iets krijgt waar een a in zit.</p>
<p>In-opl+ inz, Pa-rol</p>	<p>M: En dat kun je dan ook nog oplossen naar a natuurlijk. P legt uit dat de twee oplossingen er één moet zijn om te raken. Dat had M nog niet gezien.</p>
<p>In-opl+ inz</p>	<p>P: Wanneer zijn deze twee oplossingen dezelfde? M: O dat is heel makkelijk, dan ga je weer solve doen. Maar ik snapte niet dat dat het probleem was.</p>

		P:	Dat is inderdaad het moeilijkste.
	<i>Pa-gen+</i>	M:	Nee maar, dat is toch, je generaliseert.
		P:	6a had je goed, waar het nu om gaat is 6c.
	<i>Pa-plao</i>	M:	Jaja, maar wat kun je daar dan mee [met de algemene oplossing van 6c?] zonder dat je een waarde voor a kiest? Als je dan a invoert, als je een waarde voor a/
		P	legt uit dat je in de algemene oplossing waarden kunt invullen, zonder dat je opnieuw hoeft op te lossen.
		M:	Jaja en dan kun je gaan invullen, substitueren, dat geloof ik dan wel even, dat is niet zo moeilijk, [leest dan vraag 6c] jaja, nee dat is niet zo moeilijk natuurlijk, dan krijgt hij waarschijnlijk een domein of zo, dan moet ie als het goed is een domein geven.
	<i>v5-35:00, Maria, 8.3</i>		
	<i>In-opl+ syn, In-opl+ inz, In- opl+ graf</i>	M	doet 8.3: solve( $1/8 = 1/b + 1/10$ , b) geeft $b=40$ . Dan solve( $1/8 = (1/b) + 1/8$ , b) geeft false. en solve( $1/8 = 1/b + 1/15$ , b), zowel exact als benaderend. Dan solve( $1/8 = (1/b) + 1/v$ , b) geeft uitdrukking voor b. Weer vertalen naar x in het functiebestand en een grafiek. [Ze werkt niet samen dus praat er niet bij. Onduidelijk of ze wat in die grafiek ziet.] Dan solve( $1/f = (1/b) + 1/v$ , b) geeft algemene uitdrukking voor b.
	<i>In-opl+ syn, In-opl+ inz, Pa- gen+</i>	A:	Hoe kun je de antwoorden als een breuk krijgen Maria?
	<i>v5-41:00, Ada, Maria, 8.1</i>	[A heeft de machine vermoedelijk op approx staan]	
		M:	Ja dan druk je op enter en soms wordt het dan een breuk, dat ligt er een beetje aan of het een heel getal is of niet. Maar ik zou niet weten hoe je het als breuk moet krijgen.
	<i>In-opl+ syn, In-cas: num- exact</i>	A:	Wat heb je dan voor antwoord bij 1b?
		M:	Ik heb het gewoon bij solve ingevuld, komma b.
		A:	Ja, ik ook. [Toch hebben ze hier en daar verschillende antwoorden, omdat de machines verschillend staan ingesteld.] (...)
		A:	Wat heb je dan bij 1d ingevuld?
		M:	Gewoon met solve heb ik hem opgelost en toen kreeg ik zoiets, alleen dan met 5 dus die heb ik maar gewoon ingevoerd.
		(...)	
	<i>Pa-abs+</i>	A:	Waar komt die 1/15 vandaan?
		M:	Dat is de afstand.
	<i>Pa-pla</i>	Bij d:	
		A:	Ik bedoel je kan het niet vinden [omdat je f niet weet?] Het is gewoon $1/5 = 1/b + 1/v$ , je kan niets anders vinden.
	<i>3/26, v5-1:00:00, Maria, Ada, 8.5</i>		
	<i>In-p&amp;p</i>	M	voert in solve( $x^2 - 4x + 5 = axx - 2$ , a), dus axx in plaats van $a*x$ . Van de oplossing probeert ze een grafiek te laten tekenen. A ziet de axx, maar M blijft er toch mee bezig. Ze probeert ook tabellen te maken maar met weinig succes. Ze haalt een x weg maar zet er geen * voor in de plaats. Ze doet dat in de define-regel voor de functie, dus krijgt 'done'. Later lost ze $x^2 - 4x + 5 = ax - 2$ op naar x, maar dat is ook niet goed. Ze haalt haar machine uit de OHP en houdt gefrustreerd op.
	<i>In-p&amp;p</i>		
	<i>3/27, Jeff, Thomas, Helen, 8.4</i>	T:	Het kan niet, daar zijn we het over eens. Volgens mij was het dat als je hier de 1 weghaalt, moet je hier ook die 1 weghalen. Zoiets was dat.

*Pa-pla, Pa-gen: toespitsen*

H: Nou dat kan je toch heel simpel uitre, je kan hier toch gewoon invullen, als je gaat invullen dan zie je vanzelf wel /  
T:  $1/5 = 1/10 + 1/10$ ,  
H: Nou als je  $10 + 10$  doet is dat toch zeker geen 5.  
J: Nee niet echt nee.  
T: Is daar een wiskundige oplossing voor of zo?  
P: Ik vind dit al een wiskundige oplossing. Als het waar zou zijn dan zou het voor alle getallen f b en v moeten kloppen en Helen geeft er drie waarvoor het niet klopt.  
T: Ja, maar er zijn ook mogelijkheden waardoor het wel goed gaat volgens mij.  
P: Ja maar de vraag is of het altijd goed gaat.  
T: Ja ok dan ben ik het met je eens.

*3/28, Thomas, 8.1*

T blijft rommelen met 2 en -2 als waarden voor v en f.  
T: Maar hoe kom je dan van dat 1 gedeeld door af?  
P: Waarom ben je met dit voorbeeld begonnen?  
T: Omdat daar de b een voor mij makkelijk getal is.  
[Ik dacht dat hij eerder  $b=1/b$  met solve had opgelost.]  
T: Toen had ik 2 --2,  $f - v = -4$  [moet 4 zijn]  
P: 4.

*Pa-gen / Pa-pla: specifiek - generiek*

T probeert nu op 1 uit te komen maar dat wil niet lukken.  
T: Dus nu draai je de v en de f draai je om. [springt tussen specifiek en algemeen], dan krijg je  $v - f$ , in dit geval wordt dat  $-2 - 2$ .  
Het blijft zoeken naar een verband.  
T: Die -4 kun je wel bereiken door f en v te vermenigvuldigen.  
[Hij zit op een of andere manier op het spoor van de goede formule, maar hoe hij erop komt is onduidelijk.]  
P: Hoe weet je dat het ook voor andere getallen geldt?  
T: In dit geval wist ik de oplossing, en moest ik alleen de tussenstappen begrijpen zeg maar (?)  
[Hij zit inderdaad naar het antwoord toe te rekenen met getallen, maar zonder algebra.]

*3/29, Misha, 8.6, 8.7*

*In-opl+ syn, In-opl- inz, Pa-rol-, In-cas, Fo-rei+*

M heeft de vergelijking naar x opgelost, en de twee antwoorden in a gelijkgesteld en dat opgelost naar x in plaats van naar a. Bovendien is hij bij het overnemen van de formules voor de oplossingen een min vergeten.

P: Die vergelijking moet je oplossen naar a, want x staat er niet in.

Dat doen we, en we vinden  $a=-4$  vanwege de fout met de min.

P: Dus als je a -4 neemt, heb je precies één snijpunt.

M: Ja en bij de andere of geen raakpunten of twee. Ja maar je hebt toch ook nog wel een andere [raaklijn?], nee nee.

P: Ik had verwacht dat er twee antwoorden zouden zijn.

M: Dat was wel logisch geweest. Er zijn er toch twee lijnen, of ja, ik kan me wel voorstellen dat gewoon hoe steil zo'n parabool altijd steiler loopt.

Zo ook halen we het minnetje eruit en vinden de goede oplossingen, die we in de grafiek controleren. Dat geeft inderdaad twee raaklijnen.

M: Ja goh het is best lachen dit eigenlijk.

Bij het invoeren van de functies wijst M op de mogelijkheid van copy en paste om de a-waardes in het functiebestand te krijgen.

*Pa-abs+, In-opl+: alg - grafiek*

M: O ja natuurlijk nou begrijp ik welke twee raaklijnen het kunnen zijn, ik zag eerst niet voor me hoe een andere raaklijn ook nog kon.

Maar hij zou toch ook nog iets meer zo kunnen lopen, die zou toch ook nog een raaklijn kunnen zijn [beweging van lijn die niet door  $[0, -2)$  gaat.]

P: Ja maar ze moeten door het punt  $(0, -2)$ .

M: O ja ja ze draaien allemaal door dat punt heen. Goh dat is toch leuk zeg!

Bij 8.7 heeft M wel de goede formules voor de oppervlakten van de driehoeken maar hij weet nog niet hoe hij verder moet.

3/30, 3/32, Rob, Helen, ??

R en H willen een mooie 3D grafiek, en P raadt hen aan om eerst een tweedimensionale geschikte grafiek te zoeken en dan die voor zowel x als y te gebruiken. Bijvoorbeeld  $1/(x^2+1)$

3/31, Mandy, Jack, 8.6

In-opl- syn

M heeft op advies van Peter solve( $y(1)=y(2), x$  and  $a$ ) in plaats van  $y_1(x)$  en  $y_2(x)$ , en ook alleen oplossen naar  $x$ .

P: Je moet de  $y_1$  van  $x$  hebben en niet de  $y$  van 1.

Ook 'and a' verwijderd, en dat geeft een ingewikkelde oplossing.

P legt de situatie nog eens uit.

In-sub+ getal

P: Als je voor  $x$  nul invult, weet je wat je dan krijgt?

J: -2.

P: Ja, dus ze gaan allemaal door het punt  $(0, -2)$ .

P schetst de dynamiek en het probleem.

P: Dus de vraag is eigenlijk, je hebt hier twee oplossingen voor  $x$ /

J: Je hebt twee raaklijnen.

P: Je hebt hier twee raakpunten/ [moet snijpunten zijn]

J: En er tussenin zit alles. [twee raaklijnen sluiten de hele parabool is?]

P: Je hebt twee snijpunten, maar dat moet er maar één zijn, samenvallen.

J: Dan moet je de helft ervan hebben.

(...)

P: Die twee antwoorden voor  $x$  moeten gelijk zijn.

J: Dan moet je ze door elkaar delen.

P: Dat kan, maar je kunt ze ook gewoon gelijk stellen.

3/33, Thomas, 8.1

T: (...) draaien de uitkomsten om, dus als de uitkomst van  $1/f - 1/v = 1/b$ , (?)

P: Dus?

T: Dus moet je (?) ( $f-v$ ) gedeeld door  $v$  keer  $f$ .

P: Maar dan nog een gedeeld door. Het is een heel gepruts, he?

T: Ik vind het niet leuk.

P: Ik wel.

Fo-rei-

T: Ik vind het leuk als er een antwoord komt. (?)

P: Maar dat is toch een antwoord?

T: Ja maar,

P: Het duurde je te lang.

3/34, v6-00:00, klassikaal,

8.1 - 8.4

Peter begint aan de lenzenformule.

Bord:  $1/f = 1/v + 1/b$

Ll: Kan je dan ook zeggen  $f$  tot de macht -1?

Bij a:

Maria: 10

In-opl+ syn

Peter: Hoe kom je eraan?

M: Nou  $1/5 = 1/b + 1/10$ , en dat bij solve gedaan, komma  $b$ , en dan krijg je 10.



Peter wil het ook uit het hoofd doen en doet het dus met de hand op het bord.

Bij 1d:

Helen: Ik heb, volgens mij is het  $5v$  gedeeld door  $5-v$ , nee  $(v-5)$

P: En hoe ben je eraan gekomen?

H: Door dat eigenlijk 1 gedeeld door, nou je begint met de lenzenformule en dan heb ik opgeschreven 1 gedeeld door en dan en heel lange streep.

P: Op je rekenmachine of heb je het zo gedaan?

H: Nee, ik heb het uit mijn hoofd gedaan, 1 gedeeld door, kan ik het misschien zelf opschrijven?

H komt het op het bord laten zien:

$$b = 1/(1/f - 1/v) \quad b = 1/(1/f - 1/v) = 1/((v-5)/v) = 5v/(v-5)$$

H: Of heb ik nou een stap overgeslagen?

Maria: (zachtjes) Nou ik snap er niks van, gelukkig kan ik het op mijn manier.

(...)

*In-p&p: voorkeur*

P legt H's manier uit zegt dat het ook met solve kan.

Linda: Maar dat is toch veel te makkelijk? Dan moet je toch gewoon weten wat eruit komt, of moet je dat niet weten? [Ze bedoelt dat het eerst met de hand moet?]

P: Nee dat maakt niet uit, je kunt het met solve doen, het zou ook met de hand moeten maar je werkt met de rekenmachine hier.

Maria: Ja inderdaad.

Ada: Solve, heel makkelijk.

Bij 8.4:

*Fo-inz+*

Ll: Nee.

Jack: Als je die  $b$  weglaat, als het gewoon alleen, als je hem in zou dikken, [hij bedoelt als  $1/f = 1/v$ ?] dan zou dat gewoon dan kan je dat 1 gedeeld door weghalen.

P: Ja maar als het zo staat kan het niet.

Peter geeft een getallenvoorbeeld:

$$1/2 = 1/4 + 1/4$$

Maria: (zachtjes) Ik heb alles geprobeert, maar het is allemaal niet uitgekomen, 8 heb ik toen maar laten zitten en 6 en 7, 6, 7, en 8 lukten niet.

*3/35, v6-09:00, klassikaal, 8.6*

Maria: Nou ja ik, bij mij klopte die niet.

Peter herhaalt 8.5 en zegt dat je dan voor a gewoon een getal hebt genomen: 5, 6, 10 [moet -10 zijn]

Bord:  $\text{solve}(y1(x)=y2(x),x)$

*Pa-pla-*

P: Nu wil ik de snijpunten uitdrukken in a, hoe doe je dat?

Ll: Dat kan niet.

Niet veel reactie uit de klas.

Maria: Ik weet niet want het klopte bij mij helemaal niet. Ik had wel iets met solve.

Peter op bord:  $y=a*x-2$  en  $\text{solve}(y1(x)=y2(x),x)$

P: en dan krijg je x uitgedrukt in a.

Ll: Hoe dat dan?

*Pa-rol+, Fo-rei+*

Jack: Ik kreeg min wortel  $z^2$ /

Ll:  $z$ ?

P: Ja dat zou kunnen als je die a z hebt genoemd.

J dicteert de oplossingsformule.

Op bord:  $x = z+4+\text{wortel}(z^2-$  dat loopt goed af.

Maria: (zachtjes) Hoe kom je aan de z ineens?

Paul geeft antwoord.

<i>Pa-gen+</i>	<p>M: Mag je gewoon a opschrijven?  Ll dicteert: <math>(a+4+\sqrt{a^2+8a-12})/2</math>.  Ada: Goed zo.</p>
<i>In-p&amp;p: voorkeur</i>	<p>P: a is geen gewoon getal, a is een parameter, a kan vanalles zijn.  P zegt dat het ook uit het hoofd kan, maar dat je het beter met de rekenmachine kan doen, omdat we nu met het experiment met de rekenmachine bezig zijn.  P: Wanneer zijn er twee snijpunten, wanneer is er één snijpunt en wanneer zijn er geen?  Ralph: Discriminant 0 is dat je er een hebt, boven nul twee, en als die onder nul is heb je er geen.  Thomas: Daar heb ik mijn oude rekenmachine voor nodig.  Ll: abc-formule.  Ll: Dan moet je toch eerst de discriminant uitrekenen?  P: Wanneer zullen de lijn en de parabool, raakt aan de parabool?  Rob: Bij <math>D=0</math>.  P: Dus wat moet nul zijn?  Ll: De discriminant.  P: En die is?  Ll: <math>b^2 - 4ac</math>.  P: Wat staat daar?</p>
<i>3/36, v6-17:30, Maria, 8.7</i>	<p>M: Bij 7 en 8 daar kwam ik niet uit.  P: Hoe ver was je gekomen?  M: Ja ik heb hier iets geprobeerd.  P: O je bent de schuine zijde aan het uitrekenen van die driehoek.  M: Moest dat niet?  P: Eigenlijk niet nee, het gaat om de oppervlakte.  P legt de vraag uit en M vindt bij navraag de goede oppervlakteformules.  M: een x gedeeld door 2.  P: En van deze?  M: Ook.  En de derde:  M: <math>1 - x</math> keer <math>1 - x</math> gedeeld door 2.  P: Nou is gegeven dat die drie oppervlaktes gelijk zijn. Deze moet je dus aan elkaar gelijk stellen en dan kun je x uitrekenen.  M: Maar ik snap niet hoe je dan x kunt uitrekenen, je hebt helemaal geen getallen, je hebt overal x-en staan. [1 is kennelijk geen getal?]</p>
<i>Pa-pla (of snapt ze het gegeven niet?)</i>	<p>M: Maar de oppervlakte van deze was x gedeeld door 2, zei jij.  M: Nee, <math>1 - x</math> gedeeld door 2 / ja x gedeeld door 2.  P: Wat zei jij, één x gedeeld door 2?  M: Ja maar ja dat is natuurlijk x gedeeld door 2.  (...)  P: Maar kun je dan een vergelijking opstellen, als die twee gelijk moeten zijn?  M: Een halve x, even kijken hoor, <math>(1-x)*(1-x)</math>  M voert dit in de machine in, geeft <math>(x-1)^2</math>, benadert het tot <math>(x-1)^2</math>  P: En dat moet je nog delen door 2 he, voor die oppervlakte?  M: Ja.  Dat doet M.  P: En dat moet gelijk zijn aan deze.</p>
<i>In-cas: equi, Fo-inz+</i>	<p>M: Maar de oppervlakte van deze was x gedeeld door 2, zei jij.  M: Nee, <math>1 - x</math> gedeeld door 2 / ja x gedeeld door 2.  P: Wat zei jij, één x gedeeld door 2?  M: Ja maar ja dat is natuurlijk x gedeeld door 2.  (...)  P: Maar kun je dan een vergelijking opstellen, als die twee gelijk moeten zijn?  M: Een halve x, even kijken hoor, <math>(1-x)*(1-x)</math>  M voert dit in de machine in, geeft <math>(x-1)^2</math>, benadert het tot <math>(x-1)^2</math>  P: En dat moet je nog delen door 2 he, voor die oppervlakte?  M: Ja.  Dat doet M.  P: En dat moet gelijk zijn aan deze.</p>

M: Aan een half x.  
 P: Dan heb je een vergelijking waar alleen maar x in voorkomt.  
 M: Maar hoe weet je nou dat ze gelijk zijn?  
 P: Dat staat in de opgave, dat is gegeven.  
 M: O ja.  
 P benadrukt nog de dynamiek door eerst x heel klein te kiezen en daarna heel groot.  
 (...)  
 P: Dus in principe kun je dat oplossen.  
 M: Met solve?  
 P: Ja, dat is het makkelijkste.

*In-opl+:* graf Dat doet M, ze voegt meteen komma x toe en ze vindt twee decimale oplossingen, 2.6 (?) en 0.38.  
 M: Dat kan toch niet?  
 P: Waarom kan dan niet?  
 M: Je kan toch niet twee x-en hebben?  
 P: Hoe bedoel je twee x-en?  
 M: Nou x = dit of x is dat.  
 P: Ja maar dat is heel vaak met een kwadratische vergelijking dat je twee oplossingen krijgt.  
 M: Ja dat het een parabool is en een grafiek [ze bedoelt lijn?].

*Pa-abs+* P: Maar in dit geval, wat weet je van de grens van x, hoe groot is die hoogstens en hoe groot is die minstens?  
 M: Nou hij is in ieder geval kleiner als 1.  
 P: Ja.  
 M: Dus dan moet het de 0,4 zijn.

3/37, Jack, Rob, 8.6, 8.7, 9.2  
*Pa-pla* Bij 9.2:  
 R: Ze zeggen hier niet welke waarden je voor b moet invullen, dus je kan hem niet laten tekenen (?).  
 P: Nou ja, je kunt hem inderdaad niet laten tekenen.  
 J: Je moet gewoon verschillende waarden voor bedenken volgens mij, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10.  
 P: En is deze gelukt [8.6?].  
 R: Die was makkelijk.  
 J: Maar dit was kut [8.6c]. Jullie gaven dat idee van y1 en dingetjes elkaar vergelijken. En dan krijg ik deze twee formules, die stel ik aan elkaar gelijk dan krijg ik deze formule.

*In-opl- inz, Pa-rol-* [Hij heeft de twee oplossingen op elkaar gedeeld en gelijk aan 1 gesteld.]  
 P: Maar dan denk ik dat je naar de verkeerde letter hebt opgelost.  
 J: Ik heb naar x opgelost.  
 P: Maar er staat helemaal geen x meer in.  
 J: Nee, daarom ik heb nou x=  
 P legt uit dat je moet oplossen naar z (in zijn geval heeft hij z voor a gebruikt).  
 J: Het is toch dezelfde formule?  
 P: Ja, maar alleen kan ik hier niet uit aflezen wat z nu is.  
 Bij 8.7 hebben ze alleen de formules opgesteld, maar niet bedacht dat je daaruit nog x en y moet oplossen. Ze vatten 'afmetingen' op als oppervlakte.  
 R: x-jes en y-tjes heb ik hem in uitgedrukt.

v6-23:00, Maria, 8.7  
*In-opl- syn* Bij b voert M in  $(1-x)*(2-y)/2$ , dus de oppervlakte goed aangepast.  
 Dan solve( $1/2*y=x*((x-1)*(y-2))/2,x$ )

<p> </p> <p> </p>	<p>Ze krijgt een foutmelding,</p>
<p><i>Fo-inz-, Al-mis: op een van de twee plaatsen y vervangen. Of toch gewoon de eerste vergelijking weggelaten?</i></p>	<p>dan geeft solve(<math>x=((x-1)*(y-2))/2,x</math>) als antwoord <math>x = 2/(y-2)+2</math>. Nog meer gerommel met haakjes. Dan lost ze <math>x = 2/(y-2)+2</math> nog een keer op naar x, met hetzelfde resultaat. M zucht.</p>
<p>3/38, v6-30:00, Maria, 8.7</p>	<p>Bij b heeft ze wel de formules voor de oppervlakte goed. Ze gebruikt <math>y=2x</math> niet, maar moet op het idee worden gebracht.</p> <p>M: Toen heb ik dat laten oplossen maar ik snap dus niet hoe ik daar een getal uit moet krijgen.</p> <p>P suggereert het invullen van <math>y = 2x</math>.</p> <p>M: Ja maar dit kon niet in de rekenmachine dus die moest ik weer weghalen.</p>
<p><i>In-sub+ inz, In-sub- syn</i></p>	<p><math>(x-1)*(y-2)/2=x</math></p> <p>P: Maar je weet bovendien ook nog..</p> <p>M: Kun je dan zo'n waarbijstreep gebruiken?</p> <p>P: Ja.</p> <p>M: Waarbij <math>2x=y</math> of <math>1/2 y = x</math>?</p> <p>P legt uit dat je met één letter moet beginnen.</p>
<p><i>In-opl- inz, In-sub- inz</i></p>	<p>P vertrekt en M gaat het doen, maar ze lost naar x op na de substitutie <math>x = 1/2*y</math>. Dat geeft dus geen oplossing, maar <math>(y-2)^2/4=y/2</math>.</p> <p>M: Ik snap het gewoon nog steeds niet.</p> <p>Peter komt langs. Hij ziet dat ze naar de verkeerde letter oplost, en legt het uit. Samen komen ze tot oplossen naar y dus de goede oplossing.</p>
<p><i>Pa-abs+</i></p>	<p>M snapt welke y ze uit de twee decimale oplossingen moet kiezen.</p>
<p>3/39, Rob, 8.7 <i>Fo-inz+</i></p>	<p>R heeft <math>x*1/2=...</math>, goede vergelijking.</p> <p>R: Ik heb dat zo ingevoerd, alleen ik krijg twee x-waardes. Ik denk dat dat niet te voorkomen is.</p> <p>P: Waarom?</p> <p>R: Omdat je hier met (?) [minidisk valt weg]</p> <p>(...)</p> <p>R: Ja het moet kleiner dan 1 zijn.</p>
<p>3/40, Mike, 8.5</p>	<p>Mike heeft de grafieken van <math>y1 = x^2-4x+5</math> en <math>y2=a*x-2 \mid a=6</math>, en dan Math intersect. Dat werkt om een of andere reden niet, maar wel als je voor <math>y2</math> meteen <math>6x-2</math> invult. [Bij mijn controle later werkt ook Mike's bedoeling wel meteen, dus hij moet toch iets verkeerd gedaan hebben.]</p>
<p>3/41, Mandy, 8.7 <i>Pa-pla, Pa-abs-: in context alleen getallen?</i></p>	<p>Bij a.</p> <p>P: Weet je wat de oppervlakte van dit driehoekje is?</p> <p>M: Nee, maar dat doe je toch met, even kijken, ja maar dat kun je toch niet zeggen want dan krijg je x keer 1?</p> <p>P: Ja, dus je kunt er nog geen getal, x keer 1 en dan?</p> <p>M: Dan de helft.</p> <p>Formules opstellen gaat ook voor de tweede driehoek goed.</p> <p>P: En de derde driehoek?</p> <p>M: Ja daar weet je toch uberhaupt niets van (??)?</p> <p>P: Jawel want de hele zijde is 1.</p> <p>M: Dit is 1, dan zou het dus <math>1 - x</math>.</p> <p>P: Ja, en het opstaande stukje?</p> <p>M: Ook.</p> <p>P: Ja, dus wat wordt dan de oppervlakte van de driehoek?</p> <p>M: <math>1-x</math> keer <math>1-x</math>, door de helft.</p> <p>P zegt nu dat de twee aan elkaar gelijk moeten zijn. M snapt de vraag nog niet helemaal.</p>

<i>Pa-pla: berekenen = numerieke uitkomst?</i>	<p>M: De afmetingen berekenen, daar kan je niks over zeggen dan dat ehm het de helft van 1 keer x is.</p> <p>P: Maar je weet ook dat deze daar ook aan gelijk is, en met dat gegeven kun je de getalletjes erbij uitrekenen.</p>
<i>3/42, Rob, 8.7 Fo-rei-</i>	<p>R: Bij deze wil ie hem niet oplossen. Hij heeft a opgelost, maar bij b heeft ie de vergelijking veranderd. <math>(1-x)*(2-y)/2=1*y/2</math>. Dat oplossen naar x geeft <math>x = 2/(y-2)+2</math>. Dat vindt R dus geen oplossing. Complicatie is bovendien dat y nog een waarde heeft.</p>
<i>In-cas: equi, Fo-inz-</i>	<p>P: [leest de vergelijking ] solve y maal een half</p> <p>R: y keer 1 gedeeld door 2 he.</p> <p>P: Dat is hetzelfde toch?</p> <p>R: Ja ook als ik hier haakjes omheen zet.</p> <p>(...)</p> <p>J: Ik krijg inderdaad die formule maar ik weet niet wat ik eraan heb.</p> <p>P: Je krijgt een verband tussen x en y maar jullie hebben een verband nog niet gebruikt, namelijk,</p> <p>J: En dat is deze, dit driehoekje.</p> <p>R: De waardes zijn veranderd.</p>
<i>Fo-rei+</i>	<p>P: Je hebt nog niet gebruikt dat deze aan elkaar gelijk zijn.</p> <p>J: Dan moet je die is gelijk aan.</p> <p>R: Dus je moet eigenlijk drie vergelijkingen, drie aan elkaar gelijk stellen.</p>
<i>4/1,v6-43:00, klassikaal, 8.7 In-cas: equi</i>	<p>Peter zet de tekening op het bord. Maria legt uit hoe ze a heeft aangepakt.</p> <p>M: De ene zijde is 1, en de andere is x-1 in het kwadraat gedeeld door 2.</p> <p>P: O je doet de oppervlakte.</p> <p>M: De ene is x-1</p> <p>P: De ene is 1-x.</p> <p>M: Ja dan kun je toch ook zeggen x-1?</p> <p>P: Is dat zo?</p> <p>M: Nou dat deed mijn rekenmachine, dus ik dacht dat kan.</p> <p>L: .. is iets heel bijzonders (?)</p> <p>M: Ja dat dacht ik ook maar dat deed mijn rekenmachine.</p> <p>P vult een getal in om te laten zien dat het niet klopt 2 - 1 is niet 1 - 2. [M is in de war met <math>(1-x)^2</math>: dat schrijft de machine terecht als <math>(x-1)^2</math>]</p> <p>M: Ja ik snap het wel, maar dat loste mijn rekenmachine zo op, ja ik heb een hele rare rekenmachine.</p>
<i>In-opl+ syn</i>	<p>M stelt de formules op voor de oppervlakten. Dan solve <math>(1/2 x = (1-x)^2/2, x)</math>.</p> <p>P: Waarom doe je dat?</p> <p>M: Omdat ik die x wil weten.</p> <p>P: Ja, en die oppervlakten zijn gelijk.</p>
<i>Pa-abs+</i>	<p>Dat geeft als oplossing:</p> <p>M: 0.38</p> <p>P: Of x is?</p> <p>M: Ja nog iets anders maar dat kon niet omdat het tussen de nul en de 1 moet zitten.</p> <p>P: Ja x krijgt twee oplossingen en die ene/</p> <p>M: Die is veel te groot.</p> <p>L: Die is niet zinnig.</p> <p>P: Die 2.61/</p> <p>M: Ja die kan niet.</p>
<i>Al-mis: + en *?</i>	<p>Dan 7b: de rechthoek van 1 bij 2.</p> <p>P: Wie heeft deze opgelost?</p>

Ralph:  $(1-x) + (2-y)$ , gedeeld door 2 of zo.  
[zegt hij plus of keer? P schrijft \* op het bord.]  
P schrijft de drie oppervlakten op, die de leerlingen redelijk vlot geven.

P: Dus dan hebben we drie oppervlaktes, ajajaj.

Ralph(?): Dus dan weten we dat  $1/2 y$  gelijk is aan  $(1-x)+(2-y)$ , gedeeld door 2. [+ moet \* zijn].

P vraagt hoe het verder moet en krijgt niet veel reactie.

P: Ik zou oppervlakte 3 gelijk stellen aan oppervlakte 1.

Dirk(?): Waarom, wat schiet je daar mee op?

P: Dan kun je  $y$  uitdrukken in  $x$  en dat heb je nodig om vervolgens hier [met de oppervlakte van de andere driehoek] mee te kunnen werken.

*In-cas: equi*

P zegt dat  $1/2 y = x$

L1: Dan is  $x y$  gedeeld door 2.

L1:  $y=2x$ .

P substitueert  $y = 2x$  met de hand: solve( $(1-x)*(2-2x)/2=x, x$ ).  
Dat geeft weer 0.38.

P: Is dat nou opmerkelijk?

Jack: Nee, helemaal niet, omdat je geen vaste waardes hebt, dus je kan net zo goed op dezelfde waardes uitkomen waar je eerst op kwam.

P: En het zou ook heel goed iets heel anders kunnen zijn?

J: Ja.

Later komt Paul erop terug.

Pa: Waarom is het logisch dat daar hetzelfde uitkomt?

Mike: Vergroting, gelijkmatig of zo?

Maria: Dat is logisch want het heeft gewoon dezelfde vorm, lijkt mij.

Pe: Het een is het vierkant, het andere een rechthoek.

M: Ja maar het is dezelfde verhouding, tussen die 2 en die 1.

Loopt wat onduidelijk af.

*v6-57:00, Maria, 8.7?*

*Fo-inzo*

M:  $3/2 y$ , dat is  $1 1/2 y$  he?

*4/3, Misha, 8.7*

M: Ik dacht dat je ook gewoon de  $x$  die je hier [7a] gevonden had hier [7b] in kon voeren.

Dat is ook zo, maar dan wel svp met een verklaring.

M: Dat was ook logisch om daar vanuit te gaan?

Hij had het wel gezien, maar niet meer nagerekend.

*v6-59:00, Maria, Ada, 9.1,*

*9.2*

*Pa-pla- ('bepaal' in vraag niet goed?)*

Bij onderdeel a.

M: Dit is een hardstikke moeilijke vraag. Bepaal de algemene coördinaten, hoe kun je nou coördinaten bepalen van iets als het geen getallen heeft?

A: [leest de opgave voor]

M: Dat is toch onmogelijk?

A:  $ax^2+bx+c$  ... vorig jaar

M: Maar hoe kun je nou algemeen weten waar die snijdt? Dat is toch verschillend per/

A: Snijpunten met de  $x$ -as is gewoon 0 invullen, dat willen ze toch?

M: Maar je kan toch niks invullen in een formule met  $a$ 's en  $b$ 's en  $c$ 's?

A: Snijpunten met de  $x$ -as is  $f=0$ .

(...)

[M loopt naar Peter om hulp, daarvan geen opname. Zou dit beter ge-

gaan zijn als de vraag was 'druk de coördinaten uit in a, b en c'?)

M: Dat is dus de abc-formule, (?), hoe gaat de abc-formule, weet je dat uit je hoofd?

A: Ja,  $b^2-4ac$ .

M:  $x=b^2/$

A:  $-4ac$

M: Gedeeld door 2a he? Is het dan  $-b^2$  of gewoon  $b^2$ ? Je hebt ook plus.

A: Nee,  $d=b^2-4ac$ , dit is d.

M: Hij is in ieder geval gedeeld door 2a, dat heeft hij [Peter?] net (?). Ik ga even snel op het papiertje kijken (?).

A: Kijk dit is de formule.

M heeft intussen de formule bij Peter gehoord.

A: Ja dus ik heb toch gelijk,  $b^2-4ac$  is de discriminant.

M schrijft de formules op.

*Pa-gen+, In-opl- syn* M typt op de TI-89: solve( $a*x^2+b*x+c,x$ ), wat een foutmelding geeft omdat ze =0 vergeet.

M: Waarom geeft ie geen antwoord, ik snap het niet.

Ze maakt ervan: solve( $a*x^2+b*x+c | x=x$ ) Dat werkt ook niet, maar geeft error memory.

M gaat verder met 9.2.

M: Ik snap er echt helemaal geen bal van maar dat maakt niet uit.

(...)

*Pa-pla-* M: [tegen medeleerling] Waarom krijg ik alleen maar errors?

L: Je moet die a b en c invullen anders kan je niks.

M: Ja maar die weet ik niet. Je moest hem zo oplossen dat stond in het boekje. Hoe kun je nou een formule invoeren zonder, ik snap dat niet.

Dan 9.2. M voert in  $y1(x)=x^2+a*x+1$ . Ze maakt een typefout en corrigeren lukt niet omdat de machine op overschrijven in plaats van insert staat? Ze wist en het wordt beter:  $y1(x) = x^2+b*x+1 | b=$

*Pa-pla* M: Moet ik dan met een waarbijstreep/? Het staat er niet in.[de b-waarden]

A: Wat staat er niet in?

M: Nou ik ga gewoon willekeurige waarden voor a en b invoeren.

Ze laat b lopen van -5 tot 5 met stappen van 1, stelt kijkvenster in (eerst verkeerde min) en laat de bundel tekenen. Window aanpassen geeft een mooi plaatje.

*Div* M: Hij doet het! Dit is een revolutie in mijn wiskunderekenmachinedinges.

*In-opl- syn* Nu in homescherm: solve( $x^2+b*x+1,x$ ), weer foutmelding.

M: Hij haat mij, die rekenmachine.

solve( $x^2+b*x+1,x$ ) nee toch solve( $x^2+b*x+1,b$ ), foutmelding.

*Div* M laat weer haar bundel op het scherm zien, want ze is er trots op en wil wel dat iedereen het ziet.

*4/4, Rob, Jack, 9.3*  
*Pa-gen-* R: Bij b moet je de algemene oplossing doen, wat bedoel je met algemene oplossing?

Ze hebben in de nieuwe functies de min voor de  $x^2$  vergeten, en dan valt  $x^2$  eruit. Ze vinden  $a = 3$  of minder. [Hun werkwijze is onduidelijk en ook niet uit het schrift te reconstrueren.]

*In-p&p: notatie* R aarzelt of je  $2x$  of  $2*x$  moet invoeren.

<i>Pa-rol-</i>	Ze hebben de vergelijking opgelost naar a en vinden $a=3$ , en x is 6 of minder, maar dat is de y-coördinaat van het snijpunt in plaats van de x.
<i>Pa-pla</i>	We doen iets verkeerd bij het oplossen naar a. R: Dan heeft ie geen waarde voor a. [Hij schijnt te denken dat er concrete waarden moeten zijn.]
<i>In-opl+ inz, Fo-inz+</i>	We verbeteren de fout. R ziet wel dat oplossen naar x en naar a twee verbanden tussen a en x geeft die equivalent zijn. R: Dat is eigenlijk gewoon hetzelfde als wat hier staat. We corrigeren de foute functie-invoer en lossen de vergelijking op maar x, wat twee oplossingen in termen van a geeft, met wortel(2a-17) erin. We zien in het plaatje met $a=3$ geen snijpunten.
<i>Pa-pla+, Pa-gen+: wisselen</i>	P: Als $a=3$ dan moet je in het plaatje geen uitkomst krijgen en de vergelijking geeft wel uitkomsten. Hoe zou dat kunnen komen? R: Hier is a nog niet ingevuld. P: En wat krijg je als je $a=3$ wel invult? [in de algemene oplossing] Dat geeft non-real result. R: Dat kan niet.
<i>In-opl+: graf, Fo-inz+, Al-mis</i>	P: Nee, waarom zou dat niet kunnen? Wat krijg je als je met de hand $a=3$ zou invullen? R: Dan krijg je waarschijnlijk een negatief getal. P: Waar? R: $6-17/2$ [die gedeeld door 2 moet weg] J: Ja nogal logisch, wortel. J: Ja maar het kan dus niet groter zijn dan $a=17/2$ . R: Dan moet dat 6 zijn. [Waar komt dit vandaan?] J: Niet kleiner. P: En $a=17/2$ , wat betekent dat voor het plaatje? J: Dan krijg je een raakpunt.
<i>4/6, Misha, 8.7</i>	M komt steeds op $1\frac{1}{2}$ y uit, wat op zich wel klopt. Dat ziet hij ook. Hij heeft de oppervlakteformules goed, maar substitueert vanalles en lost vanalles op. M: Ik heb van alles geïntegreerd en zo. P reconstrueert zijn aanpak en geeft twee adviezen: niet dezelfde vergelijking twee keer gebruiken, en de grote lijn van het oplossingsproces goed in de gaten houden. M lost bijvoorbeeld dezelfde vergelijking naar twee verschillende letters op en substitueert dan allebei de resultaten in een andere, waardoor je nog steeds geen letter kwijt bent. Ook is hij ergens $1/2$ kwijtgeraakt, waardoor de uitkomsten niet meer kloppen.
<i>Fo-rei+, In-opl ISO, In-sub ISO, In-iso- strat</i>	P: We pakken nu een tweede vergelijking, maar niet dezelfde. M: Waarom niet? P: Als je dezelfde vergelijking gebruikt, dan kun je niets nieuws meer vinden. M: Maar je kan uit deze ook de x afleiden. [dus dezelfde vergelijking naar x oplossen in plaats van naar a]
<i>4/7, Sandra, 9.2</i>	S heeft hier niet zoveel. In het schrift staat $b = -(x^2 + 1)/x$
<i>Fo-rei+, Pa-rol-</i>	P: Wat heb je gedaan om dit te vinden?
<i>In-opl+: grafiek</i>	Ze heeft solve( $x^2+bx+1=0$ , x), dus de nulpunten.
<i>Pa-rol+</i>	P: Waarom $=0$ ? S: Omdat je dan die hebt [wijst nulpunten aan]. En dan oplossen naar x, dan krijg je er twee. Dan gaat ze de nulpunten optellen en delen door 2. Dat gaat wat moeilijk omdat ze eerst probeert het hele antwoord inclusief OR op



te tellen. OR en 'x=' moet weg. Dan het delen door 2, het antwoord is -b.

S: Dat is niet wat ik wil, dat is niet de bedoeling. O ik had het al wel gedeeld door 2, dan klopt het wel.

*Pa-gen+*

P: Wat is die  $-b/2$ ?

S:  $-b$  is die top.

P: De x -coördinaat of de y-coördinaat?

S: Nee de variabele of hoe die heet. Dus als  $b = 4$  dan is de top  $-4$ , de y.

Meningsverschil over  $-b$  en  $-b/2$ , omdat er al door 2 was gedeeld. Het blijkt  $-b/2$  te zijn.

*In-subo inz*

P: Dus  $-b/2$  is de x-coördinaat van de top. Wat is dan de y-coördinaat?

S: Nou dan moet je dat invullen.

P: Wat krijg je dan?

S gaat het invullen, maar vult alleen voor de x bij de  $b -b/2$  in, maar niet voor de  $x^2$ .

P: Je had het ook met substitutie kunnen doen.

S: Substitutie, wat bedoel je?

S ziet dan dat ze de andere x ook moet vervangen door  $-b/2$ .

*Pa-rol-*

Dan is het tijd en de vergelijking van de kromme door de toppen hebben we nog niet. Later staat in haar schrift  $y = 1 - b^2/4$ , wat niet helemaal is wat we hebben moeten want we willen y als functie van x.

*4/8, Mandy, 8.8*

*Pa-gen+, In-opl- syn*

M heeft solve( $1/2*a*x = 1/2*(a-y)*(b-x) = 1/2*b*y,x$ ), dus twee vergelijkingen aan elkaar gekoppeld. Dat kan zo niet, wel eventueel met and maar ik raad haar aan ze afzonderlijk op te lossen.

*4/9, Misha, 8.7*

*In-opl+ syn*

M wil onderdeel c nog door mij gecontroleerd hebben. Hij heeft de goede methode nu. solve( $3/2*y=5/2*x|y=..., x$ ).

*In-sub+ inz, In-sub+ syn*

M: Ja waarbij die y dat wordt dan, daar komen x waardes voor zoveel zoveel  $x =$  zoveel zoveel x, hoeveel moet x zijn. Je moet wel altijd komma x dan nog gebruiken he.

*In-oplo syn, Fo-rei+*

P: Je moet wel altijd komma x gebruiken.

M: Ik dacht eerst van dan geeft ie, want ja als je zelf een vergelijking gaat oplossen dan krijg je soms weer een andere vergelijking uit.

*4/10, Rob*

R vraagt of ze de machines niet langer kunnen houden, want bij het volgende hoofdstuk zijn die ook goed te gebruiken.

*4/11, Rob, 9.3, 9.4*

Bij 9.3 heeft R iets van  $a = 17/2$ , op basis van het gesprek met mij de vorige les. Hij weet niet meer precies hoe het zit met de ongelijkheid en het aantal nulpunten, want het is al weer even geleden dat hij de opgave maakte.

[Achteraf blijkt het niet helemaal goed in zijn schrift te staan: 'als wortel  $> 8.5$  2 snijpunten', maar het gaat er niet om of de wortel groter is dan 8.5 maar de a.]

Bij 9.4 c heeft R nog geen idee hoe het moet.

*4/12, Misha, 9.2*

*Pa-pla*

M heeft ingevoerd  $y1 = x^2 + b*x + 1$  maar krijgt een foutmelding als hij de grafiek wil laten tekenen omdat b nog geen waarde heeft. Hij ziet eerst niet waar dat door komt.

M: Hij [de cursor] gaat altijd voor de fout staan.

Dat is een goede opmerking, maar levert hier niet veel op.

P: Stel dat je met de hand de grafiek zou tekenen, hoe zou je

dat doen?  
M: x is nul invullen,  $0 + 0 \cdot 0$ , o ja stik je moet weten wat b is natuurlijk.  
P: Juist, zolang hij niet weet wat de b is kan die de grafiek niet tekenen.  
M: Dan zou die [de cursor] dus achter de b moeten gaan staan.  
M vult voor b een aantal waarden in en krijgt grafieken.

v7-00:00, Maria of Ada, 9.4  
*In-subo getal*

Er is ingevoerd  $5 \cdot 0 - (1 + 5^2) \cdot 0^2$  en idem voor  $1/5$ , met exact en benaderend steeds 0 als resultaat.

4/13, v7-03:00, Maria, 9.2  
*In-cas: \* tussen letter*

M heeft ingevoerd  $y_1(x) = x^2 + bx + 1$ . Dat geeft geen grafiek.  
Dan toevoeging  $b = \{-5, -4, \dots, 5\}$  Weer foutmelding. Kijkvenster aanpassen helpt niet.

M: Hij doet het bij mij weer niet.  
P: Waarom niet?  
M: Ja dat weet ik ook niet.  
Ze heeft ingevoerd  $x^2 + bx + 1$ , dus zonder \* tussen b en x. P wijst daarop.  
M: O dat moet keer. Ja dat heb ik altijd, ik doe het nooit helemaal goed.  
Dan komt dezelfde bundel als de vorige keer.

4/14, Rob, Jack, 9.4  
*Pa-pla+, Pa-gen+: wisselen*

Bij c hebben ze moeilijkheden. Ze snappen wel de vraag in het plaatje.

J: Er konden geen negatieve getallen in voorkomen want die komen niet in de grafiek voor, en het kan ook niet de waarde van a zijn anders krijg je 5 is 1 gedeeld door 5 en dat kan gewoon niet behalve als a 1 is.

P vraagt verder en schets nog eens het probleem.  
P: Heb je dat aangetoond, dat dat [bij 5 en  $1/5$  hetzelfde nulpunt] echt zo is?  
R: O dat kan je dan toch gewoon die waarbij  $a = 1$  gedeeld door 5 en nog een keer waarbij  $a=5$  en daar moet dan hetzelfde uitkomen.

*Pa-gen+* P: Precies. En dan kom ik weer langs en dan zeg ik klopt het dan ook voor  $a=7$  en  $a = 1/7$ ?

R: Dat kun je proberen.  
P: Ja, maar /  
J: Dan ben je wel tijden bezig.  
P: Dan vraag ik klopt het voor  $a=100$  en  $a=1/100$ ?  
R: Ja dat kan je ook wel proberen maar waarschijnlijk bedoel jij dan dat we dat beredeneren of zo.  
J: Met a, a en  $1/a$  moet je dan doen.  
P: Ja, dus dan zeg je bijvoorbeeld  $a=$ /  
J: Ja dan ga je naar dit [de formule voor  $y_1$ ] en dan  $= 1/a \cdot x -$  bla bla bla  $1/a^2$ .

[hij wil a in de formule overal vervangen door  $1/a$ ]

R: (?)  
J: Hier moet je allemaal een eentje voorzetten zo.

[ $1/$  voor elke a]  
P: Ja dan zou je dus hetzelfde punt op de as moeten zijn.  
R: (iets over opheffen?)  
P zegt dat het elkaar niet opheft in die zin dat de grafieken wel verschillend zijn.

P: De vraag is of je dat echt kunt bewijzen.

J: Mijn antwoord is nee dat kan ik niet.  
 R: En dat moeten wij proberen te bewijzen?  
 P: Nou ik ben benieuwd of je dat kunt.

4/15, Thomas, Jeff, 9.2

Ze hebben bij a een mooi schetsje van de kromme door de toppen.  
 Bij b hebben ze als antwoord het punt (0, 1).  
 T: (0, 1) is de top.  
 P: Waarom?  
 J: Omdat daar alles bij elkaar komt.  
 P legt uit dat de top iets anders is en dat het ervan afhangt welke grafiek uit de bundel je pakt.

4/16, v7-07:00, Maria, 9.2  
 (van extra opgaven blad)

In-*opl-* syn+, In-*opl ISO*, In-*opl-* inz,  
 In-*iso-* opl

M voert in solve( $x^2+bx+1=y$ , b). Dat geeft  $b = (-x^2-y+1)/x$ .  
 Dan solve( $b = (-x^2-y+1)/x$  |  $b=5$ ) geeft fout.  
 Dan solve( $b = (-x^2-y+1)/x$ ,  $x$  |  $b=5$ ) Ook fout vanwege haakjes.  
 Regel wordt gewist.  
 Dan solve( $5 = (-x^2-y+1)/x$ ,  $x$ ). Dat geeft uitdrukkingen voor x waar y in voorkomt.

M: Ik snap het gewoon niet, ik ben gewoon te dom. Maar ik heb ook geen y natuurlijk.

Paul komt erbij.

In-*opl+* syn, Pa-*pla*, Fo-*rei-*

M: Ik ben nu bij b. Ik heb dus eerst dit opgelost.  
 Ze heeft solve( $y=x^2+bx+1$ , b). Dat geeft  $b = (-x^2-y+1)/x$ .  
 M: Dat kun je dus niet oplossen. Je hebt geen x en geen y. Alleen de b.

P legt uit dat y niet hetzelfde is als y1.

M: Waarom is die 1?

P: Nee die is niet 1, maar het is y1.

M: Misschien is x wel nul, het moet door de nulpunten gaan, moet je dan nul invullen.

P: Dan is y dus nul ja.

$0 = x^2+bx+1$ .

M: Dat bedoel ik.

M: Dus dan moet ik nul invullen. In die nieuwe formule?

P: Wat bedoel je met de nieuwe formule?

M: Ik had een formule gemaakt, deze.

[Ze bedoelt de formule  $b = (-x^2-y+1)/x$ .]

In-*opl+* syn, Pa-*gen+*, Fo-*rei+*

M doet solve( $b = (-x^2-0+1)/x$ , x) en dat geeft uitdrukkingen voor x in termen van b.

M: Ik had paragraaf 9 wel gemaakt maar ik snapte er niks van.  
 P legt het probleem nog eens uit en zegt dat je de vergelijking naar x moet oplossen.

M: Maar je moet dan toch een waarde voor b invullen?

P: Dat kun je wel doen, maar dan pak je er dus eentje. Maar zolang je geen waarde voor b invult, die je het dus in feite voor allemaal tegelijk.

M: O dat hoeft dus niet.

P: Nee, alleen als je een grafiek wilt tekenen.

In-*opl-* inz, Pa-*rol-*

M: Dus je doet zeg maar  $0=$  en dan komma b, want je moet hem naar b oplossen.

P: Nou nee.

M: Je moest toch uitdrukken in b?

P: Ja maar je wilt de nulpunten weten, je wilt de x weten, maar omdat je b nog niet weet krijg je dan iets met de b erin.

M: Ik denk namelijk al, ik dacht dat je b eruit moest halen.

	P:	Nee, je moet x eruit halen.
<i>Pa-pla-</i>	M:	Maar hoe krijg je dan de nulpunten?
	P:	Dan zeg je $x^2+bx+1=0$ .
	M:	Maar daar heb je toch niks aan als het tussen twee nulpunten ligt als je het niet uit kunt rekenen?
	P:	Je krijgt dan iets waar die b inzit, en daar kun je dan mee doorrekenen.
<i>Pa-gen+</i>	M	lost de vergelijking $0=x^2+bx+1$ op naar x. Dat geeft twee antwoorden in b.
	M:	Dus dan kun je voor elke willekeurige b-waarde de nulpunten berekenen.
	P:	Juist. En ook de top gaan uitrekenen.
	M:	Ja dan moet je hem gaan invullen en dan krijg je de y-waarde.
<i>Fo-inz+</i>	P:	Ja. En als je naar die formule kijkt, dat antwoord, dan ziet dat er ingewikkeld uit maar als je er goed naar kijkt kun je wel zien dat die twee formules heel veel op elkaar lijken.
	M:	Het is gewoon een positieve en een negatieve waarde.
	P:	Juist, en als je het midden ervan neemt, dan vallen die weg.
<i>Fo-rei-</i>	M:	Je kan toch niet het midden nemen van formules?
	P:	Waarom niet?
	M:	Ik weet niet, lijkt me heel ingewikkeld.
	P	geeft als voorbeeld dat het midden van p en 5p gelijk is aan 3p. Dat ziet M meteen. Ze vindt mijn voorbeeld te makkelijk.
	M:	Ja ok, dit is veel moeilijker als zo'n makkelijkje.
<i>4/17, Misha, 9.2</i> <i>Pa-gen+, In-subo inz, Pa-rol-, Fo-rei+</i>	M:	Die x van de top is een half keer b.
	P:	Ik dacht min een half b, maar ok.
	M:	Als je dan deze grafiek gewoon laat staan en je vult in deze grafiek [hij bedoelt formule?] overal voor $x < 0,5 b$ in, dat heb ik gedaan, $1/2 b^2 + b * 1/2 b + 1$ , waarbij $b = 0, 1, 2, 3, 4, 5, -1, -2$ dan zou je als het goed is een lijn langs alle toppen moeten tekenen, toch?
	P	wijst erop dat de horizontale as de x-as is, en dat je dus naar x toe moet. Dus niet x door $1/2 b$ vervangen maar b door $2x$ .
<i>4/18, Kevin (?), 9.2</i> <i>In-opl+ syn, Pa-rol-, Pa-geno, Fo-rei+ Pa-pla-</i>		Vraag naar onderdeel c.
		Hij heeft bij b solve( $y=x^2+bx+1$ , b). Dat geeft $b = (-x^2+y-1)/x$ .
		Hij heeft niet voor y nul ingevuld om de nulpunten te vinden.
	P	legt uit dat je op nul moet stellen en oplossen naar x en dat je dan twee nulpunten vindt.
	K:	En wat moet je dan met die b doen?
	P	legt uit dat je het nu algemeen doet, en dat je dus een formule met b erin zult krijgen. Twee uitkomsten.
	K:	Twee uitkomsten?
	P:	Ja want je hebt twee snijpunten.
<i>4/19, Thomas, 9.2</i> <i>In-opl- syn</i>		T heeft een onduidelijke strategie. Hij neemt voor x -3 (afgelezen uit het plaatje) en de b vervangen door x omdat dat misschien beter gaat. Hij krijgt een fout, omdat hij bij solve niet een vergelijking heeft maar alleen de uitdrukking.
	P	legt de bedoeling uit.
	T:	Die nulpunten die zie je toch ook de formule, of eh in
	P:	In het plaatje?
	T:	Ja.
<i>4/20, v7-19:00, Maria, 9.2</i>	M	vult in een van de algemene oplossingen voor x in $b=5$ en krijgt

zo een numerieke oplossing. Dan hetzelfde voor de andere oplossing. Die zijn beide negatief. Dan gaat ze die twee (maar dan afgerond en positief) optellen en delen door 2. Dat geeft 2.5.

Dan berekent ze de y-waarde met  $2.5^2 + 5 \cdot 2.5 + 1$ , geeft 19.75.

Dan probeert ze de algemene oplossingen op te tellen via  $x = \langle \text{ene oplossing} \rangle + x = \langle \text{andere oplossing} \rangle$ , maar dat accepteert de machine niet. Dan haalt M de 'x=' halverwege weg en krijgt als som van de nulpunten -b. Dan wil ze gaan delen door 2 maar pakt daarvoor niet de -b maar de twee originele oplossingen.

*Pa-abs-*

P: Je hebt die -b gevonden. Weet je wat dat is?

M: Nee maar ik ga ze nu door 2 delen.

Ze deelt niet de -b door 2 maar de originele oplossingen, wat iets verkeerd geeft, omdat ze er per ongeluk ook nog b vanaf heeft getrokken.

M: Dat is wel heel bijzonder. Wat is dit nu? Dit is de oplossing.

P legt uit dat je beter de -b door 2 kunt delen.

M: O -b is zeg maar een andere oplossing [schrijfwijze] ervoor? Ik dacht dat dit de oplossing was.

P legt uit.

*Pa-gen+, In-cas: equi, Fo-inz+, Fo-rei+*

M: O ja, dus dan krijg je  $-b / 2$ . Dus dat is  $-1/2 b$ . En die  $-1/2 b$  is dan de top.

P: Dat is de x-coördinaat van de top.

M: Ja. En die moet je de y-coördinaat/

Uitleg P in plaatje.

*In-sub- inz: solve in plaats van sub, In-opl- inz: solve hoeft niet*

M: Nou dat heb ik toch wel goed gevonden dan.

Dan M alleen verder:  $\text{solve}(y = -0.5 \cdot b^2 + b \cdot -0.5 \cdot b + 1, y)$ .

Dat geeft  $y = 1 - b^2$ .

Ada: Wat had jij bij  $1b$ ?

M: Waar ben ik nou helemaal mee bezig? [Of: daar ben ik nu niet mee bezig?] O wat ingewikkeld allemaal.

Ze gaat verder kletsen met Ada.

*4/21, Rob, Jack, 9.4*

*Pa-gen+*

R heeft twee functies, de originele, en die waarbij a vervangen is door  $1/a$ , en heeft om onverklaarbare redenen gezien dat je dan dezelfde grafieken krijgt. Het idee om a door  $1/a$  te vervangen is op zichzelf prima, maar wat er precies aan de hand is waardoor ze dezelfde grafieken hebben is niet duidelijk. Misschien dubbelop gedaan: bij a waarbij  $a=6$  en dan bij  $1/a$  waarbij  $a=1/6$ ?

*Pa-ver+*

R kiest verschillende waarden voor a,  $a=20$ , maar dan lopen de grafieken zo ver uit elkaar dat je ze moeilijk samen mooi in één plaatje krijgt. R ziet wel dat ze door hetzelfde nulpunt gaan.

R: Als je deze heel langgerekt maakt [de ene grafiek] dan wordt de tweede grafiek heel omhoog.

Dat klinkt goed, maar P betwijfelt of R de dynamiek goed ziet en legt die nog uit, en het verband tussen de twee grafieken.

R kan het plaatje uit het boek niet namaken, zegt hij.

R: Ik wil gewoon die verhouding tussen die grafieken een beetje goed hebben.

J: Waar is iedereen mee bezig?

R prutst nog even door met a-waarden. Bijvoorbeeld bij  $a=20$  loopt de grafiek van  $1/20$  over de x-as.

Rommelen met de instelling van het kijkvenster, bijvoorbeeld  $y_{\min} = y_{\max} = 1$ . Dat werkt niet.

J: Maar die grafieken die kon je niet aan elkaar gelijk stellen op een of andere manier, dat vond ik heel irritant.

P: Nou dat kan wel.

J: Om die met een gedeeld door op te lossen dat lukt me niet.

P: Laat eens kijken dan.  
 R: Je krijgt wel iets maar dan geeft ie weer geen true of false.  
 P laat zien hoe je  $y=0$  in het algemeen oplost.  
 Pa-rol+ R: Kun je dan ook zeroes doen?  
 Fo-rei+ Dat kan ook. We krijgen  $x = z/(z^2+1)$  of  $x=0$ , want ze hebben  $z$  in plaats van  $a$ .  
 J: Nu kun je hetzelfde doen met die 1 gedeeld door.  
 P substitueert  $|z = 5$  en dan  $|z = 1/5$  en krijgt hetzelfde.  
 R heeft dat in de formule voor  $y_1$  gesubstitueerd en krijgt natuurlijk wel twee verschillende formules.  
 P doet nu  $|z=t$  en  $|z=1/t$ , en dat geeft hetzelfde.  
 J: Maar ik probeerde het steeds in dezelfde regel te zetten en dat lukt dus echt niet als je zegt voor die is gelijk aan die..  
 P: Nee het gaat makkelijker als je het los, als je het splitst.  
 J: Je kunt ook niet zeggen zeroes van die of die, dat heb ik ook geprobeerd, de nulpunten van die zijn gelijk aan de nulpunten van die, dat doet ie niet.  
 P: Nee dus daarom heb ik het nu in losse stapjes gedaan.

4/22, Misha, 9.2 M is niet verder gekomen dan die  $1/2 b$ .  
 We weten  $x = -1/2 b$  en de  $y$ -coördinaat van de top is  $1 - 1/4 b^2$ .  
 In-cas: equi P: Als  $x = -1/2 b$ , dan is  $b$  gelijk aan  $-2x$ .  
 Fo-inzo M: Wacht even, dat vind ik heel moeilijk. Ja ja want  $-2b$  gaat er in  $x$ , dus  $-2x$  is  $b$ , jaja.  
 Dat substitueren we en geeft  $1 - x^2$ .

5/1, Dirk, ?? D: Kun je ook differentiëren hiermee? Dat zit zeker verstopt, ik heb het in elk geval niet kunnen vinden.

5/2, v8-07:00, Adelaid, El A: Bij deze, je doet toch gewoon de hoogste punt en dan weet je de  $y$ -coördinaat.  
 P: Hoe doe je dan het hoogste punt?  
 A: Met eh, niet met trace, met top.  
 P: Ja met max.  
 P legt uit dat er een tweede manier is.  
 A: Maar dan weet je nooit zeker of je het vindt, als het bijvoorbeeld  $61,5$  is...  
 Ze bedoelt dat je met die lijnen op afstand 10 niet zo nauwkeurig kunt aflezen.  
 Als P weg is, voert A de formule voor  $d$  in termen van  $x$  in als  $y_1$ . Ze vult al meteen 4 in plaats van 1 in, haalt die weer weg en voor a schrijft ze meteen de formule. Ze krijgt dus een verkeerde functie omdat de 4 er niet in zit. Extra haakjes helpen niet.  
 Al-mis: \* en + Dan begint ze opnieuw, denkt nu wel aan de 4 maar doet  $6*4*a$  in plaats van  $+a$ ). De formule voor  $a$  nu met de substitutie streep. Dan verbetert ze de \* en is de formule goed.  
 Kijkvenster had ze al ingesteld dus de goede grafiek verschijnt.  
 Voor de horizontale lijnen voert ze in  
 $y_2(x) = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70\}$   
 Ze kijkt in het plaatje maar leest dacht ik verkeerd af en denkt dat het maximum ongeveer 58 is in plaats van 48.

5/3, Dirk, El D: Moeten we hier bij a gewoon een getal invullen of dit [de  
 Pa-pla formule  $a = 0.0075*v^2$ ]?

5/4, Jack, Rob, El J: Hoe maak je die rechte lijnen hier, met lijnen trekken? Dat is heel veel werk.  
 P: Weet je wat de vergelijking is van  
 R:  $y=1, y=2, y=3, y=4$

- P wijst erop dat de y van 0 tot 80 loopt.  
R: OK,  $y=10$ ,  $y=20$ ,
- 5/5, Marty, Justus, E1  
*In-sub- syn, Fo-rei+*  
M heeft snel een mooi plaatje.  
J heeft  $y_1(x) = 100*x/(6*(1+a)) \mid 1 = 4 \mid a = 0.0075*x^2$ , dus twee waarbijstreden in plaats van and.
- 5/6, Miou, Olka, E1  
M en O hebben ook de lijn  $y = 49$  laten tekenen als betere benadering van de raaklijn.  
M: Kun je dit gewoon zien als 50 of moet je dit echt als 49 opschrijven?
- 5/7, Dirk, E1  
*In-opl- syn*  
Bij 1b heeft D solve( $y_1=y_2$ ), dus zonder argumenten voor  $y_1$  en  $y_2$  en zonder letterspecificatie.  
D: O ik moet wel waarnaartoe natuurlijk doen. Ja want ik wil weten welke snijpunten die heeft.  
P: Je moet inderdaad nog komma letter.  
D: Ja maar welke letter?  
P: Ja dat weet ik ook niet.  
D: Je kunt snijpunten uitrekenen.  
(...)  
P: De enige variabele is..  
D: Je kan alleen maar x oplossen.  
P wijst nog op de argumenten.
- 5/7, Helen, E2  
H: Ik snap dit niet, ik moet het algebraïsch, ik weet niet hoe ik dit moet gaan doen.  
P: Nou met dat machientje.  
H: O is dat nou algebraïsch uit je hoofd?  
P: Niet uit je hoofd, wel algebraïsch.  
H: Maar hoe doe je dat precies?  
P: Dat weet Linda wel.
- 5/8, Rianne, E2  
A: Hoe moet je dit doen, dat algeb. Ik kan het wel gewoon kijken (?).  
P: Dat plaatje is wel gelukt?  
Dat is het.
- 5/8, Jeff, Thomas, E2  
*Div: vraagstelling*  
J: Bij 2, wat bedoel je met algebraïsch?  
P: Dat je het niet met de grafiek doet maar met solve, dat je de vergelijking oplost.  
T: O, OK.
- 5/9, Ralph, E1  
R: Moet je dan gewoon kijken, van dit is de lijn van 50, of met trace?  
P: Gewoon kijken.  
R: En die lijnen horizontaal heb ik gedaan door gewoon  $y=10$ , 20, 30,
- 5/9, Marty, E2  
*In-opl+ syn, In-opl+ graf*  
M heeft solve( $y_1(x)=40,x$ ).  
M: En dan geeft ie dit of dit [twee oplossingen] en bij deze [50 in plaats van 40] geeft ie false en dat klopt ook toch bij die 50.
- 5/10, Dirk, E3, E4  
*In-opl+ syn, Pa-rol+, In-cas: num - exact*  
D heeft solve( $y_1(x)=z, x$ ), dus heeft z in plaats van h gebruikt omdat dat eenvoudiger intypt. De machine staat op auto en geeft dus van-

		wege de 0.0075 dus benaderende antwoorden.
	<i>Fo-inzo, Fo-rei+, Al-mis</i>	<p>D: Volgens mij staat hier een heel lang ding en bij die andere staat dan min, dan kan je dat toch weghalen allebei en dan krijg je <math>x = z</math>.</p> <p>P: Dat begrijp ik niet.</p> <p>D: Hier heb je een heel lang ding.</p> <p>P: Maar hier staat nog wel een z-je in, onder de wortel.</p> <p>D: Hier ongeveer hetzelfde ding, maar dan met een minnetje ervoor. Dan kan je dat [hele wortel] toch helemaal wegstrepen. Dan krijg je <math>x=z</math>.</p> <p>P: Nee want er staat nog or tussen, dus het zijn twee oplossingen.</p> <p>D: Maar die ene is min dit en die andere is plus dat, dus dan kun je zeggen (?)</p> <p>P: Maar die 23 die staat er bij allebei volgens mij bij.</p> <p>P legt uit dat de wortel wel tegengesteld is en zegt dat D er nog maar eens goed naar moet kijken.</p>
	<i>5/10, v8-18:40, Ada, E2</i> <i>In-cas: notatie</i> <i>In-opl+ syn</i>	<p>A probeert eerst solve(<math>y1=40,x</math>) maar dat werkt niet. Probeert het nog een keer, zelfde resultaat. Dan solve(hele formule voor <math>d = 40, x</math>) met benaderende oplossingen.</p> <p>P: Je had het nog iets sneller kunnen doen want je hebt die formule nou opnieuw ingetikt.</p> <p>A: Ja ik heb geprobeerd <math>y1=40</math> maar dan doet ie de hele tijd error.</p> <p>Ze had <math>y1=40</math> in plaats van <math>y1(x)=40</math>.</p> <p>P: Dat is het verschil met de 83.</p> <p>A kent de TI-83 vrij goed is mijn indruk.</p> <p>P is weer weg.</p> <p>Dan solve(<math>y1(x)=50,x</math>), wat false geeft.</p> <p>A: Geen snijpunt hier bij... y is 50.</p>
	<i>In-opl+ syn, In-opl+: alg - grafiek</i> <i>5/11, Helen, Linda, E3</i>	<p>H: Met berekenen bij 3a, moet je dat dan ja eh als huppelpup groter is dan dit dan krijg je twee snijpunten of zo, of kleiner is dan dit? Ik snap de precieze bedoeling niet.</p> <p>P legt uit.</p> <p>P: Dan neem ik een lijn die op hoogte h ligt.</p> <p>R: 48.1125.</p> <p>P: OK, maar stel dat je dat nog niet weet.</p> <p>P legt verder uit.</p> <p>H: OK dus je moet, nee dat snap ik nog niet helemaal.</p> <p>Ze snappen de tekst boven de opgave wel, zeggen ze.</p> <p>P: ... en dan kijk je of je een of twee antwoorden krijgt.</p> <p>R: En moet je dan net zo lang doorgaan tot je het goede antwoord hebt?</p> <p>P: Ja, maar dat is niet veel werk/</p> <p>H: Moet je dan een paar waardes voor h geven zal ik maar zeggen?</p> <p>P: Nee, je geeft h nog geen waarde, en dan kijk je hoeveel oplossingen je krijgt en dan probeer je h zo te kiezen dat je maar een oplossing krijgt.</p> <p>(...)</p> <p>H of R: Dan vul je daar deze formule in, en dan <math>= h</math>, dat kan op dat ding, en dan kan je voor h verschillende waardes daarachter invullen.</p> <p>H: Moet je dan de waardes [voor h] opschrijven?</p>
	<i>Pa-plao (in context?)</i>	



- Ze hebben nog geen goed idee van waar ik heen wil.
- H: Als je me vertelt wat voor antwoord ik moet geven, ik kan het allemaal uitrekenen, maar ik weet niet wat voor antwoord...
- Pa-gen+, Fo-rei+* P legt uit: ... maar dan krijg je geen getal als antwoord maar iets waar die letter inzit.
- H: Als het goed is krijg je een functie dan, dat is namelijk ook een functie voor wanneer die wel en niet raakt he?
- 5/12, *Sandra, Inte, E3* Bij a weten de leerlingen niet wat de bedoeling is.
- S: Een beetje een rare vraag, ik snap niet echt wat gevraagd (?)
- P legt uit.
- P: ... krijg je er dan geen getal uit maar iets waar die h instaat.
- I: O ja.
- 5/13, *Rianne, E3* A: Wat wil je hier weten [bij 3a]?  
P legt uit wat de bedoeling is.  
P: ... heb je die raaklijn.  
A: Die raaklijn dat ie dus één punt heeft bedoel je?  
P: Ja.  
A: Maar die heb je toch al, dat is toch hetzelfde als de punt [de top]?  
P legt verder uit.  
P: Die hoogte, omdat ik het voor alle hoogtes tegelijk wil doen geef je die een letter, h, of a of weet ik wat.
- Pa-gen+, Fo-rei+* A: Die noem je hier dus h.  
P: Dan ga je die vergelijking oplossen, maar voor h. En omdat je niet weet hoe groot h is, zul je niet een getal-antwoord krijgen/  
A: Maar een formule.
- 5/14, *Dirk, E4* D is bij 4a.  
D: Van 3b gaat het wel heel snel naar 4a.  
*Pa-gen+* D heeft de oplossing in termen van h.  
P: Nou heb je hier twee x-waardes, twee snijpunten/  
D: Eigenlijk moet je dus het middelpunt van die twee snijpunten nemen, nee dat moet helemaal niet.  
P: Het hoeft niet het midden te zijn nee.  
P wijst op de overeenkomsten in de twee antwoordformules. Lastig met het minteken.  
P: Wat moet er nu gelden wil deze twee snijpunten maar één snijpunt zijn?  
D: Geen idee.  
P suggereert gelijkstellen.
- 5/14, *Helen, Linda, E4*  
*Pa-gen+*  
*In-p&p: notatie, Fo-sym-* Ze hebben de formules bij 4a.  
H: Is dit de abc formule ongeveer?  
H heeft op papier het wortelteken niet ver genoeg.  
P: Hoe ver loopt dat wortelteken eigenlijk?  
H: Ja zij [de machine] tekenen hem niet verder dan h-twee.  
P: Maar jij tekent hem nog niet zover.  
H verbetert het op papier.  
R: Niet helemaal, omdat er haakjes omheen staan?  
Ze bedoelt dat de wortel doorloopt tot en met de 48, omdat wortel+48 als geheel vermenigvuldigd wordt met 23.  
P: Nee want die haakjes die slaan op dat vermenigvuldigen met die 23.  
R: O ja, ja.

*In-cas: equi, Fo-inzo, Fo-rei+*

P probeert nu te laten zien wat hetzelfde is in de twee oplossingen en heeft weer last van de minnen die de machine geeft.

P: Die is hetzelfde.

H: Nee nee, want dat is min en dat is min, en dat is plus en dat is plus.

P: Ja, maar 23 keer 48 is hetzelfde als -23 keer -48.

H: O dus dat is er eigenlijk maar eentje.

P: Nee want die wortel, dat maakt wel uit, hier staat 23 keer die wortel en hier -23 keer die wortel.

R: Kan dat, -23 keer die wortel?

P: Ja, waarom niet?

R: O nee OK, ik zat ergens anders aan/

P: Onder de wortel mag geen min staan.

(...)

P: Dus de vraag is nou voor welke hoogte geldt dat die twee hetzelfde zijn.

H: Dan is alleen voor dit stukje/

R: Dat weet ik, dat is 48 punt eh.

*5/15, v8-28:00, Ada, E3  
In-opl- syn, Pa-rol-, Fo-rei+*

A probeert eerst solve(y1(x),x) wat een foutmelding geeft omdat het geen vergelijking is.

A: Als je de algemene snijpunten wilt berekenen, dan moet je niet invullen toch?

P: Nee, die 40 moet je niet invullen.

A: Met letters werken?

P: Ja.

A: Dan is dit zo gewoon [solve(y1(x), x)]

P: Nee want je gaat hem wel snijden met een horizontale lijn op hoogte h.

A: Dus =y?

P: Ja y, ik zou liever h gebruiken.

A: Dus dit =h, komma h.

P: Nee, komma x.

A: O ja, snijpunt.

P: Want je wil de x-coördinaat.

A: Dan vindt ie iets.

P: Dan vind je de algemene oplossing ja.

A: De algemene oplossing van x?

P: Ja.

*In-opl+ syn, Pa-rol+*

A voert in solve(y1(x)=z, x). Ze pakt dus de z voor de h.

*In-cas num-exact*

Ze krijgt een benadering vanwege de 0.0075 in de definitie van y1 en instelling auto.

P: Jij kreeg benaderende antwoorden en dat komt vanwege/

A: de 0 komma 75.

P: Ja, dus als je exacte antwoorden wilt dan moet je hem op exact zetten. Je kunt hem op exact zetten met/

A: Mode. Ik had hem op normal gezet want die hele tijd die natuurkunde gebruiken we hem anders.

We zetten de machine op exact en vinden exacte oplossingen.

P legt uit dat je wilt weten wanneer die oplossingen samenvallen en laat A alleen.

*5/16, Linda, Helen, E4  
Fo-inz-, Fo-rei+*

R: Ik kom er nog steeds niet achter, ik weet dat die hoogte dit is, maar als je dat nou niet weet, hoe kan je dat zien in deze formule, hoe doe je dat?

P: Dit zijn je twee antwoorden. Die 23 en 48 en h zijn het zelfde, het enige verschil is die wortel, die doe je hier keer 23 en hier keer min 23. Wat moet er dan met die hele wortel zelf zijn?

H: Dan moet dat nul zijn?

P: Ja.

H: O dus dan moet het hier +48 zijn en hier min 48.

P: Nee. Het gaat om dat stukje keer die wortel.

R: Maar dan moet het hier toch min 48 zijn en hier +48 toch?

(...)

P: Die hele wortel moet nul zijn.

H: Dan moet h ook nul zijn.

P: Nee dat niet. Als de hele wortel nul is, wat moet dan voor h gelden?

H: Dan moet h ook eh nul zijn.

P: Waarom?

H: Ja dat is zo'n regel.

P neemt als voorbeeld  $\text{wortel}(3-x^2)=0$

P: Wat weet je dan van x.

R: x moet dan 0 zijn want de wortel van 3 dan krijg je wel een antwoord.

P: Maar als je hier voor x nul invult.

H: Ehm x tot de tweede moet 3 zijn,  $3 - 3 = 0$ , dus

P: Juist. En nu een ingewikkelder getal min  $h^2$ .

H: h moet dit zijn, h tot de tweede moet dit [2314] zijn.

P: En h?

H: Ja dan moet je dit worteltrekken en dan krijg je h.

P: Ga dat maar eens proberen.

5/17, v8-43:00, Ada, E4

A: Mag ik hier bij 4 dan maximum [calc max] gebruiken?

P: Liever niet.

Uitleg Paul.

Fo-inzo, Fo-rei+

A: Die twee bij elkaar of niet?

A heeft de oplossing overgeschreven.

A: Het verschil is dat deze min is en deze plus.

Maar ze heeft in de noemer een x geschreven en in een van de formules niet -250 maar +250.

P legt uit dat de twee oplossingen tot hetzelfde antwoord moeten leiden.

P: Die noemers zijn hetzelfde, 9z en 9z.

A: Dus die vallen uit.

P legt uit dat het verschil tussen de twee oplossingen alleen +/- de wortel is. En laat haar alleen.

5/18, Helen, E4, E5  
Pa-abs+, Fo-inzo

H: Waar moest je nou ook al weer die 0.70 van die risicofactor invullen? Moest je nou dat hele ding 0.70 doen of was het nou a alleen?

P: Die lengte van die autos verandert niet, het gaat alleen om de remweg.

H: OK, dus die a moest je keer 0.70 doen.

In-cas: num-exact

Ze hebben 4 met de h uit de wortel inmiddels wel goed, als benadering tenminste.

H: Exact dan krijg je het onafgeronde getal?

P: Ja.

H: Nou ik vind dit [afgeronde getal] schitterend.

5/19, v8-48:00, Ada, E4

A heeft op papier vanalles weggestreept, misschien wel te veel?

A: Wat moet ik nou zeggen als ik er naar kijk, dat er een z is, dat de z gewoon hetzelfde is, wat moet ik nu zien?  
P legt uit dat de wortel moet wegvallen. Dat snapt ze.  
A: Als de 250 en de 9z eruit valt, dan blijft toch dit over? Want ik heb zo het gevoel dat ik 40 en -40 niet eruit kan halen.  
Peter: Maar moet je eens kijken wat je hebt gedaan, dat klopt, welke som is dit?  
A: 4.  
P: Heb je die hoogte bepaald?  
A: Hij [Paul] zei dat ik hem zo op moest lossen. Ik zou gelijk minimum maximum gebruiken. Nou zegt ie dat ik hem zo op moet lossen.  
Peter legt uit dat je twee snijpunten hebt.  
P: Wanneer heb je één snijpunt, in welk geval?  
P en A kijken naar de formules. Wat wordt allemaal met 40 vermenigvuldigd? Een snijpunt als de wortel nul is.  
A: O ja, dus  $27 \cdot z^2 = 62500$ .  
P: Ja dus  $z^2$  is/  
A: Dat weet ik wel.  
P: Je kunt het ook met de rekenmachine doen.  
Maar A doet het in eerste instantie niet met de machine, die gebruikt ze alleen om  $40 \cdot 250$  uit te rekenen.  
*In-ipl+ syn* Later op papier heeft ze verschillende methodes naast elkaar gezet: met de hand, met solve(formule=0), met solve(y1(x) = 48.11), en met calc max in de grafiek.  
*v8-1:05:00, Ada, E4* Dan berekent ze met de machine  $62500/-57$  [dat moet zijn gedeeld door 27] en probeert ze van het negatieve antwoord de wortel te nemen via wortel(ans(1)). Dat geeft error: non-real result.  
Dan beter:  $62500/27$  en daarvan de wortel. Dat geeft een breuk die ze niet numeriek benadert, wat jammer is want dan zou de het antwoord herkennen. Nog een keer waarbij ze  $62500/27$  eerst benadert en dan de wortel neemt. Dat geeft het herkenbare antwoord 48.1.  
*In-ipl+ syn* Dan nog solve(wortel( $62500-27z^2$ )=0,z), zowel exact als benaderd. Dan voert A in solve(y1(x)=48.11,x) en vindt twee dicht bij elkaar liggende x-waarden.  
A controleert de bevindingen met calc max.  
*v8-55:00, Martin, ?*  
*In-oplo syn* M vraagt aan Peter waar die komma x moet bij solve, binnen of buiten het sluit-haakje.  
*5/19, Dirk, E5* D vraagt of je echt het hele verhaal opnieuw moet doen voor die 0.7. P raadt aan om dan maar eerst opgave 6 te doen.  
Bij 4 heeft hij de goede.  
*In-ipl+ syn, In-ipl+ inz: mooi schema!* D: Ik heb aan elkaar gelijk gesteld, naar a opgelost, krijg je dit eruit, die is niet zinnig, want dan krijg je een negatief antwoord, dus krijg je dit.  
Hij heeft solve( $v1=v2,h$ ), waarbij v1 en v2 de twee oplossingen zijn, en krijgt  $h = 250 \cdot \text{wortel}(3)/9$  of het tegengestelde. Hij benadert h.  
Dan solve( $250 \cdot \text{wortel}(3)/9 = \text{formule}$  voor d in termen van v,v) en dat geeft een benadering van de optimale v.  
*5/20, Rob, Jack, E3, E4, E5*  
*Pa-abs+* R: Als je bij die risicofactor 1% neemt, dan gaat ie zo, maar dat klopt eigenlijk niet, want er is altijd wel iemand die geeft iets minder gas en dan zit je er gelijk achterop.  
Bij 4 hebben ze calc max gedaan en een tabel. Wat ik wil wordt niet gevraagd. Er staat nergens dat je moet berekenen of algebraïsch of zo.

<i>In-opl+ syn, Pa-pla-</i>	Bij 3 hebben ze alleen de opdracht solve( $y_1(x)=h, x$ ), maar niet het resultaat. R: Maar je weet de hoogte niet, dus je kunt ook geen antwoord krijgen, in ieder geval geen definitief antwoord.
<i>Pa-rol-, Pa-abs+</i>	J: Ik krijg dit [een ingewikkelde formule, omdat hij lengte=4 niet heeft ingevuld, en oplost naar y in plaats van naar x] R: Maar y is hier toch de hoogte? P: Ja. R: Dan zou ik hem naar y oplossen. J: Je moet toch de hoogte van h weten? R: Anders geeft ie een waarde voor de snelheid. (...) J: Je krijgt joekels van antwoorden. P: Ik zoek naar de situatie dat er maar een oplossing is/ J: De helft daarvan. P: Nee want het is niet symmetrisch. Die twee oplossingen moeten aan elkaar gelijk zijn.
<i>Fo-rei+</i>	P: Nee want het is niet symmetrisch. Die twee oplossingen moeten aan elkaar gelijk zijn.
<i>In-opl+ inz</i>	R: Dus die moet je dan weer gelijkstellen bedoel je.
<i>5/21, Rianne, Mandy, E4 In-opl+ syn, In-opl+ inz</i>	Ze zijn bij 4b en zien het verschil niet met vraag 4a. Ze hebben de hoogte en doen dan solve( $y_1(x)=48, x$ ) om de snelheid te berekenen. A heeft de machine in wetenschappelijke notatie staan.
<i>5/21, Martin, E2 In-opl- syn</i>	M heeft solve( ,x)) maar heeft teveel haakjes staan dus krijgt geen antwoord.
<i>5/22, Dirk, E6</i>	D: Welk verband, ik zie hier dat de snelheid lager wordt bij het optimale ding, maar hoe zeg je dat in mooi woorden wiskundig? P: Volgens mij wordt de snelheid groter. D: Nou kijk dit is de originele, dus de hoogste punt van de snelheid zit ongeveer hier.
<i>Fo-sym-, Fo-inz-</i>	D blijkt de risicofactor verkeerd te hebben staan in de formule, bij de l in plaats van de a. D: O je moet dit over het hele stuk doen [l+a]. P: Nee, want die 4 blijft gewoon 4.
<i>5/23, Marty, Misha, E4 Pa-gen-</i>	Bij 4 hebben ze niet de algemene oplossing van 3 gebruikt, maar het maximum uit de grafiek.
<i>In-opl+ inz, Fo-rei+</i>	P: Hier hebben jullie die algemene oplossing. Ma: Die moest je tegen elkaar afzetten denk ik, dat is wel veel gedoe. P: ... je kunt het ook zo doen/ Ma: Die tegen elkaar afzetten. P: Wat bedoel je? Ma: solven. P legt uit.
<i>In-oplo graf</i>	P: ... Dat los je op naar h en dan vind je hem. Me: Dan laat je hem naar h oplossen bedoel je? En dan geeft ie één waarde voor h waarbij... Maar wat zijn deze [de formule voor de algemene oplossing] dan, de snijpunten, de raakpunten? P: Dit zijn de/ Ma: Wat je ook met de abc-formule krijgt. P: Dit zijn de twee x-coördinaten van die twee snijpunten, als dit h is vind je deze twee, als dit h is vind je die twee [aan-

- wijzen in plaatje],  
Ma: En als dit h is vind je niks.  
P: En als je dit omhoog schuift, dan vallen ze samen.  
Me: Ja maar niet symmetrisch.  
P: Dus je kunt niet het gemiddelde nemen, maar wel gelijkstellen en oplossen naar h.  
Me: Oplossen naar h en dan krijg je een h-waarde.  
P begint over de tweede manier.  
*Fo-inz+* Ma: Ja dat je alleen maar, die plus en die min, het verschil. Weer wat gedoe over de plussen en de minnen.  
P: Wanneer is die wortel 0?  
Ma: Als het andere ook nul is.  
P: Dit min  $27h^2$  moet nul zijn.  
*Al-mis* Me: Jaja dus hier de wortel van, gedeeld door 27 [eigenlijk andersom] en dat ...  
(...)  
*Fo-inzo, Fo-rei+* Me ziet dat als de wortel nul is er nog een h in de noemer overblijft en denkt dat je dan dus toch nog geen oplossing hebt.  
Me: ... gedeeld door 9h krijg je dan, dat houd je dan gewoon over, dus met die nul heb je dan nog steeds niet de algemene oplossing?  
P: Jawel want als je weet dat die wortel nul is dan kun je daaruit al de h berekenen.  
Ma: Moet je  $h^2$  berekenen he? Dat is wel lastig. Met de machine is het wel te doen natuurlijk maar uit je hoofd zou je dat niet echt lukken. Maar uit je hoofd kun je ook geen grafiek tekenen.  
Me: Maar ik snap niet als je de wortel op nul herleidt dan hou je nog 10000 gedeeld door 9h over.  
P: Jawel, maar doordat die wortel nul is weet je de h al en die kun je dan daaronder invullen.  
Me: Dan heb je één x dus.  
P: Ja.  
Me: O ja want dan heb je hier 10000 gedeeld door 9h en hier  $10000 / 9h$ .  
*Pa-gen+, Pa-abs+* Ma vraagt zich af of het uitmaakt of je met 1 of met 4 werkt. Uitbreiding van het model.  
Ma: Allemaal dikke Forden.  
Me: Allemaal Feijenoord bussen  
5/24, Martin, E3 M: Hoe kan je 3a doen?  
Hij heeft al wel voor 40 en 50 opgelost.  
*In-oplo inz, Pa-gen+* P: De vraag is of je het algemeen kunt oplossen, zonder dat je die 40 of 50 weet.  
M: Dus dan dit helemaal en dan hier een a?  
5/25, Helen, Linda, E5  
*Fo-inzo, Pa-ver* H: Hebben we het goed dat als de risicofactor twee keer zo klein wordt, dan wordt de doorstroming twee keer zo groot, klopt dat?  
Leuk geprobeerd, maar ze hebben de r bij  $(1+a)$  staan in plaats van alleen bij de a.  
5/26, Ralph, Fred, E3, E4 R: Kun je dat doen door wat met die grafiek te klooiën, trace, of is het de bedoeling dat je het berekent?  
P: Dat je het berekent.  
F: Ik heb met max gedaan.  
P: Dat is een mindere methode.  
F: Waarom, het is sneller.  
P vertelt iets over het gebruik in situaties dat je de waarden van de

parameters niet hebt.

*Pa-rol+, Fo-inz-*

Bij 3 hebben ze één oplossing opgeschreven. Ze gebruiken t in plaats van h.

P: Er was er nog eentje toch?

R: Ja, plus min, toch.

P: Je hebt het niet helemaal goed overgeschreven.

R: Nee dat kan, ik ging er vanuit dat het hetzelfde was.

Moeilijk om in de formule te kijken met formule en haakjes.

P legt de bedoeling bij 4 uit.

P: ... dus die moeten gelijk zijn.

R:  $t = 0$

P: Nee, want als  $t=0$  krijg je iets gedeeld door 0, en dat kun je niet uitrekenen.

F:  $t=1$ .

P: Dan deel je allebei door 1, maar in de teller staat iets verschillends.

R: Dat snap ik maar hoe moet je dat oplossen?

P: Daar heb je een apparaatje voor.

F: Maar hoe moet ik het dan stellen?

Daar moeten ze maar even over denken.

*5/27, Dirk, Kevin, E6  
Pa-ver, Pa-abs+, Fo-rei+,  
Fo-inz+*

D heeft nu een goede formule bij 5. In het schrift: Als de risicofactor kleiner wordt, wordt de doorstroming groter, bij een hogere snelheid. Ze vragen zich af wat het verschil is tussen vraag b en c.

*5/28, Rianne, Mandy, E5  
Pa-gen, Fo-rei+, Fo-inz+, In-  
opl+ inz, In-opl+ syn*

A heeft de 70% op de juiste plaats ingevuld, dan  $\text{solve}(y1(x)=h, x)$  en dan de twee antwoorden gelijk stellen.

Ze leest alleen het antwoord verkeerd af in de wetenschappelijke notatie: er staat E3 en ze leest E2, niet 330 maar 3306 is  $h^2$ .

*v8-01:20:00, Ada, E5*

A leest de vraag hardop en typt in:

$0.0075*4*x^2$  (berekent exact en benaderend)

en dan  $0.0075*0.70*x^2$  (exact+benaderen, is  $0.00525*x^2$ )

Dan verandert ze bij y1 de substitutie van a in  $|a = 0.00525*x^2$ .

Ze tekent dan tot mijn verbazing niet de grafiek maar voert in  $\text{solve}(y1(t)=t,x)$

A bekijkt de oplossingsformules, waarin onder de wortel staat  $-10*(189*t^2-625000)$ .

Dan  $\text{solve}(\text{wortel}( \text{maar het is tijd}.$

Op het papier dat ze inlevert heeft ze  $\text{solve}(189*t^2-625000=0,t)$  en dat geeft het goede antwoord.

*5/29, Thomas, E3, E4  
Fo-inz+, Al-mis: \* en -*

T wil het stuk onder de wortel gelijk aan nul stellen in de algemene oplossing, maar heeft  $\text{getal}*h^2$  overgeschreven in plaats van  $\text{getal} - h^2$ .

*5/30, Dirk, E6*

D ziet de bedoeling van 6b niet, formulering niet helemaal goed.

*5/31, Thomas, E5  
Fo-sym-, Fo-inz+*

T heeft de formule voor de 70%, maar die staat om de  $(1+a)$ .

T: O nee, hij had er binnen ontmoeten.

*5/32, Ralph, E4  
In-opl+ inz, In-opl+ syn, Pa-  
abs+, Fo-rei+*

R: Ik heb ze allebei tegenover elkaar gezet, ik heb een min tussen de twee formules gezet,  $= 0$ , komma t en je krijgt een antwoord. Ik schrok wel omdat je twee antwoorden

krijgt, je krijgt een plus en een min, maar dat maakt niet uit.  
P: Die negatieve die spelen bij die files geen rol.  
R: Nee precies, dat wist ik niet. Maar het klopt dus wel.

5/32, Dirk, E6  
Pa-gen, Fo-rei+

D heeft de algemene oplossing voor h gevonden in het geval van de algemene risicofactor.

5/33, Inte, Sandra, ??  
Div

P: Je bent blij dat het weer voorbij is Inte?  
I: Ja ik vind er niet zo veel aan.  
P: Waarom dan, denk je dat het niet zo veel zin heeft?  
I: Ja ook een beetje maar ik vind het gewoon niet echt interessant.  
P: Vind je het boek leuker dan, interessanter?  
I: Ja.  
P: Waar ligt dat aan dan?  
S: Het is ook veel hoor, in een keer.  
I: En omdat we het vorig jaar ook al hebben gehad.  
S: Met dit [het boek] kun je gewoon meewerken, dan kan je gewoon een beetje rustig aan (?) maar bij dit moet je toch gewoon best wel veel doen.

5/34, Thomas, E5?  
In-opl+ syn

T heeft in de grafiek vermoedelijk met calc max een top van 68.73 gevonden, en voert dan in solve(y1(x)=68.73,x) Dat geeft false door de afronding. De machine staat op auto, dus gaat benaderen. T snapt die false niet. P legt uit dat die 68.73 kennelijk net iets te veel is.