

Gesitueerd modelleren in het bedrijfsleven: Een voorbeeld van technisch-wiskundige geletterdheid

Arthur Bakker, Celia Hoyles, Phillip Kent en Richard Noss
London Knowledge Lab, Institute of Education
University of London

Samenvatting

Om inzicht te krijgen in de wiskundige kennis die werknemers nodig hebben, doen wij in bedrijven onderzoek naar 'technisch-wiskundige geletterdheid': functionele wiskundige kennis die ondersteund wordt door het gereedschap op de werkvloer en die geworteld is in de context van specifieke werksituaties. Aan de hand van een gevalstudie in een grote bakkerij analyseren wij het gebruik van wiskundige representaties (bijv. tabellen, diagrammen, grafieken) in handelingspraktijken. Als typerend voorbeeld van technisch-wiskundige geletterdheid bespreken we 'gesitueerd modelleren': het zichtbaar maken van relaties tussen variabelen van een productieproces met behulp van wiskundige representaties en het nemen van beslissingen op basis van de verkregen informatie.

1. De noodzaak van technisch-wiskundige geletterdheid op het werk

Niet voor school maar voor het leven leren wij. Deze uitspraak is zo oud als de weg naar Rome (*non scholae sed vitae discimus*), maar nog steeds actueel. Door veranderingen in de maatschappij dringt zich bij iedere onderwijsvernieuwing de vraag op wat leerlingen moeten leren om goed voorbereid te zijn op hun toekomst. Vooral intensiever ICT-gebruik heeft ertoe geleid dat steeds meer werknemers wiskunde en statistiek gebruiken die ingebed is in computersoftware of geautomatiseerde machines en dat minder mensen met pen, papier of rekenmachine berekeningen uitvoeren. Waar een operator vroeger een aanpassing in een productiemachine met een steeksleutel maakte, moet hij tegenwoordig een controlepaneel bedienen om een vergelijkbare aanpassing te verrichten. En in plaats van zelf financiële berekeningen uit te voeren, gebruiken werknemers in banken nu het computersysteem waarin de meeste berekeningen voor hen worden uitgevoerd. Hierdoor worden de berekeningen snel en foutloos uitgevoerd, maar werknemers hebben vaak moeite om de wiskundig-financiële aspecten van de producten aan hun klanten uit te leggen (Kent, Noss, Guile, Hoyles, & Bakker, in druk).

Ons onderzoeksproject naar technisch-wiskundige geletterdheid (*techno-mathematical literacies*¹) van werknemers in financiële en industriële bedrijven heeft twee hoofdvragen:

1. Welke technisch-wiskundige geletterdheid hebben werknemers nodig in hun werk?
2. Hoe kunnen we die technisch-wiskundige geletterdheid verbeteren?

Een groot deel van de werknemers uit ons onderzoek heeft na zijn zestiende geen wiskunde meer gehad.

Dit artikel geeft een deel-antwoord op de eerste vraag aan de hand van een gevalstudie in een van de grootste bakkerijen in Europa. Zoals de meeste bedrijven heeft deze bakkerij een zogenaamd zakelijk verbeterprogramma (*process improvement programme*) ingevoerd. Het doel van het gebruikte verbeterprogramma was om te komen tot een hogere efficiëntie (minder verspilling en hogere productie) en dus meer winst. Dit hield onder andere in:

1. Problemen in het productieproces aanpakken.
2. Een cultuur creëren waarin werknemers productieverbetering nastreven en tegelijkertijd technieken daarvoor leren.

Een onderdeel van dit programma in de bakkerij is het bijeenbrengen van verbeterteams die ongeveer vijf weken voltijds besteden aan een trainingsprogramma. Elk team bestaat uit enkele managers, ingenieurs en operators, en richt zich op één productielijn. Het doel van het team dat wij volgden was het reduceren van verspilling van materialen bij de productie van een bepaald type koekjes. De trainers, werknemers van het bedrijf, doorliepen met het team een serie technieken die daarbij konden helpen.

Dergelijke verbeterprogramma's zijn vooral geïnspireerd op *Six Sigma* (e.g., Does, Van den Heuvel, & De Mast, 2001; Pyzdek, 2001), waarmee bedrijven als Motorola en General Electrics in de jaren tachtig en negentig zo veel succes hebben gehad. In toenemende mate kregen werknemers op vrijwel alle niveaus te maken met wiskundige en vooral statistische abstracties zoals tabellen en grafieken, maar ook productiematen die in één getal een bepaald aspect van een productieproces samenvatten (bijv. *Overall Equipment Effectiveness, Process Capability Indices*). De vraag die rijst is welke kennis en vaardigheden ze nodig hebben om die abstracties zinvol te genereren en te interpreteren.

Het antwoord op die vraag is niet simpelweg een lijst van vaardigheden of competenties (clusters van kennis, vaardigheden en attitudes). Zoals bijvoorbeeld Roth en Bowen (2003) hebben aangetoond, is het lezen van grafieken niet een generieke competentie. Zelfs wetenschappers maken interpretatiefouten als ze grafieken moeten interpreteren die gebruikelijk zijn binnen hun eigen vakgebied, maar waarvan ze de context niet goed kennen of niet weten hoe de data precies gegenereerd zijn. We kunnen dus niet verwachten dat voldoende ervaring met grafieken lezen een generieke competentie of algemene kennis oplevert die later 'toegepast' kan worden. Veel sociaal-culturele literatuur heeft in algemenere zin aangetoond dat kennis gezien moet worden binnen de context waarin die ontwikkeld en toegepast wordt (e.g., Lave, 1988; Wenger, 1998), en in relatie tot de instrumenten (*tools*) die gebruikt worden (e.g., Engeström, 2001).

Het is daarom begrijpelijk dat onderzoek naar wiskundige handelingspraktijken (*activity systems*) in werksituaties heeft laten zien dat de aard van de wiskundige kennis die werknemers gebruiken, radicaal verschilt van de kennis die op school wordt aangeleerd. Op basis van eerder werk van Hoyles, Noss en hun collega's (Hoyles, Wolf, Molyneux-Hodgson, & Kent, 2002; Noss, Hoyles, & Pozzi, 2002), hebben we de term 'technisch-wiskundige geletterdheid' geïntroduceerd om de aard van de wiskundige kennis aan te duiden zoals die in moderne, technologierijke werksituaties nodig is. We proberen daarmee de connotaties van verschillende andere termen te vermijden. De term 'wiskunde' roept bij de meeste mensen vooral associaties op met het schoolvak. 'Gecij-

ferdheid' (*numeracy*) wordt in Engeland meestal gebruikt voor basale vaardigheden zoals optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Bruikbaar voor ons doel is de term 'wiskundige geletterdheid' zoals die door PISA (*Programme for International Student Assessment*) gehanteerd wordt:

Mathematical literacy is an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded judgements and to use and engage with mathematics in ways that meet the needs of that individual's life as a constructive, concerned and reflective citizen. (OECD, 2003, p. 24)

Wij willen de term 'wiskundige geletterdheid' echter niet beperken tot individuen want op de werkvloer werken mensen vooral samen. Met het voorvoegsel 'technisch-' willen we expliciet de aandacht richten op de invloed die instrumenten (*tools*) zoals machines, computers en software hebben op de kennis die nodig is om ze zinvol te gebruiken. Zo is de kennis die vereist is om een statistiekprogramma te gebruiken anders dan de kennis die vereist is om een *t*-toets met de hand uit te voeren: het statistiekprogramma bemiddelt (*mediates*) bij het berekenen van de *t*-toets.

In dit artikel volgen we, binnen de genoemde bakkerij, een trainingsprogramma waarin technieken aan bod komen om productieproblemen op te lossen. Dit bedrijf is technologisch niet erg geavanceerd vergeleken met de negen andere bedrijven die wij onderzocht hebben in de verpakings-, auto-, farmaceutische en financiële industrie. Bovendien is de bakkerij nog niet erg ver met de implementatie van verbeterprogramma's die zo veel bedrijven gebruiken om internationaal te kunnen concurreren. De hier beschreven gevalstudie is dus niet meer dan een puzzelstukje in het totale plaatje, maar we gebruiken observaties uit dit bedrijf om een algemener fenomeen te illustreren: gesitueerd modelleren als een voorbeeld van technisch-wiskundige geletterdheid. Met gesitueerd modelleren bedoelen we het zichtbaar maken van relaties tussen variabelen van een (productie)proces met behulp van wiskundige representaties en het nemen van beslissingen op basis van de verkregen informatie. Ons doel is om met een beschrijving van gesitueerd modelleren in een authentieke handelingspraktijk een bijdrage te leveren aan de discussie over de aard van wiskundige en technische kennis die werknemers tot nut kan zijn. Hoe die kennis vervolgens te verbeteren is het onderwerp van toekomstige publicaties.

2. Handelingstheorie en semiotiek

Zoals we hiervoor betoogden, dienen we wiskundige kennis die op de werkvloer gebruikt wordt in context te zien en in relatie tot de instrumenten (*tools*) die gebruikt worden. Handelingstheorie (*activity theory*) biedt een theoretisch kader om op een holistische wijze kennis in handelingspraktijken te onderzoeken. Volgens deze zienswijze zijn bedrijven complexe constellaties van interacterende handelingspraktijken die elk gekarakteriseerd kunnen worden door hun eigen doel, die bemiddeld worden door instrumenten en die beïnvloed worden door hun gemeenschap (*community*), eigen regels en arbeidsverdeling (Engeström, 2001). Verschillende gemeenschappen zoals operators, managers en ingenieurs kunnen allemaal verschillende doelen, instrumenten en regels hebben.

Handelingstheorie kent drie generaties. De eerste begon met Vygotsky, die onder andere dagelijkse en wetenschappelijke begrippen onderscheidde en vooral in de 'verticale' ontwikkeling van dagelijkse naar wetenschappelijke begrippen geïnteresseerd was. In de tweede generatie introduceerde Leont'ev het onderscheid handeling (*activity*) op groepsniveau, actie (*action*) op individueel niveau en operatie (*operation*), geautomatiseerde acties, en richtte zo de aandacht op de interactie tussen groeps- en individuele niveaus. In de derde generatie, die vooral aan werkplaatsonderzoek te danken is, beschreef Engeström (2001) andere vormen van ontwikkeling, bijvoorbeeld 'horizontale' ontwikkelingen. Een voorbeeld is het ontwikkelen van een schema voor hoe patiënten behandeld worden nadat twee ziekenhuisafdelingen gefuseerd zijn. Het leerproces dat hier een rol speelt is niet 'verticaal': er is geen sprake van een toenemende mate van abstractie of wetenschappelijkheid.

Een van de verdiensten van dergelijke recente generaties handelingstheorie en, algemener, sociaal-culturele theorieën is dat ze vormen van ontwikkeling beschrijven die voorheen weinig tot geen aandacht kregen: bijvoorbeeld leren door deel te nemen in een gemeenschap (e.g., Lave, 1988; Wenger, 1998). Daardoor lijkt de aandacht voor formele kennis zoals wiskunde en natuurwetenschappen sterk verminderd te zijn. Guile en Young (2003, p.79) betogen zelfs dat 'the role of scientific concepts seems to have got lost in recent developments in activity theory with their stress on activities, context and horizontal development'. Omdat ons onderzoek over wiskundige geleerdheid gaat en omdat generaliseren en abstraheren essentiële wiskundige vaardigheden zijn, willen wij een poging doen de balans enigszins te herstellen en aandacht te besteden aan wiskundige kennis binnen werkplaatsonderzoek.

Een tweede voorbeeld van een disbalans in de evolutie van handelings-theorie is het onderwerp semiotische bemiddeling (semiotiek is de leer van tekens – *signs*, *symbols* – en hun betekenis). Volgens Bakhurst (1996) is dat onderwerp 'marginalized in the Soviet tradition since the Stalin era' (p. 215). Veel werkplaatsonderzoek gaat uit van de instrumenten die bemiddelen tussen mensen en hun doelen, zoals een hamer bemiddelt in het maken van een meubel. Maar in onze ogen zijn wiskundige tekens zoals tabellen en grafieken niet alleen gereedschap waarmee mensen hun werk doen. Ze *representeren* informatie en ze zijn essentieel in *kennisontwikkeling* (cf., Hoffmann & Roth, in druk). Omdat wiskunde niet direct zichtbaar is maar via tekens bemiddeld wordt, vinden wij het nuttig om speciale aandacht aan *semiotische* bemiddeling te besteden.

In het bijzonder aspecten van Peirces semiotiek, met een oorsprong in wiskunde, logica, natuurwetenschappen en kennisleer, vinden wij bruikbaar. Een voordeel van Peirces semiotiek is dat die expliciet handelingen noemt als reacties op tekens (Peirce, 1976). In zijn terminologie is een *teken* iets wat staat voor iets anders (een *object*) in de beleving van een persoon. Zijn of haar reactie is de *interpretant*, ook wel de betekenis van het teken. Peirce onderscheidt verschillende typen interpretanten, zoals logische (wetenschappelijke), dynamische (acties) en emotionele interpretanten. Mensen interpreteren tekens met behulp van hun 'collaterale' kennis, dat wil zeggen netwerken van verschillende kennisvormen zoals *tacit*, impliciete, episodische, formele kennisvormen (Hoffmann & Roth, 2005). Ons eigen onderzoek richt zich op de wiskundige, natuurwetenschappelijke, technische en contextuele kennisvormen.

men die nodig zijn om wiskundige tekens effectief te interpreteren en bijvoorbeeld concrete productieproblemen op te kunnen lossen.

Een van de aantrekkelijke kenmerken van Peirces semiotiek is dat die een rijke differentiatie aanbrengt in typen tekens. Voor ons is het *diagram* het belangrijkste omdat dat gebruikt wordt om relaties te representeren. Een diagram is bijna altijd een complex teken en functioneert vaak als een model van een situatie (zie ook Bakker, in druk; Bakker & Hoffmann, 2005). Grafieken functioneren over het algemeen als diagrammen.

De punten van deze semiotische aanpak die relevant zijn voor het vervolg zijn de volgende:

1. Tekens (*signs*) zijn zichtbaar, maar wat ze representeren meestal niet (zoals de oorzaak van een probleem).
2. De reacties (*interpretants*) van mensen op tekens hangen af van hun voorkennis (zowel wiskundig als contextueel) en hun ervaring met het interpreteren van zulke tekens.

We maken daarom in onze analyse onderscheid tussen:

- Teken: wat waarneembaar is als representatie (bijvoorbeeld een tabel met aantallen verspilde koekjes);
- Object: wat het teken representeert in iemands ogen (bijvoorbeeld aantal verspilde koekjes);
- Interpretant: de reactie op een teken (bijvoorbeeld koekjes opruimen of productie stopzetten). Wij zijn vooral geïnteresseerd in acties als reactie op een teken; dat kan de productie van een nieuw teken zijn (bijvoorbeeld tabel, diagram);
- De technisch-wiskundige geletterdheid die nodig is om geschikte tekens te maken en interpreteren, en er adequaat op te reageren in de context van de werksituatie.

Een extra reden om ons op semiotische bemiddeling te richten is methodologisch: technisch-wiskundige geletterdheid is pas zichtbaar voor ons als onderzoekers wanneer werknemers wiskundige tekens gebruiken. Als een werknemer op grond van een diagram van mogelijke oorzaken van verspilde koekjes besluit om een onderdeel van de machine anders af te stellen, wordt voor ons zijn of haar technisch-wiskundige geletterdheid onderzoekbaar.

Methodologische opmerkingen

In de eerste fase van het onderzoek hebben we etnografisch onderzoek uitgevoerd in tien bedrijven in financiële en industriële sectoren om verschillende vormen van technisch-wiskundige geletterdheid te identificeren. De interviews en observaties op de werkvloer waren er vooral op gericht om het werkproces te begrijpen en daardoor te kunnen analyseren op welke punten technisch-wiskundige geletterdheid vereist is. In de bakkerij hebben wij acht dagen besteed aan interviews en observaties, en een dag aan een feedbackbijeenkomst en een aanvullende rondleiding in de fabriek. In etnografische termen waren we op grond van onze voorkennis (Hoyles et al., 2002) expliciet op zoek naar voorbeelden van of gebrek aan technisch-wiskundige geletterdheid (meer looking for dan looking at). Vaak lieten wij ons over het productieproces voorlichten aan de hand van stroomdiagrammen (flow charts), grafieken of

andere wiskundig getinte representaties van het werkproces. De interviews zijn grotendeels geprotocolleerd en observaties zijn genoteerd in uitgebreide rapporten. Voorbeelden van technisch-wiskundige geletterdheid (of het gebrek eraan) werden gekarakteriseerd in relatie tot modellen, gereedschap en tekens die op de werkvloer werden gebruikt, het doel waartoe die gebruikt werden, evenals de arbeidsverdeling. Dit leidde tot holistisch beschreven gevalsstudies van technisch-wiskundige geletterdheid in handelingspraktijken.

Bij de analyse van technisch-wiskundige geletterdheidervaarden wij een spanningsveld tussen holistische en atomistische benaderingen. Behalve genoemde meer holistische gevalsstudies hebben wij ook op een analytische manier categorieën van technisch-wiskundige geletterdheid in een cyclisch proces geformuleerd en getest. Daarbij ondervonden we steeds dat de holistische kijk op de karakterisering van technisch-wiskundige geletterdheid binnen handelingspraktijken verloren dreigde te gaan en geen recht werd gedaan aan de situatiespecifieke aard van gebruikte kennis. Om te voorkomen dat onze lijsten van vaardigheden van bijvoorbeeld 'gesitueerd modelleren' als generieke competenties worden opgevat, voegen we vaak de aanduiding 'in de context van de specifieke werksituatie en bemiddeld door aanwezige technologie' toe (bijvoorbeeld in Figuur 4).

Bij het karakteriseren van technisch-wiskundige geletterdheid in handelingspraktijken hebben wij triangulatie toegepast (Hammersley & Atkinson, 1995) tussen de verschillende bronnen, maar ook binnen het team. Waar mogelijk vroegen we de visies van operators, managers en ingenieurs op dezelfde wiskundige representaties en problemen binnen het bedrijf. We organiseerden ook feedbackbijeenkomsten in elk bedrijf na de etnografische onderzoeksfase en validatiebijeenkomsten met specialisten binnen één industriële sector om onze bevindingen te toetsen en te nuanceren. De voorbeelden evenals de karakterisering van technisch-wiskundige geletterdheid in het vervolg van het artikel zijn tijdens een validatiebijeenkomst met tien managers uit verschillende productiebedrijven (twee uit de bakkerij) en vier onderzoekers (zonder onszelf) besproken en, na toevoeging van 'implicaties van mogelijke beslissingen overzien' (bijv. risk assessment), overtuigend bevonden.

Data om problemen op te lossen in koekproductie

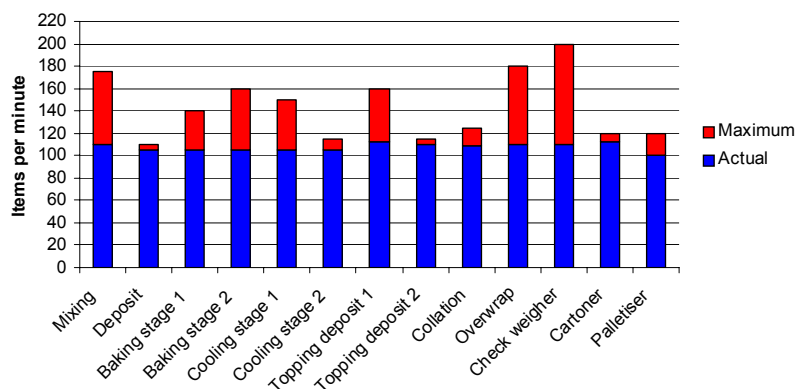
In deze paragraaf presenteren we voorbeelden van technisch-wiskundige geletterdheid of het gebrek eraan. Na een beschrijving van de situatie analyseren we het voorbeeld vanuit een semiotisch perspectief om de gebruikte technisch-wiskundige geletterdheid te karakteriseren. Wij hebben een verbetersteam van managers, operators, ingenieurs en trainers gevolgd toen zij een afvalprobleem oplossen. Een belangrijk onderdeel van hun werkwijze was om de relevante variabelen en verbanden in het productieproces zichtbaar en expliciet te maken om zo een oplossing voor een probleem op de werkvloer te kunnen formuleren; wij noemen dit gesitueerd modelleren. Zoals de voorbeelden in het vervolg van dit artikel laten zien, is dit een cyclisch proces waarin wiskundige tekens zoals tabellen en diagrammen helpen bij de besluitvorming. Wij zijn vooral geïnteresseerd in de interpretanten van tekens (de reacties van teamleden op de wiskundige representaties) omdat die essentieel zijn bij het identificeren van technisch-wiskundige geletterdheid.

Capacity profile chart

Na enkele dagen training in basale verbeter technieken verzamelde het verbeter team de gegevens die nodig waren om een zogenaamde capacity profile chart (Figuur 1) te kunnen maken. Het doel van dit type grafieken is om knelpunten in het productieproces te identificeren, zodat die weggenomen kunnen worden. Een bijkomend doel was om werknemers een beter overzicht van het gehele productieproces te geven, omdat veel operators vaak alleen maar op hun eigen kleine stukje letten. Volgens een ingenieur in het verbeter team:

They [operators] run a packaging machine far faster than the production so that misalignments are very likely – so the machine will miss cartons and pile-up, and if you say ‘why don’t you turn it down a bit’, they’ve already accumulated stackwork because of the pile-ups, so they say ‘we can’t turn it down we’ve got to deal with this stackwork’. They get into a cycle of running the machine faster than needed, which creates a problem, which creates stackwork to deal with.

Zoals gezegd vervulden representaties (bijv. grafieken) ook een belangrijke methodologische functie. Aan de hand van een representatie als Figuur 1 konden wij allerlei vragen stellen en zo meer te weten komen over het productieproces. In onze ogen was het een staafdiagram van de verschillende onderdelen in het bakproces. Sommigen van ons (de auteurs) zagen niet direct dat er impliciet een tijdsdimensie was, waardoor de grafiek van links naar rechts gelezen moet worden. Wij begrepen aanvankelijk niet waarom de



Figuur 1. De *capacity profile chart* laat de werkelijke en maximale snelheden van de verschillende stadia in het bakproces zien.

feitelijke (*actual*) waarden niet allemaal hetzelfde waren, maar werknemers vertelden ons dat het proces niet geheel continu verloopt: er zijn stadia waarin koekjes tijdelijk van de band gehaald worden. Bovendien zijn de metingen niet heel precies, omdat niet alle metingen op dezelfde dag zijn gedaan.

Verder is het lastig om maximale snelheden te meten zonder het productieproces enorm te verstoren; de maximale waarden zijn dus eerder schattingen dan precieze meetwaarden. Kennis van de oorzaken van deze variatie in de meetwaarden is dus belangrijk bij de interpretatie van dergelijke grafieken.

Uiteindelijk bleek dat de eerste lage maximumwaarde (*deposit* van de grondstoffen na het mengen) als het knelpunt gezien moet worden.

Tijdens de feedbackbijeenkomst in de bakkerij waren de trainers geschokt dat wij hun grafieken niet zonder uitleg begrepen. Als wiskundigen hun diagrammen onduidelijk vonden, moest er iets mis zijn met hun diagrammen, dachten zij. In de meeste gevallen was dit niet terecht. Wij hadden simpelweg niet de contextkennis om die grafieken goed te interpreteren, vooral omdat we niet wisten hoe de meetgegevens verkregen waren (cf., Roth & Bowen, 2003).

Ons gestuntel contrasteert mooi met de reactie van een directeur van een verpakkingbedrijf tijdens de validatiebijeenkomst. Hij zag in de grafiek meteen waar de knelpunten in het proces zaten, hoewel het niet om zijn eigen bedrijf ging, en bracht tegelijkertijd zijn eigen perspectief van investeringsbeslissingen in:

It is a very complex science marrying all the equipment in a factory, like a jigsaw puzzle that needs many calculations. The maximum capacity has to be measured by the marriage of all the machines, and whichever one is producing the lowest is the point of action ['Deposit' in Figuur 1, tweede van links]. If the investment is not made at that particular point, then that is the maximum that can be achieved.

Hoewel het verbetereteam inderdaad de *deposit* van het ruwe materiaal naar de ovens als het grootste knelpunt had geïdentificeerd, bleek het team hier niet aan te kunnen werken. De kosten om dit probleem op te lossen waren zo hoog dat de beslissing daarover hogerop genomen moest worden, en dus uitstel zou opleveren. Het team besloot daarom zich te richten op iets wat oplosbaar was binnen de resterende weken: het verspillingsprobleem. Te veel koekjes belandden tijdens het productieproces in de afvalbak. Dit probleem kan overigens niet uit de *capacity profile chart* afgelezen worden, want daarin zijn alleen snelheden weergegeven.

Wel hielp de grafiek om relaties tussen elementen en variabelen van het bakproces zichtbaar te maken. Daarom zien wij het maken van de grafiek als een vorm van modelleren. Het is echter belangrijk te benadrukken dat de grafiek steeds gesitueerd blijft. Er zijn tal van contextuele kwesties die medebepalen of de *deposit* het onderwerp van het verbetereteam is. De acties die volgen op een statistische analyse worden uiteindelijk vooral bepaald door contextuele inschattingen. In andere woorden, de grafiek is een *gesitueerde abstractie* (Noss & Hoyles, 1996). Hoewel het maken en bestuderen van de *capacity profile chart* misschien niet succesvol lijkt te zijn geweest, heeft het wel een belangrijke functie gehad in het besluitvormingsproces: het hielp bij het coördineren van verschillende perspectieven, bijvoorbeeld van managers, ingenieurs en operators. Volgens de trainers, en onze eigen observaties, hebben de deelnemers ook een beter beeld gekregen van het productieproces.

We analyseren nu hoe het verspillingsprobleem werd aangepakt in drie stappen. Daarmee illustreren we de cyclische en complexe aard van het creëren en interpreteren van wiskundige tekens.

Stap 1: afval meten (Tabel I)

De eerste stap in deze fase van het verbeterproces was om het verspillingsprobleem beter in kaart te brengen. Daartoe besloot het team om in verschil-

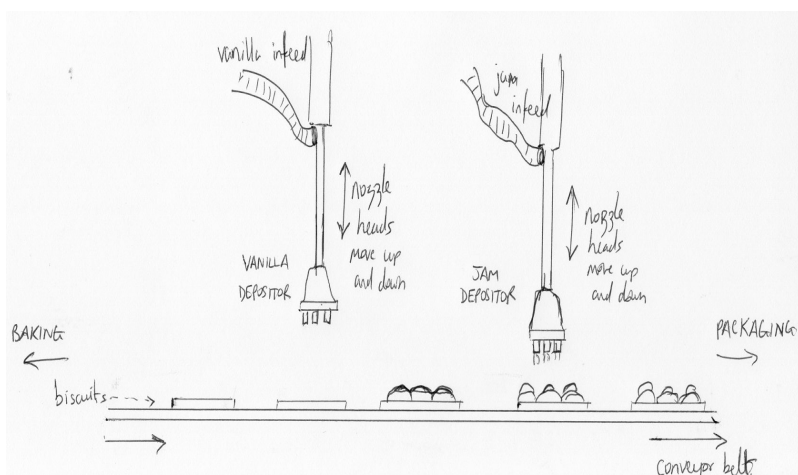
Tabel 1. De verspillingtabel (een geanonimiseerde reconstructie)

Product (type of biscuit)	Area 1 (after baking) (waste in kg)	Area 2 (waste in kg)	Area 3 (topping) (waste in kg)	Area 4 (waste in kg)	Area 5 (packing)
Jam	10	31	134	20	576 packs
Vanilla	30	87	141	59	2304 packs
Chocolate	-	22	131	120	
Total	40	140	406	199	

lende stadia van de productielijn het gewicht van verspilde koekjes te meten. Tot nu toe werd alleen het gewicht van het totale aantal genoteerd. Zoals een manager van het team zei: 'With better collection of information, we should be able to highlight where the problems are.' De metingen werden genoteerd in een tabel (zie Tabel 1).

Door deze tabel was het duidelijk voor het team dat het meeste afval genereerd werd bij de *topping depositor*, waar crème op de koekjes wordt gedeponeerd via een aantal pijpen (*nozzles*). Uiteraard is zo'n tabel niet altijd nodig om het probleem te vinden: soms kun je het zonder hulp van metingen, tabellen of diagrammen zien. Wat we veel gezien hebben in bedrijven is dat een probleem al bekend was, maar dat objectieve gegevens dit bevestigden en hielpen bij het prioriteren van de acties die nodig waren. In dit geval besloot het verbetersteam om de *topping depositor* (Figuur 2) nader te onderzoeken.

Terugblikkend kunnen we stellen dat de benodigde technisch-wiskundige geletertheid hier het identificeren en meten van cruciale variabelen was, het



Figuur 2. Schematische tekening van de *topping depositor*: twee *nozzles*, een voor vanille en een voor jam, deponeren crème op de koekjes (tekening van Phillip Kent).

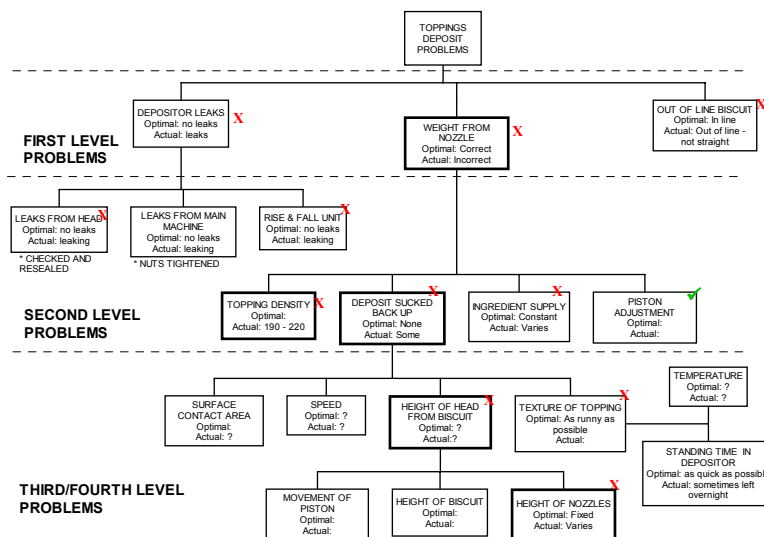
representeren en interpreteren ervan, en het verfijnen van de probleemdefinitie ('afval in het algemeen' naar 'verspilling bij de *topping depositor*').

Stap 2: een oorzaak-gevolgdiagram (Figuur 3)

Een veelgebruikte techniek in industriële contexten is het maken van een oorzaak-gevolgdiagram (Ishikawa, 1990). Het idee is om een probleem in hanteerbare deelproblemen onder te verdelen, wat het verbetersteam deed voor de *topping depositor*. Het diagram fungeerde als een 'dynamische' representatie: het werd dagelijks aangepast op grond van de vorderingen van het team en soms moesten relaties tussen problemen aangepast worden. Als een deelprobleem nog opgelost moest worden, kreeg het een kruisje; als het opgelost was, kreeg het een vinkje. Om makkelijker naar het originele diagram te kunnen verwijzen, hebben wij het gereconstrueerd en verder onderverdeeld in lagen 1 tot en met 4.

Er zijn drie hoofdproblemen (eerste laag), die onderverdeeld zijn in deelproblemen of oorzaken (tweede laag). Enkele daarvan worden weer veroorzaakt door andere problemen (derde en vierde laag). Voor ieder deelprobleem wordt getracht een optimale en actuele waarde in te vullen; in dit geval zijn veel waarden nog niet gevonden. Er waren steeds een paar mensen die zich met een deelprobleem bezighielden en het diagram hielp bij het coördineren van de acties van deze deelteams.

De gebruikte technisch-wiskundige geletterdheid is in dit geval vergelijkbaar met die in de vorige stap (afval meten en in een tabel weergeven), alleen komt hier optimalisering in beeld en moeten de teamleden expliciet nadenken over de relaties tussen problemen. Het diagram kan dus gezien worden als een model van de situatie: het representeert elementen van het grotere probleem en hun onderlinge causale relaties. Belangrijker dan zijn representatiefunctie is echter zijn functie als coördinator van de benodigde acties. In de



Figuur 3. Oorzaak-en-gevolgdiagram. De dik-omlijnde hokjes worden in de tekst besproken.

beleving van de teamleden, 'the diagram tells us what to do'. Het voorbeeld maakt duidelijk hoe verweven een wetenschappelijke houding en analytische vaardigheden zijn met kennis van deze specifieke context.

Stap 3: deelproblemen aanpakken

In de woorden van een van de trainers was het verbeterteam het volgende aan het doen:

We are trying to work out why we are getting a lot of waste... [currently] we are looking at one aspect of that, the topping weight... the deposit head, which is trying to stick topping onto the biscuit... it is the surface area of contact between topping and biscuit which determines if the topping stays on the biscuit or gets sucked back up again ...so we are trying to increase that surface contact area. ... The team are trying to reduce the density of the topping, so that same weight will deposit at a lot higher volume. At the moment they are gradually introducing more air into the topping to see if they improve the surface contact.

Laten we enkele relaties volgen in het oorzaak-gevolgdiagram (Figuur 3), namelijk tussen de dikomlijnde problemen. Een van de problemen die het afval veroorzaken, is dat het gewicht van de dosis crème niet optimaal is (eerste laag). De eerste mogelijke oorzaak daarvan is dat de dichtheid van de crème niet goed is; de tweede mogelijke oorzaak is dat er crème weer omhoog gezogen wordt. Dit tweede probleem kan weer veroorzaakt worden door allerlei deelproblemen, bijvoorbeeld doordat de afstand van het uiteinde van de pijp (*nozzle*) tot de koekjes niet optimaal is afgesteld. Dit komt weer doordat de pijp zelf niet de juiste, vaste hoogte heeft. Het bleek dat die hoogte varieerde.

Enkele operators kregen de taak om de optimale hoogte te vinden, evenals de optimale dichtheid van de crème. Dit zijn complexe taken, omdat deze optimale waarden (als ze al bestaan) afhangen van veel factoren, zoals de temperatuur, de ingrediënten, viscositeit van de crème en snelheid van de lopende band. Maar de poging dit probleem op te lossen liep niet zozeer spaak door gebrek aan dergelijke kennis maar door iets anders. We zagen namelijk dat de operators geen consequente meetwijze hanteerden. Soms maten ze van de bovenkant van de koekjes tot de ring van de pijp, soms ook vanaf de onderkant van de koekjes. Verder hadden ze geen systematische manier van noteren: ze schreven de waarden op alsof het losse waarden waren die weinig met elkaar te maken hadden.

Deze derde stap laat vooral een gebrek aan technisch-wiskundige geletterdheid zien. Het is lastig maar essentieel om de cruciale variabelen en hun onderlinge relaties te kennen, informatie van verschillende bronnen te combineren, maar vooral ook om systematisch te meten. Optimalisering is een cruciale vorm van technisch-wiskundige geletterdheid, waaraan in vrijwel ieder bedrijf behoefte is. Soms is het voldoende om de top van een curve te vinden, maar soms zijn er geavanceerde statistische technieken nodig (bijvoorbeeld proefopzetten of *designs of experiments*). Dergelijke technieken hadden het bedrijf veel afval kunnen besparen, maar ze zijn zo geavanceerd dat veel ingenieurs ze niet kennen, laat staan succesvol kunnen toepassen.

Wij vroegen aan de trainers waarom er bij het meten van variabelen en noteren van meetwaarden geen gebruikgemaakt kon worden van spreadsheets.

In onze ogen zou dat een systematische notatie afdwingen. Bovendien bestaat dan de mogelijkheid om grafische representaties van de gegevens te bestuderen en misschien visueel een optimale waarde te schatten in een curve. Dit idee werd echter afgewimpeld:

We do the number crunching part, and use graphs to communicate. ... It would be helpful if everyone could design and use their own spreadsheets, but they can't so we do it – it would save us a lot of time and we could get more done in the time available. We try to keep things simple so everyone can progress at the same speed – it is really bad to have people left behind and lose interest.

Hoewel we begrip hebben voor deze arbeidsverdeling en ons realiseren dat het leren hanteren van spreadsheets tijd kost, vermoeden we dat het leren gebruiken van zulke spreadsheets bij zou kunnen dragen aan het denken in variabelen en relaties, waardoor het makkelijker wordt om optimale waarden te vinden en dus productieprocessen te verbeteren. We baseren dit vermoeden onder andere op onze onderwijsexperimenten in de financiële sector (Bakker, Kent, Noss, Hoyles, & Bhinder, 2006).

Samenvatting

In semiotische termen kunnen we de opeenvolging van tekenproductie en -interpretatie als volgt samenvatten (Tabel 2). In het eerste voorbeeld was de eerste *depositor* objectief gezien het grootste knelpunt, maar tal van contextuele omstandigheden bepaalden dat het team hier niet aan kon werken. De tabel hielp bij het zichtbaar maken van de grootste problemen, in dit geval de *topping depositor* (eerste rij in Tabel 2). Dit bleek een complex probleem dat

Tabel 2. Een cyclische opeenvolging van tekenproductie, betekenisontwikkeling en het nemen van beslissingen.

Teken	Object	Interpretanten	Vereiste technisch-wiskundige geletterdheid
1. Afvaltabel (Tabel 1)	Totale gewicht van verspilde koekjes in verschillende deelgebieden	Beslissing zich te richten op de <i>topping depositor</i> ; maken van een oorzaak-gevolgdiagram	Identificeren en meten van kernvariabelen; representeren en interpreteren van gegevens/tabellen
2. Oorzaak-gevolgdiagram (Figuur 3)	Relaties tussen oorzaken en hanteerbare deelproblemen	Toetsen en prioriteren van deelproblemen; meten van werkelijke en maximale waarden	Als boven maar ook: vermoedens noteren, systematisch meten
3. Gegevens van deelproblemen	Relaties tussen deelproblemen en -oorzaken	<i>Cycli van tekenproductie en -interpretatie</i> : optimale waarden proberen te vinden (bijv. hoogte van <i>nozzle</i> tot koekje)	Als boven plus: combineren van verschillende bronnen; optimaliseren

uiteengerafeld werd in deelproblemen (tweede rij) die stuk voor stuk geoptimaliseerd werden (derde rij). Overigens is dit statistisch gezien een slechte methode, omdat variabelen interageren, maar dat terzijde. Het oorzaak-gevolgdiagram diende als coördinerend teken in het besluitvormingsproces. In de eerste stappen was relatief weinig technisch-wiskundige geletterdheid nodig, maar in de pogingen tot optimaliseren zagen wij een duidelijk gebrek aan technisch-wiskundige geletterdheid. Het is de vraag of dit proces aan kleine groepjes operators overgelaten kan worden. Hoewel deze aanpak verdedigbaar is ('maak operators aandeelhouders in het verbeterproces'), wordt in de meeste bedrijven het optimaliseren aan ingenieurs overgelaten.

De voorgaande voorbeelden illustreren een vorm van technisch-wiskundige geletterdheid die we in veel bedrijven geobserveerd hebben, vooral in bedrijven waarin verbeterprogramma's zijn ingevoerd (de zeven niet-financiële bedrijven in onze etnografische studies). Deze vorm kunnen we samenvatten als *gesitueerd modelleren*, omdat het gaat om het representeren van relaties binnen een specifieke situatie. In tegenstelling tot wiskundig modelleren is er geen fase waarin de context even buiten beschouwing wordt gelaten, zoals in wiskundig modelleren meestal gebeurt. Wat vanuit een wiskundig perspectief misschien 'ruis' lijkt, is binnen de situatie juist van cruciale betekenis. Gesitueerd modelleren in deze context van productieprocessen kan onderverdeeld worden in twee hoofdfasen:

1. *Het onzichtbare zichtbaar maken*: dit betreft acties als het definiëren van een probleem, kwantificeren, identificeren en meten van kernvariabelen, representeren van gegevens en optimaliseren.
2. *Tot een beslissing komen*: gegevens interpreteren, vermoedens genereren, communiceren van kwantitatieve gegevens, implicaties van mogelijke beslissingen overzien, een beslissing nemen op basis van objectieve gegevens en tot actie overgaan.

In veel van deze stappen spelen wiskundige vaardigheden en kennis een rol. Het denken in variabelen is een belangrijke wiskundige houding, en bij het representeren en interpreteren van gegevens is kennis van statistiek nuttig.

<p><i>Het onzichtbare zichtbaar maken</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Probleem definiëren • Kernvariabelen identificeren en kwantificeren • Systematisch meten en steekproeven nemen • Gegevens representeren • Verschillende gegevensbronnen combineren • Optimaliseren <p><i>Tot een beslissing komen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Gegevens interpreteren, vermoedens genereren, communiceren • Implicaties van mogelijke beslissingen overzien • Een beslissing nemen op basis van objectieve gegevens • Tot actie overgaan <p>- in de context van de specifieke werksituatie en bemiddeld door aanwezige technologie</p>
--

Figuur 4. Gesitueerd modelleren als een voorbeeld van technisch-wiskundige geletterdheid.

Voor het optimaliseren van productieprocessen bestaan verder tal van wiskundige en statistische technieken, van het aflezen van de top van een parabool tot statistische proefopzetten.

We willen nog twee dingen opmerken. Ten eerste zien we 'gesitueerd modelleren' niet als een generieke competentie of algemene probleemoplosvaardigheid, omdat het sterk gesitueerd is en afhankelijk is van de gebruikte instrumenten. Zelfs als werknemers dergelijke acties in bepaalde contexten ondernemen, moeten ze die nog recontextualiseren in nieuwe situaties en verweven met contextuele en wiskundige of natuurwetenschappelijke kennis. Zoals eerder al genoemd in relatie tot werkplaatsonderzoek van Roth en Bowen (2003) en zoals wij in de bedrijven zelf hebben ondervonden, is het interpreteren van bijvoorbeeld grafieken geen generieke competentie (zie ook Bakker, Hoyles, Kent, & Noss, 2005). Ten tweede vormen genoemde acties zeker geen volledige lijst van elkaar uitsluitende acties die in een bepaalde volgorde voorkomen. Een probleemdefinitie kan bijvoorbeeld in vrijwel iedere fase verrijkt worden.

3. Discussie

Dit artikel illustreert 'gesitueerd modelleren' als een voorbeeld van technisch-wiskundige geletterdheid in een bedrijf dat een verbeterprogramma hanteert om de productieprocessen te optimaliseren en de werknemers te onderwijzen in basale verbeter technieken. Vergeleken met de andere niet-financiële bedrijven die we onderzocht hebben, staat de implementatie van dergelijke verbeterprogramma's in deze bakkerij nog in de kinderschoenen en zijn de gebruikte technieken niet erg geavanceerd. Op basis van de literatuur (Kim, 2002; Reich, 1991; Zuboff, 1988) en onze eigen observaties menen we dat er in geavanceerdere bedrijven een grotere behoefte is aan technisch-wiskundige geletterdheid dan in deze bakkerij. In de farmaceutische en auto-industrie wordt bijvoorbeeld veel intensiever gebruikgemaakt van bedrijfsindustriële statistische technieken.

We hebben een semiotische theorie gebruikt om het gebruik van wiskundige tekens in handelingspraktijken te analyseren. Tot onze verrassing bleek de terminologie van Peirce (1976) goed aan te sluiten bij de taal van managers, met name de aandacht voor acties als respons op grafieken en data. Toen wij bijvoorbeeld vroegen waar bedrijven op letten bij sollicitatiegesprekken, zei een manager tegen ons: 'people will be able to make more decisions from the data at their fingertips and they will need more skills to do that – not really computer skills, more decision-making skills.' En: 'What is needed is the ability for people to look at things and react.' Dit sluit goed aan bij het semiotische perspectief dat we geschetst hebben: het gaat om het interpreteren van tekens en weten wat te doen. Om symbolisch gerepresenteerde informatie juist te interpreteren en tot beslissingen te komen die op objectieve informatie zijn gebaseerd, is onder andere contextkennis en technisch-wiskundige geletterdheid nodig (cf., Hoffmann & Roth, 2005; Noss & Hoyles, 1996).

Behalve een semiotisch perspectief op microniveau om technisch-wiskundige geletterdheid te analyseren is er ook behoefte aan macroanalyses, die mogelijkterwijs uit een handelingstheoretisch perspectief voortkomen. We geven een voorbeeld van een voorval waarin handelingstheorie de semiotiek mogelijk aanvult. Na de vijf weken die het bewuste verbeterteam had besteed aan de biscuitproductielijn, meldde een van de leden ons: 'we

changed things while we were working on the plant, and people have gone back to doing things as before'. Het voorbeeld dat hij gaf was de optimale snelheid die het team gevonden had voor de lopende band. Operators die niet in het team hadden deelgenomen veranderden die snelheid echter na enkele dagen weer terug naar de waarde die ze gewend waren: 'we slowed down the conveyor belts so people could be more productive putting biscuits on, and now they have speeded it back up. They think about getting more biscuits out, but they sometimes struggle getting the biscuits on.' Dit is niet verwonderlijk als we in ogenschouw nemen dat deze operators niet hetzelfde proces van betekenisvorming hadden doorlopen en niet in dezelfde handelingspraktijk als het verbeterteam hadden deelgenomen. Ze hadden in hun deelgemeenschap (subcommunity) een ander doel, andere regels, een andere geschiedenis en een andere arbeidsverdeling.

Het is uiteraard een nobel streven om meer operators te betrekken in het proces van optimaliseren, maar zoals stap 3 van onze voorbeelden aangaf, stuiten bedrijven snel op kennisproblemen. Er zijn ook andere methoden om met kennis- en cultuurproblemen om te gaan, zoals we in een ander bedrijf ontdekten. Tot onze verbijstering is men daar ertoe overgegaan om operators neppedieningspanelen te geven. Ze kunnen enkele variabelen veranderen, maar de cruciale factoren zijn via het paneel niet te veranderen, zelfs al lijkt dat wel zo. Zonder dat de operators het weten zijn die instellingen door ingenieurs vastgelegd. Over arbeidsverdeling gesproken!

Op basis van de gevalsstudies die wij hebben uitgevoerd in verschillende bedrijven begint langzaam een duidelijker beeld naar voren te komen van de technisch-wiskundige geletterdheid die nuttig is op de werkvloer. In de tweede fase van het onderzoek ontwierpen we computersoftware en bijbehorend onderwijsmateriaal, die moesten bijdragen aan de technisch-wiskundige geletterdheid van werknemers in verschillende sectoren (Hoyles, Bakker, Kent, & Noss, in druk). Een van de grote uitdagingen die we momenteel ervaren is om de juiste balans te vinden tussen authenticiteit en algemeenheid. Sinds jaar en dag doen we als onderwijzers allemaal moeite om leerlingen te motiveren met realistische contexten en authentieke handelingspraktijken, maar de kracht van de wiskunde en natuurwetenschappen is ook hun algemeenheid: als werknemers in een bank begrijpen wat samengestelde rente is, zijn talloze hypotheekvormen mogelijk niet meer die losstaande producten, maar voorbeelden van een algemenere wet. Wiskunde lijkt zo coherentie brengen in een anders meer gefragmenteerde beleving van financiële producten (Bakker et al., 2006).

Het is lastig om consequenties van dergelijk werkplaatsonderzoek voor het voortgezet of beroepsonderwijs te formuleren. Het is algemeen aanvaard, sinds de ontwikkeling van realistisch wiskundeonderwijs en algemenere onderwijstheorieën zoals *situated cognition*, dat het aanleren van algemene, abstracte kennis vaak mislukt. De slinger lijkt in onze ogen echter te ver of in de verkeerde richting door te slaan. Zoals Säljö (2003) terecht opmerkt, is een school een geheel andere handelingspraktijk dan een bedrijf: het heeft heel andere doelen, regels, instrumenten enzovoort. Het heeft daarom volgens veel van onze collega's die zich bezighouden met beroepsonderwijs geen zin om scholen zo veel mogelijk op bedrijven te laten lijken. Zo waarschuwen Guile en Young (2003) voor de consequenties die sommige ontwikkelingen in het beroepsonderwijs hebben: een overdreven hang naar authenticiteit kan

bijvoorbeeld leiden tot het verwaarlozen van kennisontwikkeling die leerlingen het best in een schoolsituatie doormaken. Op de werkvloer is er vaak geen tijd meer voor.

Correspondentie over dit artikel aan Arthur Bakker, Freudenthal Instituut voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen, Postbus 80000, 3508 TA Utrecht. Email: A.Bakker@phys.uu.nl. Onze dank gaat uit naar het Britse *Economic and Social Research Council* (ESRC) dat als onderdeel van het *Teaching and Learning Research Programme* (www.tlrp.org) ons onderzoek gesubsidieerd heeft (Award Number L139-25-0119). Zie ook www.ioe.ac.uk/trlp/technomaths. Ook danken wij de anonieme referenten en Hanna Westbroek voor hun goede suggesties en Jantien Smit voor de correcties van het Nederlands.

Noot

1. Omdat het onderzoek in Engeland heeft plaatsgevonden en de gebruikte theorie nauwelijks in het Nederlands is vertaald, zullen wij regelmatig Engelse termen gebruiken. In dit geval gebruiken we 'geletterdheid' in het enkelvoud omdat het meervoud in het Nederlands vreemd klinkt.

English summary

Situated modelling in the workplace: A study of techno-mathematical literacies

We have carried out case studies in a range of companies to identify the need for what we call Techno-mathematical Literacies (TmL): functional mathematical knowledge mediated by tools and grounded in the context of specific work situations. Using data from a case study in a large bakery, we analyse the use of mathematical signs (tables, diagrams, graphs) within activity systems. As a typical example of TmL we discuss 'situated modelling': rendering some invisible aspects of a work process visible through the production of mathematical signs, and developing meanings for action from an interpretation of these signs.

Literatuur

- Bakhurst, D. (1996). Social memory in Soviet thought. In H. Daniels (Ed.), *An introduction to Vygotsky* (pp. 196-218). London: Routledge.
- Bakker, A. (in druk). Diagrammatic reasoning and hypostatic abstraction in statistics education. *Semiotica*.
- Bakker, A., & Hoffmann, M. (2005). Diagrammatic reasoning as the basis for developing concepts: A semiotic analysis of students' learning about statistical distribution. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 333-358.
- Bakker, A., Hoyles, C., Kent, P., & Noss, R. (2005). Grafieken lezen om problemen op te lossen op de werkvloer. *Nieuwe Wiskrant*, 25(2), 33-36.
- Bakker, A., Kent, P., Noss, R., Hoyles, C., & Bhinder, C. (2006). "It's not just magic!" Learning opportunities with spreadsheets in the financial sector. In D. Hewitt (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics - Volume 26 Number 1* (pp. 17-22). London: BSRLM.
- Does, R., Van den Heuvel, E., & De Mast, J. (2001). *Zes Sigma zakelijk verbeterd*. Dordrecht: Kluwer.
- Engeström, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, 14(1), 133-156.

- Guile, D., & Young, M. (2003). Transfer and transition in vocational education: Some theoretical perspectives. In T. Tuomi-Gröhn & Y. Engeström (Eds.), *School and work: New perspectives on transfer and boundary-crossing* (pp. 63–84). Amsterdam: Pergamon.
- Hammersley, M., & Atkinson, P. (1995). *Ethnography: Principles in practice* (2nd ed.). London: Routledge.
- Hoffmann, M. H. G., & Roth, W.-M. (2005). What should you know to survive in knowledge societies: On a semiotic understanding of 'knowledge'. *Semiotica*, 156, 101-138.
- Hoffmann, M. H. G., & Roth, W.-M. (in druk). The complementarity of a representational and an epistemological function of signs in scientific activity. *Semiotica*.
- Hoyles, C., Bakker, A., Kent, P., & Noss, R. (in druk). Attributing meanings to representations of data: The case of statistical process control. *Mathematical Thinking and Learning*.
- Hoyles, C., Wolf, A., Molyneux-Hodgson, S., & Kent, P. (2002). *Mathematical skills in the workplace*. London: Science, Technology and Mathematics Council.
- Ishikawa, K. (1990). *Introduction to quality control* (J. H. Loftus, Trans.). Tokyo: 3A Corporation.
- Kent, P., Noss, R., Guile, D., Hoyles, C., & Bakker, A. (in druk). Characterizing the use of mathematical knowledge in boundary-crossing situations at work. *Mind, Culture, and Activity*, 14(1&2).
- Kim, Y.-H. (2002). A state of the art review on the impact of technology on skill demand in OECD countries. *Journal of Education and Work*, 15, 89-109.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning cultures and computers*. Dordrecht: Kluwer.
- Noss, R., Hoyles, C., & Pozzi, S. (2002). Abstraction in expertise: A study of nurses' conceptions of concentration. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33, 204-229.
- OECD. (2003). *PISA 2003 assessment framework*. Paris: Organization for Economic Cooperation and Development.
- Peirce, C. S. (1976). *The new elements of mathematics* (Eisele, C., Ed.) (Vol. I-IV). The Hague-Paris/Atlantic Highlands, N.J.: Mouton/Humanities Press.
- Pyzdek, T. (2001). *The six sigma handbook*. New York: McGraw-Hill.
- Reich, R. B. (1991). *The work of nations: Preparing ourselves for 21st century capitalism*. London: Simon & Schuster.
- Roth, W.-M., & Bowen, G. M. (2003). When are graphs worth ten thousand words? An expert-expert study. *Cognition and Instruction*, 21(4), 429-473.
- Säljö, R. (2003). Epilogue: From transfer to boundary-crossing. In T. Tuomi-Gröhn & Y. Engeström (Eds.), *Between school and work: New perspectives on transfer and boundary-crossing* (pp. 311-321). Amsterdam: Elsevier.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning, and identity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Zuboff, S. (1988). *In the age of the smart machine: The future of work and power*. New York: Basic Books.