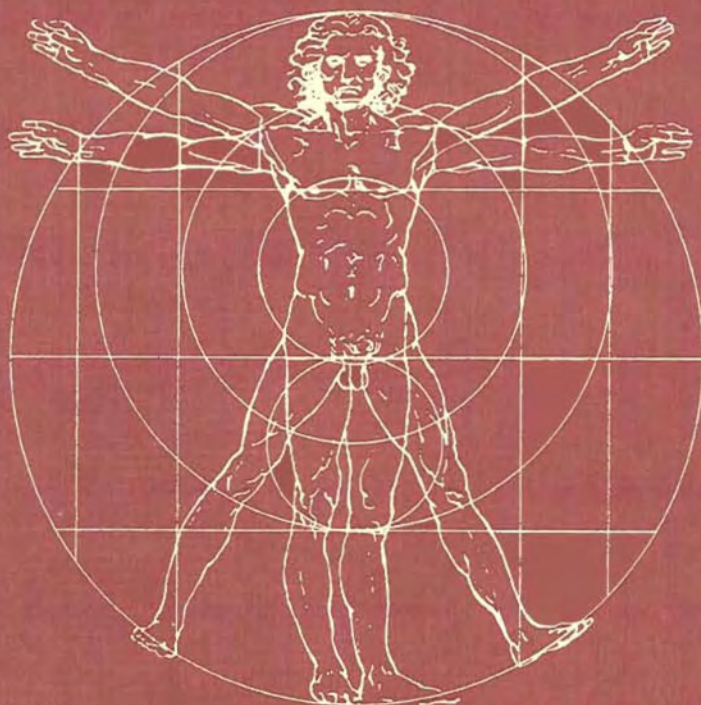


Wiskunst



152
07
9

30-01-14

#00A08

Wiskunst

Lees- en kijkboek voor de Nationale Wiskunde Dagen 1995

27 OKT. 1998

RIJKSUNIVERSITEIT TE UTRECHT



2712 680 8

Colofon

Deze uitgave werd gemaakt ten behoeve van de sectie Wiskunde en Kunst van de Nationale Wiskunde Dagen 1995.

Tijdens deze dagen werden enkele werken van Nederlandse kunstenaars tentoongesteld in het conferentiecentrum De Leeuwenhorst te Noordwijkerhout. Afbeeldingen en toelichtingen bij deze werken zijn in dit boekje afgedrukt.

Verder zijn enkele artikelen van de hand van F. van der Blij en E. de Moor, gepubliceerd in de jaren tussen 1970 en 1980 in de column Wiskunst, uit het Wiskobasbulletin overgenomen.

Artikelen overgenomen uit Wiskobasbulletin
(auteur F. van der Blij)

Melencolia	jaargang 1, pp. 102-104, 1971 – 1972
Soepspeeltjes en Turkse tekeningen (auteur Ed de Moor)	jaargang 2, pp. 717-721, 1972 – 1973
Wat blijft in dit leven zonder nut	jaargang 3, pp. 315-320, 1973 – 1974
De meetkunde van de Nachtwacht	jaargang 4, pp. 102-105, 1974 – 1975
De knoop	jaargang 5, nrs. 2/3, pp. 4-7, 1975 – 1976
Zwevingen en zijden kousen	jaargang 5, nrs. 5/6, pp. 7-12, 1975 – 1976
Zijn Italianen calvinisten?	jaargang 8, nr. 2, pp. 3-11, 1978 – 1979
Not interested in mathematics	jaargang 9, nrs. 4/5, pp. 22-32, 1979 – 1980

Samenstelling
F. van der Blij
V. Jonker
E. de Moor

Bureauredactie
E. Hanepen
M. Moonen

© Freudenthal instituut 1995

Alle rechten op het gebruik van foto's en tekeningen uit deze publikatie zijn ondergebracht bij de Stichting Beeldrecht, Amsterdam, uitgezonderd de reproducties van M.C. Escher. Deze zijn ondergebracht bij Cordon Art, Baarn.

Inhoudsopgave

Inleiding	5
Gerard Traarbach	7
Waldy Vastrick	8
Koos Verhoeff	9
Melencolia	10
Soepspeeltjes en Turkse tekeningen	13
Wat blijft in dit leven zonder nut	18
De meetkunde van de Nachtwacht	25
De knoop	29
Zwevingen en zijden kousen	34
Zijn Italianen calvinisten?	40
Not interested in mathematics	49

Inleiding

F. van der Blij

Ik zie een wit vlak met erop een vierkant, enkele losse lijnen en een paar letters.

Eerste mogelijkheid: Het witte vlak is gewoon papier, het vierkant en de lijnen zijn met ballpoint getrokken en de letters zijn slordig handschrift.

Tweede mogelijkheid: Het witte vlak is schilderslinnen, het vierkant en de lijnen zijn met olieverf aangebracht en de letters zijn gekalligrafeerd.

Het kan zijn dat de eerste mogelijkheid op een tafel in een kantine van een mathematisch instituut ligt.

Het kan zijn dat de tweede mogelijkheid in de expositieruimte van een museum voor hedendaagse kunst hangt.

Als het papier in de kantine ligt, zullen we het wiskunde-aantekeningen noemen.

Als het schilderslinnen in een museum hangt, zullen we het geometrische kunst noemen.

Als het papier in een museum hangt, noemen we het soms ook kunst. Sinds de experimenten van Duchamp met flessenrekken en van Andy Warhall met dozen 'Brillo', kan kunst gecreëerd worden door 'gevonden voorwerpen' of 'gezochte voorwerpen' los te maken van hun gewone functie en in een museum te plaatsen.

Bij studies over wiskunde en geometrische kunst of constructieve kunst komen vragen naar voren, die samenhangen met bovenstaande inleiding. Hoewel in één van de gangbare theorieën van de kunstgeschiedenis en kunstbeoordeling alleen het werk voor ons relevant moet zijn, hebben we toch de behoefte iets meer van de persoon van de kunstenaar, de periode en de context waarin het werk ontstaan is en zelfs nog op een andere wijze als door het kunstwerk zelf, iets van de 'bedoeling' of de 'drijfveren' van de kunstenaar te weten te komen.

Bij enkele van de kunstenaars van de kunststromingen, die we aan de orde stelden, kunnen we veel commentaar van anderen over deze probleemstel-

ling vinden. Soms kunnen we zelfs citaten van de kunstenaars zelf vinden.

Michel Seuphor schrijft over Mondriaan:

Vantongerloo had amused himself for years by making a mathematical analysis of Mondrian's canvases. Mondrian greatly admired the mountains of figures Vantongerloo piled up, but he had no understanding of this recondite algebra. It should be made clear that Mondrian never made use of geometrical or algebraic calculations. He was a poor mathematician, and used only the primitive tools - a ruler and strips of white paper. He often repeated that the rightness of proportions and relations depended on his intuition alone.

Bibeb in gesprek met M.C. Escher:

'U bent knap in wiskunde, he?' Escher (schiet in de lach): 'Helemaal niet. Ik heb er nooit voldoende voor gehad. Het leuke is, ik schijn wiskundige theorieën aan te snijden zonder het zelf te weten..... En te bedenken dat wiskundigen hun boeken illustreren met mijn plaatjes. En ik met al die wijze heren omga als frère en compagnon..... Ik begreep niet dat je iets moest bewijzen wat iedereen ziet. Ik zag het, ik wist, het is toch zo.... Maar jawel hoor, je moest het bewijzen.'

Snelson, de constructeur van de Naaldentoren in het Kröller Müller Museum zegt:

'Ik heb een eigen empirische mathematiek ontwikkeld, maar ik ben geen echte mathematicus'. En als antwoord op de vraag: 'Maar gebruik je dan helemaal geen mathematische formules over de structuur om je vormen te berekenen?' zegt hij: 'Nee'.

Van Sol LeWitt vermeldt de overlevering de uitspraak: 'I'm not interested in mathematics'.

Bij de commentaren van anderen dreigt altijd een grote mate van 'hinein interpreteren' voor te kunnen komen. We hoeven slechts de beschouwingen over de gulden snede, over de numerologie bij Bach te noemen.

Maar zelfs geven aanwijzingen van de kunstenaar ons niet altijd heldere informatie.

De namen van de strak geometrische composities

van George Vantongerloo als

$$y = x^4 - 11x^2 + 10$$

of

$$y = \left(ax + \frac{a}{2} \right)^2$$

of

$$\text{Groupe } y = -ax^2 + bx + c, y' = -2ax + b, y = (-ax^2 + bx + c) / (-2ax + b) \text{ rouge, jaune, vert.}$$

heb ik nog niet uit het kunstwerk kunnen verklaren. Maar de titel 'Binair Magic Square' van Gerard Traarbach is voor iedere wiskundige duidelijk, en met wat nadenken en goed kijken ziet hij of zij ook direct het verband tussen de titel en het werk. Wat magische vierkanten zijn en hoe je ze kunt maken, is in vele boeken over recreatieve wiskunde te vinden. Het tweetallig stelsel is in ons computertijdvak iedereen bekend. Alleen blijft de puzzel hoe de binaire schrijfwijze van de getallen in meetkundige symbolen is vertaald.

Bij de sterk meetkundige werken van Man Ray, waarop op we duidelijk wiskundige modellen zien voorkomen, begrijp ik de titels 'de vrolijke vrouwtjes van Winsor' en 'Macbeth' niet.

Margaret Leiteritz (Bauhaus-Künstlerin) geeft in de catalogus 'Gemalte Diagramme' op pagina's naast elkaar de wiskundige grafische voorstellingen en de daarvan afgeleide schilderijen. Als voorbeeld vinden we een grafiek van een rechte met zeven meetpunten (horende bij een chemisch experiment) en daarnaast het schilderij 'Diagonale des Gauklers' duidelijk gecomponeerd volgens de theorie van Kandinsky in zijn boek 'Punkt und Linie zu Fläche'.

Professor Verhoeff, wiskundige en emeritus hoogleraar informatica is zeer actief in de beeldende kunst geworden. Uit zijn hand kwamen vele meetkundige sculpturen geïnspireerd door de boom van Pythagoras, de theorie van gevlochten snoeren (een wiskundige generalisatie van de knopentheorie) en de Möbius band.

'The mathematical Impressions' is een verzameling reproducties van kunstwerken van Anatolii Fomenko uitgegeven door de American Mathematical Society. In deze gevallen gebruikt de kunstenaar de wiskunde, zoals op een heel andere manier de klassieke schilder de wiskundige theorie van de perspectief gebruikt.

Peter Struycken gebruikt de wiskunde op een zeer

intensieve wijze om in zijn werk structuren aan te brengen. Zijn programma 'Field' (1979/1980) is een kleurige variant van het computerspel 'Life' van de wiskundige Conway. In zijn kleurcomposities gebruikt hij de vermenging van drie (bij de basiskleuren behorende) driedimensionale golffronten in de ruimte.

Verhoudingen, hetzij van rationale getallen zoals in de muzikaleer, als van irrationale verhoudingen die direct aan de meetkunde ontleend zijn, spelen in architectuur en beeldende kunst vaak een rol. Van de irrationale verhoudingen worden wortel twee (uit het vierkant) en wortel drie (uit de gelijkzijdige driehoek) naast de gulden snede (uit de regelmatige vijfhoek) het meest gebruikt. Dom Van der Laan gebruikte een kubische irrationaliteit, het plastische getal. De Utrechtse kunstenaar Waldy Vastrick ontleent speciale verhoudingen (kubische irrationaliteiten) aan de regelmatige zevenhoek.

Wanneer een kunstenaar het toeval gebruikt als compositiemethode, zoals Herman de Vries deed in de bladen die hij enige tijd onder zijn appelboom legde en de daarop gevallen bladeren fixeerd en zo in het museum ophing, is dat meer gebruik van het toeval dan gebruik van de wiskundige theorie van het toeval in de kunst. Het oproepen van het strijken van het licht langs de rivier bij avond dat Elsworth Kelly bereikte door op 'at random' bepaalde verticale plaatsen een toenemend aantal zwarte blokjes te plaatsen, lijkt al meer op gebruik van de wiskunde. Wanneer een kunstenaar alle mogelijkheden van een combinatorisch probleem onderzoekt, zoals Sol LeWitt in 'Variations of incomplete open cubes' en in 'Five cubes / Twenty-five squares (sides touching)' is dat wiskundig onderzoek. Het in hout of metaal uitwerken van al deze mogelijkheden is een manier om over dat onderzoek met anderen te communiceren. Maar dit kon ook via een tabel met schetsjes of zelfs via een wiskundige codering met verbindingsmatrices en dergelijke.

Wanneer we het gebied van de wiskunde, daarbij een oude traditie volgend, uitbreiden met de mechanica, is de kinetische kunst een boeiend onderwerp. Op deze wijze werd het werk van G. Rickey besproken in een aflevering van de 'Scientific American'. Hier ligt nog een terrein voor veel onderzoek. Video biedt de abstracte kinetische kunst vele nieuwe mogelijkheden.

Gerard Traarbach

Dordrecht

In een magisch vierkant zijn n^2 opeenvolgende getallen op zodanige wijze in een n bij n -schema geplaatst, dat de som van de getallen uit iedere rij en de som van de getallen uit iedere kolom en de som van de getallen uit de diagonalen steeds hetzelfde antwoord oplevert.

In de bekende prent 'Melencolia' van A. Dürer vinden we een 4 bij 4 vierkant; hier is de som van de getallen 34. Bij Dürer is nog de extra bijzonderheid dat de twee getallen in het midden van de onderste rij precies het jaartal 1514 opleveren.

Voor iedere waarde van n zijn magische vierkanten te construeren. Wanneer n even is, kan dit ook wel door samenstellen van kleinere eenheden gebeuren. In de binaire magische kwadraten wordt gewerkt met een magisch vierkant van 16 bij 16. Hierin worden de getallen 1 tot en met 256 geplaatst. Nu kan men in plaats van de getallen in de gewone decimale notatie te schrijven, de getallen ook in het tweetallig stelsel schrijven. Deze schrijfwijze, die vooral door het gebruik ervan in de computer bekend is geworden, gebruikt slechts twee symbolen, nul en één. Een voorbeeld: 23 wordt in het tweetallig stelsel geschreven als 00010111 immers

$$0 \cdot 128 + 0 \cdot 64 + 0 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 23.$$

In plaats van deze notatie kan men ieder van de 256 vierkantjes, die samen het grote vierkant 16 bij 16 vormen, verdelen in acht delen. Vervolgens voor deze delen een vaste volgorde kiezen en daar, om 23 erin voor te stellen, het eerste, tweede en derde deel leeg laten, het vierde deel opvullen, het vijfde deel weer leeg laten en de delen zes, zeven en acht vullen. Op deze manier is een meetkundige representatie van het getal 23 gevonden.

Zo kan men het gehele magische vierkant opbouwen.

Bij het construeren van een magisch vierkant van 16 bij 16 speelt het feit dat 16 een macht van twee

is een rol. De compositie uit kleinere delen werkt in dit geval eenvoudig.

Door met kleur te werken kan men ook in het viertallig stelsel werken, de daar gebruikte symbolen 0, 1, 2, 3 kan men voorstellen door vier verschillende kleuren. Het is mogelijk deze constructies te programmeren en zo snel het effect van keuze van kleuren, van de vormen van de delen waarin de verdeling werd aangebracht enzovoorts op het scherm voor zich te zien. Er komt dan een zoekproces naar de esthetisch meest bevredigende mogelijkheid. Is deze gevonden dan wordt de gevonden constellatie als schilderij uitgevoerd.

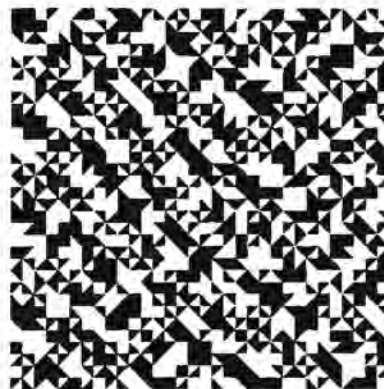
Gerard Traarbach schrijft:

'Het werken met binaire notaties, en het logisch vervolg daarop, ook het werken met viertallige en zestientallige notatie van getallen, vond ik heel interessant.

Maar voor mij was de grootste ontdekking het visueel maken van binaire patronen; zodra ik mijn eerste getallenvierkant van $16 \cdot 16$ had gemaakt, ben ik begonnen met het schilderen van de binaire patronen van de getallenvierkanten.

Later ben ik hetzelfde op de PC gaan doen. Dan ontdek je dat het werken met binaire en hexadecimale, bits en bytes enzovoorts heel gebruikelijk is. En ook dat een PC *het instrument* is voor het ontwerpen van de serie Binary Magic Square.

Daarbij probeer ik computerprogramma's zo te maken dat niet alleen ikzelf maar ook anderen kunnen begrijpen en doen waarmee ik bezig ben.'



Waldy Vastrick

Utrecht

Rond 1990 kwam Waldy Vastrick tot de volgende overweging:

'Een lijnstuk kun je op een mooie manier in tweeën delen volgens de gulden snede. Kun je het ook op een mooie manier in drieën, in viereën, enzovoorts delen? Als je voor de tweedeling de verhouding tussen de zijde en de diagonaal van de regelmatige vijfhoek neemt, ligt het voor de hand om de verhouding tussen de zijde en de diagonalen van de regelmatige zevenhoek voor de driedeling te nemen, de verhouding tussen de zijde en de diagonalen van de regelmatige negenhoek voor de vierdeling, enzovoorts.'

Vastrick maakte volgens deze ideeën een aantal schilderijen, waarvan er enkele op deze expositie te zien zijn.

Tevens legde hij de vraag voor aan prof. dr. F. van der Blij, met wie hij reeds enkele artikelen over constructie van veelhoeken¹ en hoekdeling² had geschreven. Het antwoord luidde bevestigend en leidde tot een nieuw artikel³.

'Als drie lijnstukken zich op een fraaie wijze verhouden, dus als de zijde en diagonalen van de regelmatige zevenhoek, dan kun je hiermee ook driedimensionale vormen maken, bijvoorbeeld een blok. Maar dan kun je op deze wijze ook een ruimte bouwen, gebouwen ontwerpen', aldus Vastrick's redenering. Op deze expositie wordt een eenvoudige maquette van een patio gepresenteerd, waaruit de toegepaste proporties gemakkelijk zijn af te lezen.

Speciaal voor architecten is een artikel geschreven over deze proportieleer⁴.

Noten

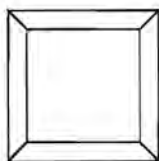
- [1] Blij, F. van der en W. Vastrick (1991). Constructies van regelmatige veelhoeken. *Euclides*, feb/mrt 1991, pp. 168-174.
- [2] Blij, F. van der en W. Vastrick (1991). Driedeling van de hoek. *Euclides*, apr. 1991, pp. 202-204.
- [3] Blij, F. van der en W. Vastrick (1995). Van gulden snede naar zevensnede. *Nieuwe Wiskrant*, jan 1995, pp. 34-38.
- [4] Vastrick, W. en F. van der Blij (in voorbereiding). Een algemeen reken- en meetkundig proportiesysteem; de gulden snede voorbij.



Koos Verhoeff

Valkenswaard

In de lijst van een schilderij moet gewerkt worden met zuiver loodrechte hoeken, netjes gezaagd in een verstekbak, om zo een rechthoek te krijgen die het schilderij kan omspannen. Enig vakmanschap is hierbij vereist.



Echter, bij kleine, en vooral, bij grotere en opzettelijk gekozen afwijkingen ontstaan verrassende, nieuwe vormen. Koos Verhoeff gaat in zijn werk op zoek naar deze nieuwe kunstzinnige vormen.

Dit wordt zeker interessant bij dubbelverstek. Bij dubbelverstek ontstaan parallellogrammen als zaagsneden. Als deze zaagsneden verlijmd worden, dan ontstaan ruimtelijke figuren die zich soms laten voorspellen, maar die soms ook voor verrassingen zorgen.

Met verschillende houtsoorten doet Verhoeff nu onderzoek naar de wetmatigheden en esthetiek van dit principe van verstekzagen. In enkele getoonde werken (Bronzen boom, de Danser, het broertje van de Danser, de Informatica tweeling) op deze expositie kunt u deze zoektocht meebeleven.



Melencolia

F. van der Blij

Het was vorig jaar een Dürer gedenkjaar (1471-1528), daarom nu iets over een zeer bekende prent uit 1514. Er zijn vele dingen op te merken bij deze 'Melencolia', wij beperken ons tot twee punten. Dat Albrecht Dürer belangstelling voor de meetkunde

had, blijkt ook uit zijn boek 'Unterweysung der Messung mit dem Zirckel und Richtscheyt' (1525). In onze afbeelding valt een merkwaardig lichaam op. Het is gebouwd met driehoeken en vijfhoeken. Als u even goed kijkt, kunt u het wel met mij eens



zijn dat er twee driehoeken en zes vijfhoeken zijn. Zouden deze veelhoeken regelmatig zijn? Zo te zien de driehoeken wel. Maar de zes vijfhoeken lijken niet regelmatig. Ze zijn het ook niet. In 1966 verscheen een studie van V.A. Zalgaller in de 'Seminars in Mathematics', Steklov Math. Inst. Leningrad, waarin een opsomming gegeven wordt van alle veelvlakken (convexe, dat wil zeggen zonder deuken of gaten) opgebouwd uit regelmatige veelhoeken. Naast de regelmatige prisma's en de regelmatige prismoïden (voor de definitie zie hieronder) zijn er maar eindig veel veelvlakken met regelmatige veelhoeken te construeren. (Het zijn er precies 108). En onder deze komt geen lichaam met twee driehoeken en zes vijfhoeken voor. Toch kunnen we ons het veelvlak van Dürer wel voorstellen als één van een grote reeks. Neemt u eens een regelmatige n -hoek. Als u aan iedere ribbe een gelijkzijdig driehoekje plakt en deze naar dezelfde kant ombuigt, krijgt u een vlakke n -hoek met een kartelrand. Twee van zulke bouwsels kunt u in elkaar passen en u krijgt een prismoïde (twee n -hoeken en $2n$ -driehoeken). U kunt ook aan de ribben van de n -hoek vierkantjes plakken, die u twee aan twee onderling vastplakt. Afgesloten met een regelmatige n -hoek als deksel geeft dit een prisma (twee n -hoeken en n -vierkanten). Maar u kunt ook aan iedere ribbe van de n -hoek een (niet noodzakelijk regelmatige) vijfhoek plakken en de zijden van de in één punt samenkomende vijfhoeken weer aan elkaar plakken. Dan krijgt u een n -hoek met n vijfhoeken in een krans er omheen. Nu kunt u proberen twee van zulke bouwsels aan elkaar te passen. Dan krijgt u een lichaam met twee n -hoeken en $2n$ vijfhoeken. Voor $n = 5$ past het met regelmatige vijfhoeken, er ontstaat dan een twaalfvlak. Bij verschillende gelegenheden droeg de schilder Salvador Dali zo'n half twaalfvlak als hoed. Ook in zijn schilderijen komt het voor (onder andere 'The sacrament of the last supper', 1955).

Het veelvlak van Dürer is nu zo'n lichaam voor $n = 3$, dus een driehoek met een krans van vijfhoeken, en een zelfde bouwsel als deksel. Wat voor netten lichamen kunnen we eigenlijk bouwen met driehoeken en vijfhoeken? Voor ieder net veelvlak geldt de formule

$$Z + H = R + 2$$

waarbij Z het aantal zijden, H het aantal hoekpunten

en R het aantal ribben voorstelt. Hebben we nu A driehoeken en B vijfhoeken dan geldt

$$Z = A + B; R = \frac{1}{2}(3A + 5B).$$

Er zijn nog vele mogelijkheden. Om u een indruk te geven, beperken we ons tot lichamen met drie vlakken per hoekpunt. Dan geldt

$$H = \frac{1}{3}(3A + 5B).$$

Enig rekenen geeft

$$3A + B = 12.$$

Voor

$$A = 4; B = 0$$

hebben we een viervlak, voor

$$A = 0; B = 12$$

het bovengenoemde twaalfvlak, voor

$$A = 2; B = 6$$

het veelvlak van Dürer. Bestaan er ook lichamen met

$$A = 1; B = 9$$

en

$$A = 3; B = 3?$$

Zou u een model van het Melencolia-veelvlak willen maken, begint u dan eens een achthoek te bouwen. Op twee tegenover elkaar liggende driehoeken zet u dan afgeknotte regelmatige drieszijdige piramiden, zodat de trapeziumvormige zijvlakken precies in het verlengde van de aanliggende vlakken van het achthoek liggen. Veel succes!

Nog even naar de rechterbovenhoek van de prent. Daar vinden we een magisch vierkant. In zestien vakjes zijn de cijfers 1, 2, 3, ..., 16 zó gerangschikt dat in iedere kolom, in iedere rij en in ieder diagonaal de som gelijk is. Omdat

$$1 + 2 + 3 + \dots + 16 = 136$$

moet de som per kolom, enzovoorts, gelijk 34 zijn. Een manier om zo'n magisch vierkant te construeren is uit te gaan van

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

en de vetgedrukte getallen te vervangen door hun complement ten opzichte van 17, dus door het getal dat met het oorspronkelijke samen 17 geeft.

We krijgen dan

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Dit magisch vierkant komt volgens W. Ahrens (Mathematische Spiele) voor op een Jupiteramulet.

Omdat

$$\begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$$

in beide diagonalen de som 17 geeft, mogen we de twee binnenste kolommen verwisselen en blijft een magisch vierkant optreden.

Dit is dan

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

het magisch vierkant, dat voorkomt op de in **1514** gemaakte prent 'Melencolia' van Albrecht Dürer.

Soepspeeltjes en Turkse tekeningen

F. van der Blij

Toen ik overdacht welk onderwerp ik in dit nummer aan de orde zou stellen, kreeg ik soepspeeltjes in handen. Het zijn eenvoudige plastic bouwsteentjes, waar je dieren, auto's en huizen mee kunt bouwen. Maar, zoals zo vaak het geval is, kun je er ook wiskunde mee bedrijven. Wij willen nu geen volledig verhaal over de bouwstenen vertellen; omdat ze in vier kleuren mee verpakt worden (twintig per pakje soep) is er eindeloos veel combinatoriek mee te bedrijven.

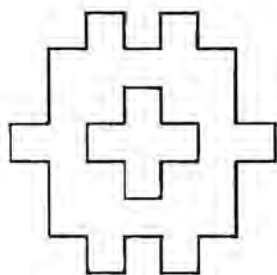


Fig. 1

Ze hebben de vorm van figuur 1. Wel symmetrie, maar geen invariantie bij draaiing over 90° . Door deze asymmetrie kun je ze mooi gaan koppelen, van zes is een stevige kubus te maken, enzovoorts. Maar

we kunnen ook gewoon een vlak patroon maken.

Als u naar figuur 2 kijkt, ziet u een merkwaardigheid ontstaan. Tussen de bouwstenen komen openingen van precies dezelfde vorm als de opening binnen ieder blokje.

Met de bouwstenen van de vorm als in figuur 1 en met tegels van de vorm als van een eenvoudig kruis (figuur 3) kunnen we een aaneensluitende vloerbedekking maken.

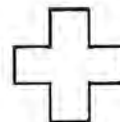


Fig. 3

We komen nu tot de vraag welke tegelvloeren er alsoz mogelijk zijn. We zouden eerst met één soort tegels kunnen werken. Natuurlijk kent u de bestrating met vierkante tegels; u weet ook dat u met regelmatige zeshoeken een bijenkorfachtige tegelvloer kunt maken. En ook met gelijkzijdige driehoeken is een tegelvloer te maken.

Willen we regelmatige vloeren met regelmatige veelhoeken hebben dan is alles hiermee bekeken.

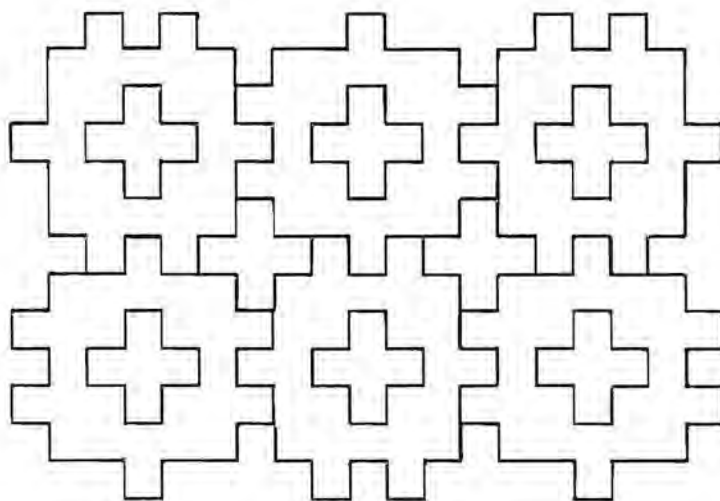


Fig. 2

De hoek van een regelmatige n -hoek is immers $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$; stel dat er k in een hoekpunt samenkomen, dan moet $k(180^\circ - \frac{360^\circ}{n})$ gelijk zijn aan 360° .

Dus $k(1 - \frac{2}{n}) = 2$,

$$kn - 2k = 2n,$$

$$(k - 2)(n - 2) = 4.$$

En de enige oplossingen zijn $k = 6, n = 3$ of $k = 4, n = 4$ of $k = 3, n = 6$.

Uit deze drie tegelvloeren zijn vele andere af te leiden door de stukjes wat te vervormen. We kunnen ieder vierkant bijvoorbeeld vervormen tot een figuur als we zien in figuur 4.

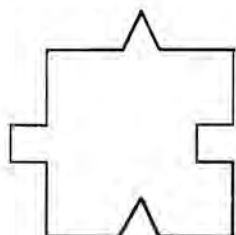


Fig. 4

Opmerkelijk is te zien dat als we de regelmatige zeshoek vervormen tot een vierkant, de bijenkorf-zeshoeken-tegelvloer tot een vierkanten-tegelvloer wordt op de manier zoals onze trottoirs gelegd worden (figuur 5).

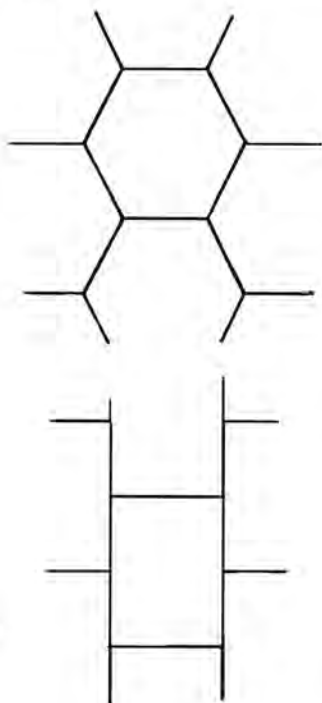


Fig. 5

Vele prenten van M.C. Escher berusten op dit thema. We laten nog een voorbeeld zien (figuur 6).

Om er echt over te kunnen praten moesten we het een en ander vertellen over groepen van bewegingen en spiegelingen van het vlak.



Fig. 6

We merken nog even op dat we regelmatige tegelvloeren ook op een geheel andere manier hadden kunnen berekenen, waarbij het geen rol meer speelt dat de tegels regelmatige veelhoeken zijn, maar alleen dat het allemaal n -hoeken zijn, waarvan er in ieder punt k uitkomen. Er is namelijk een analogon van de bekende veelvlakformule voor vlakvullingen $Z(\text{ijden}) + H(\text{oekpunten}) = R(\text{ibben}) + 2$, die we ook kunnen beschouwen als veelvlaksoverdekkingen van een torus. Door de overstaande zijden van een rechthoekig stukje millimeterpapier aan elkaar te plakken, zien we de 'betegelde' torus ontstaan. Voor de 'betegelde' torus geldt de formule $Z + H = R$.

Nu geldt $R = \frac{n}{2}Z$, en $H = \frac{n}{k}Z$,

zodat $(1 + \frac{n}{k}) = \frac{n}{2}$.

En hieruit volgt weer $(n - 2)(k - 2) = 4$, enzovoorts.

We willen nu in plaats van één soort tegels, tegelvloeren met twee soorten tegels leggen. Eén voorbeeld zagen we al, de soepspeeltjes enerzijds en de kruisen anderzijds. Ik laat nog twee voorbeelden zien.



Fig. 7

In figuur 7 reproduceerden we een Turks miniatuur, voorstellende de geboorte van Mohammed (Topkapı Museum, Istanbul). De tegels zijn gewone vierkanten en wat onregelmatig gevormde sterren. U moet wel even goed kijken om de structuur te ontdekken.

Een tweede voorbeeld (figuur 8) uit dezelfde cultuur stelt Mohammed in Medina voor, sprekende met ambassadeurs van omliggende landen. De tegels zijn hier zeshoeken en driehoeken. De zijden van de zeshoeken zijn de helft van de zijden van de driehoeken.

Kunnen we deze structuren ook opsporen met de formule $Z + H = R$? Laten we een stuk nemen met n -hoeken en wel N in getal en m -hoeken, M in getal. Dan is

$R = \frac{nN + mM}{2}$, $Z = N + M$, $H = \frac{nN}{k} = \frac{mM}{l}$ als in een hoekpunt steeds k n -hoeken en l m -hoeken voorkomen.

We vinden na enig rekenen:

$$1 + \frac{nl}{km} + \frac{n}{k} = \frac{n}{2} + \frac{ln}{2k}$$

Welke mogelijkheden zijn er? Ik geef niet de berekening; met wat handig proberen is in te zien dat in onderstaande tabel alle oplossingen van deze vergelijking (met de voorwaarde $n > 2$, $m > 2$, $k + l \geq 3$) staan. We beperken ons tot de oplossingen met $n \neq m$. Als $n = m$, dan vinden we de drie bovenbeschouwde regelmatige vloeren terug.



Fig. 8

n	m	k	l
3	6	4	1
3	4	3	2
3	6	2	2
3	12	1	2
4	8	1	2
5	10	2	1

Uit de regelmatige vloeren kunnen we deze nieuwe afleiden, bijvoorbeeld door het afsnijden van hoekjes; een bekend type keukenvloer is figuur 9. Door de middens van de ribben van een regelmatige vloer te nemen ontstaat weer een nieuwe. Alleen de laatste met $n = 5$, $m = 10$, $k = 2$, $l = 1$ lijkt wat vreemd.

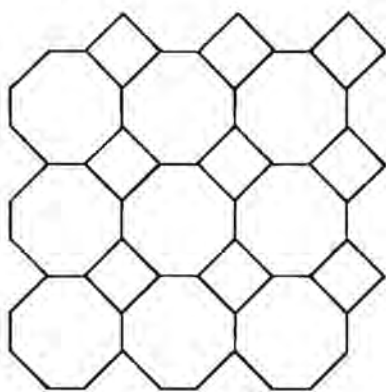
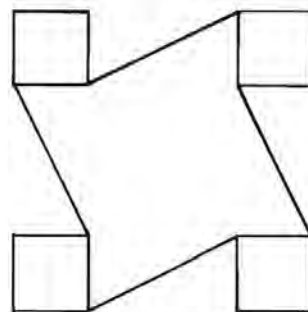


Fig. 9

Met regelmatige veelhoeken past de som van de hoeken wel, een vijfhoek heeft hoeken van 108° , een tienhoek van 144° en $108^\circ + 108^\circ + 144^\circ = 360^\circ$.

Maar als u het probeert past het niet!

Maar hoe past nu onze vulling met vierkanten en sterren erin? Als we de vierkantjes kleiner maken verandert de ster van vorm, het gaat er bijvoorbeeld zo uit zien:



Na wat rekken en trekken wordt de ster een regelmatige achthoek en we hebben de situatie van figuur 9 terug gekregen.

We geven nog een voorbeeld van Islamitische kunst.

In figuur 10 ziet u een stukje van de Kalta Minar, in 1850 gebouwd in Khiva. Hier zijn de stukjes 'kruisen' zoals we ze bij de soepspeeltjes tegenkwamen en vormen de gedaante van een letter H. Passen deze ergens in onze theorie?

Er is over tegelvloeren en vlakke ornamenten zeer veel literatuur. Ik noem slechts van H. Weyl 'Symmetry' en van A. Speiser 'Die Mathematische Denkweise'.

H.S.M. Coxeter en Fejes Toth schreven verschillende studies over regelmatige lichamen en regelmatige vlakvullingen.

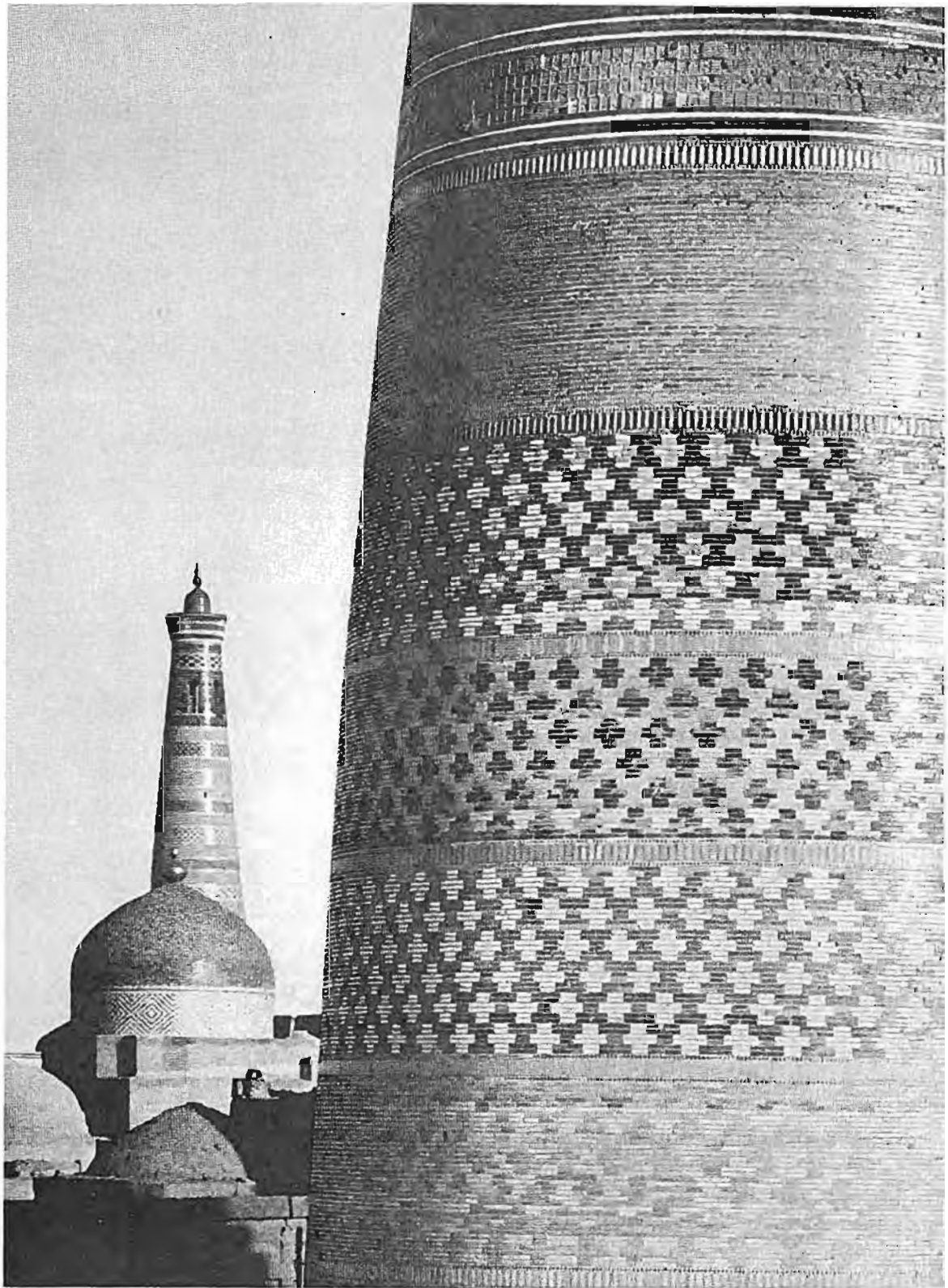


Fig. 10

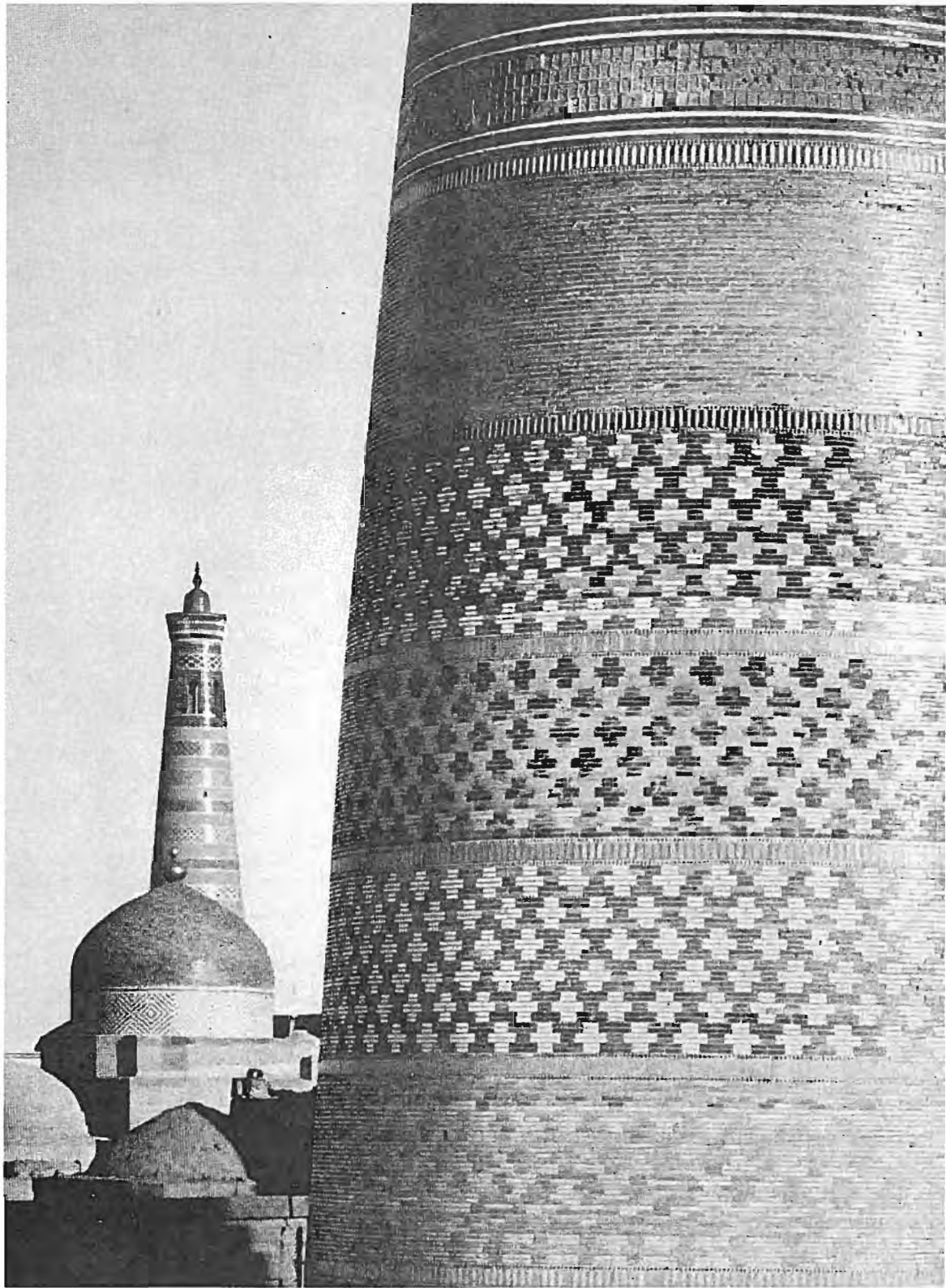


Fig. 10

Wat blijft in dit leven zonder nut?

E. de Moor



Fig. 1

Wat blijft in dit leven zonder nut?

Je kunt zeggen, dat je niet van de VPRO-uitzendingen of van TV in het algemeen houdt, maar effect hebben deze verschijnselen wel. Thans onderzoekt men of televisie een nieuwe vorm van kunst is. Ik zal me hierover niet uitlaten.

Misschien is het wel interessant om eens te kijken hoe de kunst de wiskunde beïnvloed heeft en andersom.

Bekijken we de eerste richting (kunst → wiskunde) dan kun je naar de architectuur verwijzen, hoewel natuurlijk veel bouwwerken – vooral aanvankelijk – vanuit een zekere utiliteitsdrang geschapen zullen zijn. Eén duidelijke beïnvloeding dacht ik toch te kunnen aanwijzen. Toen de Italiaanse Renaissance-schilders het probleem van de afbeelding der werkelijkheid op het platte vlak ter hand namen, ontstond de leer van de perspectief. Paolo Ucello (1397–1475) zou als eerste de regels voor het perspectiefisch afbeelden ontdekt hebben. Hoe een afbeelding van de werkelijkheid kan ontstaan, zien we op een houtsnede (figuur 1) van Albrecht Dürer (1471–1528), die zich ook met de meetkunde bezighield.

De vraag welke meetkundige eigenschappen de

werkelijke figuur en z'n afbeelding gemeenschappelijk hebben, gaf inspiratie aan beroepswiskundigen, die deze onderzoeken overnamen. Uiteindelijk leidde dit tot de 'projectieve meetkunde', één van die wonderschone onderdelen van de wiskunde. Deze meetkunde heeft een veel algemener karakter dan de bekende Euclidische meetkunde.

Bekijken we de omgekeerde beïnvloeding (wiskunde → kunst) dan zal het niet onbekend zijn, dat er momenteel stromingen in de kunst zijn, die duidelijk vanuit de wiskunde geïnspireerd worden, zoals bijvoorbeeld het constructivisme, computer- en geometrische kunst. Wellicht is het u opgevallen dat Hans Koetsier, die vaak met wiskundigen samenwerkt, soms paginagrote advertenties publiceert. Spreekt over het algemeen de computerkunst mij niet zo aan, geheel anders kan dat liggen ten opzichte van die kunstenaars, die duidelijk vanuit de meetkunde hun inspiratie opdoen. Schitterend, vooral door zijn eenvoud, vind ik de werken van Schoonhoven, die grote aantallen open kartonnen doosjes, voorzien van een diagonaalvlak, tot bijvoorbeeld een rechthoek vult; dit object met alleen gips en witte verf bewerkt en daarna als het ware het licht, dat langs het werk strijkt, zijn werk laat doen. Door

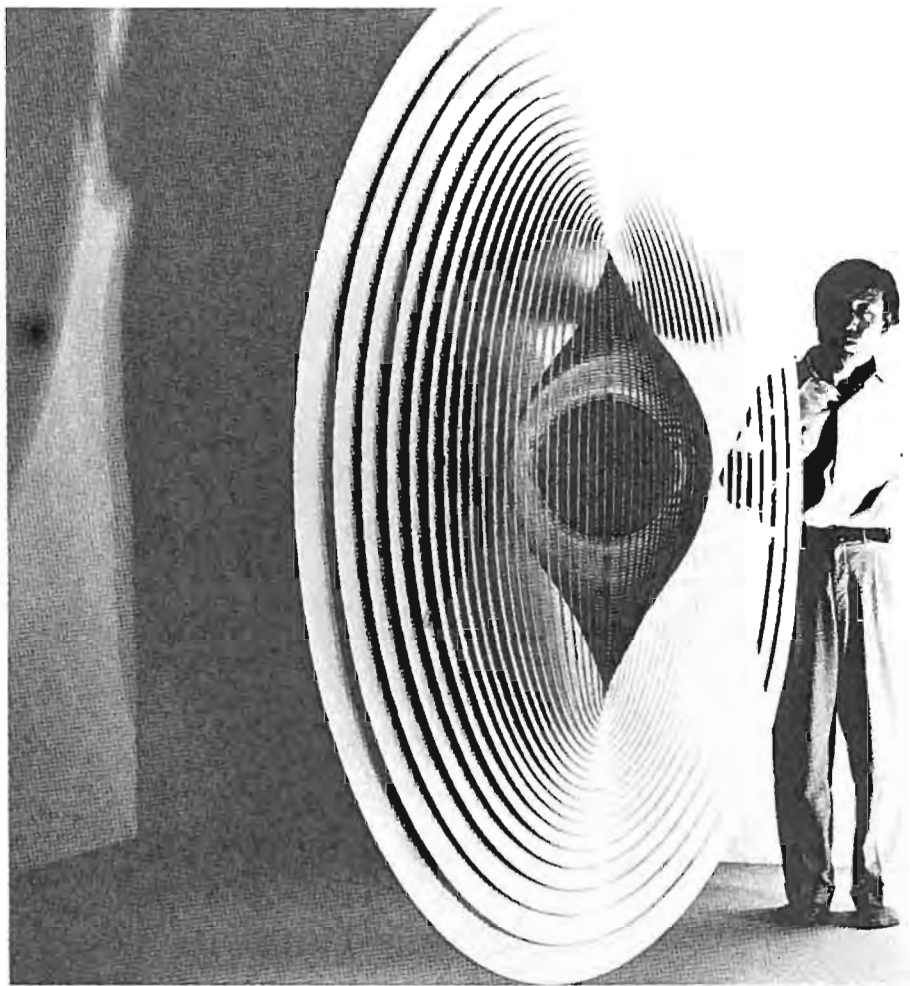


Fig. 2

sommige doosjes zó te plaatsen, dat de diagonaalvlakken juist de andere kant opstaan, ontstaat een extra verrassing in het licht- en schaduwspel. Het afbeelden van dergelijke schilderijen door middel van een plaatje heeft weinig zin.

Zo ook werd ik onlangs getroffen door een mooie tentoonstelling van de Japanner Tamitaro Nachi. Bekijk u figuur 2 en overtuig uzelf.

'In het werk van Nachi wordt het probleem van onbegrip tussen kunstenaar en publiek tot een minimum teruggebracht'

schrijft Apollonio. Zijn kunstwerken dragen enerzijds duidelijk de traditie van de Japanse volkskunst van het papiervouwen (Origami), anderzijds is het duidelijk dat hij ook geïnspireerd is door zijn vroe-

gere studies, waaronder die van de vliegtuigbouw. Een ander, misschien wat afgetrapt, maar niet te vermijden voorbeeld, is het grafische werk van Escher. Ik neem als voorbeeld de litho 'Reptielen' uit 1943, die mij van jongs af aan geïntregeerd heeft (figuur 3).

De kunstenaar schrijft zelf het volgende over deze prent:

'De levensloop van een kaaïmannetje. Temidden van allerlei voorwerpen ligt een opengeslagen tekenschrift, waarvan één tekening te zien is: een mozaïek van reptielvormige figuren in drie contrasterende tinten. Eén van hen heeft er blijkbaar genoeg van om plat en verward temidden van zijn soortgenoten te liggen. Dus steekt het een plastische poot over de rand van het schrift heen, rukt zich verder los en begeeft zich in het vrije leven. Het klimt op de rug van een dierkundeboek en werkt zich, langs de glibberige helling van een tekendriehoek, moeizaam op naar het hoogtepunt



Fig. 3

van zijn bestaan. Even uitblazen, vermoeid maar voldaan dan weer bergafwaarts, via een asbak terug naar de vlakke, het vlakke tekenpapier, waar het zich gehoorzaam weer tussen zijn vroegere makkers voegt en zijn functie als vlakverdelingselement herneemt.

N.B. Het boekje 'Job' heeft niets met de bijbel te maken, maar bevat Belgische sigarettenvloetjes.'

Over de regelmatige vlakvullingen uit het teken-schrift is door Professor Van der Blij al eens het een en ander uit de doeken gedaan.¹

Letten we echter eens op de zinsnede '..... moei-zaam op naar het *hoogtepunt* van zijn bestaan'. Dat

hoogtepunt bestaat letterlijk (of in dit geval beter fi-guurlijk) uit een regelmatig twaalfvlak.

Over de vijf regelmatige veelvlakken (vierhoek, ku-bus, achthoek, twaalfvlak en twintigvlak) heeft Pro-fessor Freudenthal in het vorige nummer² al uitge-breid geschreven, toen uitmondend in het halfregel-matige lichaam, dat wij wekelijks op de televisie zien bewegen (de voetbal, bestaande uit twaalf vijf-hoeken en twintig zeshoeken). Uiteraard heeft Escher zich in zijn werk bij de ruimtelijke voorstel-lingen het meest bediend van de kubus, die zo veel

voorkomt in onze omgeving en zich goed leent voor ruimtevulling en optisch bedrog, maar daarnaast valt toch op dat hij van de overige vier regelmatige lichamen aan het twaalfvlak de voorkeur geeft. Hij heeft nog enkele prenten gemaakt over het ster-twaalfvlak (figuur 4), dat uit het twaalfvlak ontstaat door op de vlakken regelmatige vijfzijdige piramides te plaatsen.

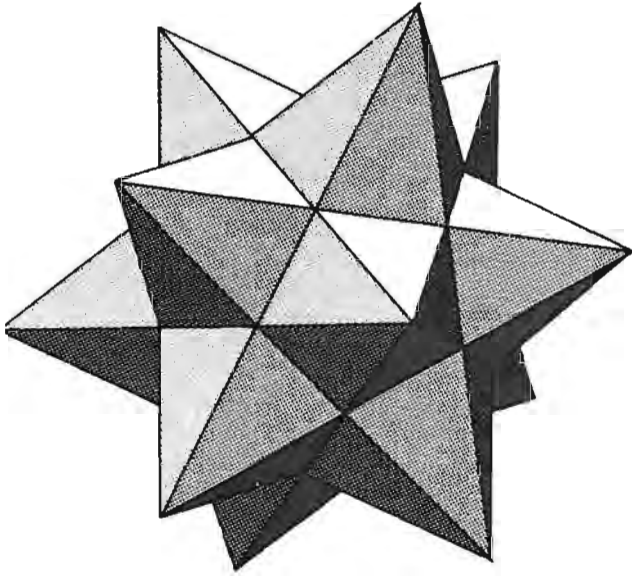


Fig. 4

Afgezien van het symbolische element (scheppen en vergaan), de herkenningsschokken (bijvoorbeeld het zwaluw-lucifersdoosje, dat eindeloos vaak door kunstenaars is afgebeeld) en de humor (een klein kaaimannetje) die de prent voor mij in zich draagt, moet zich toch ook onbewust het harmonische karakter van het twaalfvlak aan mij opgedrongen hebben.

Sinds kort hangt boven mijn tafel een afbeelding met de vijf regelmatige lichamen en er steeds weer naar kijkend, gaat mijn voorkeur uit naar het twaalfvlak. Dan ga je op zulke dingen letten en ik merk dat vele kunstenaars zich beziggehouden hebben met de regelmatige en halfregelmatige veelvlakken.

Onlangs zag ik schilderijen van de jonge virtueuze schilder Matthijs Röling, die op verschillende van zijn schilderijen ook veelvlakken afbeeldt. Op één ervan hangen de vijf regelmatige lichamen aan een touwtje, het twaalfvlak triomfantelijk bovenaan! (figuur 5).



Fig. 5

Kijkt u nog eens naar het schilderij, waarop het ster-twintigvlak en een afgeschaafd twaalfvlak (icosa-dodecahedron) voorkomt (figuur 6).

De vijfhoeken nu beijkend, denk ik terug aan mijn schooltijd en de 'gouden snede'.

Laat ik eerst uitleggen wat men daaronder verstaat. Stel we hebben een lijnstuk van lengte a en laat dit verdeeld zijn in de stukken p en q ($p > q$) zodat geldt

$$a : p = p : q,$$

dan zeggen we dat dit lijnstuk volgens de 'gouden snede' is verdeeld. De constructie beeld ik hieronder af (figuur 7), zonder bewijs.

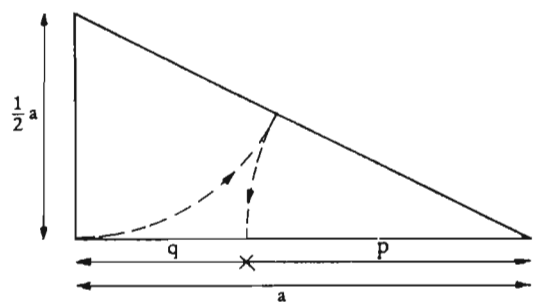


Fig. 7

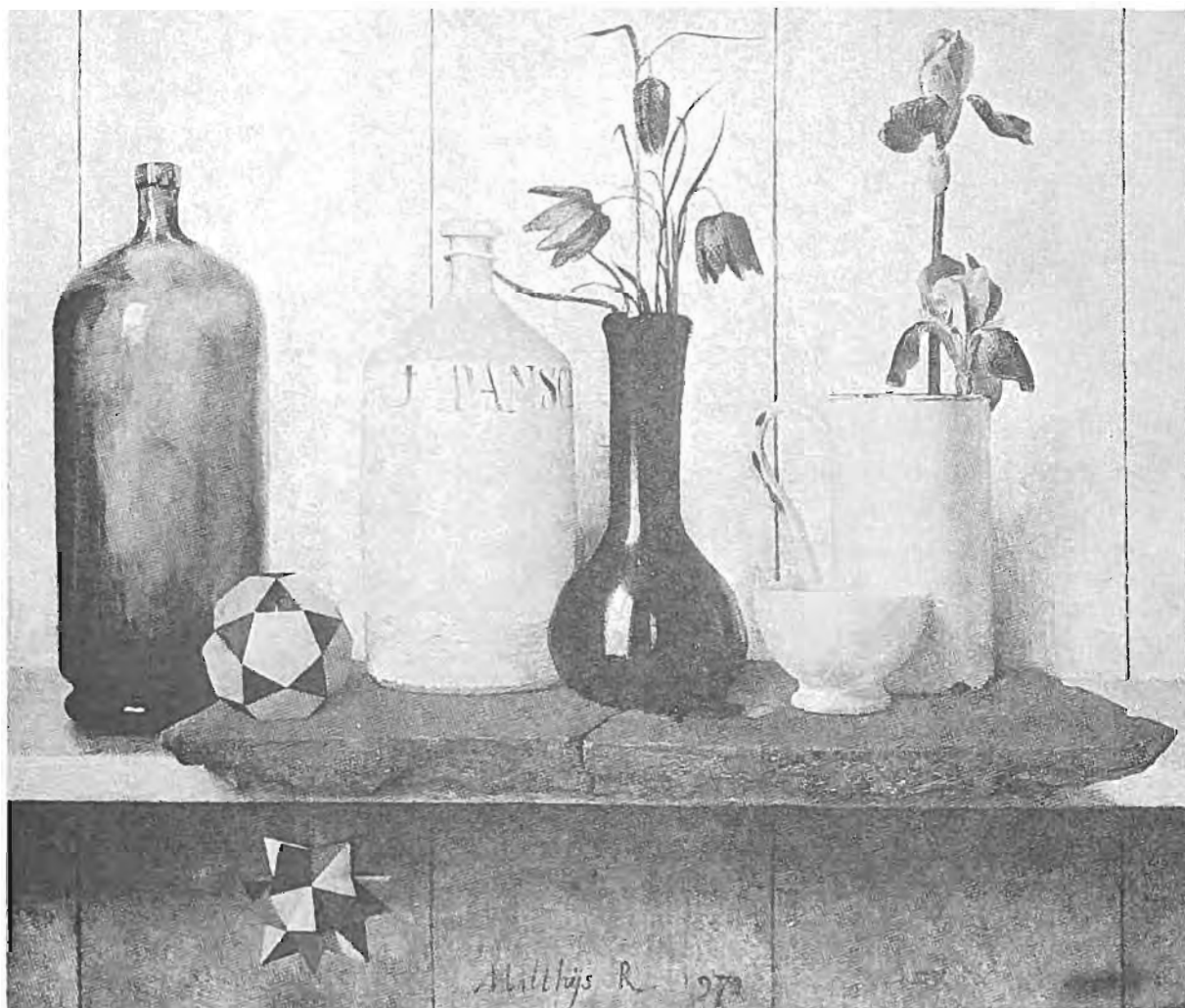


Fig. 6

De verhouding van de lijnstukken p en q kan men berekenen en is

$$p : q = (-1 + \sqrt{5}) : (3 - \sqrt{5})$$

hetgeen bij benadering is 8 : 5.

Deze verhouding is eeuwenlang als de meest esthetische beschouwd en ook veelvuldig als zodanig gebruikt. Bij de constructie van de regelmatige tien- en vijfhoek speelt zij een rol.

Het grootste stuk van de volgens de gulden snede verdeelde straal van een cirkel is de zijde van de ingeschreven regelmatige tienhoek (figuur 8).

Daaruit volgt de constructie van de vijfhoek en binnen de vijfhoek verdeelt elk paar diagonalen elkaar

weer in de gulden verhouding, waarbij het grootste stuk weer gelijk is aan de zijde van de vijfhoek. De vlakken, die in één hoekpunt van een regelmatig twintigvlak samenkomen (figuur 9), zijn de opstaande zijvlakken van een regelmatige vijfzijdige piramide, waarvan het grondvlak weer een regelmatige vijfhoek is.

Elk tweetal overstaande evenwijdige zijden van het twintigvlak behoort tot een rechthoek (ABCD), waarvan de langste zijde weer een diagonaal van zo'n vijfhoek is. Nu is de verhouding van een diagonaal en de zijde van een regelmatige vijfhoek weer die mooie 'gulden verhouding'. Zo kun je la-

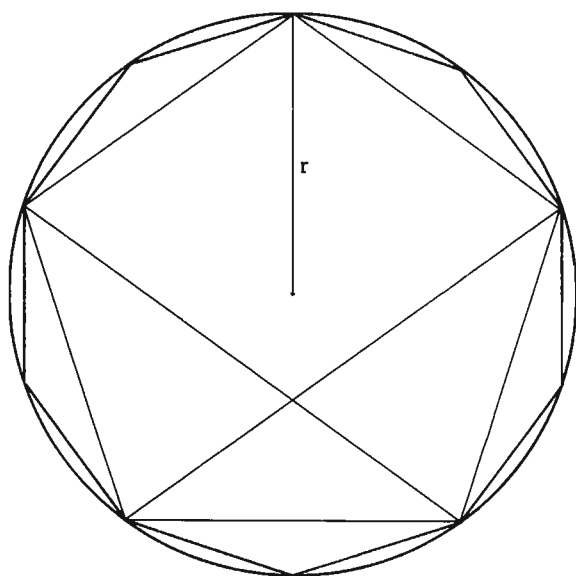


Fig. 8

ten zien dat de twaalf hoekpunten van het twintigvlak de twaalf hoekpunten zijn van drie van zulke 'gulden rechthoeken', die twee aan twee loodrecht op elkaar staan.

Met alleen vijfhoeken is het platte vlak niet regelmatig op te vullen, wel sluiten twaalf vijfhoeken tot de 'dodecaëder' (twaalfvlak).

Op een studieblad over viooltjes van Da Vinci (1452–1519) zie ik de tekening van de vijfhoek met enige meetkundige notities. De 'alleskunner' Da Vinci maakte tekeningen voor de wiskundige Luca Pacioli (1445–1514). Eén van die tekeningen beelden we hier af (figuur 10).

De tekst betekent 'afgeknot twintigvlak' en misschien heeft u hem al herkend: het is weer die voetbal van Freudenthal.

Er bestaat overigens een mooi schilderij van Jacopo de Barbari met een beeltenis van Pacioli, waarop ook één van zijn leerlingen, meetkundige instrumenten en ... een half-regelmatig veelvlak zijn afgebeeld.

Misschien dat die meetkundige bevoegdheid vooral bij de wat meer intellectualistische kunstenaars voorkomt, maar ook de omstreden Dali schijnt be-

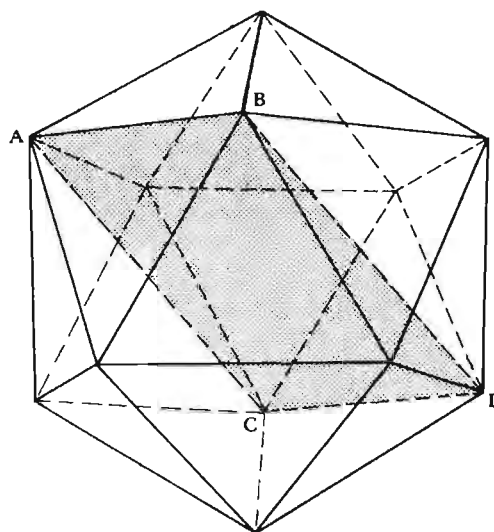


Fig. 9

langstelling voor het twaalfvlak te hebben. Zie figuur 11 en let op zijn hoed!

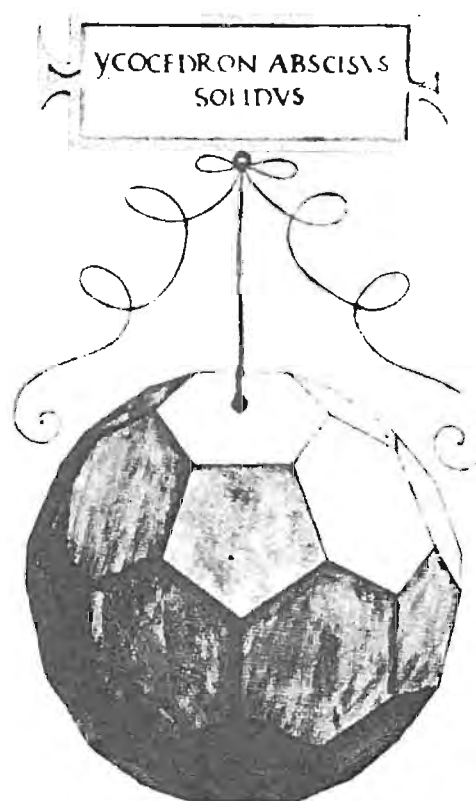


Fig. 10



Fig. 11

Het is geen toeval dat Fred Goffree het twaalfvlak voor de nieuwjaarswens van het IOWO gebruikte en er een kalender van vervaardigde. Het is nog niet zo'n simpele opgave hier een bouwplaat voor te vervaardigen, maar met dit probleem zijn we weer binnen de wiskunde.

Zo kom ik tot het einde van mijn lofzang op de meetkunde binnen de kunst en de kunst van de meetkunde, samengevat in een vers van de dichter *Cees Buddingh* uit zijn bundel 'Tussen Neus en Lippen', waarin ik – met excuses aan de auteur – achtereenvolgens de woorden 'aardappel', 'knolraap'

en 'bruin broodje' vervang door de woorden 'twaalfvlak', 'kubus' en 'voetbal':

Het Twaalfvlak

*Het twaalfvlak is een prachtige vogel
en de kubus is ook niet mis.*

En wat zou u denken van de voetbal?

U zegt het: geen kattepis.

Noten

[1] *Wiskobasbulletin*, jaargang 2, nr. 3, p. 717.

[2] *Wiskobasbulletin*, jaargang 3, nr. 2, pp. 104-106.

De meetkunde van de Nachtwacht

F. van der Blij

Jaren geleden vond ik op één van onze boekenmarkten een exemplaar van de 'Nieuwe Verhandelingen van het Bataafsch Genootschap der Proefondervindelijke wijsbegeerte' te Rotterdam, en wel: tweede reeks, tiende deel, eerste stuk, 1928. Dit deeltje bevat een artikel van *K.H. de Haas* met als titel: 'Een meetkundige Reconstructie van het oorspronkelijke Formaat van Rembrandts Nachtwacht'. Misschien kent u het verhaal wel. In een enkele zin samengevat: het oorspronkelijke schilderij van 387×500 werd door afsnijden van randen teruggebracht tot $361,5 \times 436$. In Londen, in the National Gallery, bevindt zich een kopie van Gerrit Lundens (1606–1669) van het 'Korporaalschap van Kapitein Banningh Cock', zoals de eigenlijke naam van het schilderij is.

Deze kopie heeft als afmetingen 67×85 . Duidelijk is te zien dat de kopie rechts en links, boven en onder verdergaat dan het nu aanwezige origineel. Heeft de kopiist er iets aan toegevoegd of heeft hij de kopie van een groter schilderij gemaakt dan nu in het Rijksmuseum hangt?

Dat is de vraag van De Haas in zijn voordracht van 10 september 1927. In april 1920 had de auteur reeds een voordracht gehouden: 'Over aantoonbaar meetkundig verband tusschen formaat en compositie van schilderijen'.

Allereerst merkt De Haas op dat de kopie verder zeer nauwkeurig lijkt te zijn. Er is één opvallende fout: de stand van de lans in de handen van Reynier Engelen, rechts op het schilderij. Hij merkt op dat deze fout wellicht ontstaan is door een ongelukje met een camera obscura, misschien gebruikt door Lundens en door een schoonmaakster iets verschoven?

Maar goed, naast het argument van de nauwkeurigheid van de kopiist wil De Haas *meetkundige* argumenten aanvoeren om de theorie van een oorspronkelijk groter stuk te verdedigen.

De Londense kopie brengt hem tot de verhouding $67 : 85 = 1 : 1,268....$

van de afmetingen van het schilderij. Natuurlijk is de laatste decimaal nauwelijks zinvol. Daarom bezien we 1,27.

Nu geldt

$$(1,27)^2 = 1,6129.$$

En dit riekt naar

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} = 1,618.....$$

wat de major uit de gulden snede is.

U weet wel

$$(x + 1) : 1 = 1 : x$$

dus

$$x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}.$$

Verder merkt De Haas op dat ook

$$3 - \sqrt{3} = 1,269$$

een goede benadering voor de verhouding is, terwijl een rechthoek waarvan de rechthoekszijden deze verhouding hebben, eenvoudig af te leiden is uit een getekende regelmatige twaalfhoek (figuur 3).

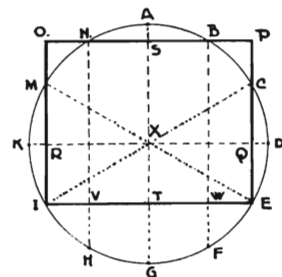
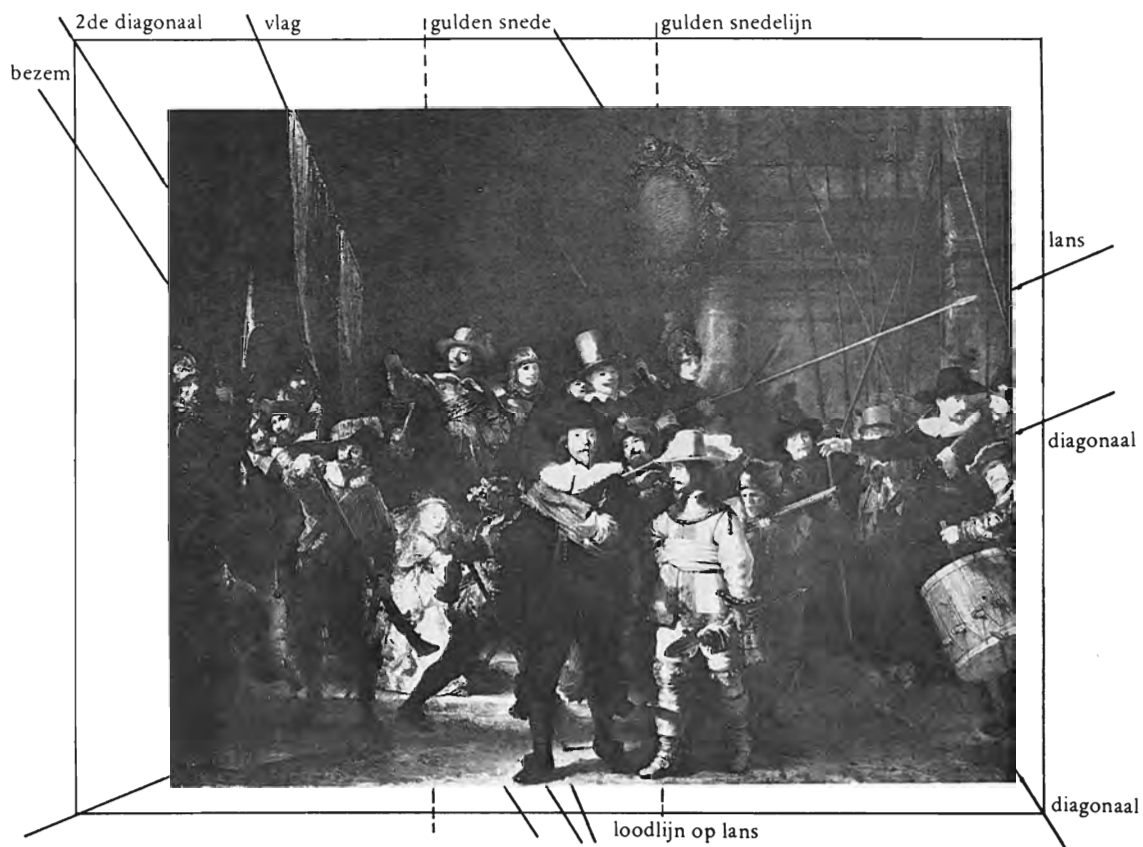


Fig. 3

$$1 : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{tg} 30^\circ\right) = 3 - \sqrt{3}$$

Vervolgens beschouwt De Haas zowel de horizontaal als de verticaal gehalveerde rechthoek. De diagonaalshoek in deze gehalveerde rechthoeken is ongeveer $21^\circ 30'$ en $32^\circ 30'$. Lijnen met deze hoek ten opzichte van de zijden van de rechthoek getrokken,



De Nachtwacht

Fig. 1



De kopie van Lundens

Fig. 2

kunnen teruggevonden worden in centrale lijnen van de compositie. Het belang van de richtingen van de diagonalen van de gehalveerde rechthoeken tracht de auteur duidelijk te maken door te verwijzen naar de compositiestructuur van andere werken van Rembrandt.



Het schilderij Les Bergers d'Arcadie van Nicolas Poussin is geheel opgebouwd volgens de principes van de gulden snede. Het loont de moeite verdelingen volgens de gulden snede in horizontale en verticale richting te maken.

Fig. 4

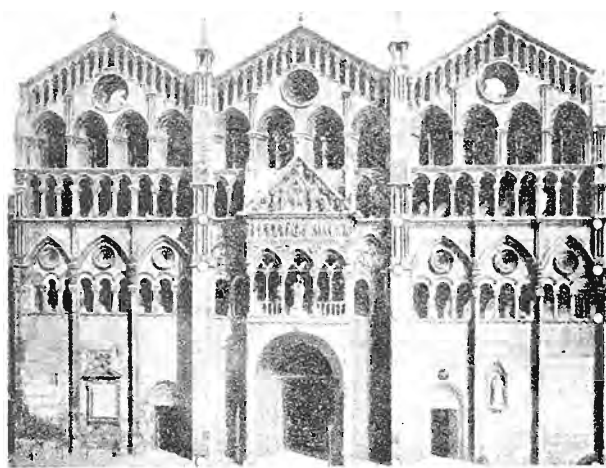
Wanneer we bij het formaat $1 \times 1,27$ de korte zijde afmeten op de diagonalen, verdelen we de diagonalen volgens de gulden snede. Projecteren we de deelpunten op de lange zijde, dan spelen de projecterende lijnen een rol in de compositie, namelijk enerzijds de tegenstelling van licht en donker (Ruytenberg en Cocq) en anderzijds het meisje. Maar, zo zegt De Haas in een voetnoot:

'Het zou de grenzen van mijn betoog te ver overschrijden, dieper in te gaan op de vraag of het aangetoonde verband door Rembrandt bewust in de Nachtwacht is aangebracht, dan wel of dit verband een onbewust gevolg is van zijne esthetische reactie op meetkundige eigenschappen van het formaat van zijn doek. Aangezien in beide gevallen een voltooid schilderij een gelijk aanzien zou bieden, valt uit de voltooide Nachtwacht geen direct bewijs te putten voor meetkundige opzettelijkheid bij Rembrandt (tenzij X-stralen bewijsmateriaal aan den dag zouden brengen), hoewel sommige Toetsen (zooals bijvoorbeeld de in Toets IV bepaalde plaats van het oogpunt), moeilijk te verklaren zijn zonder meetkundige opzettelijkheid bij Rembrandt te ver-

onderstellen. In dit verband wil ik er echter hier op wijzen, dat compositieontwerpen een beter materiaal zijn voor het oplossen van de vraag, of bij den schilder meetkundig opzet voorzat bij den schilderkundigen opzet van zijne compositie. Een belangwekkend voorbeeld van zulk meetkundig opzet biedt de compositietekening voor de Anatomische Les van dr. Deyman, kortelings door de stad Amsterdam aangekocht. De *verticale krabbel* (arceering) rechts van het midden door Rembrandt deels over de voorstelling en deels op het bovenstuk van de omlijsting neergezet, heeft mijns inziens geen andere strekking dan die eener *meetkundige notitie*. Deze arceering heeft niet het geringste aandeel aan de voorstelling, noch aan de omlijsting; haar plaats komt overeen met die van punt B in Toets VII: ze mankeert alleen de quadratuur van de korte zijde van het formaat. Hier ligt dus uitsluitend meetkundig opzet voor.'

Volgens de berekeningen van De Haas, gebaseerd op het op elkaar leggen van reproducties op 'gelijk' formaat ('gelijk' betekent hier dat de afstand tussen 'het rechteroog van de op de uiterste linkerzijde zittende hellebaardier en het gat in de trom geheel rechts' in beide reproducties gelijk is), blijkt dat volgens hem de oorspronkelijke afmetingen 402×510 geweest moeten zijn.

Dit klopt niet geheel met de bovenvermelde afmetingen. Maar er is wel een sterk argument voor aan te voeren: de kopie van Lundens heeft als afmetingen 67×85 en $6 \times 67 = 402$ terwijl $6 \times 85 = 510$! Het is dan dus een verkleining met een factor 6 geweest.



De kathedraal van Ferrara. De gevel opgebouwd uit drie rechtehoeken, die elk uit een half kwadraat bestaan. De gulden snede geeft de deelpunten.

Fig. 5

Ook de structuur van het linnen (horizontale banen van ongeveer 141,5 cm breed (5 voet breed) wijst op de waarschijnlijkheid van het wegsnijden van een reep aan de bovenkant van het schilderij. We citeren nog even het slotwoord van De Haas, waarin hij schrijft, na de suggestie te hebben gedaan een kopie van het oorspronkelijke schilderij op ware grootte te maken:

‘Ik eindig met u er attent op te maken, dat op de hervormde Nachtwacht de vrucht, die links op den voorgrond ligt, door haar plaats een accent zou krijgen, dat mij in overeenstemming lijkt te zijn met haar, te Londen zichtbare, oranje-kleur, waardoor de gehele voorstelling een patriotisch-allegorische strekking zou kunnen erlangen, waarvan ik het aan anderen overlaat, de geschiedkundige mogelijkheid na te vorschen.’

In een studie van D. Wijnbeek¹ vinden we een en ander breeduit verteld over het eerst omvouwen en later afsnijden van de randen. Wijnbeek stelt de oorspronkelijke afmetingen op $3,87 \times 5,02$. De ruimte tussen de deuren waar het schilderij kwam te hangen, liet maar een breedte van 4,35 toe. De hoogte was ruim voldoende voor het schilderij. ‘Maar’, zo schrijft Wijnbeek, ‘men had wel enig gevoel voor evenredigheid. Dus werd ook de hoogte teruggebracht en wel tot 3,59’.

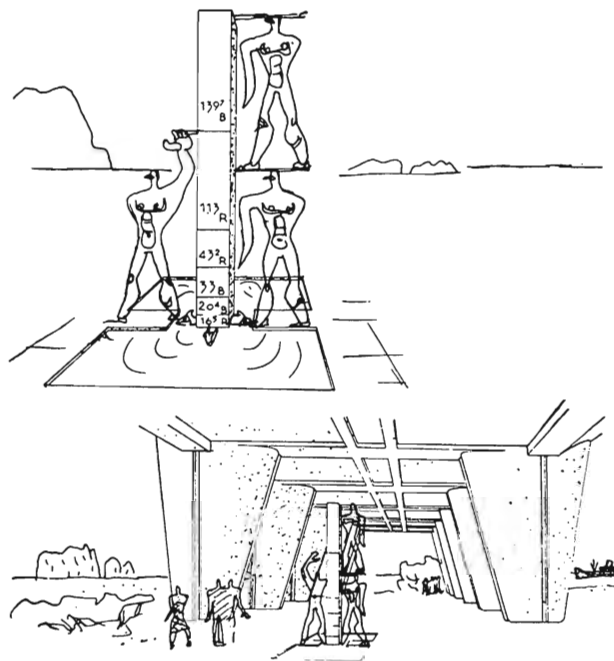
We merken even op dat $502 : 387 = 1,30....$ en $435 : 359 = 1,21...$

In een uitvoerig verslag over de restauratie van A. van Schendel en H.H. Mertens² vinden we weer de opmerking dat de kopie van Lundens 1 : 6 was, in overeenstemming met de opgave van De Haas. Robert Wallace³ spreekt van ongeveer 13×16 voet ($= 396 \times 488$).

Toen ben ik maar opgehouden met het zoeken naar de oorspronkelijke maten in de literatuur. Er zal vast nog veel meer te vinden zijn.

Ik stop hier de meetkundige beschouwing van de Nachtwacht, wetende dat we eigenlijk pas net begonnen zijn.

De centrale rol van de gulden snede in papiermaten, in de architectuur, in de muzikale compositietechniek, zowel in de bloeiperiode van de Italiaanse Renaissance als in de moderne tijd (de Modulor van Le Corbusier, composities van Henri Pousseur), mag ik bekend veronderstellen (figuur 6).



De Modulor van Le Corbusier

Fig. 6

Ik noem alleen nog even het boekje van Jan Poortenaar: ‘De gulden snede en goddelijke verhouding’ (Naarden).

Noten

- [1] De Nachtwacht. De historie van een meesterwerk. Amsterdam, 1944.
- [2] Oud Holland, LXII, 1947.
- [3] The World of Rembrandt 1606–1669. New York, 1968.

De knoop

F. van der Blij

De knoop is altijd al een symbool van onontwarbaarheid geweest en tevens een symbool van bevestiging. Bekend zijn de gordiaanse knoop – die we eventueel door kunnen hakken – de knoop van de zeilschool en de knoop van het Perzische tapijt. Het woord 'knoop' kennen we als eufemisme voor vloek en een 'mens in de knoop' hebben we allemaal wel eens ontmoet. In de etalages van handwerkwinkels zien we macramé, kunstig geknoopt touwwerk. En zouden breien en haken ook niet iets met knopen te maken hebben?

Wanneer u in Utrecht van het Centraal Station, bekend knooppunt van spoorlijnen, via Hoog Catharijne naar de binnenstad loopt, komt u halverwege



Fig. 1

bij een metalen knoop, door Shinkichi Tajiri in een metalen cilinder aangebracht (figuur 1); dat is nog eens iets anders dan lepeltjes buigen!

Ook in de wiskundeliteratuur komen we knopen tegen. Mijn eerste kennismaking verliep via een zeer charmant boekje van *H. Tietze*: 'Ein Kapitel Topologie. Zur Einführung in die Lehre von den verknüpften Linien'.¹ Na een introductie via schoenveters en elektriciteits snoeren met stekkers en contrastekkers, ontmoette ik de klaverbladknoop, liever gezegd: de klaverbladknopen.

Laten we eens van een vlakke tekening uitgaan, en wel van een gesloten kromme met drie dubbelpunten (figuur 2).

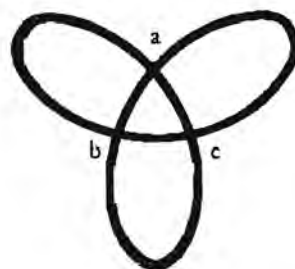


Fig. 2

We willen er een autoracebaan van maken en leggen de kruisingen ongelijkvloers. Er zijn drie kruispunten: *a*, *b* en *c*. Dus zijn er acht verschillende circuits te maken.

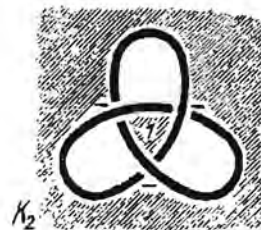
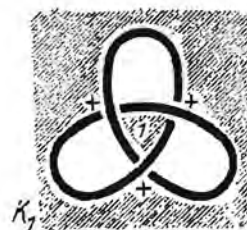


Fig. 3

Als we een lint op de autoweg leggen, dan blijkt in een aantal van de mogelijkheden dit lint, wanneer we het in onze hand nemen (het was een circuit voor speelgoedauto's!), eenvoudig een cirkelomtrek te zijn.

In twee gevallen echter, zit er in het lint een knoop die we er niet uit kunnen halen zonder de zaak kapot te maken. Een cirkel en een klaverbladknoop zijn topologisch niet equivalent. Ze zijn niet door een continue transformatie in elkaar over te voeren. In de cirkelomtrek kunnen we een zeepvlies spannen. Als we in de knooplijn een oppervlak willen spannen, krijgen we dit (tenzij we zelfdoorsnijdingen toelaten) niet gedaan. Een boeiende vraag is, of de linker- en rechterknoop (figuur 3), die elkaars spiegelbeeld zijn, in elkaar (binnen onze driedimensionale wereld) over te voeren zijn.

Om u wat onzeker te maken, laat ik nog twee knopen zien die elkaars spiegelbeeld zijn en die in ieder geval in elkaar over te voeren zijn (figuur 4).

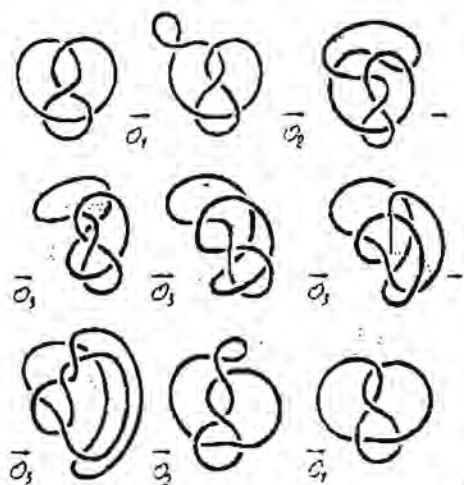


Fig. 4

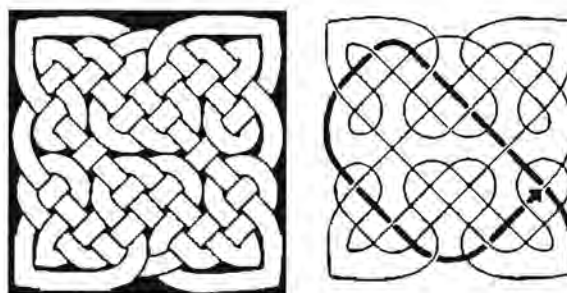
Er is een topologische theorie gemaakt over knopen en hun classificatie en over de voor de hand liggende vraag: hoe kun je twee of meer gesloten krommen met elkaar verknopen? U kent de goochelaars-truc om drie in elkaar hangende cirkelvormige metalen ringen los te maken tot drie losse ringen.

Nu komen we terecht bij een heel ander deel van de beeldende kunst als waar we bij Tajiri vanuit gingen. Laten we een bron noemen. In 'Science News' 33¹² stond een artikel van H.A. Thurston met als titel: 'Celtic Interlacing Patterns and Topology'. De

vraag die in dit artikel gesteld wordt, gaat uit van een gesloten kromme met een aantal dubbelpunten. We beginnen ergens te wandelen en kiezen bij ieder dubbelpunt (meer gecompliceerde singuliere punten mogen niet voorkomen in dit verhaal) of b of o , geïnterpreteerd als *bovenover* of *onderdoor*. Zoals bij de kromme met drie dubbelpunten bleek, kan dit natuurlijk op vele manieren plaatsvinden en kan het geheel verschillende topologische knopen opleveren.

Nu brengen we als extra eis te berde:

we lopen langs de kromme en kiezen de eerste keer b , de volgende keer o , dan weer b , dan weer o ; we maken dus een vlechtwerk (figuur 5).



Schematische voorstelling van een knoop uit 'The Book of Kells'

Fig. 5

Als we zo helemaal rondgegaan zijn, vinden we bij ieder dubbelpunt precies één b en één o . Zouden we b - b punten of o - o punten vinden, dan was het vlechten wel lelijk mislukt. In het artikel van Thurston wordt dit vlechten geïllustreerd met Keltische ornamenten, die zo'n vlechtstructuur bezitten. Tevens wordt een bewijs gegeven.

In de selectie van Edmund V. Gillon Jr., 'Russian Geometric Design and Ornament'³ en in een keuze uit Y. Chernikhov, 'Ornament'⁴, vinden we ook zulke vlechtwerken (figuur 6).

We laten aan de lezer over na te gaan welke van deze ornamenten uit een lijn bestaan en welke ornamenten verschillende gesloten krommen vormen, al dan niet in elkaar geschakeld.

We hebben naast Keltische ornamenten nu ook Russische gevonden. Ornamenten vormen een bestanddeel in de beeldende kunst van zeer vele culturen en deze vlechtornamenten vinden we op nog veel meer plaatsen.

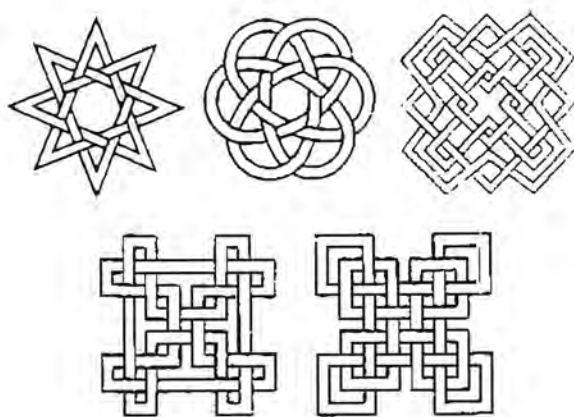


Fig. 6



Runenstein ten noorden van Stockholm. Ongeveer in het jaar 1000 opgericht door Gaidas en Jarund ter gedachtenis aan de zonen van hun zusters Einmund en Ingemund

Fig. 7



Folio 170 van het handschrift Psalterium van de H. Wolbodo, Trier of Utrecht, ca. 1000. Bezit van de Koninklijke Bibliotheek België

Fig. 8

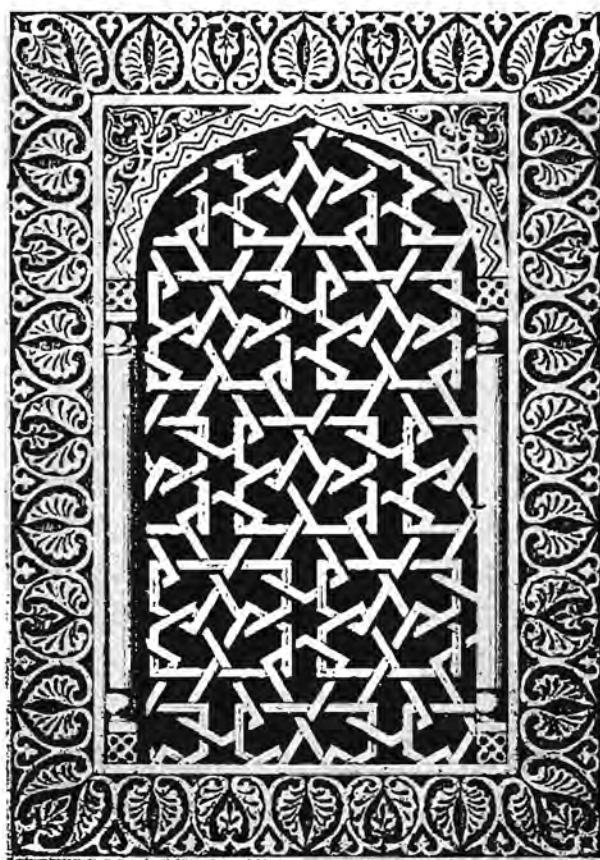
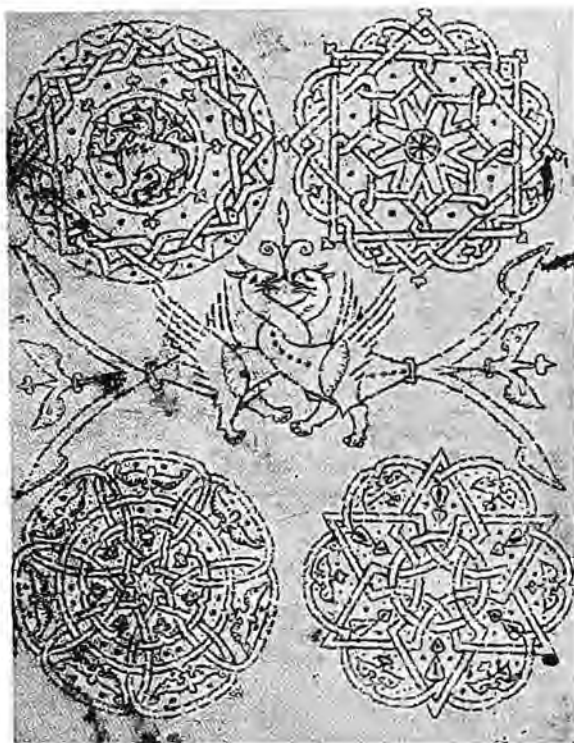


Fig. 9



Bijbel met Massora magna et parva. Duits type. Eind 13e eeuw

Fig. 10

Het lijkt bij dit onderwerp duidelijk, dat de kunstenaar geen gebruik maakte van een abstracte wiskundige theorie over knopen en geknoopte lijnen. Toch mogen we niet concluderen dat de artiest geen wiskunde toepaste. Homologie en homotopieklassen zijn voor de Keltische ontwerper vreemde woorden geweest. In hoeverre de *begrippen* hem toch nog enigszins vertrouwd waren, durven we niet te beoordelen. De relatie van vlakke ornamenten met de bewegingsgroep van het vlak ligt meer voor de hand dan de algebraïsering van het op en neer vlechten bij een aantal in elkaar geschakelde krommen. Het ontwerpen van deze patronen echter, is hoe dan ook een stuk wiskunde.

We zouden wel een onderscheid tussen *meer* en *minder wiskunde* kunnen maken. Het runengedenkteken (figuur 7) vertoont geen gesloten krommen, maar linten met het begin en het eind vrij sim-



Uzkend, detail van een portaal, terracotta octagon met rosetten en palmetten

Fig. 11

pel ineen gevlochten.

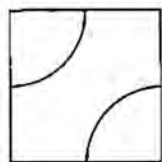
Hetzelfde geldt voor de miniatuur op de voorpagina van het Wolbodo psalterium (figuur 8).

Een, onder wiskundigen bekend Moors raam, is wiskundig zeer fraai en zowel mathematisch als artistiek gezien, een geweldige prestatie (figuur 9). Ook in de Joodse traditie vinden we zeer vernuftige knoopillustraties (figuur 10).

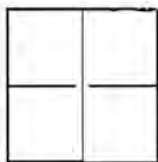
Het verbod om mens of dier af te beelden, maar daarentegen de nadruk op het woord te leggen, voert tot schriftbeelden. Met een modern woord zouden we dit visuele of concrete poëzie kunnen noemen.

Daarnaast zijn ook in steen gehouwen voorbeelden te vinden in Arabische bouwwerken in Centraal Azië (figuur 11).

U kunt zelf ook allerlei knoop-gezelschapsspeltjes ontwerpen door legpuzzels te maken met twee



en



Eventueel kunt u ook ruitjespapier gebruiken en om beurten hokjes opvullen. Het is dan een variant op een bekender spel.



Fig. 12

In het boekje van Tietze wordt getaltheorie te hulp geroepen om een classificatie te verkrijgen; zelfs niet-triviale feiten over equivalentie van kwadratische vormen, kunnen gebruikt worden om bijvoorbeeld te bewijzen dat de twee klaverbladknopen niet in elkaar over te voeren zijn. Ook kan een begin van een grammatica van vereenvoudigregels gegeven worden, waarmee knopen tot een standaardvorm kunnen worden herleid.

De laatste knoop waar ik uw aandacht voor wil vragen, is de knoop die Prof. dr. N.G. de Bruijn uit steen hakte en die werd aangeboden aan het Freudenthal instituut (het voormalige IOWO). De knoop hangt nu in één van de vergaderkamers (figuur 12). U komt maar eens kijken om hem te analyseren!

Noten

- [1] Hamburger Mathematischen Einzelschriften, 1942.
- [2] Penguin Books, Londen 1954.
- [3] Dover, New York 1969.
- [4] Leningrad 1930.

Zwevingen en zijden kousen

F. van der Blij

Deze keer vragen we uw aandacht voor een in de mode en ook in de schilderkunst veel gebruikt effect: *moiré*. Misschien heeft u het al eens gezien wanneer u twee zijden kousen over elkaar heeft gehouden, of wellicht twee tulen gordijnen. Men ziet wel eens stoffen waarop *moiré*-achtige figuren zijn voorgedrukt. Een treurige ontarding, want het echte van *moiré* is dat de figuren bij iedere beweging, telkens wanneer zij over elkaar schuiven, snel en sterk veranderen.

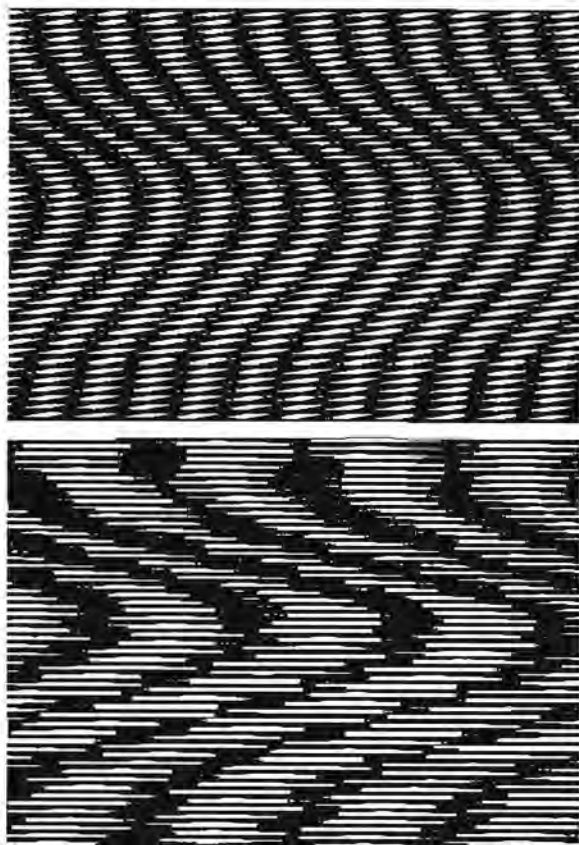


Fig. I

Wanneer u zelf met dit effect wilt experimenteren, kunt u twee stukjes horregaas (met vierkante ma-

zen) over elkaar bewegen. Daarna kunt u het proberen met twee stukjes vitrage (eveneens met vierkante mazen). Als dit niet meer boeit, kunt u overstappen op zeshoekige of ruitvormige mazen, of u kunt u verlustigen aan vele mooie affiches waarin ditzelfde effect gebruikt is.

Erg mooie voorbeelden van een ander (hoger?) type krijgt u door twee paar concentrische cirkels, op doorzichtig materiaal getekend, over elkaar te bewegen (figuur 2).

We proberen enkele theoretische opmerkingen over *moiré* te maken. Wiskundig is er waarschijnlijk veel meer over te zeggen en misschien is er wel iemand die er een studie van heeft gemaakt. Maar wat is nu eenvoudiger: dit op te zoeken of zelf aan de slag te gaan? De keus is eenvoudig: geen van beide, maar wel behouden we het voornemen om later nog eens...

In de titel worden naast *zijden kousen* ook zwevingen genoemd. Wellicht kent u het verschijnsel. U kunt het waarnemen wanneer bijvoorbeeld uw piano gestemd wordt: twee tonen met bijna dezelfde frequentie die gelijk tot klinken worden gebracht, vertonen zwevingen; dat wil zeggen: ze hebben een afwisselend sterke en zwakke intensiteit. Deze zweving heeft dezelfde wiskundige achtergrond als het *moiré*.

Om het principe nog even uit te leggen, grijpen we terug naar een technisch apparaat dat misschien niet iedereen bekend is, de *nonius*. Met dit apparaat kunnen we nauwkeurig meten. We maken het aan de hand van een plaatje duidelijk. We willen de lengte *ab* meten. We zien dat het een getal tussen de 4 en 5 (cm) is. Nu kunnen we het restje schatten, maar een *nonius* geeft de maat precies aan. Op de schaal van de *nonius* staan de streepjes niet om de centimeter, maar om de negen millimeter. Leg je de *nonius* op

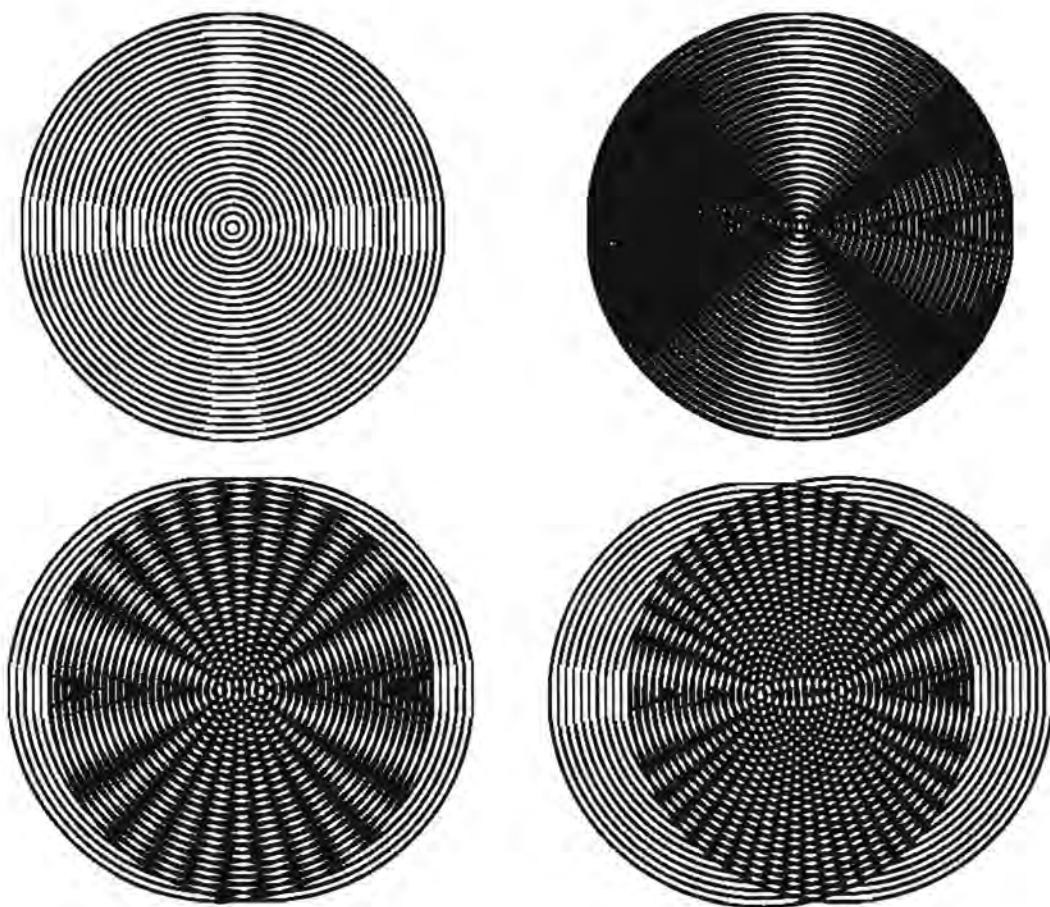


Fig. 2

de centimeterschaal, dan valt één streepje op beide schalen samen. Was de nonius langer, dan zouden er steeds weer, op afstanden van tien noniusstreepjes en dus negen centimeterstreepjes, twee samenvallen. We kunnen het aantal millimeters dat ab langer is dan 4 cm bepalen door te kijken wanneer een noniusstreep voor het eerst met een streep van de centimeterverdeling samenvalt (figuur 3).

Maakten we een centimeterschaal en een lange noniusschaal op doorzichtig papier, dan zouden we een patroon van verdichtingen en verdunningen op vaste afstanden zien. Dit verschijnsel noemen we eveneens een zweving. In 'Natuurkunde van het Vrije Veld'¹ van Prof. dr. M. Minnaert vinden we verschillende voorbeelden van zwevingen: achter-

elkaar gelegen hekken, verwarmingsroosters, en dergelijke.

Wanneer u een toon opvat als een trilling met opeenvolgende maxima en minima (sinusoïde), dan kunt u door een figuur te maken van

$$f(x) = \sin ax + \sin (\alpha - \epsilon)x,$$

met kleine ϵ (ten opzichte van x) zien dat de toppen van $\sin ax$ en van $\sin (\alpha - \epsilon)x$ net zo'n gedrag hebben als de streepjes van de centimeterschaal en de noniusschaal. Samenvallende toppen geven versterking, tegengestelde extremen geven een verzwakking.

Voor de rekenaars nog even

$$\sin ax + \sin (\alpha - \epsilon)x = 2 \sin \left(\alpha - \frac{1}{2} \epsilon \right) x \cos \frac{1}{2} \epsilon x.$$

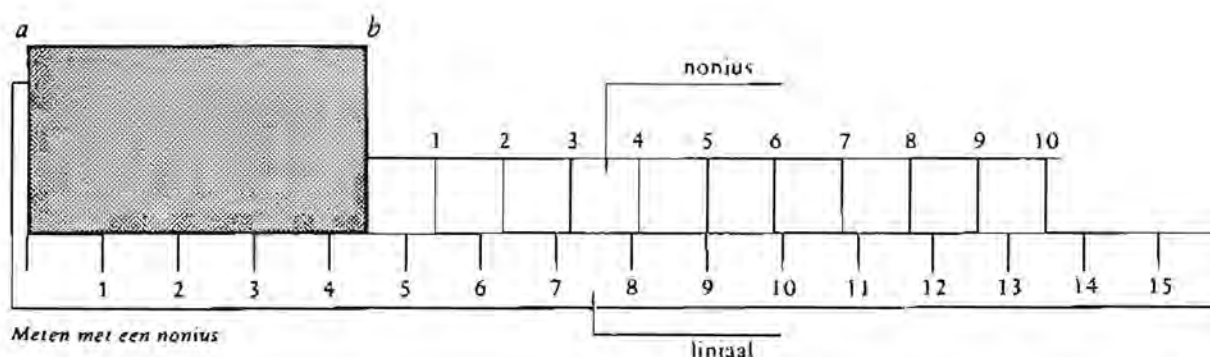


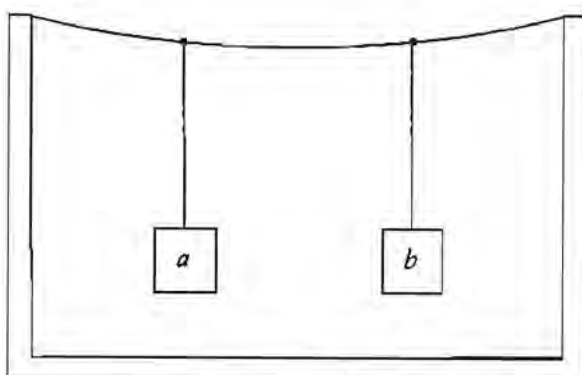
Fig. 3

Maximale amplitudes in punten waar

$$\sin(\alpha - \frac{1}{2}\epsilon)x = 1$$

– deze punten liggen vrij dicht bij elkaar – maar waar bovendien $\cos \frac{1}{2}\epsilon x = 1$. Deze punten liggen op 'grote' afstanden, namelijk $\frac{4\pi}{\epsilon}$ tegenover $\frac{2\pi}{\alpha}$ (ongeveer) voor de dicht bij elkaar liggende punten. Aldus zien we de toppen en vlakke stukken in de som van $\sin \alpha x$ en $\sin(\alpha - \epsilon)x$ ontstaan.

Voor liefhebbers van mechanica of van mechanische speeltjes: de gekoppelde slinger (als speelgoed in allerlei soorten te koop) vertoont eveneens zwevingen.



Schets van een gekoppelde slinger

Fig. 4

Als we *a* (figuur 4) een slinger naar voren geven, gaat deze van voren naar achteren slingeren. Na enige tijd staat *a* stil en slingeren *b*, enzovoorts. Als u de differentiaalvergelijking opstelt en oplost, ziet u dat de beweging van *a* gegeven wordt door de som van

sinussen, de stilstand is een dal omdat de twee termen ongeveer tegengesteld zijn.

We hebben het tot nu toe over ééndimensionale verschijnselen gehad. We willen nu wat over vlakke verschijnselen zeggen. Nemen we bijvoorbeeld een stel evenwijdige lijnen, $x = n$, $n \in \mathbb{Z}$, en een tweede stel dat een kleine hoek met het eerste stel maakt, bijvoorbeeld $\epsilon y = x - m$, $m \in \mathbb{Z}$, dan zien we de snijpunten een soort zweverige figuren vormen. We berekenen namelijk dat voor deze snijpunten geldt

$$y = \frac{n-m}{\epsilon}$$

Deze liggen op lijnen evenwijdig met de x -as op onderlinge afstanden van $\frac{1}{\epsilon}$. Door twee stelsels langs elkaar te bewegen (met draaien), zie je deze verticale lijnen omhoog en omlaag schieten.

In een fraai klein boekje van Jean-Paul Vroom en Simon Vinkenoog 'How to enjoy reality'² zijn schitterende transparanten ingebonden, die je over vastgedrukte stelsels (in dit geval niet-rechte lijnen) kunt bewegen.

Het 'vademecum 1970-1971' voor aanstaande studenten aan de Universiteit Utrecht heeft eveneens fraaie voorbeelden van moiré (figuur 5).

En zo zijn we toch bij de beeldende kunst terechtgekomen. In de groep 'Zero' – hoogtepunt rond 1960 – vinden we ook nogal wat toepassingen van het moiré-principe. Omdat het hierbij allemaal om het bewegen en het levende gaat, zijn illustraties niet zo overtuigend. Veel werk van Heinz Mack en van

Raphael Jesus Soto berust eveneens op zwevingen en moiré (figuren 6 tot en met 9).

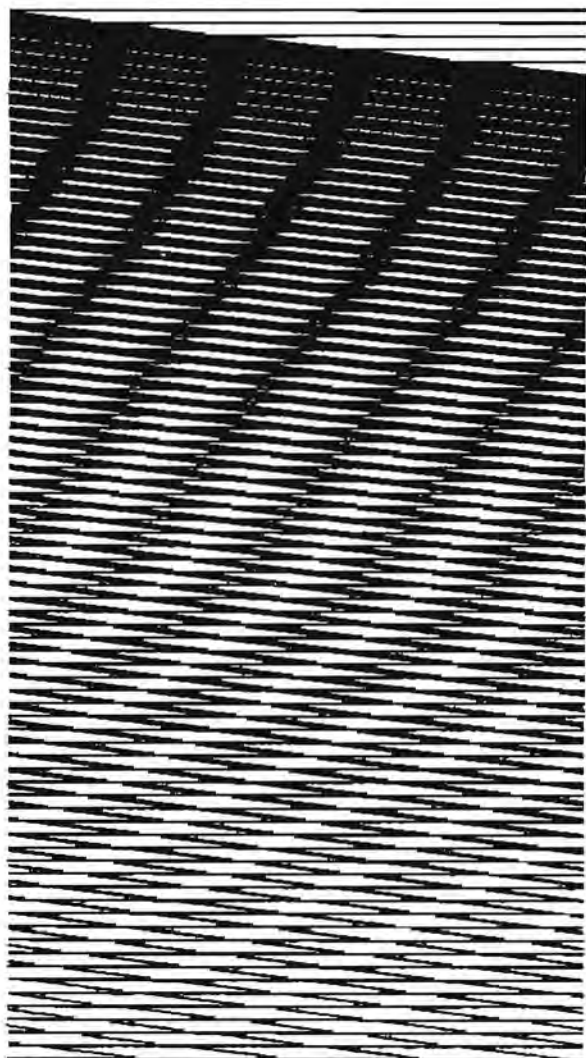


Fig. 5

In de bundel 'Zero'³ vinden we zowel van Heinz Mack als van Soto voorbeelden van moiré. Van Mack zijn het vaak 'metalen schilderijen' waarin via motortjes bewegingen opgewekt worden; van Soto veelal draadroosters die zwevingen oproepen.

Een heel mooi voorbeeld van Soto is de omslag van de catalogus van zijn tentoonstelling in het Stedelijk Museum van Amsterdam⁴ (figuur 9). Over een stel evenwijdige lijnen ligt vrij beweegbaar een wit draadje. Via een effect van gezichtsbedrog zien we zwarte streepjes op het draadje. De dichtheid hangt samen met de hoek die de draad ter plaatse met het

stelsel evenwijdige lijnen maakt.

Voor het werk van Heinz Mack verwijzen we nog naar de zeer uitvoerige tentoonstellingscatalogus 'Akademie der Kunste Berlin'.⁵



Lichtreliëf 'sapienii sar', Heinz Mack 1967

Fig. 6

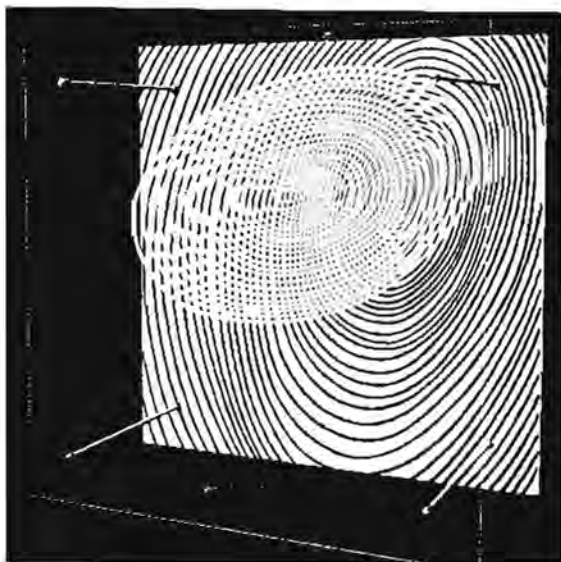


Witte lichtdynamo, Heinz Mack 1964

Fig. 7

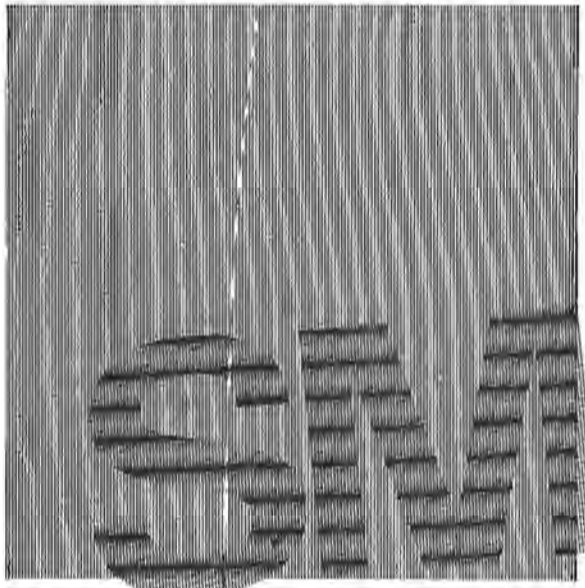
We geven nog wat theorie. We vervangen ons stelsel evenwijdige lijnen door een rooster van vierkantjes (een velletje transparant millimeterpapier kan als voorbeeld dienen). We leggen er een tweede, precies eender velletje overheen en draaien dit

een klein beetje ten opzichte van elkaar. Wanneer ze een hoek maken waarvan de tangens ϵ is, zien we versterkingen (zwevingen) een patroon vormen van vierkanten op onderling veel grotere afstanden, in feite ongeveer $\frac{1}{\epsilon}$. Door langzaam te draaien, ziet u de verdichtingen steeds verder uit elkaar gaan.



Vibration, Raphaël Jesus Soto

Fig. 8



Omslag catalogus, Raphaël Jesus Soto

Fig. 9

Als ϵ héél erg klein wordt, gaan foutjes in het lijnenstelsel van het millimeterpapier domineren, onregelmatige vlammen vliegen over het papier. Wanneer u dit met stukjes vitrage of met zijden kousen doet, treden de onregelmatigheden al veel eerder op en ziet u de 'vlammen' meestal in de vorm van een stel concentrische ovalen ontstaan.

Er zijn veel varianten te vinden. De Bijenkorf had enige tijd geleden pakpapier met twee roosters van zes-hoekjes in verschillende kleuren iets over elkaar verschoven. Prachtige zwevingen. We laten hieronder een verkleinde zwart-wit afbeelding zien (figuur 10).

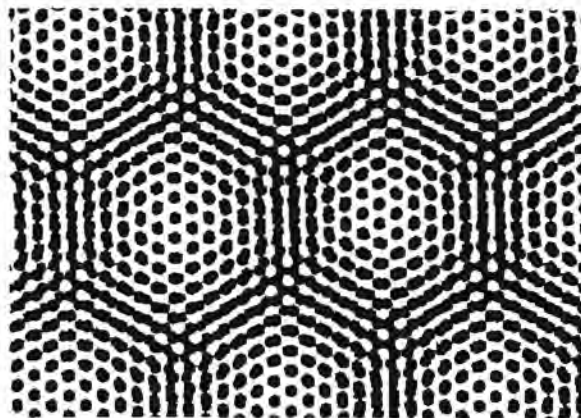


Fig. 10

Heeft u kleurentelevisie, dan ziet u zeer regelmatig moiré/zweavingsverschijnselen bij personen met streepjes- of stippeltjesoverhemden, -pakken, -bloesjes of -jurken. Strakke lijnfiguren met lijnen bijna evenwijdig met de beeldlijnen, laten zowel op een zwart-wit- als op een kleurentelevisie de leukste vlammen zien. Bent u zo rijk dat u op school video, camera en monitor heeft, dan kunt u onbepaald aan het spelen gaan. Maar dan ook wat theorie maken naast de creativiteit!

In 'Scientific American'⁶ staat een 'coverstory' van Gerald Oster en Yasunori Nishijima over moiré. Een paar plaatjes (in het origineel in kleur) nemen we in zwart-wit over (figuur 11).

Er is een boek van Gerald Oster over dit onderwerp op de markt, helaas waren we niet in de gelegenheid dit te raadplegen.

Als voorbeelden laten we nog twee concentrische cirkels zien met middelpunten op een afstand δ . Snijpunten van de stelsels zijn dan de punten waar-



Fresnel ring moirés

Fig. 11

voor het verschil van de afstanden tot de twee centra constant is. Dit geeft een stelsel van hyperbolen, een vaak (onder andere in affiches) gebruikt zwaaiend patroon.

Een reeks fraaie afbeeldingen is te vinden in het boek 'Symmetry in science and art' van A.V. Shubnikov en V.A. Koptsik.⁷ Terloops merken we op dat via radiozenders dit systeem van hyperbolen gebruikt wordt in het deccasysteem voor plaatsbepaling op zee.

Maar dat is *techniek en wiskunde* en dat behoort tot een andere rubriek.

Noten

- [1] Deel 1, p. 84.
- [2] Thomas Rap, Amsterdam.
- [3] Volume 3, Arnhem 1961.
- [4] Januari/februari 1969.
- [5] Mei/juli 1972; Stedelijk van Abbemuseum, Eindhoven, mei/juni 1973.
- [6] *Scientific American*, mei 1963.
- [7] Engelse vertaling G.D. Archard, uitgave Plenum Press 1974, pp. 158-168.

Zijn Italianen calvinisten?

F. van der Blij

Een typische, vaak gehoorde opmerking over de geometrische kunst in Nederland, wijst in de richting van strakke rechte lijnen, soberheid en ingetogenheid; net als in het calvinisme. Anders dan de Vlaming Rubens is de Amersfoorter Mondriaan. Stellingen van dit type zijn natuurlijk niet te bewijzen. Men werkt dan met 'levensgevoel' en 'er moet verband bestaan'. Voor stellingen, die je niet kunt bewijzen, zijn soms tegenvoorbeelden te geven. Maar niet ieder tegenvoorbeeld ontkracht de geponeerde stelling. Soms wordt de stelling iets aangepast zodat het tegenvoorbeeld geen tegenvoorbeeld meer is. In de trant van: die geometrische kunstenaars die geen calvinist zijn, zouden het 'eigenlijk toch moeten zijn'.

Ik wil vandaag naar Italiaanse geometrische kunstenaars, maar zal bij enkele voorbeelden toch ook buiten Italië kijken. Nederlandse geometristen kent u wel; denk maar aan de stijlgroep. In ons tijdschrift (Wiskobas Bulletin, red.) noemde ik al eens de tentoonstelling 'Struktuur' (een thema, een methode), Lakenhal, Leiden, december 1972/januari 1973 en 'Varianten' (abstract-geometrische kunst in Nederland), reizende tentoonstelling, 1973. Maar er zijn nog veel meer voorbeelden, als leek-amateur weet ik niet alles. Ik noem er nog één omdat het een aanleiding voor dit verhaaltje was. In de rekken, tussen oude, nog te koop zijnde catalogi, in het Museo di Castelvecchio, Verona, vond ik: 'Elementaire vormen / Formes Elementaires', office d'art visuel pour l'étranger, Amsterdam, mei 1975. Een in het Nederlands geschreven catalogus in een museum in Verona doet je al even opzien. Geometrische, elementaire vormen; enkele namen: Jan Schoonhoven, Carel Visser, enzovoorts.

Zijn er artistieke sluiptwegen van Nederland naar Italië vice versa met mappen geometrie? Laten we maar eens naar de Italianen gaan kijken.

Tot de Zerogroep, de Nul-kunstenaars, behoort ook L. Fontana, de kunstenaar die penseel, potlood en schildersmes verving door het scheermes, en het witte vlak te lijf gaat met enkele (geometrisch gestructureerde?) sneden!

In Verona vond ik nog meer. 'Dal progetto all'opera. Spazio e/o geometri a processo de..' esperienza viva', januari/februari 1974. Een mooie tentoonstelling. We zullen wat plaatjes bekijken. Staat in de inleiding een verwijzing naar Nederland?

La piccola verifica is dat ik geen Italiaans ken, en natuurlijk weer op het laatste ogenblik zit te schrijven en dus geen vertaler binnen handbereik heb. Ik zie wel verwijzingen naar het Bauhaus, naar Husserl, naar Paul Klee. Maar het voorwoord maakt het weer goed. Behalve Brunelleschi (de grote!) en Vitruvio (de klassieke!) vind ik Mondriaan. En de zin:

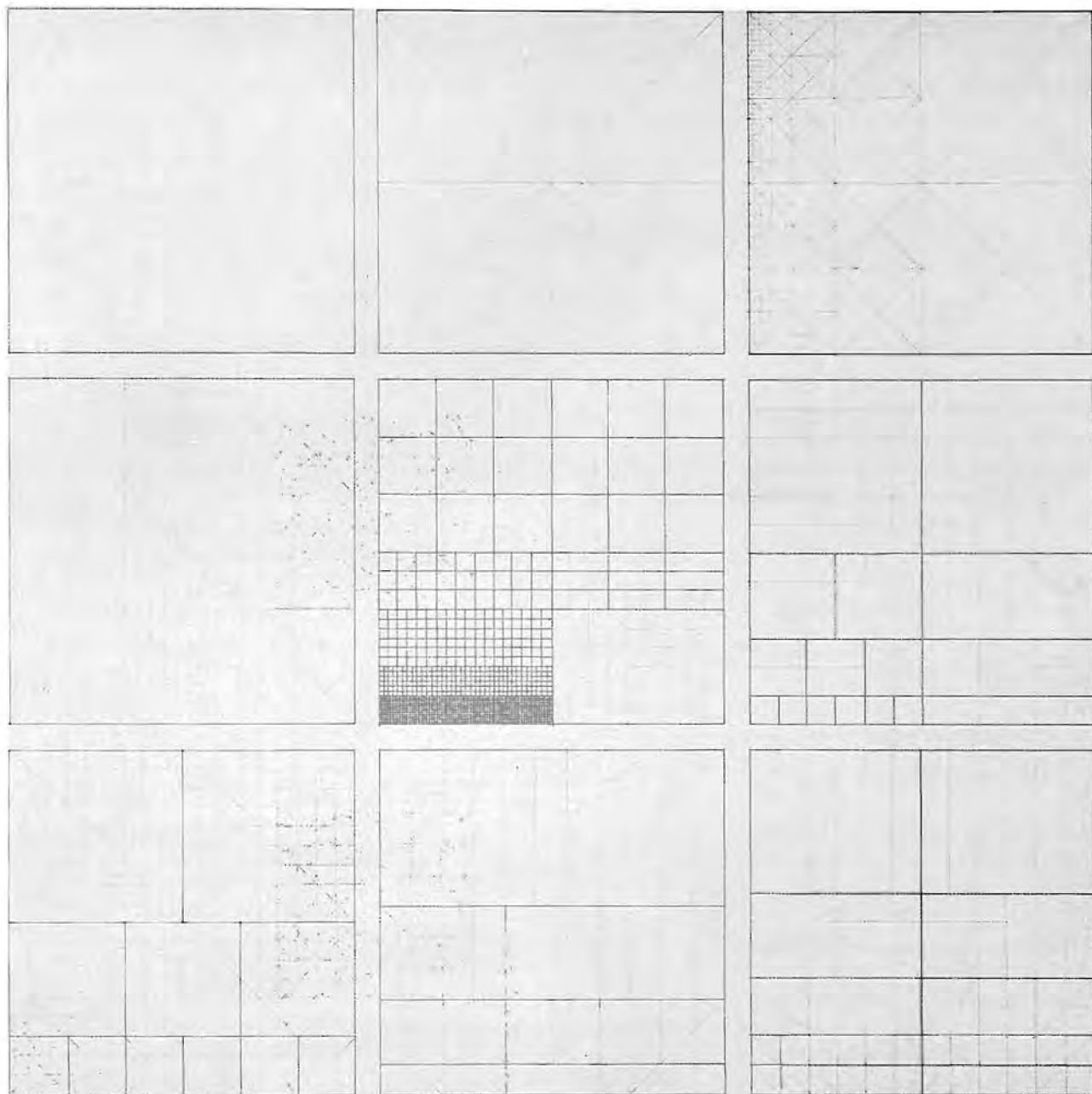
'hanno nell' astrattismo geometrico del Bauhaus ma anche di Stil e del costruttivismo.'

Uit de catalogus een paar plaatjes. Ik begin met een blad met vierkanten en diagonalen van Francesco Arduini; ritmen gebouwd op getalreeksen 1, 2, 3, 6 / 3, 6, 9 / 1, 1, 2, 3, 5 – zie figuur 1.

Naast deze catalogus, Verona, 1974, leg ik 'Mededelingen Centraal Museum Utrecht', november 1977, over brott (Birgitte Janssen, Otto Hamer). Alleen gaan de laatsten met kleuren aan het vouwen van hoekjes volgens het voorgetekende patroon (figuur 2).

Ik blader verder in Verona. Nicola Carrino heeft een prachtige pagina met tekeningen op millimeterpapier en foto's van ruimtelijke objecten (figuur 3).

Het werk van Sandro de Alexandris zou ik naast dat van Ad Dekkers willen leggen. Zijn het dezelfde problemen die door beiden worden aangegeven? Wist u overigens dat Ad Dekkers (net als Peter Struycken) de omslag van een dissertatie in de faculteit van wiskunde en natuurwetenschappen ont-



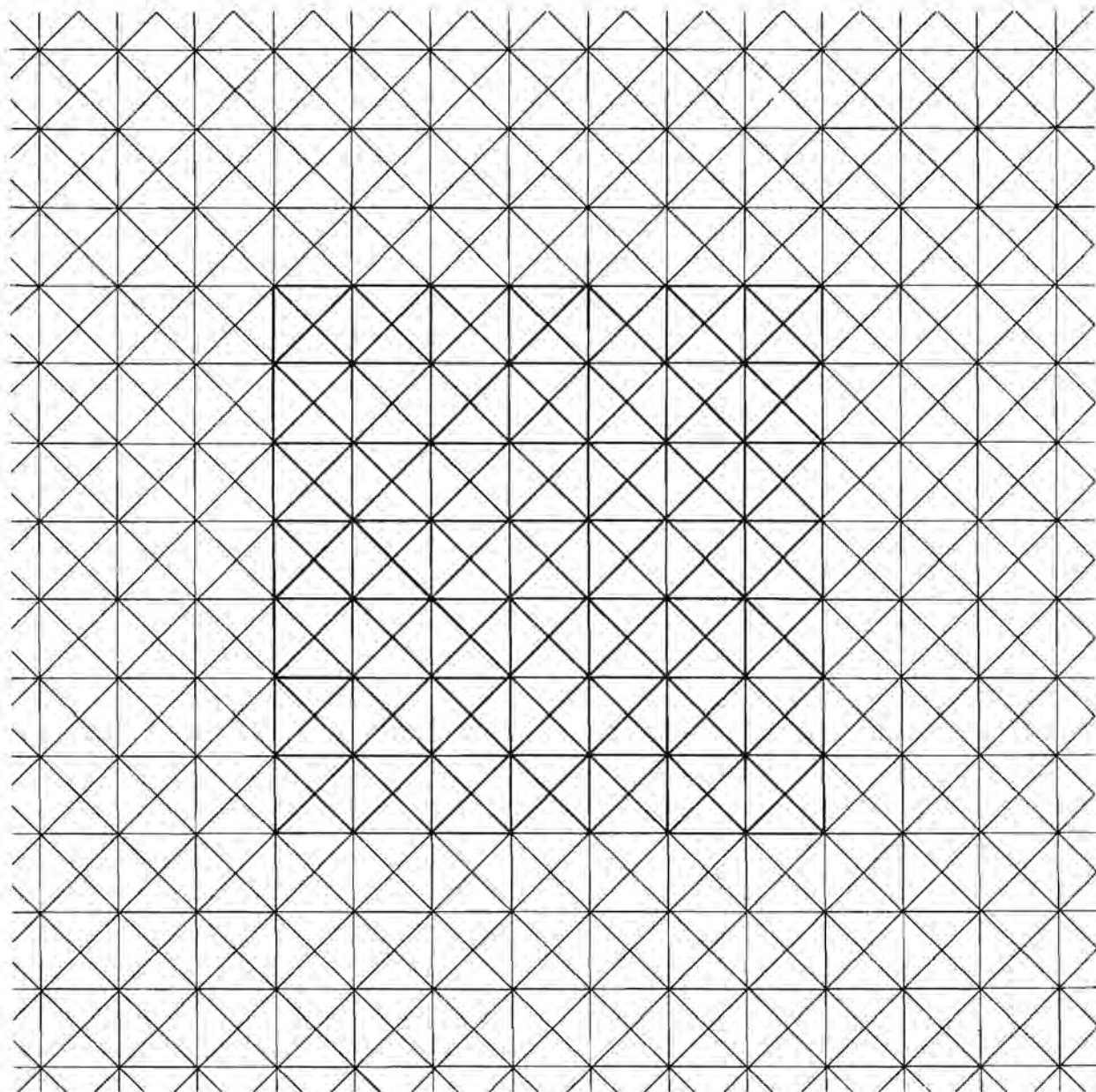
Francesco Arduini: Sequenza con caratteristiche esplicative

Fig. 1

wierp? Maar, al zou ik stukjes uit de theorie van De Alexandris kunnen citeren, de relatie van deze op oudejaarsdag 1939 in Torino geboren kunstenaar met het Nederlandse calvinisme kan ik niet vinden. Het werk van Beppe Devalle, 'Black make-up' is duidelijk wel meetkundig, maar niet sober calvinis-

tisch. Hoe kom je op het idee om, uitgaande van concentrische cirkels, machtlijnen, enzovoorts, een make-up te ontwerpen? (figuren 4 en 5).

Als vervolg kies ik zo maar een galeriefolder van een tentoonstelling van Agostino Bonalumi (april 1974). Ook hier in de tekst de woorden 'figura geo-



Brott: Kleurplaat

Fig. 2

metrica' (figuur 6).

Maar ik stap over naar de grotere tentoonstellingen, en wel in Mantua. In een wondermooi oud paleisje (Casa del Mantegna) vond ik een tentoonstelling van Marcello Morandini. De titel: 'Harmonicum, linea come analisi / linea come oggetto / linea come

struttura / linea come architettura'. De laatste drie woorden worden prachtig geïllustreerd door de plattegrond van de Casa del Mantegna. In de catalogus vinden we hiervan fraaie afbeeldingen (figuur 7: voorblad catalogus). Het werk van Morandini is zowel grafisch – dus vlak – als driedimensionaal.

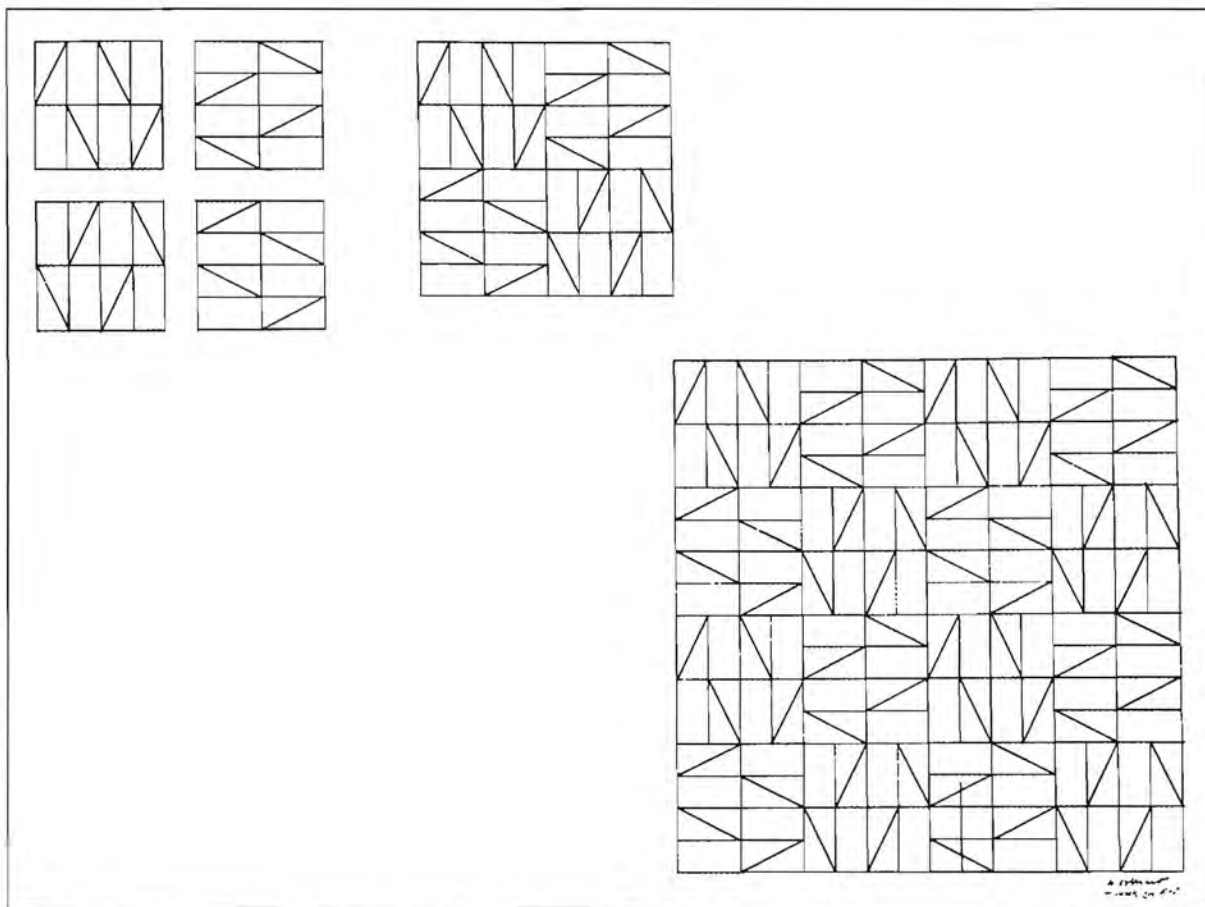


Fig. n. 7 - 1965 - Strutturazione modulare, biro su carta millimetrata, cm. 42 x 30

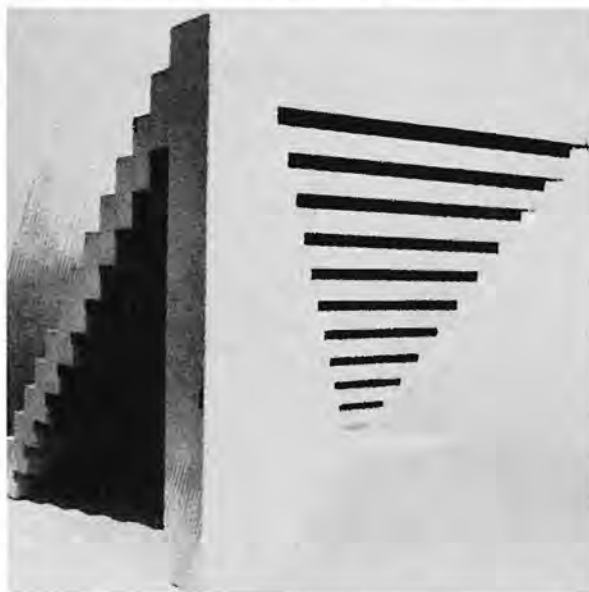


Fig. n. 8 - 1965 - Spaziostruttura 3, legno, cm 40 x 40 x 40

Nicola Carrino

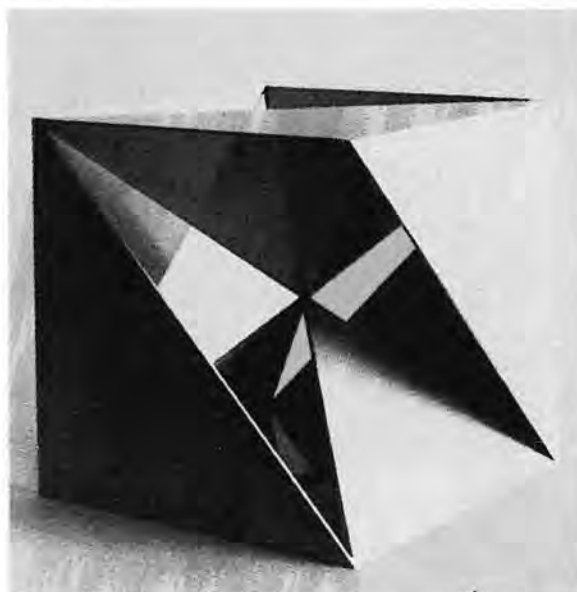


Fig. n. 9 - 1965 - Spaziostruttura 1, ottone, cm. 25 x 25 x 25

Fig. 3

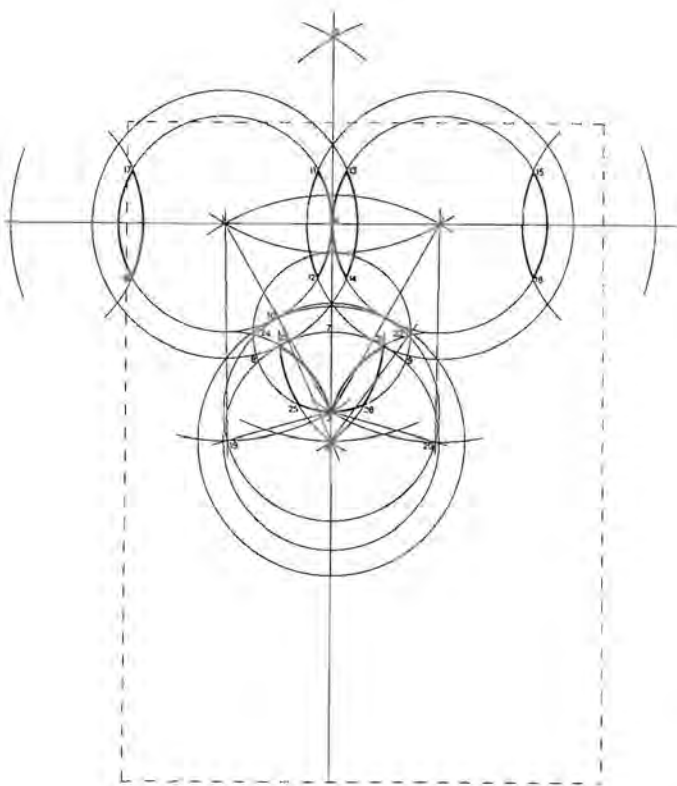


Fig. 4

Ik zou een heleboel willen laten zien. Als ik geen moeilijkheden met de eindredacteur krijg, ruil ik wat zinnen in voor plaatjes. Zoiets als figuur 8 is meer gezien en ook door het IOWO al eens als omslag gebruikt. figuur 9 is niet twee- en ook niet driedimensionaal. Maar wel leuk meetkundig. Regelvlakken op kubusribben!

Figuur 10 geeft echt driedimensionaal werk van hem. Daar de context met de basisschool zo duidelijk is, kies ik deze afbeelding en niet een meetkundig meer interessante, die ook op de tentoonstelling aanwezig was.

Waar blijft het calvinisme, waar de Nederlandse invloed? Ja, maar ik keek alleen plaatjes. 'Man, leer toch Italiaans,' zult u zeggen, 'en ga interviews afnemen, dan zul je wat anders ontdekken ...'

Ik ga het maar op een andere manier doen: niet in Italië naar Italianen zoeken, maar in Nederland. In



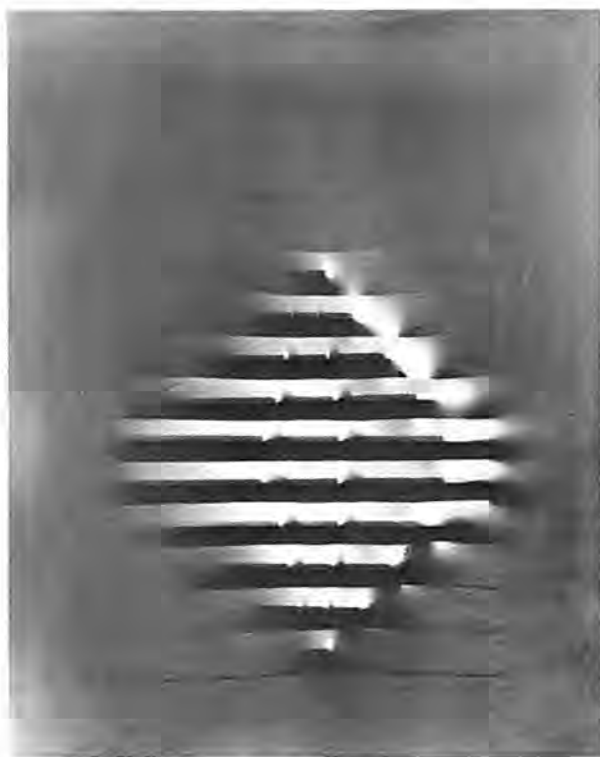
Beppe Devalle: Black make-up

Fig. 5

april 1974 was er in het Stedelijk Museum in Amsterdam een tentoonstelling van Iginio Balderi, geboren in Pietrasanta, opgeleid in Florence en Milaan, die in 1962 een jaar in Amsterdam werkte. Ik laat hem zelf aan het woord over de theorievorming:

'Na tien jaar vormonderzoek in de beeldhouwkunst ben ik ten slotte tot twee primaire vormen gekomen: de één is het ei – waarvan de lengtedoorsnede een ellips en de dwarsdoorsnede een cirkel is; de ander is een prisma – waarvan de doorsnede een driehoek is. Bij het combineren van deze twee elementen heb ik gekozen voor zeven mogelijkheden die zeven verschillende beelden vormen. Zeven beelden die verschillen ook al bestaan ze uit dezelfde elementen. Het aantal zou in feite veel groter kunnen zijn, want de combinatiemogelijkheden zijn oneindig. Ik heb deze keuze gemaakt omdat ik dit de sleutelposities vind om een cyclus te beginnen en af te sluiten. Elk beeld is voor mij een mysterieus levenssymbool, een teken, een voorstelling van het menselijk leven op onze planeet. Wat dit ei voor mij is: een bol – een hemellichaam – in omloop gebracht binnen

een ellips – de beweging rondom haar zon – haar baan. Ik bedoel dat het niet een constante is – statisch – maar dynamisch. Het ei is voor mij het belangrijkste symbool van het leven.'



Agostino Bonalumi

Fig. 6

Franco Russoli schrijft over hem:

'Hij herinnert in de huidige problematiek, in de crisis van zekerheden en dogma's, aan de les van Mondriaan: Achter de veranderlijke natuurlijke vormen verbergt zich de onveranderlijke zuivere werkelijkheid. Men moet dus de natuurlijke vormen reduceren tot zuivere onveranderlijke verhoudingen.'

Ook Gianfredo Camesi, geboren in Tessin (Zwitserland), in 1965/1966 werkend in Florence en in 1970 in Amsterdam, neem ik nog even bij de Italianen mee. Zijn 'Leven in het binnenste van een systeem' (1969-1970) geeft een fraaie meetkundige prent (figuur 12). De woorden ernaast zijn maar een aanduiding van een door de kunstenaar opgesteld verhaal over het 'leven'. Een zin:

'De enige werkelijkheid is het leven, energetische vorm van de dimensie, evenredig aan de maat van het systeem, toestand die zich aan een ander systeem hecht, voortschrijdende evolutie van een punt, de oneindigheid bepalend.'

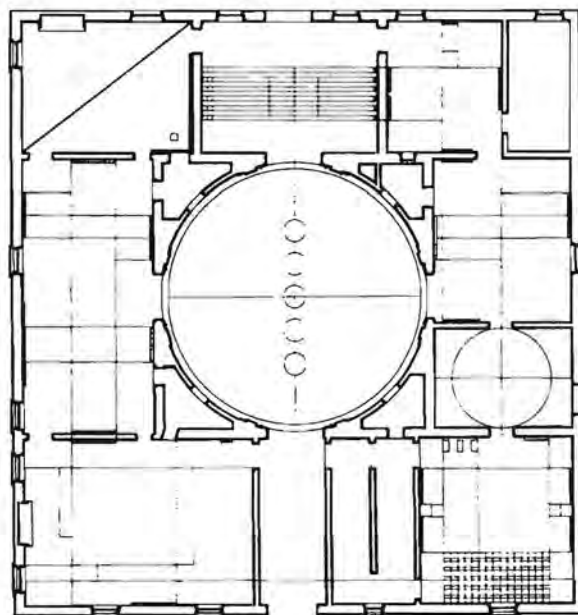
Dit lijkt me geen calvinisme toe, ook geen wiskunde overigens. Betekent het eigenlijk wel iets? Voor mij eerlijk gezegd niet. Alhoewel het klinkt mooi, vooral in het Frans:

'Le conditionnement humain est donc proportionnellement a sa dimension.'

Onze conclusie is, dat meetkundige kunst overal in Italië te vinden is. Soms zonder relatie met Nederland, soms via reisbeurzen in relatie met Nederland. Merkwaardig is, dat toch wel veel grondlijnen zowel in Nederland als in Italië terug te vinden zijn, soms op verschillende manieren uitgewerkt.

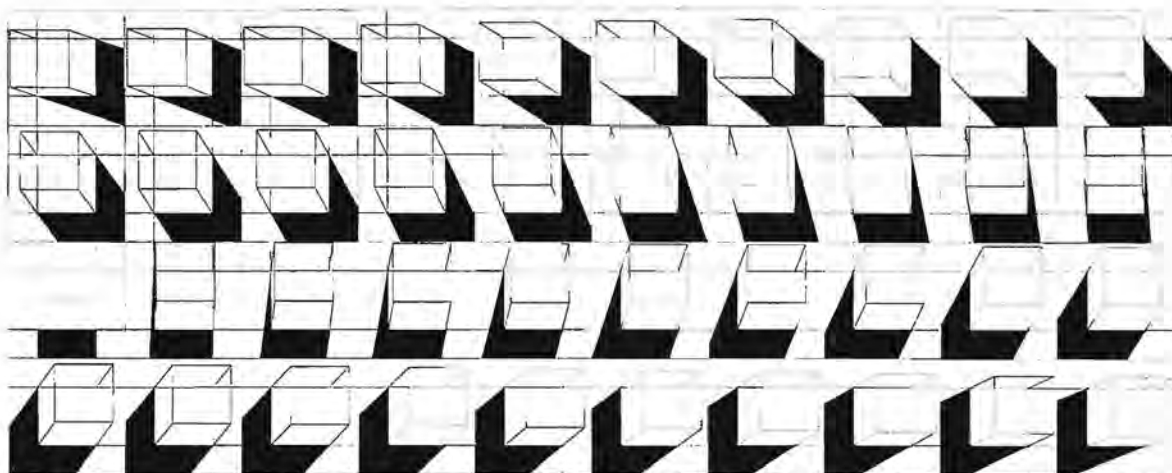
Duidelijk is de laatste vraag in dit verhaal: *Hoe is het buiten Italië?*

Waar zullen we eens gaan zoeken? In België is zeker veel te vinden (Gentse constructivisten), maar dat is zo dichtbij. Ik herinner me ergens iets gezien te hebben over Argentijnse geometrische kunstenaars. Daar werd ook over de relatie met Nederland geschreven. Maar ik weet het niet meer precies en de catalogus lijkt begraven te zijn tussen andere papieren. Archeologisch onderzoek moet tot academische vakanties wachten! Wel wil ik nu nog even enkele andere voorbeelden noemen, om er misschien een volgende keer wat meer op in te gaan.



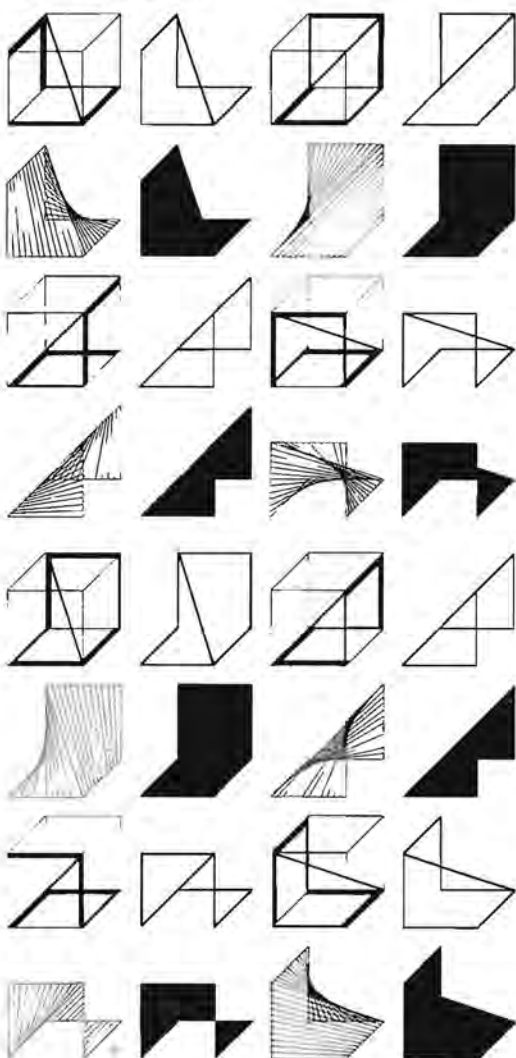
Marcello Morandini

Fig. 7



Marcello Morandini

Fig. 8



Marcello Morandini

Fig. 9

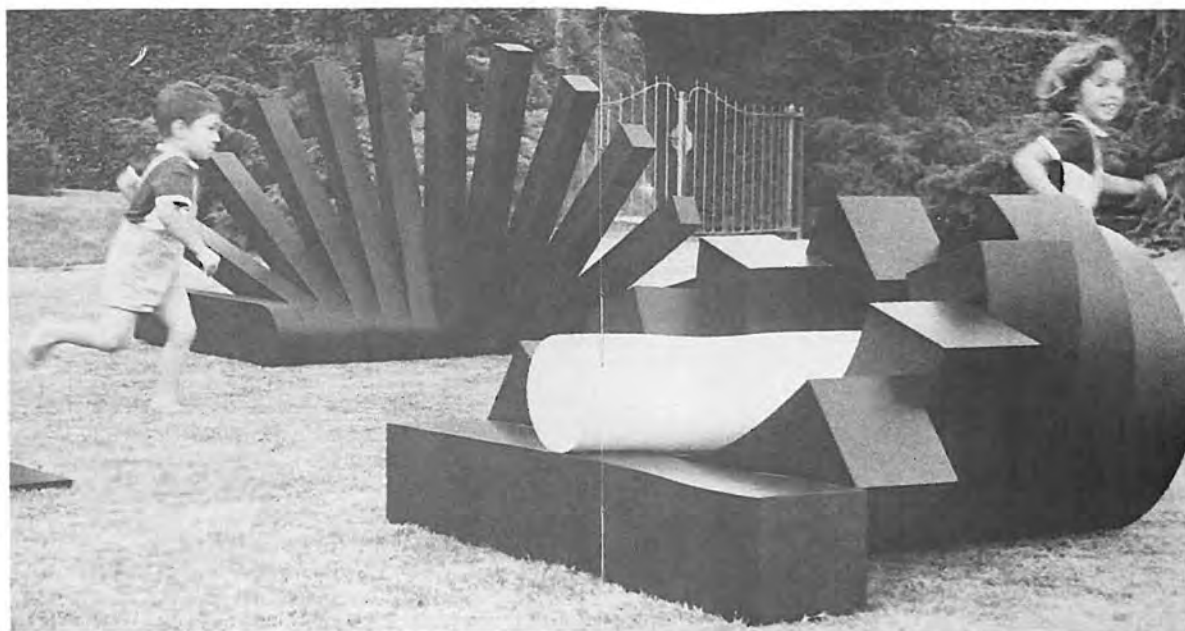
Kort geleden was in Utrecht een mooie tentoonstelling: 'Hongaarse constructivistische kunst 1920-1977'. Best leuk om deze eens naast de Italianen te leggen. De inleiding verwijst natuurlijk weer naar Bauhaus en de stijlgroep. Een eerste contact was een tentoonstelling van werk, onder andere van Schoonhoven, Struycken, Dekkers en Carel Visser in maart/april 1977 te Boedapest. De titel van de re-tourtentoonstelling was eerst: 'Geometrisch abstracte kunst uit Hongarije'.

Uit Praag zou ik willen noemen: Frantisek Lesak (vanaf 1970 verschillende tentoonstellingen in Nederland).

Uit Tokio noem ik: Tomitaro Nachi, nu werkend in Ulm.

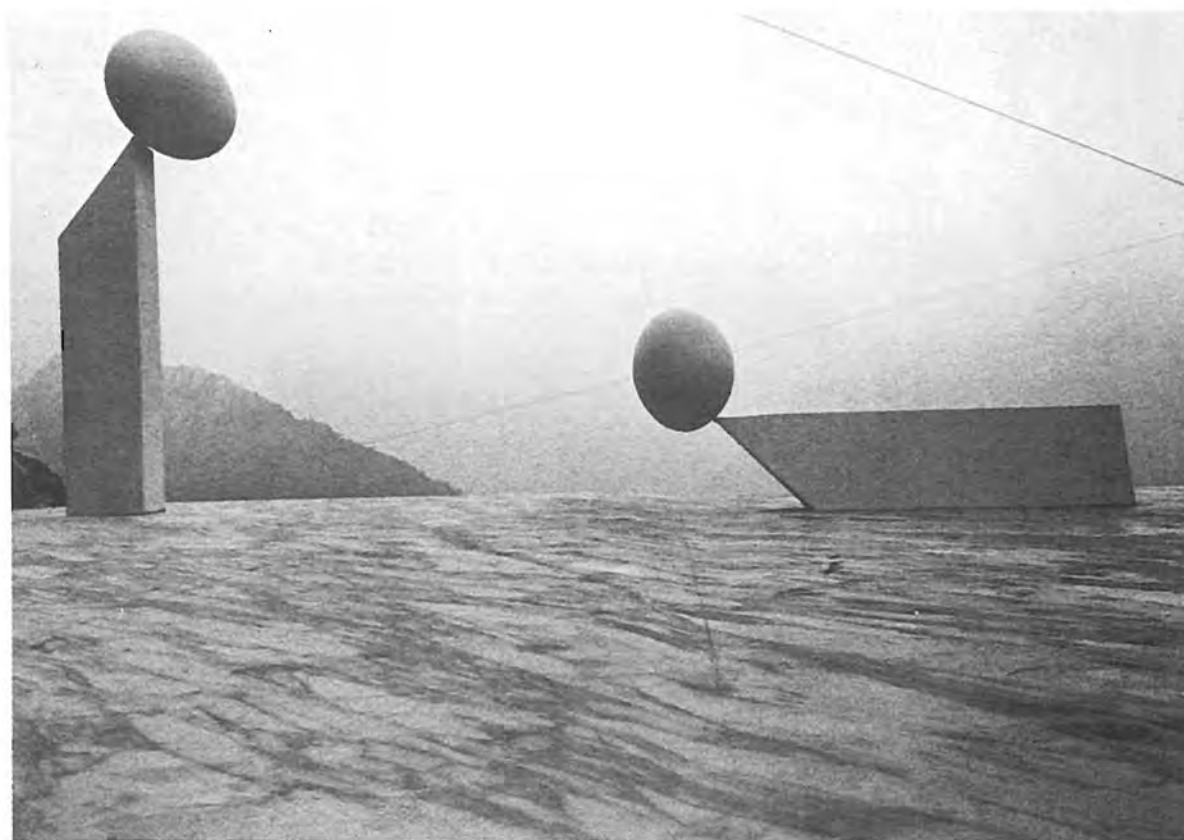
Maar zowel bezuiniging, politieke obstructies, als ook persoonlijke luiheid, maken wereldreizen om geometrische, niet calvinistische, kunst bijeen te verzamelen vooralsnog onmogelijk.

U moet zelf maar beoordelen of het tegenvoorbeeld gegeven is. Wel is bewezen, dacht ik, dat geometrisch abstracte kunst in vele cultuurpatronen te vinden is. Het lijkt, net als de wiskunde zelf, een eenvoudige, internationaal te verstane taal te zijn. En zelfs nuchtere Nederlanders kunnen, ondanks de soms pseudo-mystiek gezwollen beschrijvingen, plezier beleven aan de plaatjes. Maar is dat niet het kenmerk van de ware abstractie, dat er poly-interpretabele modellen aangedragen worden? Zo zag ik jaren geleden een tentoonstelling in Parijs van abstracte, op millimeterpapier uitgevoerde kunst van Emma Kunz. Maar de verhalen erbij handelden



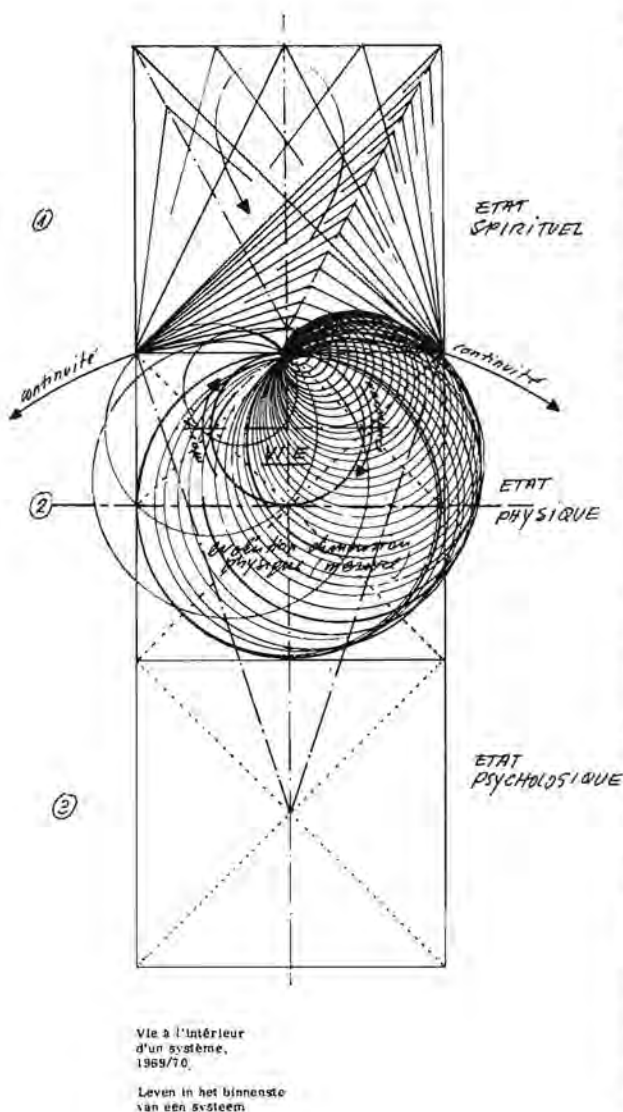
Marcello Morandini

Fig. 10



Iginio Balderi

Fig. 11



La vie

Vivre, c'est prendre conscience du conditionnement de notre dimension. Dans l'infiniment grand, comme dans l'infiniment petit, la dimension existe, et un conditionnement lui est proportionnel. Le conditionnement humain est donc proportionnel à sa dimension. En dehors de notre système, le conditionnement change, proportionnellement à des dimensions qui nous échappent, continuité spatiale.

Continuité de la vie

En tant qu'élément de mesure humaine, et faisant partie d'un système, nous tendons vers ce point déterminateur de notre espace vital, pour nous relier à l'espace total. Il faut donc un contrôle continu de notre mesure pour entrer au centre agissant de notre dimension, et devenir ce point de conditionnement.

A ce moment nous pourrions entrer en dialogue avec d'autres systèmes, et peut-être même vivre dans d'autres systèmes, avec d'autres systèmes, dans une métamorphose continue. La mort physique est ce passage d'un conditionnement à un autre, vie éternelle de la dimension cosmique.

La quête de l'absolu, auquel l'homme aspire depuis toujours, est justement cette recherche de compréhension de son conditionnement dans sa dimension, partie du conditionnement total, de la dimension totale.

Donc en connaissant l'origine et la fin de notre système, nous pourrions passer d'un conditionnement à un autre, par la continuité vitale qui constitue l'univers.

La dimension est donc relative, elle est l'addition du nombre de mesure d'un système.

La seule réalité est la vie, forme énergétique de la dimension, proportionnelle à la mesure du système, conditionnement se reliant à un autre système, évolution progressive d'un point déterminant l'infini. Un conditionnement est valable seulement pour un système.

Une adaptation à un autre système n'est possible qu'en changeant le rapport liant le conditionnement à la mesure, du nouveau système.

L'unique possibilité de passer d'un système à un autre est de franchir les limites d'un système, par son conditionnement, engendrant un autre système.

Pour que cela s'accomplisse nous sommes obligés de vivre totalement notre conditionnement.

Seul une observation rigoureuse de notre vie, nous le permettra.

En détruisant une partie de l'énergie de notre conditionnement, nous ne pourrions pas franchir la limite de notre système, et nous y disparaîtrions.

août 1969

Het leven

Leven, dat is de bewustwording van de staat van onze dimensie. Zowel in het oneindig groot als in het oneindig klein bestaat de afmeting, waarmee een toestand evenredig is.

De menselijke omgeving is dus evenredig met zijn dimensie.

Buiten ons systeem veranderen de voorwaarden in verhouding tot dimensies die ons ontsaan, nl. de voortzetting van de ruimte.

Voortgang van het leven.

Als beginsel van menselijke maat en deel van een systeem streven wij naar dit punt dat onze leefruimte bepaalt, om ons met de totale ruimte te verbinden.

Nodig is dus een gedurige controle op onze maat om in het werkzaam centrum van onze dimensie te treden en dit punt van fakticiteit te worden.

Op dat moment zullen wij in gesprek kunnen komen met andere systemen en wellicht daarin en daarmee kunnen leven in een voortdurende gedaanteverwisseling.

De lichamelijke dood is de overgang van de ene toestand naar de andere - het eeuwig leven van de kosmische orde.

Het zoeken naar het absolute, waarnaar de mens altijd al heeft verlangd, is juist dat zoeken naar begrip van eigen existentiële gebondenheid binnen het eigen kader, deel van de algehele fakticiteit, van de volkomen dimensie.

Wanneer we dus oorsprong en doel van ons systeem zouden kennen, kunnen we van het ene stelsel naar het andere overgaan uit kracht van de voortgang van het leven - wat de grondslag vormt van het heelal.

De dimensie is dus betrekkelijk, hij is de toevoeging van het maatgetal van een systeem.

De enige werkelijkheid is het leven, energetische vorm van de dimensie, evenredig aan de maat van het systeem, toestand die zich aan een ander systeem hecht, voortschrijdende evolutie van een punt dat de oneindigheid bepaalt. Een kader geldt slechts voor één systeem.

Een aanpassing aan een ander stelsel is alleen mogelijk door de betrekking te veranderen welke een situatie verbindt met de maat van het nieuwe systeem.

De enige mogelijkheid om naar een ander systeem over te gaan is de einders van een stelsel overschrijden door de fakticiteit heen, en een ander stelsel voort te brengen.

Wij dit zich voltrekken, dan moeten wij ons geheel van existentiële vooronderstellingen totaal doorleven. Alleen een strikt gadeslaan van ons leven kan dit mogelijk maken.

Door een deel van de energie van onze staat te vernietigen zullen we de grens van ons stelsel niet kunnen overschrijden, maar eruit verdwijnen.

Gianfredo Camesi

Fig. 12

over de mystieke ervaringen met de pendulum, het slingerende gewichtje, dat nu ook in de Nederlandse metafysische incrowd actueel wordt. De drieslag *instap-abstractie-toepassing* moet ik

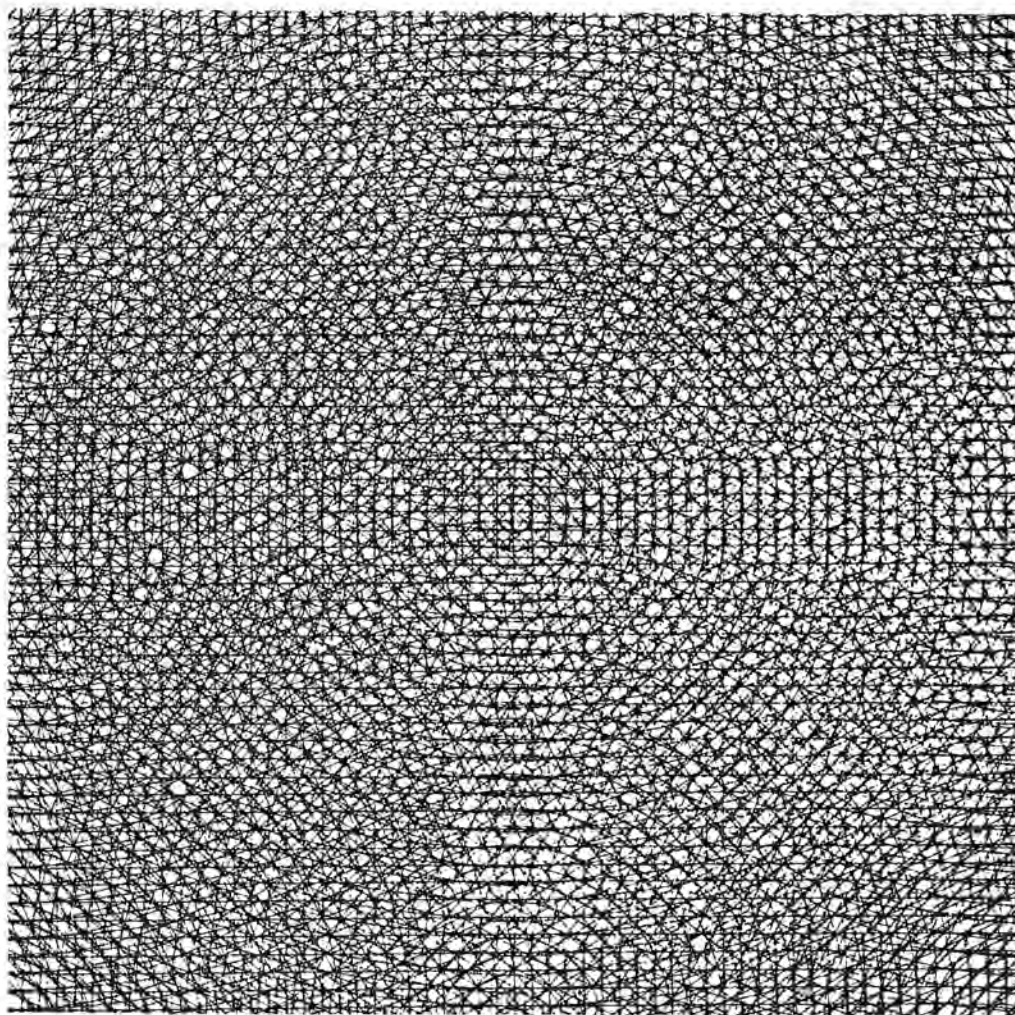
binnenkort in ander verband aan de orde stellen. Dus laat ik de relatie tussen levensbeschouwing, van calvinistisch tot piramideslinger en geometrische kunst, nu maar liever verder rusten.

Not interested in mathematics

F. van der Blij

Nog eens kom ik terug op een geliefd thema, namelijk: wij zeggen 'wat een mooie wiskundige kunst', terwijl de kunstenaar beter weet!

Vandaag is Sol LeWitt aan de beurt. Lucy R. Lip-pard schrijft over hem:



Sol LeWitt: Arcs from corners & sides, circles and grids, 1972

Fig. 1

'Intutief werkt hij ideeën uit, waarvoor natuurwetenschappen, wiskunde en wijsbegeerte al meer gecompliceerde kaders hebben aangedragen, maar als kunstwerk kan de handvaardige gecompliceerdheid van zijn proces een emotionele communicatie te werk stellen, die bij andere disciplines

niet bereikt kan worden.'

'Hij representeert de intuitieve kant van het wiskundige denken door ordening op te bouwen en deze vervolgens door groei te verstoren, zonder daarbij tevoren te weten wat het resultaat van zijn inval is.'

begin: Amsterdam

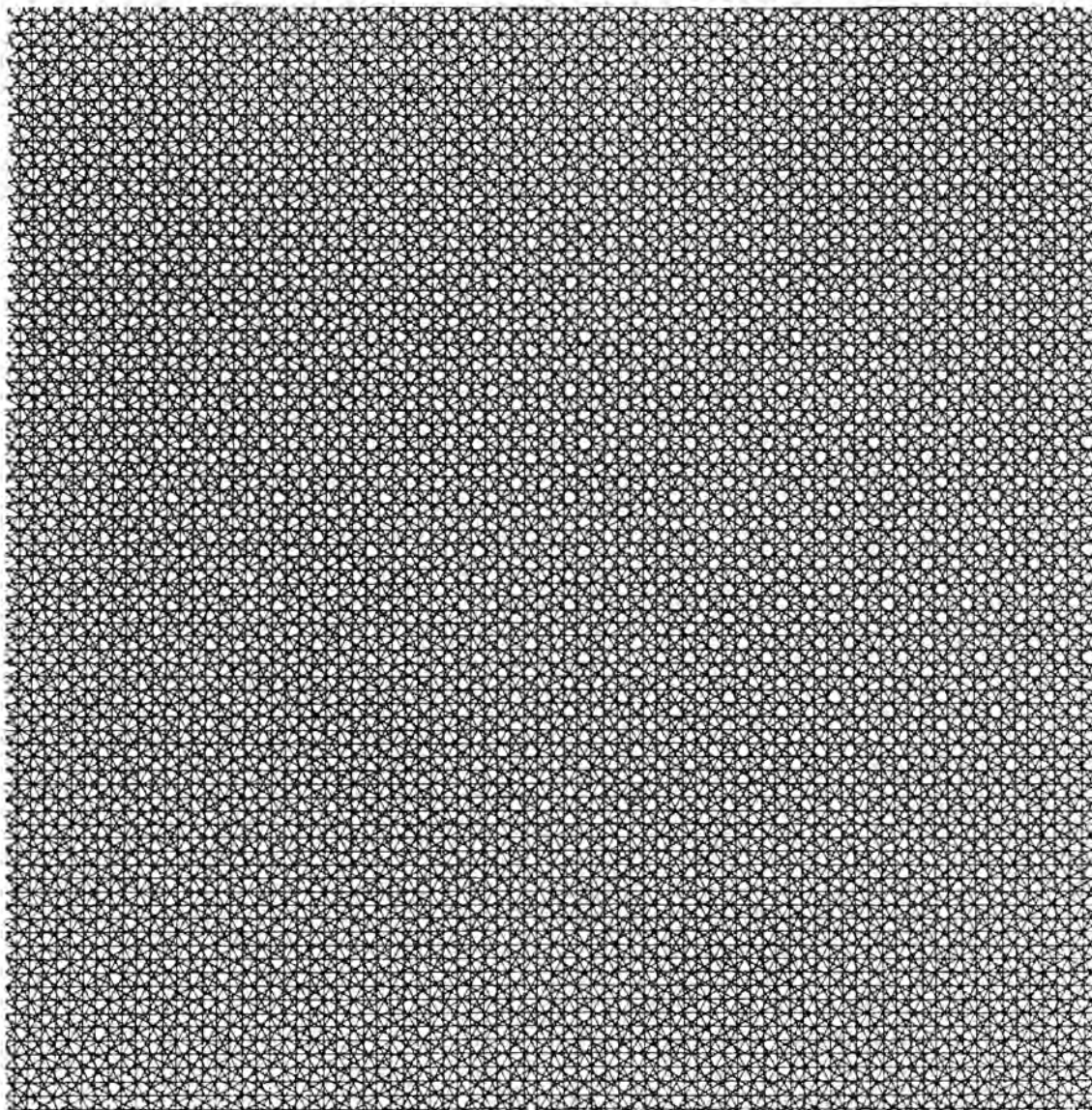
Laten we ordelijk beginnen. Waar ontstaat het spoor? Een eenvoudig vouwblad bij een tentoonstelling in het Amsterdams Stedelijk Museum (29 november 1974 tot 26 januari 1975) wees mij de weg.

Afbeelding 13 van deze folder (zie figuur 1) deed mij denken aan werk van Morellet uit oude tijden. Maar het verschil in de titels had u zelf kunnen vinden. Bij Morellet (figuur 2) alleen rechte lijnen. Kijk er maar vlak langs! Bij Sol LeWitt ziet u cir-

kels in de ogenschijnlijke wirwar.

Ook het druksel 'Double composite' (1971) (figuur 4) trok mijn aandacht, of beter nog: een kleurenvariant van dit werk. Ik mis nu eenmaal kleur in het 'Wiskobas-Bulletin'. Wellicht zal ik straks het hele bulletin moeten missen.

De kleuren zou ik pastelachtig noemen, met zeer subtiele nuances. Is het houtnerf? Is het een weefsel? Ik heb meer werk gezien in deze techniek. Er zit systeem in, maar het roept een emotionele communicatie met mij in het leven.



François Morellet: 4 doppelte Raster, 0°, 22,5°, 45°, 67,5°, 1958

Fig. 2

minimal art en conceptual art

Sol LeWitt wordt ingedeeld in hokjes als *minimal art* en *conceptual art*. Misschien zullen echter minimal en conceptual verdwijnen en zal Sol LeWitt blijven.

Weet u overigens nog wat conceptual art is? Het voorstel om een reis naar de noordpool te maken teneinde aldaar de aardas te gaan smeren. Siah Armajani ontwerpt: 'A number between 2 and 3' (Computer 1970). Een zin eruit:

'The infinity of all numbers is as large as the infinity of even numbers.'

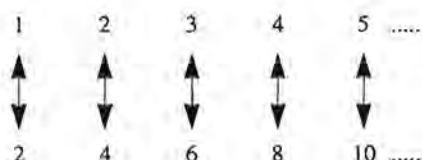


Fig. 3

Zo kan ik ook nog heel wat conceptuele kunst maken! We moeten de wiskunde toch wat beter populariseren: wat iedere beschaafde kunstenaar van wiskunde moet weten ...

De grote Christo – ging hij van concept naar real art? – wilde (stukken van) de kust van Australië inpakken in plastic. Hij hing het gordijn in de vallei. Korte tijd na de publiciteitgolf werd in Seveso, na de ontsnapping van gif, een heel dorp met omliggende landerijen min of meer in plastic verpakt. Van concept via real art naar real life is maar een kleine stap ...

Sol LeWitt en conceptual art! In dat kader kwam het boek met de lange titel van Lucy Lippard uit 1973 onder mijn aandacht. De titel is te lang om over te schrijven, dus volsta ik met een afbeelding (figuur 5). Zes jaar ontmaterialisering van het kunstvoorwerp; met opdracht: voor SOL. De index vermeldt hem bijna twintig keer.

modular cube

Wie is Sol LeWitt? Hij werd op 9 september 1928 in Hartford, Connecticut, USA geboren. Een volledige levensbeschrijving is te vinden in de catalogus bij zijn tentoonstelling in 1978 in het Museum of Modern Art te New York. Met als omslag weer zo'n

houtnerfdroom in pastelkleuren. Als titelpagina: 'The first modular cube'. Een object (en geen concept!) van geverfd staal, $6 \times 6 \times 6$ voet, tentoongesteld in het Joods Museum in New York (1966) (figuur 6).

Het zou leuk zijn hiernaast eens allerlei werk van Jan Slothouber en William Graatsma te leggen. Het boek 'Cubics' (cubic constructions compendium) bevat meer dan 400 pagina's materiaal¹. Mijn exemplaar is echter te bandeloos om uit te leveren aan de reproductie. U moet u maar voorstellen hoe het is.

begraven kubus

Laten we liever ingaan op wat meer sophisticated aspecten van Sol LeWitts werk. Zijn werk was uitvoerig te zien op een tentoonstelling in het Haags Gemeentemuseum (1970) en de kunstenaar had regelmatig contact met 'Art and Project' in Amsterdam. Een Nederlands verhaal rond minimal en conceptual art en Sol LeWitt moet ik, al eer de wiskunde te introduceren, nog navertellen.

In 1968 keerde Sol LeWitt terug naar *modular hermeticism* (whatever that may be!) in zijn begraven kubus. Alleen de kunstenaar en de eigenaar, de familie Visser, weten wat de metalen kubus bevat, die in hun tuin in Bergeyk begraven is (figuur 7).

kubussen

Bij de 'Variations of incomplete open cubes' (figuur 9), begin je met een gewone kubus: (figuur 8).

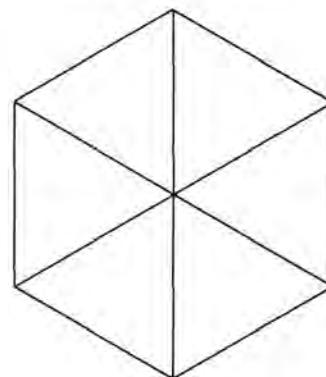
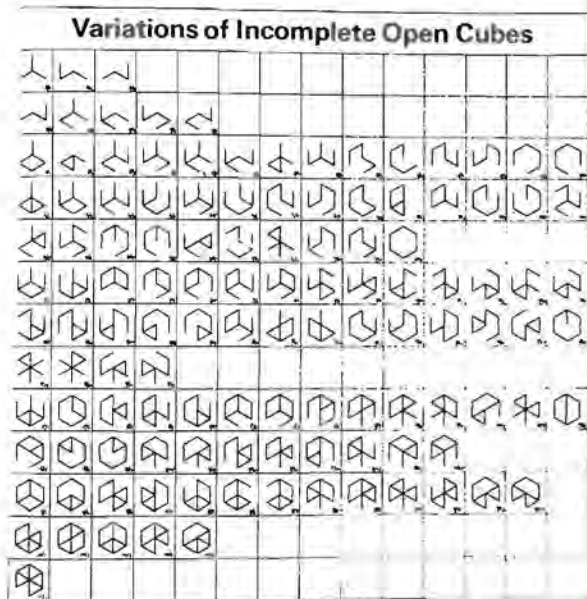


Fig. 8

Twaalf ribben: op welke verschillende manieren kunnen constructies van 3, 4, 5, ..., 11 samenhangende ribben maken? Zouden ze er allemaal zijn? Wanneer vormen twee constructies hetzelfde object?²

Het onderschrift luidt:

'Hoewel ik dacht dat het geen gecompliceerd project was, gaf dit werkstuk mij meer problemen dan ik voorzien had. Al de elementen werden experimenteel geconstrueerd en geverifieerd door dr. Erna Herrey, een wiskundige en natuurkundige en gecontroleerd door Arthur Babakhanian van de graduate school van het Wiskundig Instituut van de Universiteit van Illinois ...'



Sol LeWitt: *Variations of incomplete open cubes*, 1974
Fig. 9

de vijfkuber

Nog een leuk wiskundeprobleempje van Sol LeWitt. Op een veld van 25 vierkantjes (5×5) moeten vijf kubussen neergezet worden, met tenminste één zijvlak tegen elkaar (figuur 10).

Sol LeWitt maakte modellen van dit spelgoed, in staal, in plastic en een boek met alle 571 mogelijkheden. Had u er ook zoveel gevonden door leccado-stukjes op het gevierendeelde dambord te leggen? Door voor ieder stukje alle plaatsen te zoeken, is wel een redelijk systeem te vinden.

Een variant gaat over een opstelling zodat de kubussen één ribbe, maar geen vlak gemeen hebben (figuur 11). Volgens Sol LeWitt zijn er 251 mogelijkheden.

Om te tellen is het misschien nuttig het 5×5 -bord inderdaad als een dambord (wit-zwart) voor te stellen. Dan moeten de kubussen of alleen op zwart of alleen op wit staan. Dat helpt weer bij het tellen. Is

er een wiskundige onder de lezers die 5 en 25 durft te vervangen door 6 en 36 of beter nog door n en n^2 ? Het zal niet meevallen, denk ik!

Leuk is nog 'Lines and arcs' (1972) uit 'Art and Project' (bulletin 60) (figuur 12). Het is zoiets als een groepstabel. Ziet u het systeem? Heeft de diagonaal iets bijzonders? Heeft u het goed bekeken? Wat is er vreemd aan de tweede en zesde kolom?

kruispuntenmodel

Nog een afbeelding. figuur 13 bevat een aardige vermenigvuldigtabel. Wiskobas-Bulletinlezers zullen wel denken aan het kruispuntenmodel.

ten slotte

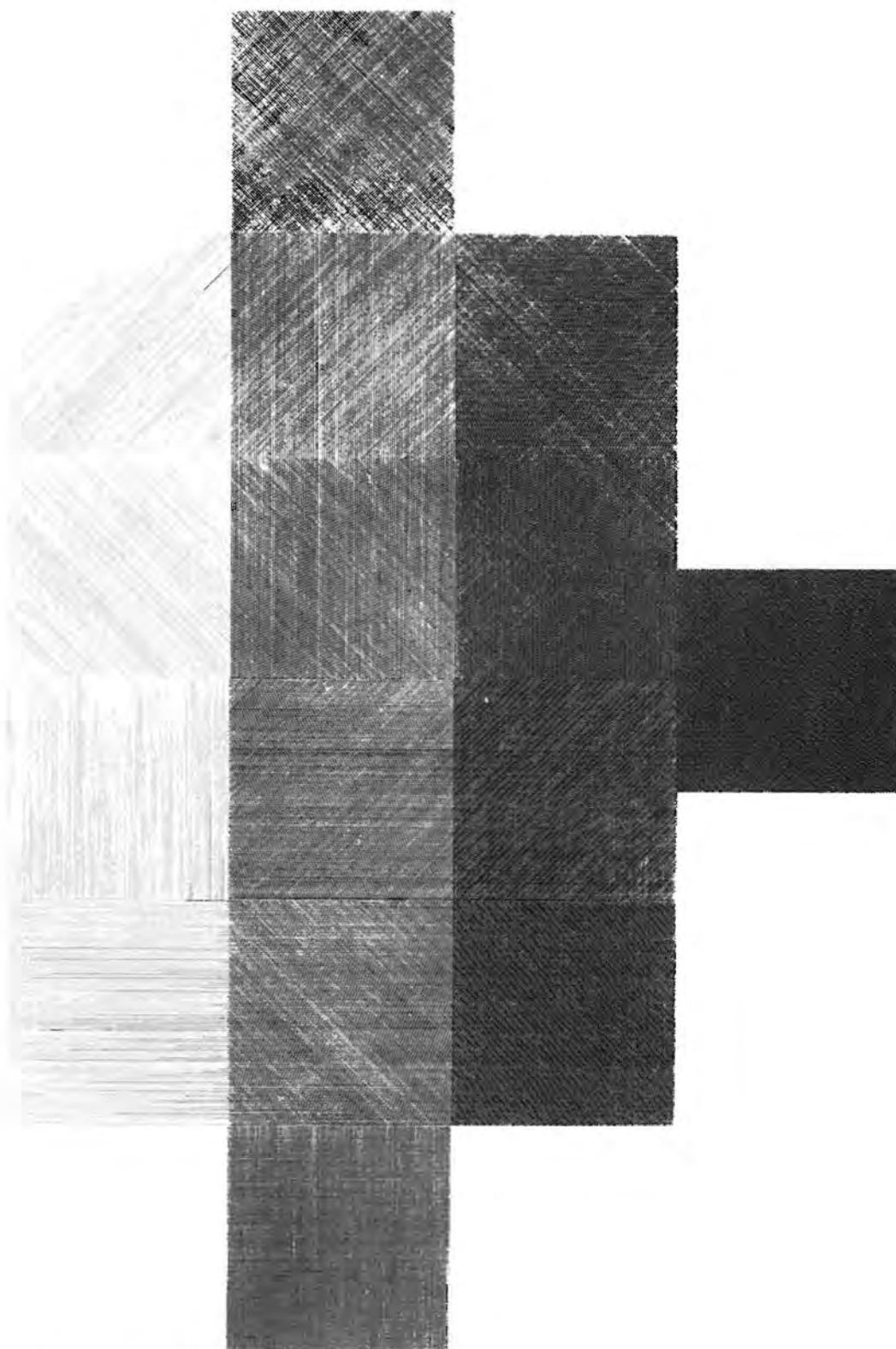
Tot slot dan weer een conceptueel stukje art. Ik vertaal maar niet. Vertaalt u het in een figuur? Of moeten we het met het idee doen, zonder real art met pen of potlood?

'A rectangle whose left and right sides are two thirds as long as its top and bottom sides and whose left side is located where a line drawn from a point halfway between the midpoint of the top side of the square and the upper left corner to a point halfway between a point halfway between the center of the square and the lower left corner and the midpoint of the bottom side is crossed by two lines, the first of which is drawn from a point halfway between the midpoint of the left side and the upper left corner to a point halfway between the point halfway between the center of the square and the upper right corner and the midpoint of the right side, the second line from a point halfway between the point where the first line ends and a point halfway between the midpoint of the bottom side and the lower right corner to a point halfway a point halfway between the center of the square and the lower left corner and the midpoint of the left side.'

En dan te bedenken dat Sol LeWitt ergens toegeschreven of in de mond gelegd werd: '*I'm not interested in mathematics*'.

Noten

- [1] Deventer, 1970.
- [2] Een zelfde maar minder volledige poging, voor zover ik mij herinner, was te zien in Utrecht op de tentoonstelling over Hongaarse constructivistische kunst (1978) van de hand van Andras Mengyan. Helaas bevat de catalogus geen reproductie van dit werk.
- [3] Uit: Lippard, Lucy, R. The structures, the structures and the wall drawings, the structures and the wall drawings and the books, in: 'Sol LeWitt, The Museum of Modern Art', p. 24.



Sol LeWitt: Double composite, 1971

Fig. 4

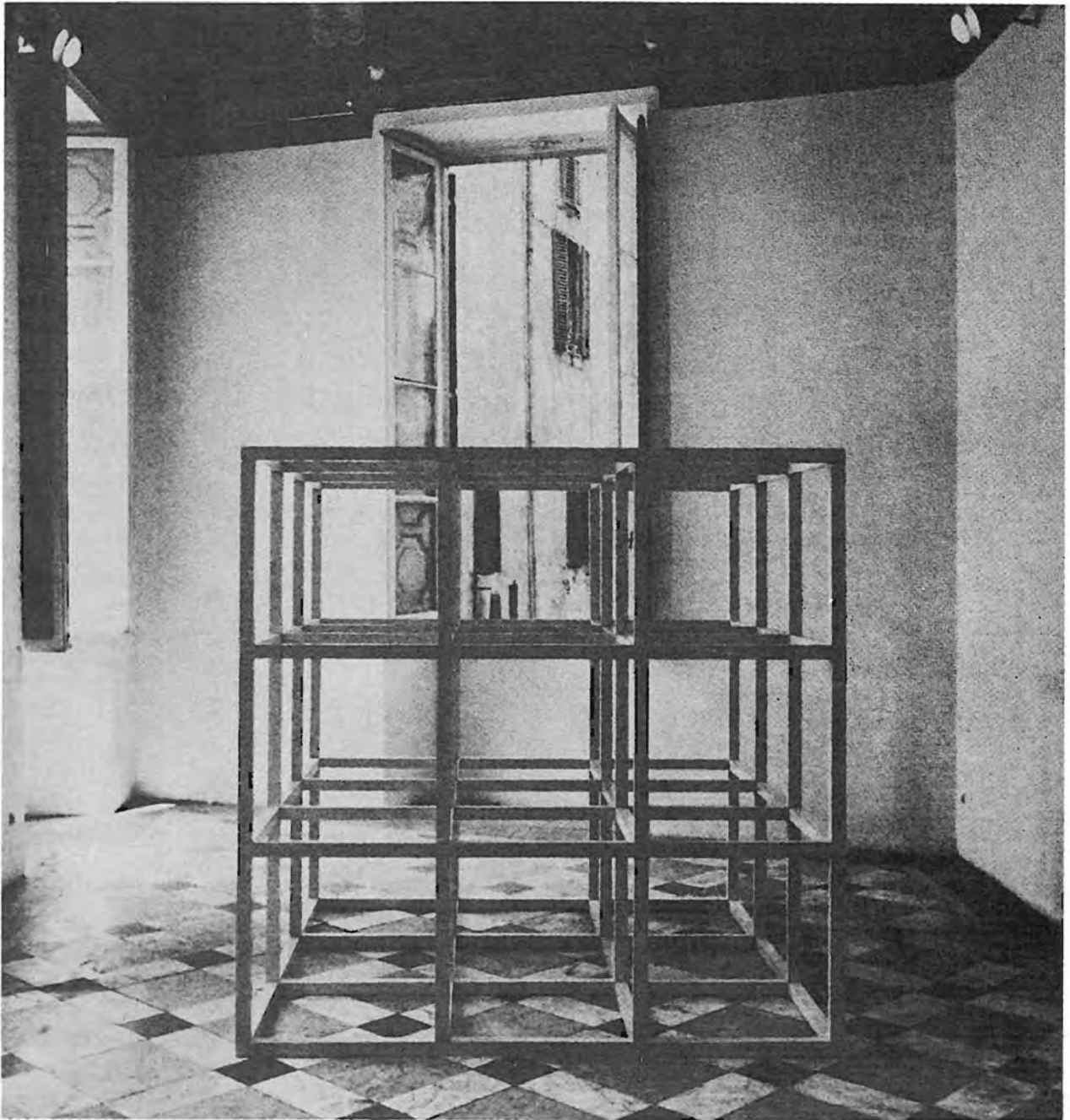
Lippard

Six Years: The dematerialization of the art object III>

Six Years : The dematerialization of the art object from 1966 to 1972 : a cross-reference book of information on some esthetic boundaries : consisting of a bibliography into which are inserted a fragmented text, art works, documents, interviews, and symposia, arranged chronologically and focused on so-called conceptual or information or idea art with mentions of such vaguely designated areas as minimal, anti-form, systems, earth, or process art, occurring now in the Americas, Europe, England, Australia, and Asia (with occasional political overtones), edited and annotated by Lucy R. Lippard.

omslag boek Lippard

Fig. 5



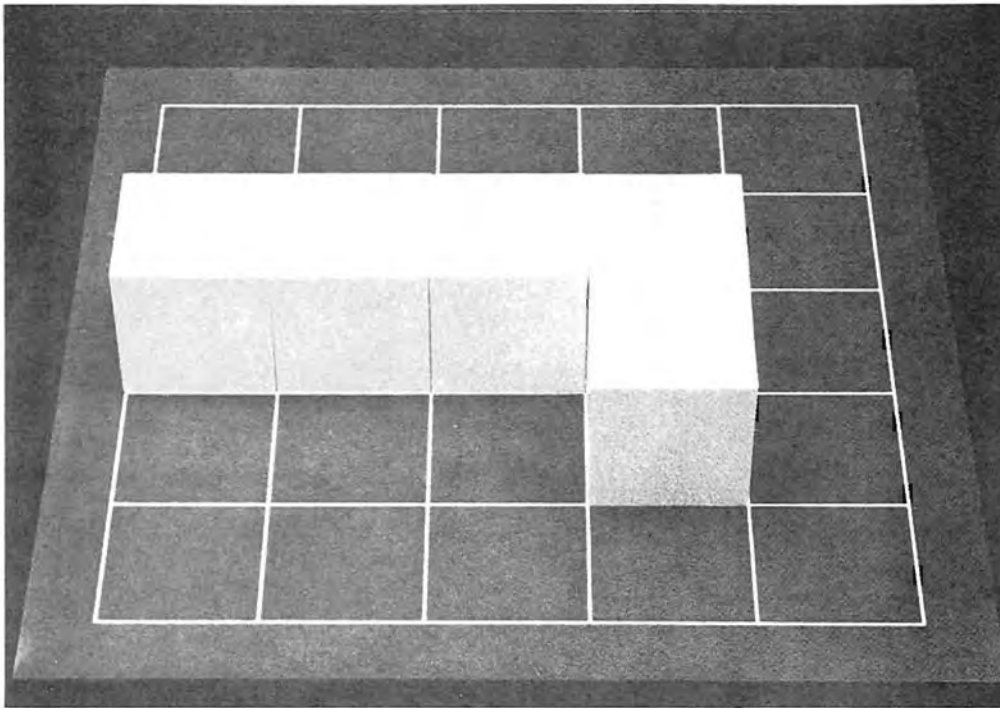
Sol LeWitt: modular cube, 1969

Fig. 6



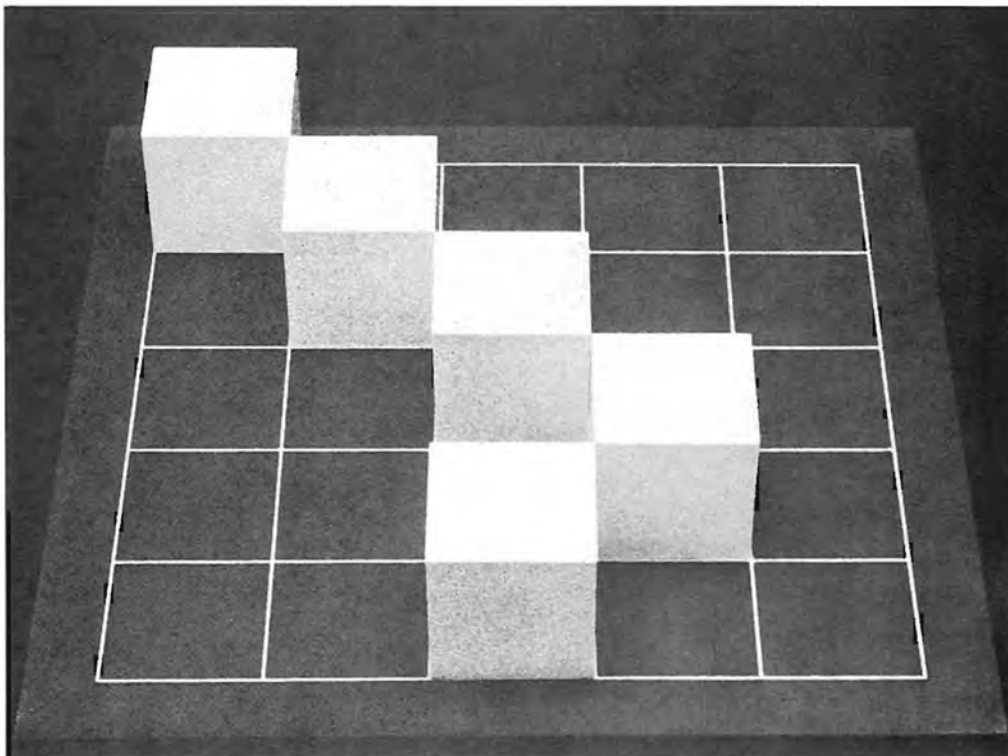
Sol LeWitt: Buried cube containing an object of importance but little value, 1968

Fig. 7



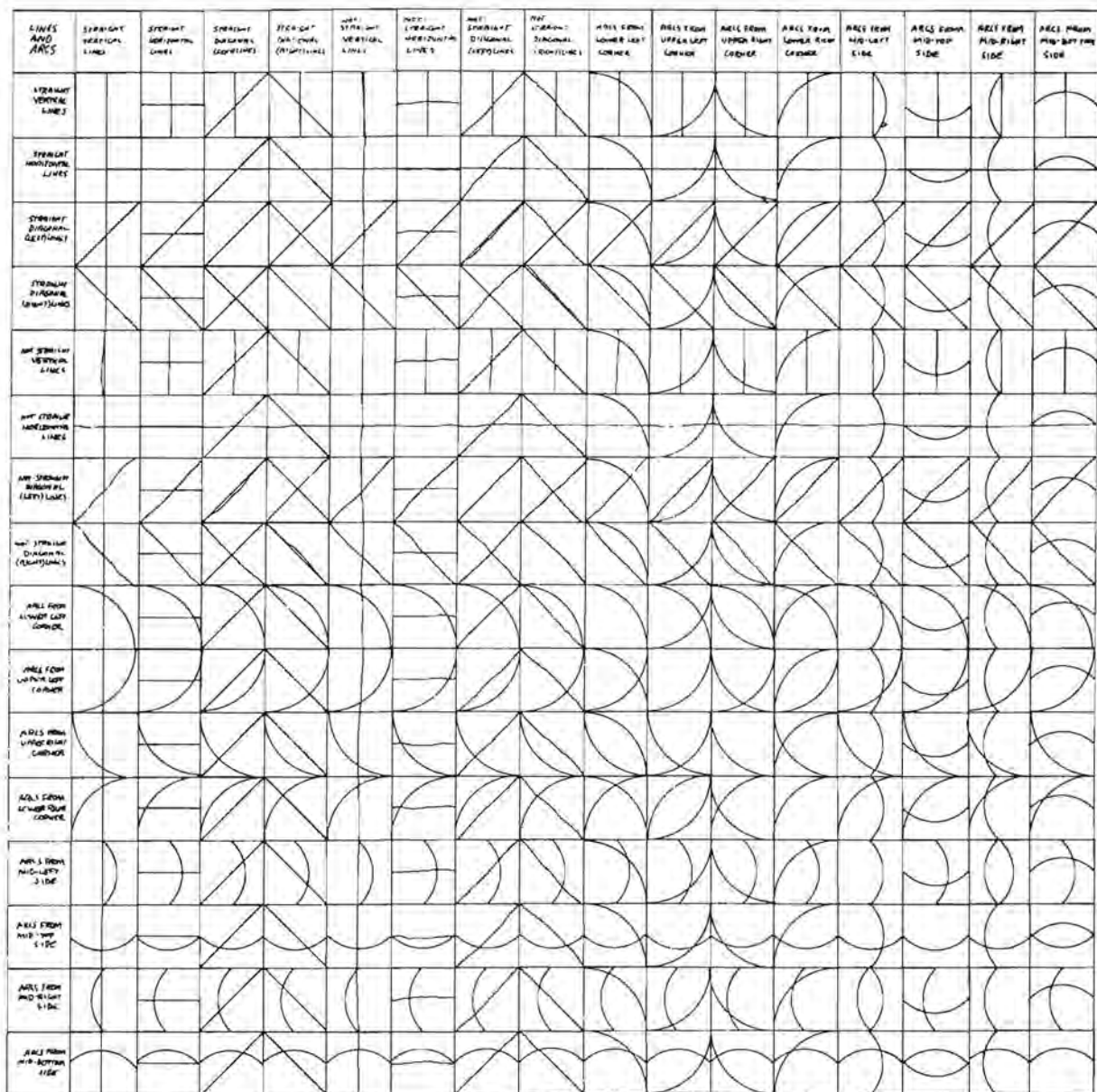
Sol LeWitt: Five cubes/Twenty-five squares(sides touching), 1977

Fig. 10



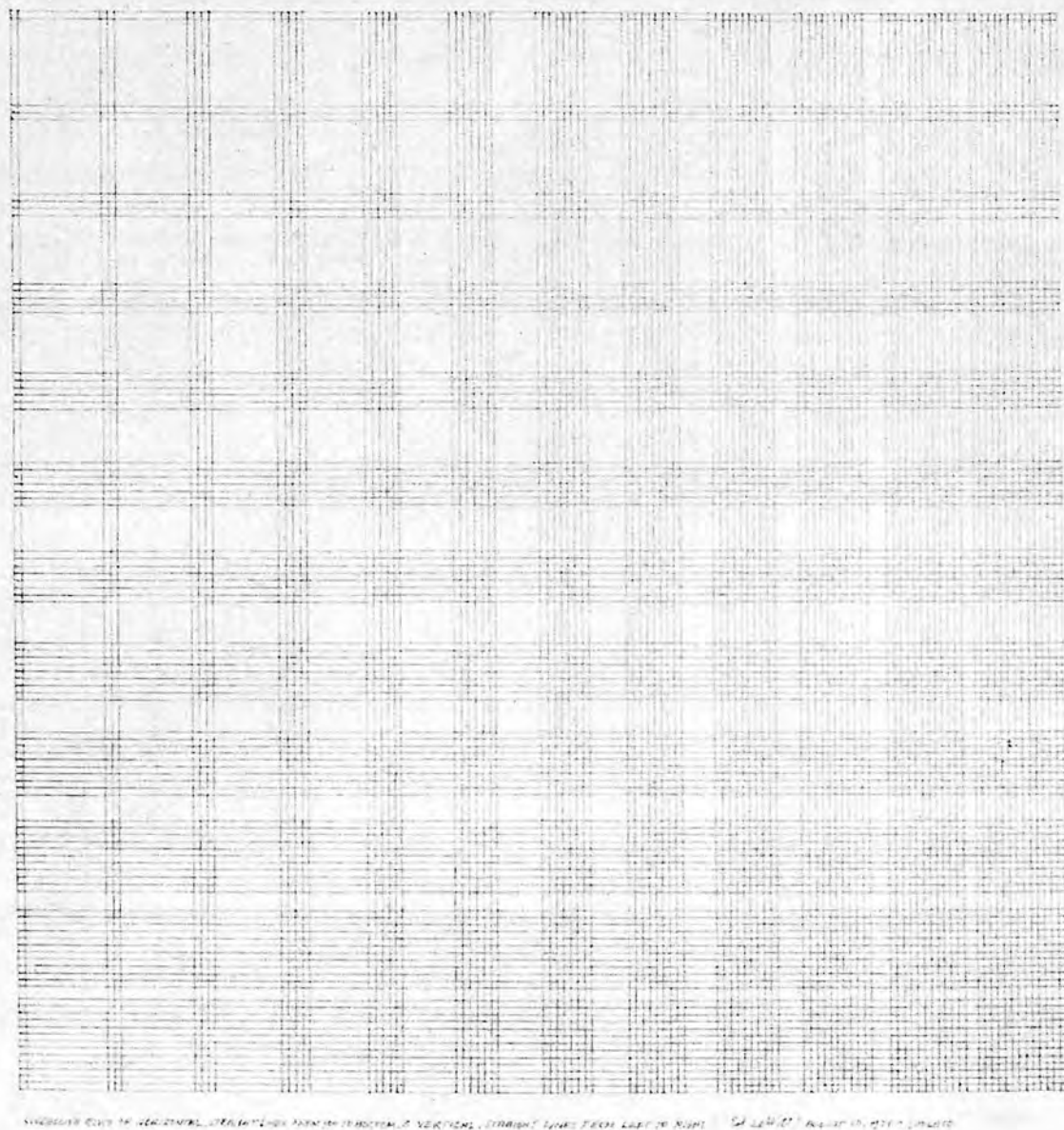
Sol LeWitt: Five cubes/Twenty-five squares (corners touching), 1977

Fig. 11



Sol LeWitt: *Lines and arcs*, 1972

Fig. 12



Sol LeWitt: Successive rows of horizontal, straight lines from top to bottom, and vertical, straight lines from left to right, 1972

Fig. 13

