Het gebruik van de zakrekenmachine in een leergang delen voor het individueel beroepsonderwijs

H. Sissing PTH: afdeling IBO/LBO-nascholing

Het delen door IBO-leerlingen*

Uit verschillende onderzoeken blijkt dat een groot deel van de leerlingen in het IBO problemen heeft met het cijferend delen.
In het onderzoek van T. Mulder (1977) stelt deze dat het delen met gehele getallen schrikbarend zwak is: slechts dertig procent van de in dit onderzoek betrokken populatie IBO-leerlingen (klas één tot en met vier) maakt de deling 25/585\ ... goed. En slechts achttien procent maakt de deling 128/20864\ ... goed. Na uitsplitsing van de onderzoeksgegevens per leerjaar blijkt dat de leerlingen uit klas één bij beide deelsommen op zeer grote problemen stuiten.
H. Beentjes en J. de Haas (1987) zijn in hun onderzoek nagegaan welke fouten eerste klas leerlingen in het IBO maken bij het reguleren van hun oplossingsgedrag. Over het delen merken zij op dat de leerlingen vrijwel alleen kennisfouten (fouten tegen de regels) maken. Zij constateren dat delen heel moeilijk is voor een groot deel van de leerlingen.
In het proefschrift van C.M. van Putten (1987) wordt door de onderzoeker met betrekking tot het delen van de leerlingen in het eerste leerjaar van het IBO aangegeven dat zij met delen, vooral met cijferend delen, erg veel moeite hebben. Volgens hem kan uit de slechte resultaten die de leerlingen op enkele eenvoudige stipsommen voor delen behalen worden geconcludeerd dat het de leerlingen ontbreekt aan inzicht in wat een deling eigenlijk inhoudt.
Belangrijker is dat het begrip van de handelingen in vele gevallen ontbreekt. Dat geldt niet alleen voor het begrip van de werking van het deelschema, maar ook voor het doorzien van een deling in een contextsituatie. Het gebruik van hulpmiddelen als de zakrekenmachine zal dan ook niet zonder meer tot verbetering leiden.

Eén van de meest in het oog springende kenmerken van het IBO is dat de leerlingen in een klas in vele opzichten sterk van elkaar verschillen. Dat geldt ook voor de beheersing van het deelalgoritme. Sommige IBO-leerlingen zijn in het voorafgaande onderwijs niet aan het delen toegekomen. Voor hen is het nieuw. Anderen beheersen in uiteenlopende mate het mechanistisch deelalgoritme of het deelalgoritme volgens progressieve schematisering. Weer anderen zijn afkomstig uit het buitenland, bijvoorbeeld Marokko of Turkije, en hebben daar op een andere wijze leren delen. Weer anderen kunnen het deelalgoritme wel uitvoeren, maar hebben constant bevestiging nodig bij hetgeen zij doen.
Het lage, soms zeer lage, prestatieniveau van een groot deel van de IBO-leerlingen bij het maken van delingen, het niet te vermijden gebruik van de zakrekenmachine en de grote verschillen tussen de leerlingen in een klas, hebben aangezet tot een zoektocht naar een alternatieve benadering. Doel van deze tocht is meer IBO-leerlingen *inzichtelijk* te leren delen en hen verantwoorde gebruikers te maken van de zakrekenmachine. Verantwoord gebruik omvat ook de controle van de bewerking. Voor het verkrijgen van inzicht in het deelalgoritme is een alternatieve methodiek ontwikkeld (Sissing, 1989).

* Met dank aan de leden van de Werkgroep Zakrekenmachine van de NVORWO en de NVvW voor hun commentaar op de eerste versie van dit artikel.

Een deel van de benadering met betrekking tot het gebruik van de zakrekenmachine presenteren wij in dit artikel. Kenmerkend in onze benadering is dat wij niet meegaan met de uitspraken in de 'Proeve van een nationaal plan voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool' (Treffers en De Moor, 1990). In deze publikatie wordt onder andere gesteld dat om de zakrekenmachine te kunnen hanteren een leerling eerst goed moet kunnen rekenen. Wij proberen in dit artikel aan te tonen dat het apparaat in het IBO ook eerder een functie kan krijgen. In hoeverre een en ander mogelijk bruikbaar is in andere onderwijstypen laten wij graag over aan het oordeel van de lezer.

Uit de krant

In het dagblad Trouw van 24 november 1988 staat in een artikel het volgende:

> Er zijn 1128 supporters die moeten worden vervoerd. Per bus is er plaats voor 36 passagiers.
>
> 'Deze opgave is een wat aangeklede vorm om de leerlingen te vragen een deling te maken. Tussen de dertig en veertig procent van de leerlingen kwam op het juiste antwoord van 31 volle bussen en één met de overgebleven twaalf supporters. Maar van de leerlingen die met een zakrekenmachine werkten had minder dan tien procent de juiste uitkomst. Die kinderen hebben moeite met het interpreteren van de rest die niet als getal achter de komma verschijnt. Bij een gewone staartdeling op papier zie je die twaalf mensen heel concreet voor je.'

Het verschijnsel dat leerlingen bij het oplossen van contextopgaven met de zakrekenmachine minder presteren dan zonder het apparaat is door meerdere onderzoekers, waaronder Carpenter (1988), beschreven. Uit dit resultaat zou men kunnen afleiden dat het beter is de zakrekenmachines door de leerlingen niet te laten gebruiken.

Wij zijn echter van mening dat door het gebruik maken van leergangen voor het delen waarin het werken met de zakrekenmachine is geïntegreerd, de zojuist beschreven opgave door een veel groter percentage leerlingen juist beantwoord kan worden. Dit percentage moet in ieder geval het percentage correcte antwoorden van leerlingen die geen zakrekenmachine gebruiken ruimschoots kunnen overtreffen. Wij baseren deze hoopvolle gedachte op het gegeven dat er tot op heden geen leergangen voor de hoofdbewerkingen bestaan waarbij het gebruik van de zakrekenmachine centraal staat.

Voorwaarden

Als er gewerkt gaat worden met de zakrekenmachine in de leergang delen dan moeten de leerlingen voldoen aan de volgende voorwaarden:

1. inzicht hebben in de getallen tot duizend en de positiewaarden van de cijfers in de getallen (Zo reken ik ook, 1988);
2. inzicht hebben in de essentie van verschillende bewerkingen en de notaties hiervan (Zo reken ik ook, 1988);
3. technisch gebruik kunnen maken van de zakrekenmachine.

Bij het laatste punt wordt onder andere bedoeld het invoeren van getallen en het aflezen van het venster.

Wijziging van het gangbare curriculum voor het onderdeel delen

Als het gebruik van de zakrekenmachine in het onderwijs serieus genomen wordt dan zal dat consequenties moeten hebben voor het curriculum met betrekking tot het delen in het IBO.

1. Het met pen en papier uitrekenen van grote deelsommen, als 8.763 : 73 = ... en 478.926 : 932 = ... kan naar onze mening geschrapt worden en definitief tot het verleden gaan behoren. Het lijkt voldoende om voor het pen- en papiergedeelte slechts het kunnen maken van de delingen met een driecijferig deeltal en een ééncijferige deler over te houden. Van belang is het gebruik van een eenvoudig algoritme dat door

de leerlingen kan worden onthouden, herkend en toegepast in contextopgaven. Het aanleren van delen met behulp van herhaald aftrekken is hiervoor volgens ons geschikt. De leerlingen bepalen daarbij zelf hun eindvorm van het algoritme en worden niet in de richting van een onbegrepen standaardalgoritme geduwd. Alle delingen met grote getallen kunnen gemaakt worden met de zakrekenmachine. Dat gaat bovendien aanzienlijk sneller.

2. Het oefenen van het algoritme kan door de eenvoud van het deelalgoritme op de zakrekenmachine aanzienlijk worden teruggebracht. Het zakrekenmachine-algoritme is zeer eenvoudig en kan daardoor goed worden onthouden door de leerlingen. De tijd die hierdoor vrijkomt is voor een deel nodig voor het goed en vlot leren werken met de zakrekenmachine. De overige tijd kan besteed worden aan andere zaken als het uitvoeren van onderzoekjes, het meer nadruk leggen op het maken van contextopgaven en het herkennen van het deelalgoritme in deze opgaven. Al in 1976 schrijft E. Ockenga dat niet alleen het schrappen van grote deelsommen uit het curriculum en het reduceren van het oefenen tijd zal vrijmaken, ook het gebruik van het apparaat bij het oplossen van contextopgaven levert tijdwinst op:

   > 'It came as a shock that story problems which usually took 50 minutes to complete with paper and pencil, could now be completed in less than 15 minutes using the calculator. It was apparent that new problem-solving situations were needed. Newspapers and almanacs became idea sources for calculator problem settings.'

3. Aan enkele algemene problemen bij het technisch gebruik van de zakrekenmachine, zoals intoetsfouten en afleesfouten, zal extra aandacht geschonken moeten worden. Een specifiek probleem bij de deelbewerking is het interpreteren van de rest, omdat deze als cijferreeks achter de komma zichtbaar is. Deze reeks en de gewone rest worden nogal eens door elkaar gehaald. Er zijn overigens wel schoolrekenmachines in de handel die de rest als geheel getal kunnen weergeven. Een ander veel gesignaleerd probleem bij het delen is het omkeren van het deeltal en de deler.
4. Er zal ook bij het delen veel meer aandacht moeten komen voor het controleren van het antwoord in het venster van de zakrekenmachine. Nu vinden de leerlingen dit vaak tijdrovend en overbodig. Een opgave met de zakrekenmachine twee keer uitrekenen is echter snel gebeurd. Andere mogelijkheden zijn het maken van een schatting en vanaf het antwoord terugrekenen.
5. Voor wat het begrijpen van de deelbewerking betreft kan de zakrekenmachine een goede bijdrage leveren en als onderwijsleermiddel worden geïntegreerd in een leergang delen. Op welke wijze de zakrekenmachine kan worden gebruikt willen wij tonen door middel van de in dit artikel beschreven werkbladen.

Samenvattend:
- uitrekenen deelsommen met pen en papier beperken tot: 234 : 7 = ... en dergelijke;
- in leergang nadruk op inzicht en herkenning bewerking;
- zakrekenmachine gebruiken tijdens het aanleren van algoritme;
- deelsommen met grotere getallen alleen met zakrekenmachine;
- extra aandacht voor specifieke zakrekenmachineproblemen;
- meer aandacht voor het controleren van het antwoord.

Ideeën uit de leergang

In de leergang delen worden zes fasen onderscheiden (Sissing, publikatie volgt). Vanaf de derde fase wordt door de leerlingen gebruik gemaakt van de zakrekenmachine. Vanaf deze derde fase is de leergang overeenkomstig met hetgeen in de handboeken beschreven staat. Zie hiervoor F. Goffree (1983). Wij hebben ons vanaf deze fase voor de opbouw van het algoritme gehouden aan de volgende indeling:

1. herhaald aftrekken;
2. verkorten;
3. de beste staart.

herhaald aftrekken

Onder herhaald aftrekken in deze fase van de leergang wordt door ons bedoeld het aftrekken van steeds hetzelfde getal en het noteren van deze handeling. We nemen als voorbeeld de volgende opgave:

Ik heb 132 flessen.
In een krat gaan 12 flessen.
Hoeveel kratten kan ik vullen?

```
132 : 12 =  132
             12 -   1 krat
            120
             12 -   1 krat
            108
             12 -   1 krat
             96
             12 -   1 krat
             84
            ....
```

Het herhaald aftrekken kan ook op meerdere wijzen uitgevoerd worden met de zakrekenmachine. Allereerst kunnen de leerlingen analoog aan het bovenstaande voorbeeld de deler steeds van het deeltal aftrekken. Het uitvoeren van deze handeling op de zakrekenmachine legt de nadruk op het steeds aftrekken van dezelfde hoeveelheid. Vooral de wat zwakkere rekenaars worden hierbij niet beperkt door hun rekenniveau en kunnen zich toch een goed idee vormen van het herhaald aftrekken op een ander dan het gematerialiseerde niveau. Er wordt gebruik gemaakt van programmastroken. De bovenstaande voorbeeldsom 132 : 12 = .. kan als volgt op een programmastrook worden genoteerd (fig.1).

1	3	2	–	1	2	–	1	2	–	1	2	–	1	2	–	1	2	–	1	2	–	...	

Figuur 1

Hierbij is met het oog op de relatie tussen de te verrichten handeling op de zakrekenmachine en de aanschouwelijkheid daarvan op de programmastrook de keuze gemaakt voor een hokje per cijfer en niet voor een getal per hokje. Ieder hokje op de programmastrook komt nu overeen met een te verrichten handeling. Voordeel van het werken met programmastroken is dat de leerlingen en de leerkrachten een middel in handen hebben om het denken van de leerlingen enigszins na te gaan en daarmee voor nabespreking en reflectie toegankelijk te maken. Een belangrijke vraag bij de op deze wijze uitgevoerde handeling is: 'Hoe kun je deze sommen handiger of sneller uitrekenen?' Doel van deze vraag is de leerlingen te stimuleren een verkorting in de oplossing aan te brengen. De leerkracht kan, sturend in de richting van verdubbelingen, bijvoorbeeld aan de leerling vragen of hij de getallen samen kan nemen en vervolgens kan aftrekken. De door de leerlingen aangebrachte verkortingen kunnen individueel of klassikaal besproken worden.

specifieke zakrekenmachineverkorting

Later volgt een specifieke verkorting die alleen met de zakrekenmachine uitgevoerd kan worden. Door gebruik te maken van de constante factor wordt het aantal handelingen gereduceerd: het intoetsen van de – toets en de cijfertoetsen, wordt vervangen door = . Het gebruik van de constante factor biedt met betrekking tot de beoogde verkorting van het deelalgoritme interessante mogelijkheden.

Verkortingen kunnen op verschillende manieren worden uitgevoerd:

1. Er kunnen grotere hoeveelheden ineens afgetrokken worden; leerlingen ontdekken dat zij zich niet behoeven te beperken tot het aantal flessen per krat, maar dat zij bij meerdere kratten ineens de hoeveelheid flessen kunnen berekenen en aftrekken. Door gebruik te maken van aangepaste werkbladen kunnen de leerlingen in een situatie worden gebracht worden waarbij verkorting wordt uitgelokt. De leerlingen moeten bijvoorbeeld bij een opgave over het vullen van kratten een programmastrook invullen die te kort is om alle informatie te bevatten van de meest uitgebreide oplossingsvariant of de leerlingen wordt gevraagd na te denken over het aanbrengen van verkortingen in de oplossing.
2. Bij de meeste zakrekenmachines kan gebruik worden gemaakt van de constante factor. Hierbij dient opgemerkt te worden dat het gebruik van deze factor niet op alle zakrekenmachines op dezelfde wijze kan worden uitgevoerd. Tussen machines kunnen grote programmeringsverschillen optreden (fig.2 en 3).

6	0	–	3	=	=	=	=	...														

Figuur 2: Hema Calculator NR. H420

3	–	–	6	0	=	=	=	=	=	...												

Figuur 3: Casio HL812E

Het gevaar is niet denkbeeldig dat tussen de wijze van programmeren van de zakrekenmachines die op school en thuis gebruikt worden aanzienlijk verschillen optreden. Dit verschil kan voor een aantal leerlingen mogelijk demotiverend werken. Wij denken dat het goed is dat de leerlingen zich van deze verschillen bewust worden en zich een houding eigen maken om een zakrekenmachine eerst aan een onderzoekje te onderwerpen alvorens ermee aan de slag te gaan. Het lijkt met het oog op de hierna te beschrijven mogelijkheden gewenst om in de klas dezelfde zakrekenmachines te laten gebruiken.

De som 456 : 6 = ... kan met behulp van de constante functie en een extra denkstap van de leerling als volgt worden opgelost:

(Leerling): 'Ik haal er eerst steeds tien groepen van zes af, want anders blijf ik bezig. Ik houd het venster in de gaten en ga na of ik er nog steeds zestig vanaf kan trekken. Als ik er geen zestig meer vanaf kan trekken, dan trek ik steeds zes af.'

456 –60 = = = = = = = –6 = = = = = =

Op een blaadje kan door een medeleerling het totaal worden bijgehouden. Door het eerst wegnemen van tien groepen van zes treedt eigenlijk een dubbele verkorting op:

1. Het aantal handelingen dat verricht moet worden op de zakrekenmachine vermindert door gebruik te maken van de constante functie (zakrekenmachine-specifiek).
2. Het aantal keren dat de constante wordt gebruikt neemt af door het afhalen van grotere hoeveelheden (beoogde verkorting).

Het eerst formeren van honderd groepen van het deeltal, vervolgens van tien groepen enzovoort behoort eveneens tot de mogelijkheden. De op de zakrekenmachine verrichte handelingen vertonen overeenkomsten met het beoogde verkorte pen- en papieralgoritme, bijvoorbeeld het afnemen van grotere hoeveelheden ineens en het maken van schattingen.

Er worden 1128 supporters vervoerd in bussen met 36 plaatsen. Hoeveel bussen zijn nodig?

36/1128\	
360	10 bussen
768	
360	10 bussen
408	
360	10 bussen
48	
36	1 bus
12	

Programmastrook: 1128 – 360 = = = – 36 =

Leerlingen die deze strategie aankunnen hebben hiermee een middel of een alternatief in handen om grote deelsommen op een snelle en voor hen inzichtelijke wijze te kunnen berekenen. Het aftrekken van grote hoeveelheden kan daarbij aan de zakrekenmachine worden overgelaten. Zij moeten echter, deels overeenkomstig met de verkorting van het pen- en papieralgoritme, aan meerdere voorwaarden voldoen:

1. een getal kunnen vermenigvuldigen met de factor 10, 100, 1000, bijvoorbeeld 10 x 36 = 360;
2. op een blaadje de aantallen kunnen noteren;
3. getallen in grootte met elkaar kunnen vergelijken en daaruit afleiden welke handelingen verricht moeten worden, bijvoorbeeld een leerling ziet in het venster 768 staan: 'Dat is veel meer dan 360 dus ik kan er nog 360 aftrekken.'
4. gebruik kunnen maken van de constante factor.

Het gebruik van de constante factor kan ook worden toegepast bij de andere verkorte fasen van het deelalgoritme:

36/1128\		36/1128\	
720	20	1080	30
408		48	
360	10	36	1
48		12	
36	1		
12			

Bijbehorende programmastroken zijn:
1128 – 720 – 360 – 36 = 1128 – 1080 –36 =

Het lijkt voor de hand te liggen dat overeenkomstig het pen- en papieralgoritme gebruik zal worden gemaakt van strategieën, zoals het vermenigvuldigen met 20, 30, 40, ... , 200, 300, 400, ... en het verdubbelen.
Wij verwachten echter dat het gebruik van de constante factor en het vermenigvuldigen met factor 10, 100 en 1000 voor de leerlingen zodanig eenvoudig zijn en zo snel kunnen worden uitgevoerd, dat veel leerlingen ervoor zullen kiezen om dit als voorlopige eindvorm van het deelalgoritme te beschouwen. De snelheid waarmee de rekenmachine werkt zal consequenties hebben voor het gebruik van factoren groter dan 10, 100 of 1000.
1128 – 720 – 360 – 36 = is op papier kort. Het vergt echter meer tijd en denkwerk (20 x 36 = ... of verdubbelen 360) dan het verrichten van relatief eenvoudige handelingen op de zakrekenmachine:
1128 – 360 – 360 – 360 – 36 = of:
1128 – 360 = = = – 36 = .

verkorting uitlokken

Op een volgend werkblad worden de leerlingen in de situatie gebracht waarin verdergaande verkorting wordt uitgelokt door het laten invullen van een programmastrook die te kort is om de informatie te bevatten.

> 'Ik weet ook een snellere manier!'
> * Pak je rekenmachine.
> * Lees en reken mee
>
> Som: Ik heb 650 flessen. In een krat gaan 12 flessen. Hoeveel kratten kan ik vullen?
> Vul de strook in. Reken de som uit met behulp van de strook.

Uiteraard zullen de leerlingen op de strook niet direct kunnen aangeven hoeveel keer zij een bepaalde hoeveelheid moeten aftrekken. Bij deze opgave moeten de leerlingen een oplossingsstrategie schrijven voor een programmastrook en controleren of de strategie juist is. Verschillende mogelijkheden voor het invullen van de programmastrook dienen zich aan:

1234 – 80 = = ... – 8 = = ...

1234 – 800 = – 80 = ... – 8 = = ...

eindvorm deelalgoritme

Na deze voorlopige eindvorm kunnen zij gaan werken met het meest verkorte algoritme op de zakrekenmachine: 1128 : 36 = .

De moeilijkheid bij het delen met behulp van de zakrekenmachine is dat de rest zich in het venster van de zakrekenmachine alleen toont als een cijferreeks na de punt. Soms is het gewenst om de rest uit te drukken in een geheel getal. In dat geval ontstaan er voor veel leerlingen problemen. Leerlingen moeten weten dat hetgeen in het venster achter de punt staat soms wel en soms niet direct te gebruiken is. Dit maakt het er begripsmatig voor de leerling bepaald niet eenvoudiger op! Het lastige verschil bij de interpretatie van het decimale gedeelte zit in het delen met continue en discontinue (losse eenheden) grootheden en de kennis die de leerlingen hebben van een bepaalde context. Bij continue grootheden kan men het decimale gedeelte in het getal indien gewenst wel onmiddellijk gebruiken. De moeilijkheid schuilt bij deze quotiënten in het zinvol en juist afronden van het decimale gedeelte.

> 1128 gulden verdelen over 36 kinderen!

Met de zakrekenmachine uitgerekend ontvangt ieder kind 1128 : 36 = 31.333333. Dat kan dus niet. Er moet zinvol worden afgerond. De zinvolheid hangt af van de context. Ieder kind krijgt fl. 31,33 als eenieder over een giro- of bankrekening beschikt. Indien het geld contant wordt uitbetaald dan treden er andere moeilijkheden op.

Immers losse centen worden niet meer gebruikt en fl. 31,35 kan ook niet omdat de gever dan geld tekort komt. Ieder krijgt waarschijnlijk fl. 31,30. Maar indien de gulle gever voor deze geluksvogels alleen over muntstukken van een gulden beschikt dan krijgt ieder kind fl. 31,-- en houdt de gever fl. 12,-- over.

Zoals uit het bovenstaande duidelijk mag zijn is men er bij het meest verkorte deelalgoritme op de zakrekenmachine bepaald niet door het aanleren van een standaardoplossingsmethode voor het vaststellen van de rest in losse eenheden. Het door onderzoek duidelijk maken van de onderlinge relaties tussen deeltal, deler, quotiënt en rest levert aan het vinden van de rest zeker een positieve bijdrage. Noodzakelijker lijkt het echter de kinderen te leren het decimale gedeelte uit de rest binnen de gegeven context te interpreteren en ze vervolgens aan de hand van deze interpretatie te laten vaststellen welke handelingen verricht moeten worden.

Er worden 1128 supporters vervoerd in bussen met 36 plaatsen. Hoeveel bussen zijn nodig?

Antwoord met zakrekenmachine: 31.333333
Duidelijk moet worden dat .333333 bus onzin is! De leerling zal de rest indien noodzakelijk exact moeten berekenen. De toevoeging 'indien noodzakelijk' is terecht. Een vaardig rekenaar die gebruik maakt van een zakrekenmachine leidt uit het antwoord 1128 : 36 = 31.333333 in de gegeven context over het vervoer van supporters onmiddellijk af dat er 32 bussen nodig zijn. Indien echter het decimale gedeelte erg klein wordt, bijvoorbeeld bij 1118 supporters is het antwoord 31.055556, dan zal deze rekenaar hieruit afleiden dat het mogelijk handiger is om voor twee supporters geen bus te huren, maar deze per taxi te laten vervoeren. (Vraag voor de lezer: Bij welke afstand en bij welke hoeveelheid passagiers loont het de moeite om een extra bus te huren?)
Het gaat voor de leerlingen om de beantwoording van de vraag: 'Wat is de betekenis van het antwoord binnen de gegeven context?'

verschillende oplossingsniveaus
Bijzonder in het geheel blijft de meest verkorte vorm van het zakrekenmachine-algoritme: 1128 : 36 = ... Bij de overige oplossingsstrategieën is sprake van een zekere navolgbaarheid van de verrichte handeling. In de meest verkorte vorm ontbreekt dit.
In het venster staat na intoetsing van 1128 : 36 = 31.333333. Wat moet je daar nu mee als kind?
De moeilijkheid is dat veel IBO-leerlingen bij deze vorm op een niveau werken waarbij zich niet meer realiseren wat er gebeurt. De leerlingen komen door het gebruik van het apparaat terecht in een gedeelte van de getallenwereld waar zij nog geen zicht op hebben.
Er is sprake van een zekere opklimming in moeilijkheidsgraad:

1. Steeds dezelfde hoeveelheid, al dan niet gebruikmakend van de constante factor eraf halen is voor veel leerlingen te begrijpen.
2. Groepen van honderd of tien wordt al lastiger. Dit veronderstelt namelijk dat de leerlingen aan meer voorwaarden voldoen. Zij moeten bijvoorbeeld getallen tien keer en honderd keer kunnen vermenigvuldigen en deze vervolgens invoeren.
3. Daarna volgt de overstap naar de meest verkorte vorm. Deze overstap is voor veel leerlingen groot en wel om verschillende redenen:
   a. de leerlingen kunnen geen invloed meer uitoefenen op het apparaat tijdens de berekening. Na het intoetsen verschijnt vrijwel direct een achtcijferig getal in het venster;
   b. de leerlingen moeten aan meer voorwaarden voldoen: zij moeten bijvoorbeeld weten wat de betekenis is van de punt in het venster. De leerlingen moeten weten dat hetgeen achter de punt staat in dit geval *niet* de direct te gebruiken rest is indien men wil weten hoeveel passagiers er overblijven;
   c. er wordt een overstap gemaakt van inzichtelijk bezig zijn volgens het patroon van progressief schematiseren naar een bewerking die plotsklap niet meer inzichtelijk is en sterk mechanistische trekjes vertoont. Hierdoor is het gevaar van onbegrepen intoetsen en aflezen van het venster zeker niet denkbeeldig.

De conclusie met betrekking tot de meest verkorte vorm moet volgens ons luiden: Voordat de leerlingen aan deze vorm toekomen zal er heel wat voorbereidend werk verricht moeten zijn. De leerlingen voldoen tegen het eind van deze voorbereiding aan veel meer voorwaarden dan de aan begin van dit artikel genoemde.

Literatuur

Beentjes, H. en J. de Haas: Niet bij kennis alleen: strategische fouten bij het rekenen, *Tijdschrift voor Orthopedagogiek*, 26(4), 1987, pag. 187-198.

Carpenter, T.P. e.a.: Calculators in testing situations: results and implications from National Assessment, *The Arithmetic Teacher*, January, 1981, pag.34-37.

Goffree, F.: *Wiskunde & didaktiek*, deel twee, Groningen 1983.

Mulder, T.: *Informatiebulletin van de ITO heroriëntatiecursus* (1976/1977), nr. 4, Ede: IBO-team, NGOLB.

Ockenga, E.: Calculator ideas for the junior high classroom, *The Arithmetic Teacher*, November, 1976, pag.519-522.

Pel, P. e.a.: *Zo reken ik ook*, rekenprogramma voor moeilijk lerende kinderen, De Ruiter, Gorinchem.

Putten, C.M. van: *Leerlingen in het individueel beroepsonderwijs nader beschouwd*, Academisch proefschrift, Leiden 1987.

Sissing, H.: *Anders delen in het IBO*, publikatie volgt.

Treffers, A. en E. de Moor: *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool*, deel II, Zwijsen, Tilburg 1990, pag.134-149 en 235-253.