Breuken in drie nieuwe methoden

W. Pap — SBD IJsselmeerpolders
W. vd Veldt — SBD Amstelland en de Meerlanden

Inleiding

In de handreiking 'Op weg naar een nieuwe reken-wiskundemethode', die de Centrale Werkgroep Rekenen Wiskunde (CWRW) ten behoeve van begeleiders en nascholingsteams heeft samengesteld, zijn in een bijlage enkele deelleergangen van methoden opgenomen.

Deze deelleergangen worden in de handreiking vooral voorgesteld als middel om te hanteren in het keuzeproces van een nieuwe methode. In de begeleidingspraktijk is gebleken dat dergelijke analysen van methoden heel bruikbaar zijn om in relatief korte tijd inzicht te geven in de opbouw van een leergang, de variaties in opbouw van leergangen van verschillende methoden of de mate waarin bepaalde didactische inzichten doorgevoerd worden.

De vernieuwde didactische inzichten met betrekking tot het breukenonderwijs, maar zeker ook de eindtermendiscussie en de uitkomsten van de Periodieke Peiling van het Onderwijs Niveau (PPON), vormden aanleiding om na te gaan hoe 'breuken' in een drietal nieuwe methoden aan de orde komen. De deelleergangen breuken in 'De wereld in getallen', 'Rekenen & Wiskunde' en 'Rekenwerk' vormden het onderwerp van een keuzeoordeel op de Panama-najaarsconferentie 1989.

Het materiaal

In het kader van dit artikel ontbreekt de ruimte om de drie deelleergangen in hun totaliteit op te nemen. Daarom eerst een toelichting op het materiaal.[1]

De deelleergangen breuken, zoals we die in de genoemde methoden aantreffen, zijn teruggebracht tot ongeveer 25 pagina's per methode. In deze pagina's zijn zowel de handleiding als het leerlingenmateriaal zo overzichtelijk mogelijk opgenomen.

blok 5.4

2. Breukenkeer

Instap in het vermenigvuldigen van een geheel getal met een breuk. De situaties op bladzijde 43 van opdrachtenboek 5A worden gezamenlijk besproken.

In eerste instantie gaat het erom, de leerlingen zelf oplossingen voor de situaties te laten bedenken. Daarbij kunnen steeds verschillende ideeën worden vergeleken. In een bespreking van ideeën kan een 'standaard-verwoording' van de situaties naar voren komen:

a. muurtje : 6 rijen van $4\frac{1}{2}$ steen; 6 keer $4\frac{1}{2}$
b. appelsap : 6 pakken van $\frac{3}{4}$ l; 6 keer $\frac{3}{4}$
c. tabletten : 7 keer $\frac{1}{3}$ tablet
d. tabletten : 7 keer $\frac{2}{3}$ tablet
e. tijd : 8 keer 3 kwartier

De oplossingen kunnen via verschillende strategieën gevonden worden, bijvoorbeeld:

- muurtje : 2 rijen is 9 stenen
6 x 4

a. Hoeveel stenen zijn er gebruikt?

c. Hoeveel tabletten in één week voor Elly de Wit?

Figuur 1

De teksten uit de handleiding zijn gekoppeld aan het leerlingenmateriaal om de bedoeling van bepaalde opdrachten duidelijk te maken en een indruk te geven van bedoelde lesactiviteiten (fig.1).
Behalve deze drie deelleergangen heeft de CWRW een 'Practicum breukenleergangen' samengesteld. Hierin is een mogelijke manier van werken voor schoolteams opgenomen, alsmede de voorstellen voor eindtermen breuken (SLO), het hoofdstuk breuken van 'De Balans van het Rekenonderwijs' (PPON, Cito) en het nawoord in 'Realistisch breukenonderwijs' van L. Streefland. Van de drie methoden is in dit practicum bovendien nog eens heel globaal (vier bladzijden per methode) de 'breukenlijn' geschetst (zie fig.2).

De wereld in getallen

Globale breukenlijn

• 4a

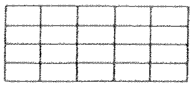
In 4a wordt veel aandacht besteed aan verdeelsituaties. Kinderen (steeds wisselende aantallen) moeten pannekoeken, koeken, blaadjes papier e.d. verdelen. Het resultaat wordt steeds genoteerd in een tabel.

aantal kinderen	3	6	
aantal pannekoeken	4	8	12

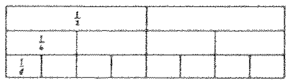
Hierbij speelt de dubbele betekenis een belangrijke rol:
- je krijgt (in elke situatie) steeds 3/4 pannekoek;
- de situatie waarin je die 3/4 pannekoek krijgt is telkens anders.

Daarnaast is er ook aandacht voor:
- breuken toegepast op hoeveelheden;

kleur de helft:



- het werken met breukenstroken;



- breuken in eenvoudige meetkundige figuren;

- breuken op de getallenlijn.

De methode beperkt zich in 4a tot: 1/2, 1/4, 2/4, 3/4 en ./8 en de gelijkwaardige breuken die hierbij horen.

Figuur 2

Gebruiksmogelijkheden van de deelleergangen

In 'Op weg naar een nieuwe reken-wiskundemethode' worden deelleergangen beschreven om schoolteams onder meer te oriënteren op nieuwe ontwikkelingen in het onderwijs. Wanneer een team een tiental jaren met een bepaalde methode heeft gewerkt kan er een flinke discrepantie bestaan tussen het al jaren gangbare onderwijs en de didactiek in de nieuwe methoden.
De begeleiding van een school in dit oriënterende stadium bevat doorgaans twee elementen. Er wordt informatie gegeven over nieuwe ontwikkelingen en er worden mogelijkheden aangereikt om nieuwe ervaringen op te doen in de klas aan de hand van lespakketten en dergelijke. Ook al reageert het team op beide aspecten (theorie en praktijk) positief, toch wordt dikwijls enig onbehagen geuit, bijvoorbeeld: 'In theorie klopt het allemaal wel en ik vond die les ook mooi, maar wat zijn de beoogde einddoelen?'
De deelleergangen nu zou je ergens tussen theorie en eerste praktijkervaringen in kunnen denken. Enerzijds laat een deelleergang zien waar je uit kunt komen met nieuwe opvat-

tingen over reken-wiskundeonderwijs en anderzijds kan dit uitgangspunt zijn voor de eerste praktijkervaringen in de klas. In een later stadium van het keuzeproces van een nieuwe methode, wanneer het team een voorlopige keuze gemaakt heeft, kunnen deelleergangen bij de bestudering van een methode worden ingezet.
In algemene zin gaat het bij de bestudering van een methode om aspecten als structuur van de methode, wijze van evaluatie, differentiatie en dergelijke. Bestudering van een deelleergang biedt echter meer zicht op het feitelijke onderwijs, waardoor beoordeeld kan worden of de methode op dit onderdeel aansluit bij de inhoudelijke wensen van het team. Rechtstreeks gekoppeld aan deze gebruiksmogelijkheden, zowel in de oriëntatiefase als in de fase waarin een voorlopige keuze wordt gemaakt, kan de deelleergang gebruikt worden als inleiding en toelichting op een discussie over eindtermen. Omdat deze vooral met betrekking tot breuken ter discussie staan, zijn in het practicum daartoe de voorlopige eindtermen (SLO) opgenomen.
In het kader van het speerpunt rekenen tenslotte verdienen belangrijke leerlijnen (bijvoorbeeld de opbouw van getalbegrip, cijferen en breuken) zeker aandacht in de nascholing van onderwijsgevenden. Ook nadat een methode al een aantal jaren in de bovenbouw van het basisonderwijs wordt gebruikt, grijpen onderwijsgevenden voor extra hulp aan kinderen, die moeite hebben met de leerstof, zelden terug op de wijze waarop eerder in de methode inzicht in diezelfde problematiek werd verschaft. In plaats daarvan wordt voor extra hulp aan zwakkere rekenaars veel eerder de aanpak van de oude, mechanistische methode gekozen. Deze reactie van leerkrachten kan ons inziens maar ten dele verklaard worden door de opvatting dat zwakke rekenaars veel meer gebaat zijn bij een mechanistische dan bij een inzichtelijke benadering. Het ontbreekt hen te vaak aan voldoende overzicht van de nieuwe leerlijnen om daadwerkelijk re-teaching in diezelfde lijn te kunnen bieden. Kiezen voor een mechanistische benadering is dan ook dikwijls kiezen voor het bekende.
Een deelleergang kan helpen om de onderwijsgevende een dieper inzicht te bieden in de betreffende leerlijn zodat hij of zij in staat is tot een betere vaststelling van de aard van de problemen waarmee sommige kinderen zitten en in aansluiting daarop tot een betere hulpverlening.

Voor- en nadelen van een beknopte deelleergang

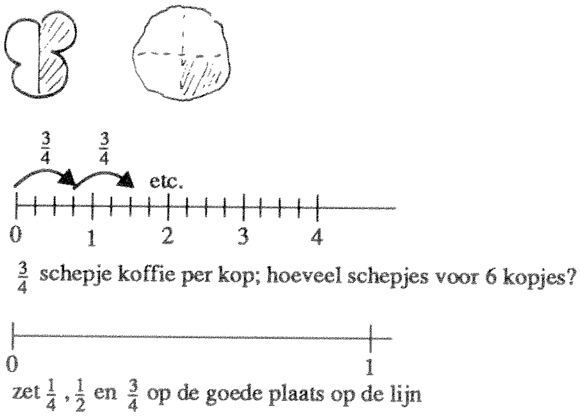
Aan het gebuik van een beknopte deelleergang zijn belangrijke voordelen verbonden. Deze houden verband met de overzichtelijkheid en compactheid van de informatie, die bereikt wordt door de deelleergang zoveel mogelijk tot de essentie terug te brengen. Minder belangrijke zaken kunnen zo buiten beschouwing blijven.
Hoofd- en bijzaken kunnen gemakkelijk onderscheiden worden en in betrekkelijk korte tijd kan men aan de hand van een deelleergang tot een redelijk inzicht komen in de wijze waarop het betreffende onderdeel in de methode wordt aangepakt. Een team dat zich bijvoorbeeld oriënteert op een methode of een bepaald onderdeel wil verkennen, kan de deelleergang gericht bekijken en bespreken. Dit betekent in de meeste gevallen een belangrijke tijdwinst.
Het beperken van de bestudering van een methode tot een deelleergang heeft ook nadelen. Zo kan men gemakkelijk de context waarin bepaalde lessen met betrekking tot het onderwerp plaatsvinden uit het oog verliezen.
Om het overzicht in de deelleergang te bewaren zijn immers zaken weggelaten, vereenvoudigd en verschraald. Ook relaties met andere onderwerpen (breuken vereenvoudigen en procenten) vallen weg of komen onvoldoende uit de verf.
Omdat men over het algemeen geneigd is om aan deze beperkingen voorbij te gaan,

wordt het nieuw verworven inzicht gemakkelijk overschat. Het lijkt dan alsof de methode na bestudering van de deelleergang voldoende is doorgelicht om er belangrijke consequenties aan te verbinden, bijvoorbeeld met betrekking tot de keuze van een methode. Wanneer we hieronder dan ook heel globaal de deelleergangen breuken in 'Rekenen & Wiskunde', 'Rekenwerk' en 'De wereld in getallen' inhoudelijk vergelijken dan doen we dat met de nodige slagen om de arm. We willen zeker niet de methoden op basis van deze vergelijking typeren. De overeenkomsten en verschillen zoals we die signaleren zijn veel meer bedoeld als aanleiding om de methode zelf te raadplegen en te analyseren. De analyse van de methode die nodig is om tot de deelleergangen te komen is wellicht een belangrijker leerervaring dan de kennisname van het resultaat van de analyse. We zouden dan ook graag zien dat collega-begeleiders en onderwijsgevenden in de materialen aanleiding zien tot verdere analyse van de methoden.

Breuken in 'De wereld in getallen', 'Rekenen & Wiskunde', 'Rekenwerk'

groep vijf/zes

In de groepen vijf/zes domineren de overeenkomsten tussen de drie methoden. Ze beginnen alle drie met veel en gevarieerde verdeelsituaties. Kinderen leren figuren, repen chocolade en appels verdelen. Het verdelen van pannekoeken en pizza's wordt geïntroduceerd en de getallenlijn wordt gebruikt om het vermenigvuldigen van breuken voor te stellen of om het getalaspect van een breuk te leren kennen (fig.3).



Figuur 3

Aan de gelijkwaardigheid van breuken wordt onder meer aandacht geschonken in verhoudingstabellen (fig.4).

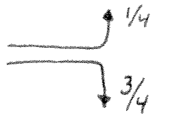
pannekoeken	2	4
kinderen	4	8

Figuur 4

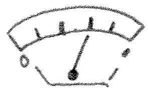
Ondertussen zien we ook in elke deelleergang in dit stadium een nadruk op stambreuken (breuken met de teller één) dus situaties waarbij de breuk 'het breekkarakter van de eenheid' symboliseert ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc.).

groep zeven

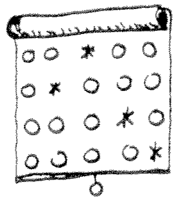
De overeenkomsten in de drie deelleergangen betreffen onder meer de verbreding en verdieping van het breukbegrip. Breuken komen in allerhande contexten voor, zoals verkeerstellingen (fig.5), meetactiviteiten (benzine) (fig.6) en verhoudingen (het mengen van verf). De verhoudingstabel komt bijvoorbeeld terug in de context van het rolgordijn (fig.7).



Figuur 5: inhoud 50 liter



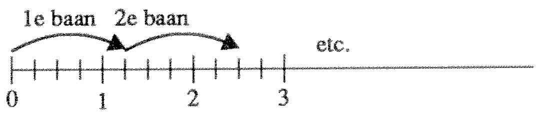
Figuur 6: hoeveel liter nog?



20	10	100

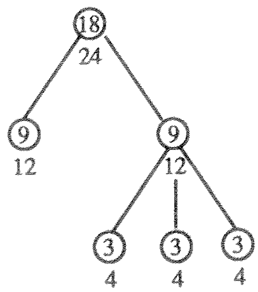
Figuur 7

Op getallenlijnen zien we nu het maken van een 'tafel': 1 x $\frac{2}{3}$, 2 x $\frac{2}{3}$, 3 x $\frac{2}{3}$ enzovoort. In de context van een zwemwedstrijd komt de getallenlijn als rekenmodel aan de orde (fig.8): zwemmen $1\frac{1}{4}$ minuut per baan, hoeveel tijd kost vier banen zwemmen?



Figuur 8

In iedere deelleergang wordt bovendien in deze fase de relatie met kommagetallen gelegd, bijvoorbeeld via meten, zoals in 'Rekenwerk': 1 mm = $\frac{1}{10}$ cm = 0,1 cm. We zien echter ook een aantal verschillen in de aanpak van de methoden. Zo introduceren 'Rekenwerk' en 'Rekenen & Wiskunde' om inzicht in de gelijkwaardigheid van verdelingen te geven een schema voor tafelschikken (fig.9): Aan welke tafel krijg je meer (24 kinderen om een tafel met 18 pannekoeken; 12 kinderen om een tafel met 9 pannekoeken enzovoort)?



Figuur 9

In 'De wereld in getallen' komt dit schema niet voor, maar we zien wel een vroege introductie van een formele procedure voor optellen en aftrekken van ongelijknamige breuken. Daarin spelen gelijkwaardigheidstabellen dan weer een grote rol (fig.10). Vergelijk $\frac{1}{3}$ en $\frac{3}{5}$. Som? Verschil?

1	2	3	4	5
3	6	9	12	15

3	6	9
5	10	15

Figuur 10

'Rekenen & Wiskunde' beperkt zich in dit stadium nog tot het optellen en aftrekken van gelijknamige breuken, terwijl 'Rekenwerk' zich over het algemeen terughoudend opstelt met betrekking tot formele procedures. Opvallend is de nadrukkelijke relatie die in 'Rekenwerk' gelegd wordt tussen breuken en meten.

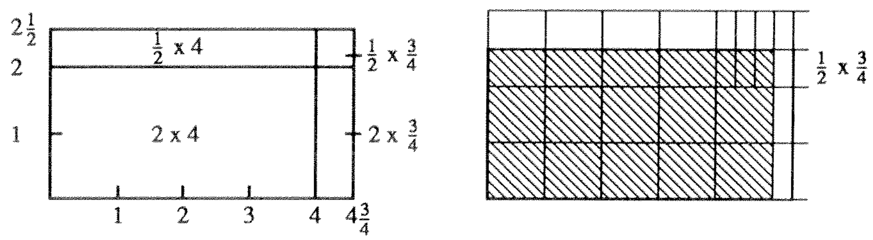
groep acht

In groep acht tenslotte komen in alle drie methoden situaties voor waarin de kinderen moeten optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen met breuken. In 'Rekenwerk' en 'Rekenen & Wiskunde' wordt nu ook het meer formele rekenen met breuken geïntroduceerd.

In 'Rekenwerk' zijn overigens de formele standaardprocedures voor gelijknamig maken, vermenigvuldigen en delen expliciet extra stof voor kinderen die meer aankunnen dan het minimumprogramma.

Opvallend is dat in 'Rekenen & Wiskunde' de standaardprocedures voor alle operaties met breuken in dit leerjaar worden ingeleid en geleerd. Zeker waar het gecompliceerde introducties betreft als bij vermenigvuldigen en delen merken de auteurs ons inziens terecht op dat dit geen basisleerstof voor alle leerlingen kan vormen (fig.11).

blok 6.5



Als deze aanpak (het zoeken naar een passend tegeltje en het vaststellen van het benodigde aantal) enige tijd is geoefend, kan de relatie gelegd worden tussen het formaat van de grote tegel en van de kleinere. In dit voorbeeld gaan er acht kleintjes in een grote. In een vervolgactiviteit gaan de leerlingen dan proberen te bedenken hoeveel kleine tegeltjes ze nodig hebben, zonder die tegeltjes nog te tekenen. Ontdekt wordt dan dat een passende tegel gevonden kan worden door uit te gaan van de noemers die in het spel zijn. In het geval van $2\frac{1}{2} \times 4\frac{3}{4}$ wordt zo een passend tegeltje van $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ gevonden. Er kan dan beredeneerd worden hoe vaak dat kleine tegeltje op de lengte en op de breedte afgepast kan worden.
$2\frac{1}{2} = 5 \times \frac{1}{2}$ en $4\frac{3}{4} = 19 \times \frac{1}{4}$. Dan zie je dat je $5 \times 19 = 95$ tegeltjes nodig hebt.
In een later stadium zal deze laatste werkwijze door sommige leerlingen verkort kunnen worden tot $2\frac{1}{2} = 5 \times \frac{1}{4}$ en $4\frac{3}{4} = 19 \times \frac{1}{4}$ dus $2\frac{1}{2} \times 4\frac{3}{4}$ levert 5×19 stukjes van $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ op. En daarmee is de standaardprocedure binnen bereik gekomen.

Figuur 11

Deze aanwijzingen van de auteurs met betrekking tot differentiatie relativeren natuurlijk de indruk die we ons over het eindniveau van de methoden vormden.

'Rekenen & Wiskunde' gaat in z'n aanbod wat verder voor wat betreft vermenigvuldigen en delen met breuken dan 'De wereld in getallen' en 'Rekenwerk'. Deze laatste tenslotte stelt zich over het geheel genomen het meest terughoudend op ten aanzien van het formele rekenen met breuken. Dat is in deze methode steeds extra stof.

Noten

1. Het pakket 'Deelleergangen breuken' en het 'Practicum breukenleergangen' zijn te bestellen bij: CWRW, p/a Postbus 337, 6800 AH Arnhem.