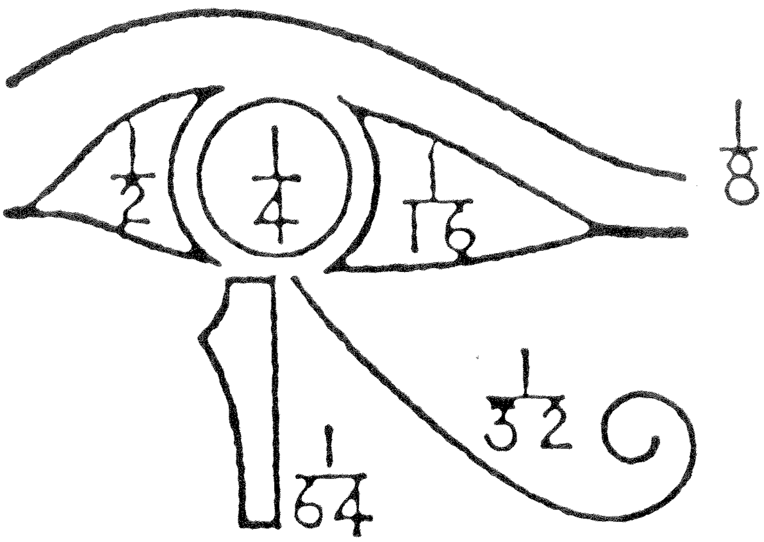
PRACTICUM



Noordwijkerhout
3 november 1988

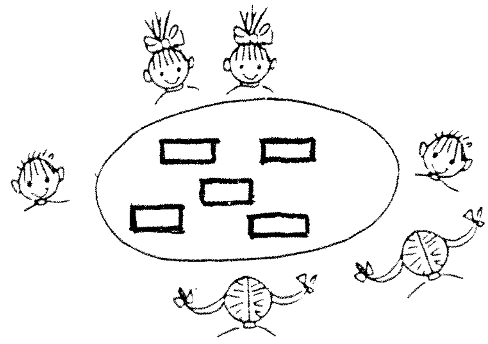
OW&OC

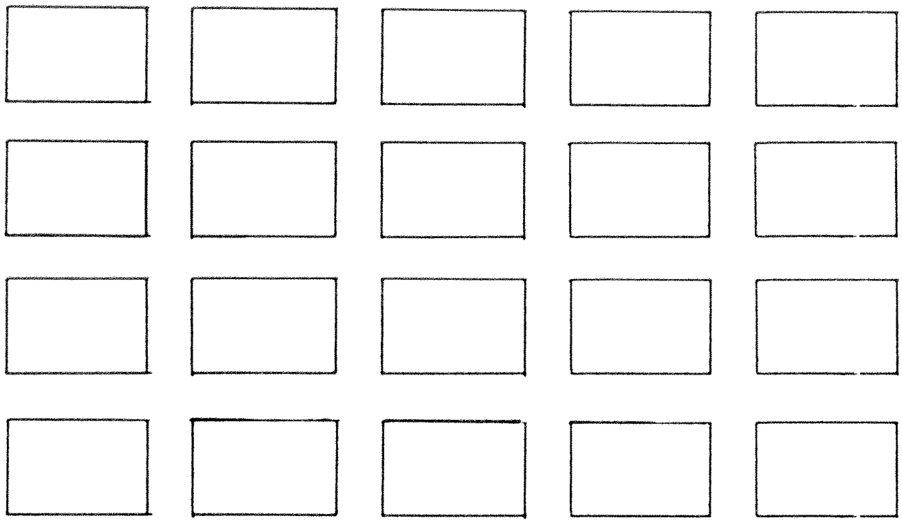
Bij het omslag

Dit zij symbolen voor het herhaald halveren van een eenheid uit het oude Egypte, samen voorstellend het door de god van het leren, Thoth, herstelde oog van de zonnegoed Horus, nadat de god der duisternis het eerst had verbrijzeld.

1 Verdelen en breuken

a. Zes kinderen verdelen eerlijk vijf repen. Maak minstens vier verschillende verdelingen.





Bedenk bij iedere verdeling een passende notatie voor ieders portie.

b. Bij de vorige vraag hebt u - vermoedelijk - een rijtje uitdrukkingen gekregen voor $\frac{5}{6}$. Dit geheel noemen we een *monografie* voor $\frac{5}{6}$. Voeg nog twee betrekkingen aan uw monografie voor $\frac{5}{6}$ toe:

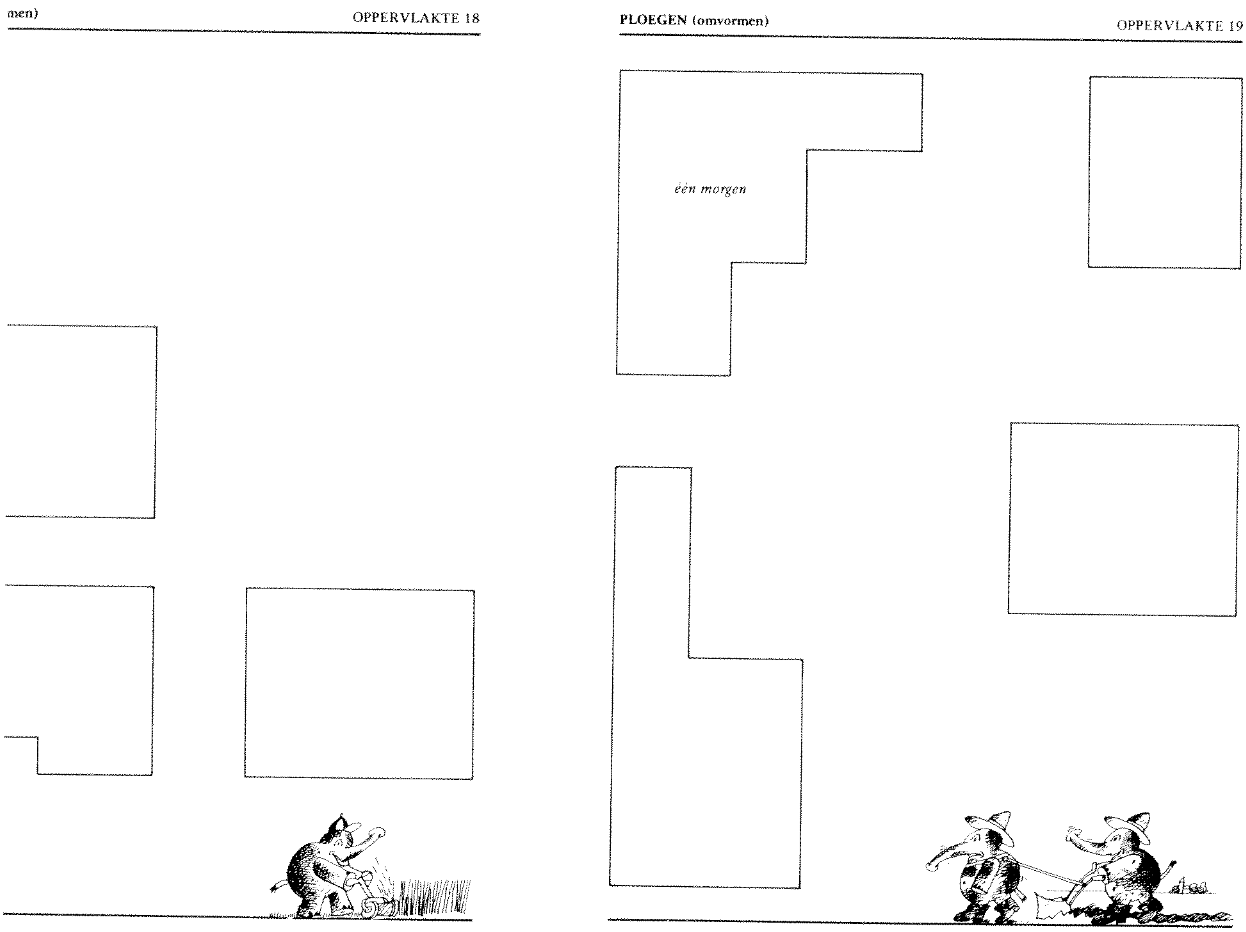
$\frac{5}{6} =$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\frac{5}{6} =$

Maakt u eens een monografietje voor $\frac{5}{4}$ en concretiseer twee van de betrekkingen hieruit met verdelingen.

c. Wat zijn de mogelijkheden van de door u toegepaste verdelingen in de situatie van a. voor: 'drie kinderen verdelen eerlijk 2½ reep.'

d. De opdrachten a. en c. bevatten voorbeelden van verdeelsituaties.
Welke aspecten van het breuk- en verhoudingsbegrip worden bevorderd door de context van dergelijke situaties?

2 Rekenen langs een omweg



a. Het bovenste tuintje vergt één uur maaitijd. Hoe lang duurt het voor de andere tuinen?

b. De eerste akker vergt één morgen ploegtijd. Hoeveel tijd kosten de andere akkers?

Opmerking: het binden van een begrip of grootheid aan een andere grootheid heeft voor de verwerving van begrippen als oppervlakte en verhouding zijn didactische waarde bewezen. Dit principe van het *koppelen of binden aan een (andere) grootheid* kan ook bij bewerkingen met breuken worden toegepast. Hierover gaat de rest van deze opdracht.

c. Bij een verdeling van repen kreeg Wim $\frac{5}{6}$ reep. Bedenk enkele bij Wims portie passende verdeelsituaties (verschillende aantallen repen en verdelers).

Nel kreeg na een verdeling $\frac{2}{3}$ reep. Bedenk ook bij Nels portie passende verdeelsituaties.

Vergelijk Nels portie met die van Wim via de prijs per reep.
Stel één reep kostte fl. 1,20, dan

kostte Wims deel	$\frac{5}{6} \times$ fl.	= fl.
en het deel van Nel	$\frac{2}{3} \times$ fl.	= fl.
Verschil		fl.

Hoeveel kost $\frac{1}{6}$ deel van zo'n reep?

Conclusie: $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$

Herhaal het voorgaande met een prijs van 90 cent per reep.

Wat is de handigste prijs per reep om in dit geval te kiezen?

Welke stappen zou een leergang hiervoor volgens u moeten bevatten?

d. Welke algemene principes (begripsvorming etc.) spelen een rol in dit deel van de leergang?

Welke plaats kan dit onderdeel innemen op weg naar de formele bewerkingen voor het optellen en aftrekken van breuken?

3 Tafelschikken

Een elementair verdeelprobleem, bijvoorbeeld 'twee pizza's worden eerlijke verdeeld onder drie personen', kan heel eenvoudig gesymboliseerd worden door middel van $\frac{\boxed{2}}{3}$ of $\frac{2}{3}$, namelijk twee pizza's (op tafel) voor drie personen (er omheen). Het symbool verwijst duidelijk zichtbaar terug naar de probleemsituatie. Gelijkwaardige verdelingen ontstaan nu als het ware door meerdere tafeltjes $\frac{2}{3}$ tegen elkaar te schuiven:

$$\frac{\boxed{2}}{3}\ \frac{\boxed{2}}{3} \rightarrow \frac{\boxed{4}}{6},\quad \frac{\boxed{2}}{3}\ \frac{\boxed{2}}{3}\ \frac{\boxed{2}}{3} \rightarrow \frac{\boxed{6}}{9}, \ldots$$

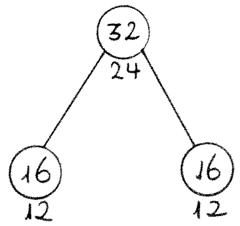
a. Dergelijk 'tafelschikken' roept nogal wat vragen op.
Is de verdeling van $\frac{\boxed{18}}{24}$ in $\frac{\boxed{6}}{8}$ en $\frac{\boxed{12}}{16}$ eerlijk?
Wie krijgt meer, die bij $\frac{\boxed{3}}{4}$ zit of bij $\frac{\boxed{7}}{8}$?
Bij $\frac{\boxed{3}}{4}$ krijgt ieder $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$. Hoe is er opgediend en verdeeld?

Bij een verdeling krijgt iemand $\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$. Hoe is er opgediend en verdeeld? Aan welk tafeltje kan hij gezeten hebben?

Iemand krijgt bij een verdeling $1\frac{1}{3}$. Aan welk(e) tafeltje(s) kan hij gezeten hebben?

Iemand zit bij tafeltje $\frac{\boxed{4}}{5}$. Aan welk(e) tafeltje(s) krijgt hij maar een half zo grote portie?

b. Een grote tafel kan op zijn beurt worden opgedeeld in kleinere tafels. Stel bijvoorbeeld dat 24 kinderen 32 repen mogen verdelen. Symbool: $\underset{24}{\boxed{32}}$, echter aan twee tafels $\underset{12}{\boxed{16}}$ $\underset{12}{\boxed{16}}$ had ook gekund. Maak dit schema verder af:



Maak ook zo'n schema voor $\underset{27}{18}$ en $\underset{32}{48}$.

Orden de volgende tafeltjes naar de portie voor ieder door tafeltjes te schuiven en/of schema's voor het tafelschikken te maken:
$\underset{3}{\boxed{2}}$, $\underset{6}{\boxed{5}}$ en $\underset{42}{\boxed{36}}$

Het schematiseren van het tafelschikken geeft aanleiding tot verkortingen. Welke?

Ziet u mogelijkheden om het beschouwde schematiseren nog voort te zetten met de verhoudingstabel? Hoe dan?

Welke principes komen in dit gedeelte tot hun recht met betrekking tot de verticale opbouw van een breukenleergang?

4 Procenten

a. Procentrekenen kan in de eerste plaats beschouwd worden als 'het stellen op honderd' binnen de context van verhoudingen (in termen van het breukrekenen uitgedrukt: het is een vorm van gelijknamig maken met honderd als '*vaste* noemer').
Laten we bij het begin beginnen.
In klas A hebben 19 van de 25 kinderen een zwemdiploma. In klas B is dit 24 van de 30.
Welke klas is het best gediplomeerd? (Stellen op honderd met verhoudingstabel.)

A:

19			
25			

B:

24			
30			

Druk de aantallen bezitters van een zwemdiploma in beide klassen uit in een kommabreuk en een percentage:

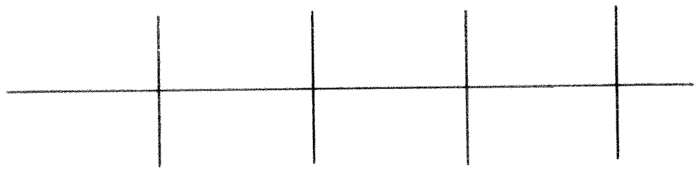
$\boxed{\quad , \quad}$ $\boxed{\quad \%}$

In klas A behaalt nog een leerling een zwemdiploma. Hoe valt de vergelijking tussen A en B daarna uit? Met hoeveel procent is het diplomabezit in klas A toegenomen?

b. In internationaal onderzoek worden dikwijls redeneringen van kinderen van het volgende type gemeld.
Klas A: 25 – 19 = 6 kinderen zonder diploma.
Klas B: 30 – 24 = 6 kinderen zonder diploma.
Geen verschil, beide klassen zijn dus *even goed*. Hoe beoordeelt u zo'n redenering op aanwezig begrip?

Ziet u hierbij mogelijkheden voor enige hulp met het oog op het innemen van een verhoudingenstandpunt?

c. Rente, bij uitstek het toepassingsgebied voor percentages, werd vanouds uitgedrukt in '1 op de ...'. Denk in dit verband bijvoorbeeld aan belastingen als de tiende penning (1 op de 10, elke tiende ...). De decimalisering van het geld betekende een grote stap voorwaarts voor het rekenen met rente en percenten.
Een voorbeeld: een bank geeft 8% rent per jaar. Iemand zet 400 gulden op de bank. Bereken de rente na 1 jaar (verhoudingstabel?).



Het totale bedrag na één jaar is:

400 + ...,..... × 400 = fl.

Dat is:

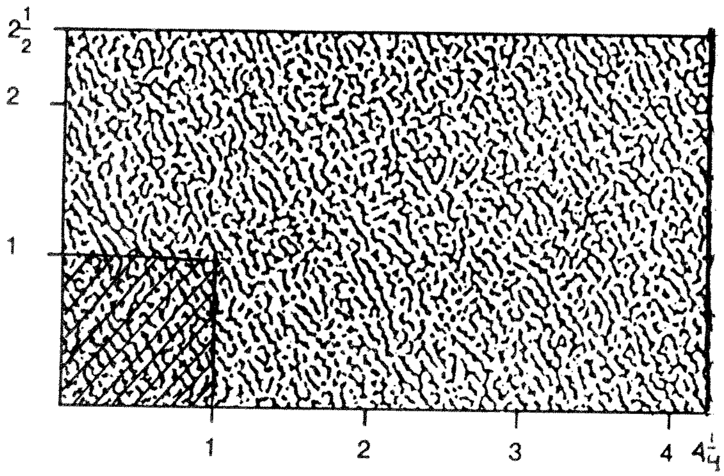
...,..... × 400.

Hoe ziet die berekening van het totale bedrag er na vijf jaar uit?

Voer de berekening uit indien u een zakrekenmachine hebt.

5 Vermenigvuldigen van breuken

a. Iemand zet de ruimte uit voor een klein terras achter in de tuin.



Schat hoeveel 'grote tegels' (= vierkante meter (gearceerd)) voor dit terras ongeveer nodig zijn.

Ongeveer ...... tegels.

Preciseer uw schatting door het terras met grote tegels in te tekenen.

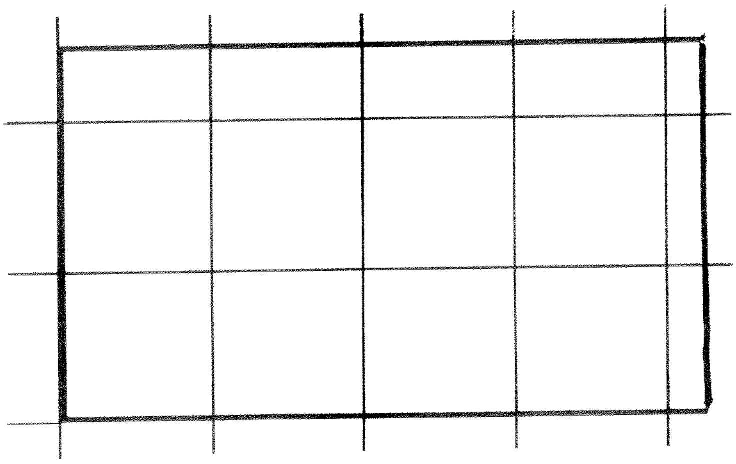
...... tegels.

Een leerling van groep acht berekende $2\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{4} = 8\frac{1}{8}$.
Verklaar deze uitkomst.

Wat vindt u in dit verband van een opgave als: 'Hoeveel aardappelen koopt moeder, wanneer zij drie zakjes met elk 2½ kilo neemt?

Ziet u nog meer mogelijkheden om voor deze leerling recht te doen aan de distributiviteit?

Terug naar het terras.



Bedenk een passende tegel voor dit terras (let op het 'hoekstukje').

Hoeveel passende tegels gaan er in één vierkante meter?

..... tegels.

Vul in:

Het terras is ..... bij ..... passende tegels.

Teken het terras met passende tegels vol. Hoeveel zijn het er?

..... tegels; dit zijn tegels van $\frac{\cdot}{\cdot}$ vierkante meter, dus $2\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{4}$ = ...

Controleer de vorige uitkomst via de prijs van zestien gulden per vierkante meter.

$2\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{4} \times 16 =$, en ..... $\div$ 16 =

Welke rekenregel voor het bepalen van het aantal passende tegels tekent zich in voorgaande benadering af?

Ziet u mogelijkheden om op grond van het voorgaande tot een geformaliseerde regel voor het vermenigvuldigen van breuken te komen? Welke?

Hoort dit nog op de basisschool thuis?

b. ..... en delen.
Bereken $\frac{7}{10} \div \frac{1}{8} =$

Volgens welke regel ging u te werk?

Hoe zouden kinderen $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8}$ vanuit het verdelen aanpakken, bijvoorbeeld met repen of dropveters?

Zouden kinderen van de basisschool dit ook kunnen, wanneer zij vertrouwd zijn met het rekenen langs de omweg van de prijzen, bijvoorbeeld reep 80 cent, dropveter 40 cent?

Stel $\frac{7}{10} \div \frac{1}{8}$ staat voor: een fles wijn heeft een inhoud van $\frac{7}{10}$ liter. Hoeveel glazen (van $\frac{1}{8}$ liter) gaan er (ongeveer) uit?
Welke mogelijkheden tot het rekenen met een bemiddelende grootheid ziet u hier?

Bereken $\frac{7}{10} \div \frac{1}{8}$ met behulp van een verhoudingstabel, door beide breuken successievelijk 'weg te werken'

$\frac{7}{10}$			
$\frac{1}{8}$			

×

Hoeveel is $\frac{1}{8} \div \frac{7}{10}$?

Rekent u het (informele) delen van breuken tot het basisschoolprogramma?

Hoe beoordeelt u - na het voorgaande - de omkeerregel?

6 Op naar Parijs, of alles ineen

Iemand rijdt per auto van Amsterdam naar Parijs en vertrekt met volle tank. Wanneer zo'n $\frac{2}{3}$ deel van de afstand is afgelegd, blijkt de tank nog voor $\frac{1}{4}$ gevuld te zijn.
Haalt hij Parijs nog of moet er bijgetankt worden? (Hoeveel scheelt het in afstand, in benzine?)

Kinderen van een achtste groep van de basisschool maakten dit vraagstuk ook. Stel dat u als lera(a)r(es) de les begeleidde en u zag tijdens uw begeleiding de volgende oplossingen ontstaan:

$\frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ tank $\quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

$\frac{8}{12} : 2 = \frac{4}{12} = \frac{8}{24} \quad \frac{9}{12} : 2 = \frac{4}{24} \quad \frac{8}{24} = \frac{1}{3} \quad \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

$\frac{3}{8}$ heb ik nog nodig voor de rest van de rit

$\frac{4}{4}$

$\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}\%$ afstand

$\frac{2}{3}$ afstand

$\frac{1}{4} = 25\%$ liter

$8\frac{1}{3}$ liter nodig

$\frac{1}{4}$ vol

afstand liters

$\frac{1}{3} = \frac{4}{12} - \frac{1}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$ liters nodig