
De eerste uitkomsten

De eerste MORE-gegevens over het rekenonderwijs in groep drie van de basisschool

M. van den Heuvel-Panhuizen¹

OW & OC, RU Utrecht

1 inleiding

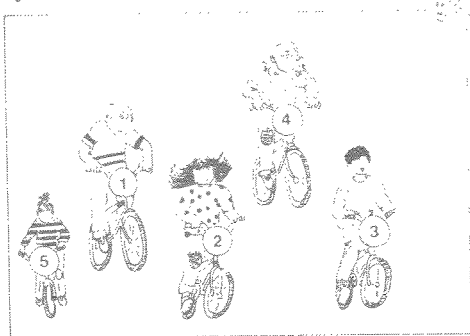
Het MORE-onderzoek is een door de Stichting voor Onderzoek van het Onderwijs gesubsidieerd (SVO 6010), gezamenlijk onderzoeksproject van de vakgroep Onderwijskunde en de vakgroep OW & OC van de Rijksuniversiteit Utrecht. Het letterwoord MORE staat voor MethodenOnderzoek REkenen-wiskunde. Een van de vragen waar het bij dit onderzoek om gaat, is of ander reken-wiskundeonderwijs ook leidt tot andere leerresultaten bij kinderen. Bij de beantwoording van deze vraag richt het onderzoek zich met name op de vergelijking van twee rivaliserende vakdidactische theorieën van reken-wiskundeonderwijs, de mechanistische en de realistische theorie (Gravemeijer, 1989). In tegenstelling tot wat de onderzoekstitel suggereert, beperkt het onderzoek zich niet tot het reken-wiskundeonderwijs zoals dat in de methoden staat beschreven, maar gaat het met name om het onderwijs zoals dat in de klassen wordt gegeven. Het onderzoek is begin 1987 gestart en heeft een looptijd van ongeveer vier jaar. In deze periode worden van een twintigtal basisscholen een groep leerlingen met hun respectievelijke leerkrachten gevolgd van groep drie tot en met groep vijf. In dit artikel wordt verslag gedaan wat dit tot nu toe met betrekking tot groep drie heeft opgeleverd. Eerst zal aandacht worden besteed aan de getalsmatige kennis en vaardigheden waarover de kinderen beschikken in het begin van groep drie. Vervolgens zal een overzicht worden gegeven van het programma van groep drie. En tenslotte zal worden ingegaan op de vraag naar het effect van het onderwijs.

2 het beginniveau in groep drie

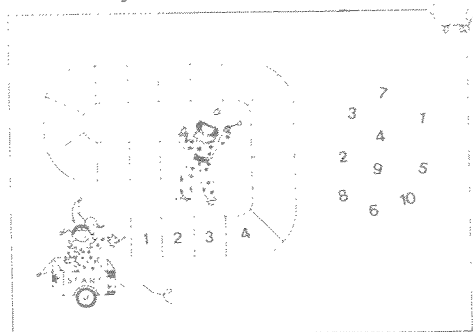
Om een zo zuiver mogelijk beeld te krijgen van de invloed van het onderwijs op de leerresultaten, is het nodig te weten over welke getalsmatige kennis en vaardigheden de kinderen beschikken aan het begin van groep drie. Omdat er voor deze leeftijdsgroep geen geschikte toetsen bestaan om deze kennis en vaardigheden te meten, hebben we zelf een toets ontwikkeld. Deze toets bevat een aantal elementaire rekeninhouden waarvan verwacht mag worden dat kinderen rond die leeftijd er enige ervaring mee hebben opgedaan, zoals: het kunnen omgaan met relatiebegrippen als hoogste, dikste, etc., enige kennis van de getalsymbolen en de telrij, het kunnen zeggen hoeveel er van iets zijn, hoeveel het er samen zijn en hoe groot het verschil in aantal is. Voor wat betreft de vorm moest rekening worden gehouden met een aantal praktische eisen: de toets moet klassikaal afneembaar zijn, de kinderen kunnen op het moment van afname nog niet lezen en schrijven en vanwege de nog korte spanningsboog op deze leeftijd zal de afname van de toets niet langer mogen duren dan ongeveer een half uur. Geprobeerd is een toegankelijke toets te ontwikkelen, die ook zonder schoolse rekenkennis gemaakt kan worden. Vandaar dat er gezocht is naar zoveel mogelijk aansluiting bij allerlei vanzelfsprekende alledaagse situaties waarin getallen en aantallen voorkomen. Ook is er naar gestreefd de toets zodanig te maken, dat de kinderen kunnen laten zien wat ze kunnen: de opdrachten moeten tot de verbeelding spreken, de kinderen moeten er zich iets bij voor moeten kunnen stellen en zo mogelijk moeten er ook een paar open opdrachten in zitten. De toets is ontwikkeld in twee fasen. Eerst is er een proefversie gemaakt. Deze versie is uitgeprobeerd op twee apar-

te proefscholen. Op grond van de ervaringen met de proefversie is de toets op een aantal punten aangepast en zijn we bij de in het onderzoek gebruikte versie uitgekomen. De interne betrouwbaarheid ervan is hoog, alpha (homogeniteitscoëfficiënt) is .88. In figuur 1 is van enkele onderdelen een item als voorbeeld opgenomen.

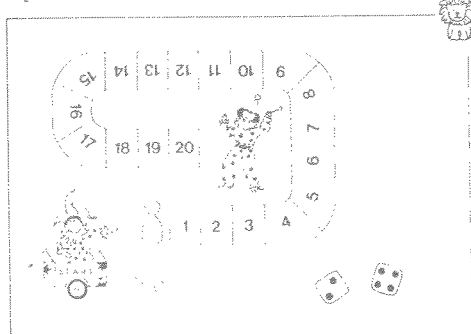
symboolkennis



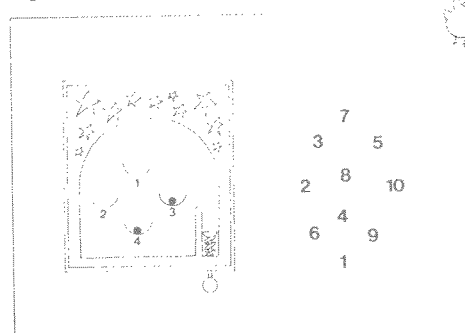
Kennis telrij



Optellen (telbaar)



Optellen (niet telbaar)



Figuur 1: Enkele items uit toets 3.1

De begintoets is afgenomen bij 441 leerlingen van groep drie. De afname vond plaats drie weken na de zomervakantie. De resultaten zijn nogal opmerkelijk. Uit het overzicht in figuur 2 blijkt dat de kinderen als ze naar groep drie gaan al heel wat kunnen op het gebied van rekenen. De relatiebegrippen worden bijna door alle kinderen beheerst. En hetzelfde geldt voor de kennis van de getallen tot en met tien. Bij het onderdeel kennis van de telrij weet het overgrote deel van de kinderen het volgende getal te noemen. Voor het vorige getal ligt dit anders. Hierin slaagt aan het begin van groep drie slechts de helft van de kinderen. Het resultaatief tellen van aantallen tot en met 10 wordt praktisch door alle kinderen beheerst. Bij het onderdeel optellen en aftrekken in contextvorm blijkt dat de kinderen al vrij goed in staat zijn tot het optellen van kleine aantallen, vooral als het opdrachten met telbare objecten betreft. Maar ook de opdrachten waarin de aantallen alleen met cijfersymbolen worden aangegeven, worden al door ongeveer de helft van de kinderen goed gemaakt. Bij de aftrekopgaven liggen de scores iets lager en is minder sprake van een duidelijke scheiding tussen opdrachten met telbare en zonder telbare objecten.

Deze toetsresultaten verrasten ons nogal. Eerdere onderzoeken wezen weliswaar in deze richting - denk bijvoorbeeld aan het onderzoek van Ginsburg (1975) naar voorschoolse rekenvaardigheden en dichter bij huis aan het door Koster (1975) genoemde onderzoek van Westerveld (1972), maar toch hadden we niet gedacht dat kinderen onder de conditie van een klassikale, schriftelijke afname zulke hoge scores zouden halen.

En... het verraste óns niet alleen. Ook anderen keken ervan op. Dat bleek wel tijdens de

Panama-conferentie (november 1988) waarop we deze eerste onderzoeksbevindingen presenteerden. We hebben toen aan onze toehoorders gevraagd per item een schatting te maken van het percentage leerlingen dat het item goed zou maken aan het begin van groep drie. Figuur 2 laat van vier personen zien tot welke schattingen ze - in overleg met anderen - zijn gekomen.

TOETSITEMS TOETS 3.1		gevonden score	door deskundigen		verwachte score
		%	%	%	%
		goed	goed	goed	goed
Relatiebegrippen					
1.	hoogste	97	80	98	75
2.	kleinste	98	80	98	80
3.	dikste	99	80	100	70
4.	meeste	93	80	70	75
symboolkennis					
5.	getal 3	97	60	50	50
6.	getal 5	97	60	30	50
7.	getal 10	97	40	20	45
8.	getal 14	81	40	15	10
telrij					
9.	na 4	86	50	25	45
11.	na 7	84	45	10	35
13.	voor 4	59	40	5	10
14.	voor 8	65	40	3	8
resultatief tellen					
10a.	2 knikkers	99	90	98	80
10b.	5 knikkers	97	90	90	40
12a.	7 knikkers	95	80	60	30
12b.	9 knikkers	84	50	30	20
optellen en aftrekken in contextvorm					
15.	ganzenbord (telbaar, 5+1)	80	60	60	60
16.	ganzenbord (telbaar, 2+4)	78	60	40	50
17.	knikkerbak (niet telbaar, 1+3)	53	20	17	15
18.	knikkerbak (niet telbaar, 4+3)	43	10	16	10
19.	knikkerbak (niet telbaar, open)	49	20	2	15
20.	knikkerbak (niet telbaar, open)	52	20	2	15
21.	vissen (telbaar, 6-1)	64	-	2	5
22.	ballonnen (telbaar, 7-3)	55	-	3	5
23.	portemonnee (niet telbaar, 5-2)	60	-	4	5
24.	portemonnee (niet telbaar, 10-8)	44	-	3	3
25.	portemonnee (niet telbaar, open, 7-...)	42	-	-	5
26.	portemonnee (niet telbaar, open, 9-...)	39	-	-	3

Figuur 2: De gevonden en de verwachte p-waarden van de items van toets 3.1

Met uitzondering van de relatiebegrippen zit men er goed naast. De kinderen beschikken aan het begin van groep drie over meer symboolkennis en over een betere kennis van de telrij dan men denkt. Met betrekking tot het resultatief tellen lopen de schattingen erg uiteen, maar toch veronderstelt bijna iedereen dat 'negen knikkers kleuren' slechts door een minderheid van de kinderen goed wordt uitgevoerd. Onze bevindingen wijzen op het tegendeel. De laagste verwachtingen heeft men bij het optellen en aftrekken. Van ongeveer de helft van de kinderen wordt verwacht dat ze nog wel in redelijke mate de optel-opdrachten kunnen maken met telbare objecten, maar dat dan binnen dit onderdeel de grens voor veel kinderen is bereikt. De toetsresultaten laten zien dat dit niet zo is. Dezelfde lage verwachtingen over wat kinderen al weten en kunnen aan het begin van groep drie, zien we ook terug in de programma's voor groep drie.

3 het reken-wiskundeprogramma voor groep drie

Hét reken-wiskundeprogramma voor groep drie bestaat niet. Een overzicht van het reken-wiskunde-programma voor groep drie betekent op z'n minst evenveel overzichten als er methoden zijn. In het geval van het MORE-onderzoek zijn dit er twee: de methode 'Naar zelfstandig rekenen'(NZR) en de methode 'De wereld in getallen'(WIG). Dit zijn namelijk de twee methoden die in het onderzoek zijn gekozen als representanten van de mechanistische, respectievelijk realistische vakdidactiek (vgl. De Jong, 1986; Feijs, e.a.,1987). Opgemerkt moet worden, dat waar met betrekking tot groep drie sprake is van de methode NZR, de twee eerste deeltjes van 'Jongleren met getallen' worden bedoeld.

Hoe ziet het reken-wiskundeprogramma voor groep drie er bij de methoden NZR en WIG uit? En een tweede vraag hierbij is: hoe kan dit in kort bestek worden weergegeven, zonder te vervallen tot kale nietszeggende leerstofoverzichten? De keuze is gevallen op een vergelijkende beschrijving. De beide reken-wiskundeprogramma's van groep drie van de methoden NZR en WIG laten namelijk nogal wat verschillen zien. Deze verschillen hebben zowel betrekking op de leerstofinhoud als op de manier waarop deze worden onderwezen. Daarnaast zijn er natuurlijk ook overeenkomsten, veel leerstof komt in beide methoden voor en ook bepaald representatie- en ondersteuningsmateriaal wordt in beide methoden gebruikt. Steeds is geprobeerd een en ander met voorbeelden en korte citaten uit de beide handleidingen toe te lichten. De beschrijving begint met de algemene didactische verschillen en overeenkomsten. Daarna wordt ingegaan op de specifieke leerstofinhoudelijke verschillen en overeenkomsten. En tenslotte wordt met betrekking tot de aangeboden leerstof nog apart aandacht besteed aan de verschillen en overeenkomsten bij het onderdeel rekensysteem.

3.1 Algemene didactische verschillen en overeenkomsten tussen NZR en WIG in groep drie

Vanuit het standpunt van de algemene didactische aanpak is het meest in het oogspringende punt van overeenkomst de organisatievorm: Zowel bij WIG als bij NZR is sprake van een klassikale voortgang door het programma. Maar binnen deze klassikale werkwijze zijn wel grote verschillen in didactische aanpak.

Een inventarisatie van deze verschillen leidt tot de volgende didactische verschilpunten:

- NZR is nogal kaal van opzet. Dit betekent niet dat de methode zich beperkt tot kale sommen. Er wordt ook veel 'gerekend' aan de hand van allerlei voorwerpen (zoals kersen, lucifers, sterren, vissen, torren en blaadjes). Het verschil met WIG is, dat dit louter geïsoleerde aankledingen zijn waartussen elk verband vaak zoek is. Bij WIG zijn de lessen daarentegen ingebed in bepaalde thema's uit de beleavingswereld van de kinderen (zoals 'het sprookjesbos', 'op reis' en 'de boerderij'), waardoor de getalsmatige bewerkingen in een zinvoller verband kunnen plaats vinden.
- De instructie bij NZR kenmerkt zich door voordoen en nadoen, voorzeggen en nazeggen, voorschrijven en naschrijven (... 'laat zeggen: de twee blaadjes liggen tussen één kabouter en drie bessen, enz.')², terwijl bij WIG de kinderen worden gestimuleerd om zelf een oplossing of een oplossingsstrategie te bedenken (... 'probeer maar eens ...').
- NZR zegt steeds precies wat de kinderen moeten doen, de strategie - zo daar al echt sprake van is - ligt vast (... '18-13 gaat als volgt...'). Bij WIG worden zodanige opdrachten gegeven, dat de te volgen procedure niet meteen vastligt. Bovendien wordt voortdurend benadrukt dat verschillende oplossingsstrategieën mogelijk zijn (... 'de aanpak van de kinderen kan heel verschillend zijn, bijvoorbeeld ...')
- Bij NZR wordt erg veel aandacht besteed aan het laten verwoorden van gevonden oplossingen (... 'teken met figuurtjes aftrekkingen; laat de kinderen zeggen welke 'som' er staat' of ... 'splittings maken van zeven, de kinderen zeggen welke splitsingen ze hebben gemaakt, alle splitsingen worden in de vorm van sommetjes op het bord verzameld'). Bij WIG heeft het

verwoorden niet alleen betrekking op het zeggen van het gevonden antwoord, maar wordt ook aandacht besteed aan de manier waarop de oplossing is gevonden. Bovendien wordt daar ook met elkaar over van gedachten gewisseld. (... 'De kinderen proberen het probleem (een aantal brieven verdelen over een aantal huizen) eerst in groepjes van twee op te lossen; we laten vertellen hoe ze dat gedaan hebben; voor mogelijke strategieën zie...').

- Bij NZR is sprake van een strikte opbouw, waarbij de grens van wat kinderen kunnen, wordt bepaald door wat ze hebben gehad (soms wordt een uitzondering gemaakt: ... 'het woord 'evenveel' mag gebruikt worden; het komt later uitgebreid aan de orde'). Bij WIG daarentegen is geen sprake van een strikte opbouw (er worden al berekeningen over het tiental gemaakt voordat er bij de instructie expliciet aandacht is besteed) en wordt de grens van wat kinderen al kunnen niet bepaald door wat ze gehad hebben. Integendeel de kinderen worden juist uitgelokt te laten zien wat ze al kunnen (... 'het vierde geval is een uitlokkertje, kunnen ze al verder dan ...').

3.2 leerstofinhoudelijke verschillen en overeenkomsten tussen NZR en WIG in groep drie

- Bij NZR worden de aantallen tot twintig en de bijbehorende getalsymbolen geleerd. Dit gebeurt één voor één en in de volgorde van de getallenrij (bij de tweede les gaat het om het aantal twee, maar er wordt al heel voorzichtig een uitstapje gemaakt naar het aantal drie: ... 'Laat de drie even horen als inleiding op de volgende les'). Ongeveer halverwege het schooljaar is men bij het getal tien aangeland. WIG gaat daarentegen in groep drie al tot honderd. Meteen vanaf het begin worden de kinderen met grote aantallen geconfronteerd. Hoe ver men hierbij gaat, is afhankelijk van wat de kinderen aankunnen (op de tel-vertelplaat van de eerste taak staan onder andere 23 vogels en de handleiding vermeldt: ... 'U probeert al getalsmatige informatie los te krijgen: in plaats van het kind over 'bloemen' te laten spreken, probeert u het de aantallen te laten noemen').
- Met betrekking tot de opbouw van het getallensysteem besteedt NZR (aan de hand van een abacus met twee staven, een dubbeltje en tien centen) zowel aandacht aan het tientallige als aan het positionele aspect van getallen. Dit beperkt zich wel tot de getallen van elf tot twintig, terwijl WIG aandacht besteedt aan de opbouw van het getallensysteem tot honderd (waarbij gewezen wordt op de analogie binnen elk tiental en de kinderen getallen uiteen moeten leggen in tienen en lossen).
- Bij NZR komt in groep drie het maken van optel- en aftreksommen tot twintig aan de orde, inclusief de sommen waarbij het tiental wordt overschreden. Bij WIG worden naast de sommen tot twintig ook al sommen gemaakt tot honderd, maar worden nog geen sommen gemaakt waarbij een tiental wordt overschreden.
- Bij NZR overweegt de traditionele somnotatie. Deze notatie komt wel in allerlei verschillende vormen voor, sommen met het =-teken achteraan en sommen met het =-teken vooraan, directe opgaven en indirecte opgaven ofwel stipsommen genaamd. Naast deze sommen worden er bij NZR ook nog sommen gemaakt op de getallenlijn, worden er zogenoemde weegschaalsommen gemaakt en een enkele keer een zogenoemd 'magisch vierkant' (het optellen van de rijtotalen en het optellen of aftrekken van de kolomtotalen). Bij WIG is geen sprake van een sterk overwicht van de traditionele somnotatie. Ook is de variatie niet zo groot. Er worden alleen sommen gemaakt met het =-teken achteraan ('rekenzinnen') en er komen geen indirecte opgaven (stipsommen) in voor. Naast de traditionele somnotatie worden nog veel andere notatiewijzen gebruikt: pijlsommen, bussommen, machientjessommen, optel- en aftrektabelen, rekenwielletjes. Hierbij komen wel indirecte opgaven voor (wat is er bij de halte gebeurd?).
- Bij NZR wordt als ondersteuning bij het begrijpen en uitvoeren van de bewerkingen gebruik gemaakt van blokjes en andere telbare voorwerpen, stroken met een hokjesindeling, de getallenlijn, een abacus met twee staven met elk twintig kralen, een dubbeltje en losse centen en 20-veldjes bestaande uit twee keer twee kolommen van

vijf. Bij WIG wordt ook gewerkt met blokjes etc., de getallenlijn, knopenkaarten bestaande uit twee kolommen van vijf knopen en daarnaast wordt ook nog het bus- en het machinemodel gebruikt.

- Bij NZR vormen de splitsingen de basis voor de kennis van de optel- en aftreksommen tot tien. Aan de commutatieve eigenschap wordt wel enige aandacht besteed, maar deze wordt niet uitdrukkelijk ingezet als hulpmiddel om de uitkomst van een nog niet geautomatiseerd sommetje te vinden. Dit geldt ook voor de inverse relatie tussen optellen en aftrekken. Bij WIG spelen de splitsingen ook een belangrijke rol bij de automatisering van de optel- en aftreksommen tot tien. Daarnaast wordt er ook gebruik gemaakt van de commutatieve eigenschap, de inverse relatie tussen optellen en aftrekken, de mogelijkheid van aanvullen bij een aftreksom en handigheidjes als 'bijna dubbel'.
- Bij NZR wordt bij het optellen en aftrekken over het tiental één strategie gehanteerd, namelijk eerst de tien volmaken of leegmaken; bij de sommen zonder tientaloverschrijding, worden de kinderen erop attent gemaakt dat de tien niet hoeft te worden verbroken. Bij WIG worden nog geen sommen met een tientaloverschrijding gemaakt en voor de sommen boven de tien worden er geen expliciete strategieën vermeld.
- Bij NZR wordt alleen aandacht besteed aan optellen en aftrekken, terwijl bij WIG ook andere bewerkingen aan de orde komen: verdubbelen en halveren, vermenigvuldigen en delen. Dit gebeurt mondeling en/of met gebruikmaking van het machinemodel.
- Bij NZR is op geen enkele manier sprake van toegepast rekenen. Af en toe worden wat kale tweeregelige redactie-opgaven gegeven (...je koopt iets van drie cent'). Bij WIG komen naast de kale redactie-opgaven, ook wat rijkere rekensituaties voor (...hoe vaak moet de trein rijden? ...als de kinderen wat inschikken passen er wel twee op een stoeltje ...op welke tijden vertrekt de trein? (spoorboekje maken) ...de trein heeft 's morgens een kwartier vertraging?').
- Bij NZR wordt aan het onderdeel meten en meetkunde maar in zeer beperkte mate aandacht besteed. Zelfs als alles wordt opgesomd wat maar een beetje in de richting komt, bevat het programma maar een zeer gering aantal activiteiten op het gebied van meten en meetkunde (lengtemeting, verschillende figuren knippen uit het honderdveld die bestaan uit een gelijk aantal hokjes, plaatsaanduiding op het honderdveld, lopen van routes in de klas, nabouwen van zeer eenvoudige torentjes). Bovendien, als er dan aandacht aan wordt besteed, dan is het zeer voorschrijvend en erg procedure-gericht en valt er weinig aan te ontdekken. Het is alleen een kwestie van doen. De kinderen worden niet voor een bepaald probleem gesteld (meten van lijnen met behulp van een strook bestaande uit tien hokjes van 1 cm²). Bij WIG is dit wel het geval en is daarentegen sprake van een uitgebreid arsenaal van meetactiviteiten (vergelijken op lengte door te schatten en door te meten met een zelfgekozen maateenheid, het ontdekken van de noodzaak van een constante maateenheid, het zoeken van hokjesfiguren met een gelijke oppervlakte, vergelijken op inhoud, vergelijken op gewicht). Ook de meer meetkundige onderwerpen zijn bij WIG ruim vertegenwoordigd (nabouwen van blokkenbouwsels, standpunt van fotograaf zoeken, opdrachten over routes in de ruimte, op een panoramische tekening, plattegrond en roosterveld, coördinaten, spiegelen en draaien van figuren, meetkundige figuren).
- Bij NZR komen naast het onderdeel meten en meetkunde nauwelijks andere wiskundige onderwerpen aan bod (een enkele keer wordt er iets gedaan met lineaire patronen). Bij WIG komen ook nog andere wiskundige onderwerpen aan bod (lineaire en vlakke patronen, combinatoriek, diagrammen, relatienetwerken).

3.3 het leren van het rekensysteem in groep drie bij NZR en WIG

Dat er met betrekking tot het leren van het rekensysteem - of anders gezegd, bij het leren maken van sommen - tussen de twee methoden grote verschillen bestaan, werd in het

voorgaande al min of meer duidelijk. Er zijn verschillen in de grootte van de getallen waarmee wordt gewerkt, de soorten sommen die worden gemaakt, de bewerkingen die aan de orde komen, het ondersteuningsmateriaal dat wordt gebruikt, de modellen waarvan men gebruik maakt, de strategieën die worden gehanteerd bij nog niet geautomatiseerde sommen en er zijn verschillen in datgene wat als basis dient voor de automatisering (zie 3.2). Nog scherper komen deze verschillen naar voren als nog eens apart wordt gekeken naar de twee leerlijnen met betrekking tot dit onderdeel.

'Naar Zelfstandig Rekenen'

Bij NZR leren de kinderen optel- en aftreksommen maken tot en met twintig, inclusief sommen met tientaloverschrijding en inclusief sommen met samengestelde tweede term; bijvoorbeeld sommen als:

$$8 + 6 =$$

$$12 + 8 =$$

$$15 - 13 =$$

$$17 - 8 =$$

- Er wordt begonnen (deel 1, taak 12) met het leren van het getal één en het is-teken. Bij de volgende taak wordt het getal twee en het plusteken geleerd. Vanaf dit moment worden er optelsommen gemaakt. De sommen 'volgen' de geleerde getallen.
- Een paar weken later pas, als de getallen één tot en met vijf zijn behandeld, wordt het minteken geleerd (deel 1, taak 25) en worden er aftreksommen gemaakt. Eerst worden er aftreksommen gemaakt met de getallen één tot en met vijf. Daarna is het getal zes aan de beurt. Er komen eerst drie taken met optelsommen, daarna volgt er een taak met aftreksommen en een taak met optel- en aftreksommen. Na het getal zes komt het getal zeven, etc.
- Halverwege groep drie zijn de getallen en de sommen tot en met tien aan de orde geweest.
- Het leren van de sommen gaat steeds vergezeld van het maken van splitsoefeningen: splitschema's etc. Deze splitsoefeningen 'volgen', evenals de sommen, de geleerde getallen. Halverwege groep drie is men bij de splitsingen van tien aangeland en aan het eind van groep drie bij de splitsingen van twintig.

'De wereld in getallen'

Bij WIG leren de kinderen optel- en aftreksommen maken tot en met honderd, exclusief sommen met tientaloverschrijding en exclusief sommen met samengestelde tweede term; bijvoorbeeld sommen als: $93 + 4 =$

$$87 - 6 =$$

en af en toe sommen die over het tiental gaan zonder dat er expliciet aandacht aan wordt geschonken, zoals: $5 + 3 + 6 =$

- Er wordt begonnen (deel 1, taak 17) met het leren gebruiken van de relatietekens $=$ en $\neq$. Met deze tekens worden van open of onware beweringen 'ware beweringen' gemaakt.
- Anderhalve maand later worden aan de hand van het busmodel het optellen en aftrekken en het plus- en min-teken gelijktijdig aangeleerd. Het in- en uitstappen van passagiers wordt met de pijlentaal weergegeven.
- Een maand later vindt de generalisatie van de pijlentaal plaats en heeft de getalsmatige verandering niet meer alleen betrekking op in- en uitstappende passagiers.
- Halverwege groep drie wordt uitgaande van de pijlentaalnotatie en via plaatje-somkoppelingen de traditionele somnotatie geleerd. De sommen gaan meteen tot en met tien.
- Het leren van de sommen gaat vergezeld van allerlei automatiseringsoefeningen: de hiervoor ook al voorkomende splitsoefeningen worden herhaald, er worden spelletjes als 'Memory' gedaan en rijtjes sommen gemaakt. Halverwege groep drie moeten de sommen tot en met vijf geautomatiseerd zijn en op het eind van het jaar de sommen tot en met tien.
- Na de traditionele somnotatie wordt het machinemodel geïntroduceerd. Aan de hand hiervan vindt een uitbreiding plaats van de soorten bewerkingen die worden uitgevoerd: naast optellen en aftrekken ook verdubbelen, halveren en delen. Tevens wordt er aan de hand van dit model aandacht besteed aan de vervangingseigenschap en aan negatieve getallen.
- De uitbreiding van de soorten bewerkingen gebeurt later ook bij het (mondelinge) rekenen rond allerlei (andere) contexten. Het vermenigvuldigen en delen vindt hierbij plaats via herhaald optellen en aftrekken.

Na de bovenstaande vergelijkingen van de twee methoden kan de conclusie niet anders zijn, dan dat het nogal wat uitmaakt of een kind met de ene methode les heeft gehad of met de andere. Het is nog de vraag of dat ook zichtbaar wordt in de leerresultaten van de kinderen.

4 De invloed van de methode op de leerresultaten in groep drie: - een voorlopige analyse -

De vraag waar het MORE-onderzoek op gericht is, gaat verder dan de invloed van de gebruikte methode. Het gaat met name om de invloed van het onderwijs zoals het door de leerkracht is gegeven. En dit kan men niet zomaar gelijkstellen met de gebruikte methode (Gravemeijer, in druk). Niet iedere leerkracht doet precies wat de handleiding voorschrijft en niet iedere leerkracht doet ieder jaar hetzelfde. Door de opgebouwde ervaring kunnen de opvattingen van de leerkracht en de manier waarop met de methode wordt gewerkt veranderen. De methode alleen zal dan ook niet zoveel invloed zal hebben op de leerresultaten. Belangrijker is welk onderwijs de kinderen hebben gehad. Om dit te weten te komen, zijn bandopnamen gemaakt van de lessen. De gegevens met betrekking tot de analyse van deze lessen zijn echter op dit moment nog niet beschikbaar. Vandaar dat er nu slechts sprake is van een voorlopige analyse. Ook in een ander opzicht is de analyse nog voorlopig. Er is nog niet voor alle mogelijke factoren gecorrigeerd die eventueel storend zouden kunnen werken op de invloed van het onderwijs op de leerresultaten. Een bijvoorbeeld hiervan is de effectief bestede onderwijstijd. In deze voorlopige analyse is al wel een correctie toegepast voor de intelligentie (de score op de Raven) en het beginniveau van de leerlingen (de score op Toets 3.1). Tenslotte betreft deze eerste analyse alleen de toetsgegevens en nog niet de gegevens van de individuele leerlingonderzoeken waarbij speciaal gekeken is naar de gebruikte strategieën. Met andere woorden nog veel voorlopig, maar toch vonden we het de moeite waard om hierover te berichten.

In figuur 3 en 4 is weergegeven wat onze eerste analyse (n=377) heeft opgeleverd. Alleen al het gebruik van een bepaalde methode blijkt - zelfs al in groep drie - enig effect te hebben op de leerresultaten van de kinderen. .

	TOETS 3.2. max. 43		TOETS 3.3. max. 27		TOETS 3.4 max. 49	
	gemidd.	std.	gemidd.	std.	gemidd.	std.
NZR	20.1	10.4	19.4	4.7	28.2	9.6
WIG	23.6	10.3	19.9	4.2	29.6	9.2
		sign. niveau		sign. niveau		sign. niveau
IQ	F= 19.4	p<.01	F= 34.4	p<.01	F= 64.0	p<.01
Beginniveau	F=274.2	p<.01	F=139.8	p<.01	F=131.8	p<.01
Methode	F= 5.3	p<.05	F= 0.0	n.s.	F= 1.1	n.s.

Figuur 3: Leerlinggemiddelden en standaarddeviaties per toets per methode;
covariantieanalyses op de totaalscores met de intelligentie en het beginniveau als covariaten

Dit geldt echter nog niet zozeer voor de totaalscores op de toetsen, die in figuur 3 staan vermeld. De drie toetsen waarop deze gegevens betrekking hebben, zijn respectievelijk eind november, eind februari en eind mei in groep drie afgenomen. De toetsen hebben een tamelijk hoge interne betrouwbaarheid (de alpha's zijn .93, .81 en .90). De uitgevoerde covariantie-analyse laat zien dat er alleen bij Toets 3.2 sprake is van een significant effect ($p<.05$) van de methode. Bij Toets 3.3 en 3.4 blijken de voor intelligentie en beginniveau gecorrigeerde gemiddelde score van de groep kinderen die les heeft gehad met NZR en die van de groep die les heeft gehad met WIG niet voldoende ver uit elkaar te liggen, om te spreken van een methode-effect. De spreiding van de twee groepsgemiddelden is hiervoor in verhouding tot de spreiding van de individuele scores binnen elke groep niet groot genoeg. Bij Toets 3.2 is deze verhouding zodanig ($F=5.3$), dat men bij een onderzoeksgroep van 377 leerlingen met een redelijke mate van zekerheid kan zeggen dat de twee gecorrigeerde groepsgemiddelden van elkaar verschillen. De kans dat het verschil een kwestie van toeval is, is in dit geval kleiner dan 5%. Bij alle toetsen is wel steeds sprake van een

significant effect van de intelligentie en het beginniveau. Vooral de score op Toets 3.1 lijkt van invloed te zijn op de scores bij de latere toetsen. Opmerkelijk hierbij is, dat dit effect bij de achtereenvolgende toetsen een dalende lijn vertoont en dat het effect van de intelligentie toeneemt. Tot zover de analyse van de totaalscores op de toetsen

Voeren we dezelfde analyse uit op de scores bij de verschillende subvaardigheden, dan is er nog steeds duidelijk sprake van een invloed van de intelligentie en het beginniveau, maar zien we bovendien een invloed van de methode. In figuur 4 wordt zichtbaar dat er zich in de leerresultaten van de kinderen een patroon aftekent, dat in grote mate een afspiegeling vormt van het methode-aanbod.

Subvaardigheden*	Gemidd. sign. hoger bij	Invloed IQ		Invloed beginniveau**		Invloed methode	
			sign. niveau		sign. niveau		sign. niveau
Kennis telrij	WIG	F= 82.8	p<.01	F= 48.5	p<.01(s)	F= 50.5	p<.01
Werken met getallen >10-≤ 20 (T 3.2)	WIG	F= 72.3	p<.01	F= 38.3	p<.01(s)	F= 20.9	p<.01
Werken met getallen >20-≤ 100	WIG	F= 63.4	p<.01	F= 89.4	p<.01	F= 15.2	p<.01
Optellen/afrekken in formulevorm	NZR	F= 35.2	p<.01	F=101.7	p<.01	F= 5.9	p<.05
Optellen/afrekken in formulevorm (T 3.4)	-	F=30.5	p<.01	F= 54.1	p<.01	F= 1.5	n.s.
Optellen/afrekken in contextvorm	-	F= 18.3	p<.01	F=220.0	p<.01(s)	F= 1.1	n.s.
Optellen/afrekken in contextvorm (T 3.4)	-	F=16.7	p<.01	F= 41.8	p<.01(s)	F= 1.7	n.s.
Sommen over tiental	NZR	F= 7.7	p<.05	F= 16.0	p<.01	F= 5.5	p<.05
Sommen boven 20	WIG	F= 30.8	p<.01	F= 28.7	p<.01	F= 7.9	p<.05
Metten/meetk./verhoudingen	WIG	F= 36.4	p<.01	F=108.8	p<.01	F= 9.7	p<.01
Doorzien rechthoekstructuur	WIG	F= 16.7	p<.01	F= 39.0	p<.01	F= 7.3	p<.01
Doorzien bouwsels	WIG	F= 5.5	p<.05	F= 14.8	p<.01	F= 4.5	p<.05
Verhoudingen	-	F= 22.5	p<.01	F= 31.7	p<.01	F= .1	n.s.

Figuur 4: Covariantieanalyses op de subscores met de intelligentie en het beginniveau als covariaten

- * Tenzij anders is vermeld, heeft deze analyse steeds betrekking op de scores bij Toets 3.2 tot en met 3.4
- ** Bij deze analyse is in de meeste gevallen het algemene beginniveau (de totaalscore op Toets 3.1) als covariaat genomen. In de met (s) aangeduide gevallen is gebruik gemaakt van het specifieke beginniveau op de betreffende subvaardigheid.

Bij de opdrachten die betrekking hebben op de kennis van de telrij blijken de WIG-leerlingen significant betere resultaten te halen dan de NZR-leerlingen. De WIG-leerlingen zijn ook vaardiger in het werken met grote getallen. Het optellen en afrekken in

formulevorm wordt daarentegen significant beter gedaan door de NZR-leerlingen. Kijken we binnen het maken van sommen nog wat specifieker, dan blijken de NZR-leerlingen de sommen waarbij een tiental wordt overschreden significant beter te maken dan de WIG-leerlingen. Terwijl dit bij de sommen boven de twintig juist andersom is. Die worden significant beter worden gemaakt door de WIG-leerlingen. Tenslotte verschillen de twee groepen met betrekking tot het onderdeel meten-meetkunde/verhoudingen.

Onze voorlopige conclusie - die in zekere zin wordt ondersteund door de eveneens op deze Panama-conferentie gepresenteerde PPON-gegevens - is, dat de gebruikte methode op zichzelf al een zekere invloed heeft op de leerresultaten. En de verwachting is, dat er een nog gedifferentieerder beeld van leerresultaten zichtbaar zal worden, als ook het gegeven onderwijs er bij wordt betrokken en er bovendien op langere termijn wordt gekeken. Aan verder onderzoek wordt gewerkt.

Literatuur:

- Feijs, E., R. de Jong, E. de Moor, L. Streefland en A. Treffers: *Almanak reken- wiskundemethoden 1987*, Utrecht 1987.
- Ginsburg, H.: Young Children's Informal Knowledge of Mathematics, *The Journal of Children's Mathematical Behavior*, 1975, Vol. 1 (3).
- Gravemeijer, K.: *Methodegebruik, een ongewisse factor in de vernieuwing van het rekenwiskundeonderwijs*. In: A. Reints, R.A. de Jong, N.A.J. Lagerweij (red.): *Om de kwaliteit van het leermiddel*, Zwijssen, Tilburg 1989.
- Jong, R. de.: *Wiskobas in methoden*, Utrecht 1986.
- Koster, K.B.: *De ontwikkeling van het getalbegrip op de kleuterschool: een onderzoek naar de effecten van enkele trainingsprogramma's*, Groningen 1975.
- Westerveld, M.: *Het leren bijtellen in de eerste klas van de basisschool*, Doctoraalscriptie IPAW, Utrecht 1972.

Noten

1. Aan het MORE-onderzoek werkt nog een groot aantal andere mensen mee: K. Gravemeijer (projectleider), W. Vermeulen, D. v.d. Ploeg, G. van Donselaar, M. Moonen, N. Ruesink, T. de Jong en L. Gravemeijer.
2. Ter illustratie zijn tussen haakjes fragmenten uit de betreffende handleidingen geplaatst.