De zakrekenmachine in de basisschool

H. Broekman PDI, RU Utrecht

De vraag 'Juf, wat moet ik met al die knoppen?' wordt zelden gesteld als jonge kinderen een rekenmachine in handen krijgen. Betekent dit dat die kinderen geen vragen meer stellen of alleen dat ze ze niet meer aan ons stellen? Of dat ze vragen gewoon vermijden en dus bijvoorbeeld de M+ en M- toetsen met rust laten?

1 Vooraf

In de voorlopige eindtermen voor het basisonderwijs wordtgesproken over wat de leerlingen moeten leren. Er wordt gesproken over begrippen, inzichten en vooral ook vaardigheden. Maar niet over houdingen, en ook niet over leerkrachten. Toch is het nodig ook daar iets over te zeggen. Via de kale en de beredeneerde versie van de eindtermen en enkele buitenlandse geluiden zal in deze bijdrage de vraag aan de orde komen of de zakrekenmachine doelmatig kan functioneren in de basisschool en de eerste jaren van de basisvorming. De gestelde vraag zal niet beantwoord worden. Er wordt namelijk vanuit gegaan dat de zakrekenmachine binnen afzienbare tijd niet meer uit de school is weg te denken.

2 Inleiding

In haar eerste column in de NRC (september 1988) als opvolgster van professor Freudenthal schrijft Rita Kohnstamm, dat in vrijwel allebeschrijvingen van de effectieve leerkracht steeds gedrag beschreven wordt. Het gaat daarbij meestal om zaken als 'ordehouden', 'structureren' en zelden om zoiets als intelligentie. Dat is haars en mijns inziens een gemis want intelligentie van de leerkracht uit zich met name ook in een bepaalde 'houding', een 'sfeer'. Het is een sfeer, die een stilzwijgende stimulering in zich heeft tot *willen weten*. Meer dus dan alleen een *kunnen doen* waarop in de voorlopige eindtermenformulering de nadruk gelegd wordt. Ook Huub Jansen lijkt in zijn bijdrage (zie elders in deze bundel) het belang te benadrukken van het aandacht blijven schenken aan de docenten én de sfeer in de klas. Ik neem dan ook graag het volgende citaat van hem over.

> 'Een belangrijk kenmerk van een docent die belangstelling weet op te wekken voor zijn vak is dat hij of zij zich niet strikt aan het leerboek houdt, of de eindtermen als de uiterste grens van het onderwijs ziet, maar in staat is het vak in een breder kader te plaatsen, dwarsverbanden aan te geven en 'losse eindjes' aan te bieden, die onuitgewerkt de belangstelling blijven(d) prikkelen.'

3 Over de zakrekenmachine is al veel geschreven

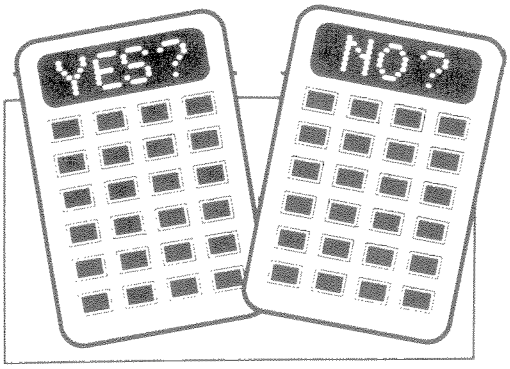
In de inleiding op de conferentie door Ed de Moor werd gewezen op een mogelijk verschil tussen de beredeneerde en de kale versie van de voorlopige eindtermen. Het betreft onder andere de volgende uitspraken:

> 'De leerlingen gebruiken de zakrekenmachine doelmatig in toepassingssituaties (kale versie).'
> 'De leerlingen kunnen, indien nodig, de zakrekenmachinedoelmatig gebruiken (beredeneerde versie).'

Wat opvalt in beide versies is het gebruik van het woord 'doelmatig'. Er wordt niet gesproken over 'doelgericht', maar over *doel-matig*. Het zou flauw zijn om hiermee aan te geven dat de auteurs de nadruk willen leggen op *matig* gebruik. Toch is enige achterdocht wel gewenst als we in de kale versie (die naar de minister gaat) lezen dat het om gebruik in 'toepassingssituaties' gaat. Is dit bedoeld als een inperking, of slechts een gevolg van het feit dat in eindtermen niet over didactiek gesproken wordt. Dus ook niet over didactisch gebruik van de zakrekenmachine? Naast achterdocht ten aanzien van mogelijke inperking van het gebruik van de zakrekenmachine is er bij mij en anderen uit het voortgezet onderwijs bevreemding dat er zo vanzelfsprekend voorbij gegaan lijkt te worden aan de zogenoemde 'Calculator Controversy' die met name in de Verenigde Staten nog steeds hoog oploopt (fig.1).

The Continuing Calculator Controversy

By Thomas Dick



To use or not to use calculators in the elementary school classroom? That seems to be a question as controversial now as it was in 1975 when the National Advisory Committee on Mathematical Education offered the following advice: 'beginning no later than the end of the eighth grade, a calculator should be available for each mathematics class. Each student should be permitted to use the calculator during all of his or her mathematical work including tests.' In 'Agenda for Action (1980) the National ... of Teachers of Mathe- ... recommended ... programs ... of the ... com- ... s

school mathematics texts. In an article titled 'Classroom Calculators Add to Math Illiteracy', which appeared on the editorial page of the Wall Street Journal (16 May 1986), Saxon wrote the following:

Common sense tells us that if calculators are approved and made available too early, many capable students will resist doing the arduous paper-and-pencil practice that is necessary to develop the mental skills of arithmetic. Then these students will be unable to do simple computations in their heads, and, worst of all, they will not be able to estimate. Calculators should not be permitted until the first or second year of high school mathematics, by which time the students will have completed their instruction in arithmetic.

issue of the 'Arithmetic Teacher'. In this issue, which was devoted entirely to calculators, Saxon expressed his beliefs in a two-page advertisement that 'the use of calculators at the elementary school level will cause great damage to many children' and 'will convince many students that the calculator is a magic box that can be used a... substitute for understan...
In this article, we ... case that althou... mathematics ... over the ... wh... r

Figuur 1

Een ander probleem dat omzeild lijkt te worden, is de moeilijkheid om het gebruik van de zakrekenmachine te *integreren* in het gehele curriculum. Het op diverse plaatsen van de voorlopige eindtermen noemen van de zakrekenmachine kan hooguit een aanzet geven tot het starten van ontwikkelwerk en ontwikkelingsonderzoek. Misschiendat we daarbij gebruik kunnen maken van hetgeen in andere landen reeds uitgeprobeerd en onderzocht is.
Het gaat echter niet alleen om het integreren van zakrekenmachinegebruik in het curricu-

lum. Er is meer aan de hand, het totale curriculum moet herzien gaan worden. Een commissie van de Mathematical Association uit Groot Brittanië schreef onder andere:

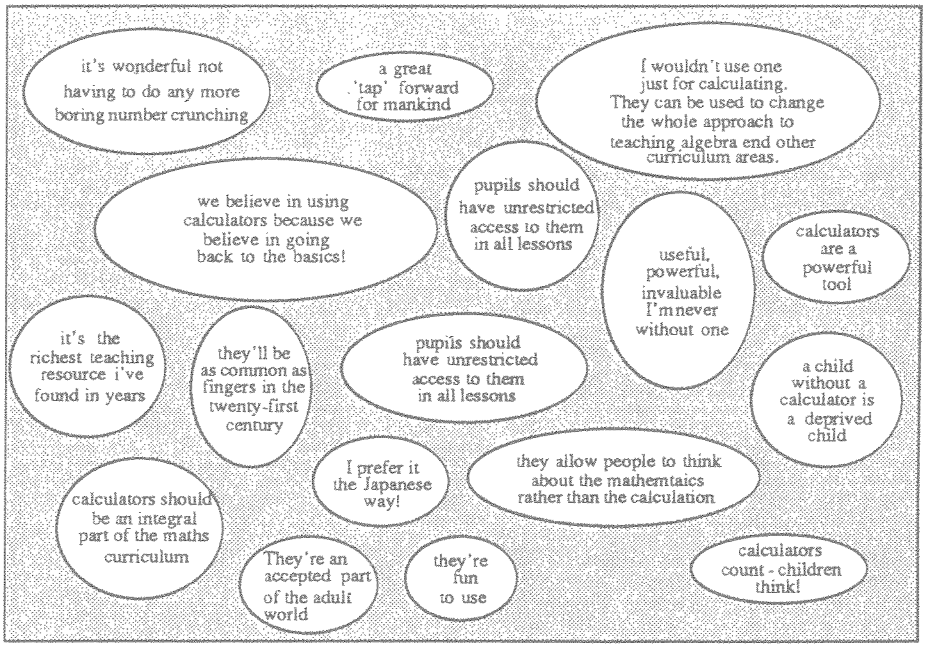
'There is no need to spend time practising long multiplication and long division algorithms.'

Ook in ons land is hier al jaren geleden op gewezen. In september 1978 schreef W.H. Korteweg immers reeds:

'Ontwikkelingen in de elektronica zullen hand in hand met didactische overwegingen, gevolgen hebben voor de manier waarop we leren, rekenen en leren rekenen.'

Ook de angst dat de leerlingen 'niet meer leren rekenen' is niet nieuw. Desondanks zullen we deze angst moeten respecteren - in ieder geval niet negeren - ook al is aangaande die angst al zeer veel onderzocht en geschreven. Heel duidelijk zijn in dat verband de volgende twee citaten:

'Het gebruik van elektronische rekenmachines leidt volgens de ervaringsberichten niet tot een inzichtsloos uitvoeren van bewerkingen, integendeel, de leerling dient een onderzoekshouding aan te nemen, want indien hij een gegeven vraagstuk wil oplossen, dient hij zijn bewerkingen te plannen en te organiseren.'
(Monografie nummer 4 van de V.V.W.L.., 1978.)



Figuur 2

Als we de resultaten van het PPON-onderzoek serieus nemen is het in elk geval duidelijk dat er een aantal gebieden zijn waarop zeer veel leerlingen op dit moment weinig bereiken. Misschien zijn dat gebieden waarop we mee kunnen gaan met degenen die zeggen:

'it no longer seems a question of whether calculators should be used, along with basic skills instruction, but how.' (Arithmetic Teacher, april 88, pag.39)

Van groot belang daarbij is in ieder geval de veelom gehoorde opmerking dat we de leerkrachten moeten helpen een 'probleem-oplossings-gerichte-sfeer' te creëren. Het samen zoeken naar mogelijkheden daarvoor kan mijns inziens gestimuleerd worden door aan de hand van concrete voorbeelden te discussiëren over:

- kan bij dit voorbeeld een zakrekenmachine doelmatig functioneren?
- welke zakrekenmachine kan hierbij gebruikt worden?
- zijn er afspraken over de betekenis van bepaalde begrippen, volgordes van bewerking, etc.?

En zeker ook:

- wanneer kan er het best gestart worden met zakrekenmachine gebruik?

4 Rekenen of Intoetsen?

'Wo das Rechnen anfängt, hört das Denken auf'

Aan leerlingen werden drie varianten van eenzelfde vraagstuk voorgelegd:

a. Een kilogram zout kost 6,25 fr. Hoeveel kost 4 kg zout?
b. Een kilogram zout kost 4 fr. Hoeveel kost 6,25 kg zout?
c. Een kilogram zout kost 4 fr. Hoeveel kost 0,85 kg zout?

Juiste antwoorden op deze vragen:

a. 93%;
b. 43%;
c. 17%

Na ondervraging van deze leerlingen kwam de volgende verklaring. De leerlingen denken nog steeds dat vermenigvuldigen een herhaalde optelling is, vandaar dat zij spontaan vinden dat de vermenigvuldiger een geheel getal moet zijn en het produkt steeds groter dan het vermenigvuldigtal.
(Uit: N. Delagrange: Wiskunde: leren denken, *Wiskunde en Onderwijs*, 1988.)

'Wo das Rechnen mit dem Taschenrechner anfängt, soll das Denken nicht aufhören'

In gewoon Nederlands: 'het rekenen met de zakrekenmachine vereist denken, denken over afspraken en conventies, maar ook over begrippen en bewerkingen zoals ze voorkomen in een specifieke context'.

discussievoorbeeld 1: wat zijn de delers van negen?
Voor de deelnemers aan de workshop op de Panama-conferentie was het duidelijk dat drie een deler was, negen ook nog wel, maar één kostte al moeite. Maar hoe staat het met twee? Ingetoetst op een zakrekenmachine geeft $\boxed{9}\boxed{:}\boxed{10}\boxed{=}$ in het venster 4.5, dus een antwoord. Waarom noemen we twee toch geen deler van negen? Rare afspraak?!?
Bij gebruik van een Galaxy Junior zakrekenmachine is het veel leuker om de ⊢ toets te gebruiken (delen met rest). Bij 9 ⊢ 3 = komt in het scherm

Q 3 R 0

Bij 9 ⊢ 9 = komt in het scherm

Q 1 R 0

Bij 9 ⊢ 2 = komt er:

Q 4 R 1

Maken we nu een andere afspraak over wat we met 'deler' bedoelen?
We zullen in elk geval moeten nadenken over de afspraken die we maken over met name notaties.

Hanteren we $3\frac{1}{2}$; 3,5 ; 3.5 ; $3\frac{1}{2}$; $3u\frac{1}{2}$ of 7 └ 2?

Willen we $4\frac{5}{7} + 2\frac{3}{5} = 6\frac{46}{35}$; of $7\frac{11}{35}$; of 7.3142857?
Of geen van alle?

discussievoorbeeld 2: voor welke gehele positieve waarde van p is (p-10) (p+14) een zuiver kwadraat?
Het is mogelijk deze opgave op meerdere manieren aan te pakken, maar in alle gevallen moet toch aardig wat gerekend worden. Nu is dat bij deze opdracht niet hetgeen waar het om gaat; het tegendeel is waar: het 'rekenen' verstoort het nadenken over patronen. Kan

dat rekenen dan niet even door een zakrekenmachine gedaan worden, zodat we bijvoorbeeld aan het werk kunnen met:

p	p-10	p+14	(p-10) (p+14)
10	0	24	0
11	1	25	25
12	2	26	52
13	3	27	81
..	.	..	..

Het bewust worden van relaties tussen getallen (en tussenbewerkingen) kan heel goed met behulp van puzzelachtige opgaven. Het 'rekenen' mag dan niet belemmerend werken (de aandacht afleiden), dus ...?

Puzzelvoorbeelden

Bij deze opdracht mag je de getallen 7, 8, 15 en 56 gebruiken. Probeer verschillende sommen te maken, waar alléén deze getallen in voorkomen. Ook voor de antwoorden mag je geen andere getallen gebruiken. Dus 7 + 8 = 15 mag wel, 15 + 8 = 23 niet. Er geldt de volgende puntentelling:

een optelling: 10 punten
een vermenigvuldiging: 10 punten
een aftreksom: 30 punten
een deelsom: 40 punten

Maak zoveel mogelijk verschillende sommen

Hoeveel sommen zou je wel kunnen vinden als je een uur bleef zoeken?

(Uit: K. Gravemeijer en N. Querelle: *Praktisch Rekenen*, pag.44)

The Range Game

500
37 x --- = ---
300

Welk getal geeft, als het vermenigvuldigd wordt met 37 een uitkomst in het aangegeven gebied?

- Wat is het grootste getal dat werkt?
- Wat is het kleinste getal dat werkt?
- Zijn er meer getallen?
- Kun je alle getallen vinden die werken?

Als we eenmaal gaan nadenken over het gebruik van de zakrekenmachine en de gevolgen daarvan voor te maken afspraken over notaties e.d., zullen we tevens de kans moeten grijpen om over de grenzen van het kale rekenen-wiskunde heen te kijken. We zullen dan ontdekken dat we ook daar verschillende afspraken kunnen maken, maar dat het wel handig is te weten welke afspraak we hanteren. Het nagaan van de consequenties van een veranderingvan afspraak kan daarbij erg leerzaam zijn.

- Wat zouden de auteurs bijvoorbeeld onder 'gemiddelde snelheid' verstaan in het citaat uit het boek 'Exacte Wiskunde' deel 1? (zie bijlage 1)
- En wat is de inhoud van de doos uit Exact hoofdstuk 4? (niet gewoon 12 blikken verf?) (zie bijlage 2)
- Welke zakrekenmachine zullen we hanteren? Maken we (wie zijn dat trouwens?) daar een afspraak over of niet?
- De auteurs van Wiskunde Lijn, gaan er kennelijk vanuit dat er zo'n afspraak gemaakt is. (zie bijlage 3)

Niet alleen hier in Nederland moeten de antwoorden op veel van de vragen, die rond het gebruik van de zakrekenmachine gesteld kunnen worden, nog gegeven worden. Enkele citaten uit een discussiestuk van de MathematicalAssociation over het gebruik van Calculators in het 16+ examen kunnen misschien aangeven dat ook in Engeland en niet alleen in het voortgezet onderwijs de discussie nog in volle gang is. Wat is immers efficiënt gebruik van de zakrekenmachine? En wat 'correct gebruik'?

> 'The criteria for GCSE refer to the efficient use of a calculator: what does this mean? The grade related criteria will no doubt answer this question, but how can we encourage our pupils to use their own calculators efficiently? We believe that children should use their calculators correctly. They must know the logic used in their own calculators and the key sequences required to carry out a variety of calculations. They should be encouraged to use the memory, the constant facility an other available keys. It should be stressed that every time they enter a number there is the possibility of creating an error and wherever possible partial answers should be kept within the calculator, rather than clearing the calculator and starting again.' (page 9)

> 'Many people fear that the use of the calculator is going to stop pupils thinking and make them totally unable to perform any calculation mentally. It is up to teachers of mathematics to convince the general public that this is not so, but this will involve teaching the calculator correctly and using it to assist mathematical understanding.' (page 24)

> 'Teaching mathematics is not just teaching arithmetic: it involves teaching the ability to think mathematically, to understand the processes involved and to relate, where possible, to everyday situations.
> It is very unlikely that in everyday transactions we will be required to perform a complicated multiplication or division. Usually we need an approximate answer which we should be able to find mentally, or if necessary, with pencil and paper. In real life situations where arithmetics applied this is often the case.' (page 25)

Eén ding moge uit het voorgaande in ieder geval duidelijk zijn: de zakrekenmachine is binnen afzienbare tijd niet meer uit de school dus ook de basisschool weg te denken. Laten we ons daar op voorbereiden door te leren van ervaringen elders, en door ontwikkelen in gang te zetten.
We moeten niet te bang zijn om vaste patronen te doorbreken (eens iets te proberen), maar ook niet zo onbesuisd dat we vergeten dat we verantwoordelijk zijn voor lange termijn (schoolse)leerprocessen.

> 'Voor welke gehele positieve a, b en c geldt $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{c}$?'

Literatuur

Delagrange, N.: Wiskunde: leren denken, *Wiskunde en Onderwijs*, 14(15), 1988.
Gravemeijer, K. en N. Querelle: *Praktisch Rekenen* (experimentele versie), pag.44.