
Rekenproblemen opsporen en oplossen

J.W.M. van Erp

Katholieke Universiteit Nijmegen

Ik kies drie onderwerpen, die nog niet aan de orde zijn geweest en in mijn werk centraal staan.

1 de perceptieve handeling

Een probleem binnen de rekendidactiek is: hoe verinnerlijk je de materiële handelingen, zodat de bewerkingen ook los van het materiaal uitgevoerd kunnen worden? Bij dit verinnerlijken kan de perceptieve handeling (vaak kijkhandeling genoemd) een grote rol spelen. We nemen als voorbeeld de som 4×12 . Gelegd met Cuisenaire-staven zie je onmiddellijk dat 4×12 gelijk is aan $4 \times 10 + 4 \times 2$. Nu komt de perceptieve handeling: we gaan kijkend naar de staven, zonder het materiaal aan te raken

- zeggen wat 6×12 is en 8×12 en 3×12 , niet in de uitkomsten, maar in termen van $\dots \times 10 + \dots \times 2$;
- op dezelfde manier *kijken* we - nog steeds vanuit 4×12 - wat 4×22 is en 4×52 , enz.

Zo wordt één voorbeeld gebruikt als anker om een groot aantal analoge opgaven aan te verbinden. Door de perceptieve handeling komen we los van het feitelijke materiële uitgangspunt en generaliseren naar een breed gebied. De stap van 'nog kijken naar de staven' naar het 'denken aan de staven', waarbij de handelingen geheel verinnerlijkt zijn, is een hele kleine stap. Maar één ding is daarbij noodzakelijk en daarmee komen we op ons tweede punt: de explicitering van de gevonden regels.

2 expliciet maken van de regels

Zojuist maakten we kennis met de distributieve eigenschap van het vermenigvuldigen. Het is mooi als kinderen leren *zien* hoe en waarom deze eigenschap geldt, maar zien is niet voldoende. Zij moeten zich deze algemene regel ook bewust maken. Vaak wordt daar te licht over gedacht. Zo zei H. ter Heege in zijn openingsvoordracht dat de nul achter een getal bij het vermenigvuldigen met tien 'vanzelf' gaat, dat je dat de kinderen 'vrijwel niet hoeft te leren'. Maar deze eenvoudige regel wordt door veel kinderen in het geheel niet begrepen. Zéér vaak zien we kinderen die niet weten wat de nul in tien of twintig voorstelt, die (in nauw verband daarmee) ook niet weten dat zeventien uit tien en zeven bestaat, hoewel ze de getallenrij tot twintig feilloos beheersen en ook allerlei sommen tot twintig (en verder) maken. Dat gebeurt bij $17 - 7$ dan *tellend!* Je moet het meegemaakt hebben om het te geloven. Met het expliciet maken van wat voor ons zo vanzelfsprekend is kunnen we het niet nauw genoeg nemen.

3 vermenigvuldigen als maatwisseling

Waarschijnlijk vragen we ons bij het vermenigvuldigen te weinig af waar al die mooie 'gelijke' groepjes eigenlijk vandaan komen. Waarschijnlijk zou het kinderen meer aanspreken als die groepjes niet zomaar 'uit de lucht' komen vallen, maar als zij ze *zelf* zouden maken *vanuit de noodzaak om ze gelijk te maken*. We komen daarmee op het delen als uitgangspunt voor het vermenigvuldigen, een in ons onderwijs lang niet altijd gebruikelijke volgorde dus. We nemen een voorbeeld.

Een flinke berg centen moet geteld worden. Eén voor één tellen is geen doen. We gebruiken een koker, waar de centen met behulp van een trechter eenvoudig in kunnen glijden. We tellen de inhoud van één volle koker: tachtig cent. Nu hoeven we de rest van de centen niet meer te 'tellen' in de gebruikelijke zin. We tellen ze wel, maar met een grotere eenheid als maat: tachtig, telkens snel vastgesteld door een nieuwe handeling: door de koker vol te gieten. We vervangen dus de onmogelijke handeling van één voor één tellen door de meethandeling. Als we veertien kokers vol krijgen hebben we veertien keer de nieuwe eenheid, dus 14×80 . De overgebleven centen tellen we en voegen we daar aan toe: ' 14×80 en nog ... centen.'

Zowel het delen als het vermenigvuldigen zijn in deze visie - afkomstig van Davydov en onder meer toegepast in de methode 'Rekenwerk' - eenvoudig 'maatwisselingen', ontstaan uit de *noodzaak* om:

- eerst een nieuwe, grotere maat te kiezen;
 - vervolgens weer terug te schakelen naar de oorspronkelijke, kleine maat - één cent - in verband met de vraag naar het aantal *centen* en niet het aantal *kokers*.
- Deze visie op vermenigvuldigen staat zeer dicht bij het waardevolle schatten, dat op de conferentie terecht in alle toonaarden geprezen wordt. In plaats van exact tachtig centen in een koker kun je natuurlijk ook met schattingen en benaderingen werken. De keuze van een nieuwe, handiger maat als *bewuste* oplossingsstrategie kan ons inziens niet vroeg genoeg geïntroduceerd worden. Maar wel moet het steeds een *zinnige* maat zijn, een die door de situatie min of meer opgelegd wordt, en liefst door de kinderen zelf bepaald.

Het spelen met maten wordt helaas vaak *onzinnig* ingevuld, waardoor deze didactische vondst wordt ontkracht en tot karikatuur gemaakt wordt.