
Nascholing rekenen, hoe verder?

K.P.E. Gravemeijer
E. de Moor

OW & OC, RU Utrecht
Panama/HMN-SOL Utrecht

1 inleiding

Vanuit het project 'Deskundigheidsbevordering Pabo-docenten ten behoeve van de nascholing rekenen-wiskunde' (kortweg het 'Zwaluwproject'), dat van 1985 tot 1987 door OW & OC is uitgevoerd, kan al enigszins vooruitgekeken worden naar het zogenoemde 'Speerpunt Rekenen'. Deze nascholingsoperatie zal - zoals het zich nu laat aanzien - het volgende speerpunt zijn waarop de landelijke nascholing zich binnen het zorgverbredingsbeleid zal richten.

Het Zwaluwproject was gericht op nascholing (van de Pabo-docenten) over nascholing. Het team dat hieraan gewerkt heeft, heeft daartoe haar uitgangspunt gekozen in de ontwikkeling van concrete nascholingscursussen op het niveau van de basischoolleraar.¹

Twee van deze cursussen, namelijk die over 'hoofdrekenen' en die over 'cijferen' hebben een aantal ervaringen opgeleverd die ons inziens van belang zijn voor de ontwikkeling van de speerpunt-cursussen. De inhoudelijke onderwerpen, hoofdrekenen en cijferen, bleken in een behoefte te voorzien. Bij hoofdrekenen was in feite sprake van een nieuw onderwerp hoe merkwaardig dit ook moge klinken. Immers het onderwerp is bijna zo oud als het rekenonderwijs zelf. Het blijkt echter in de praktijk van het onderwijs nauwelijks een plaats te hebben.

Bij het cijferen was gekozen voor twee scholen die met de methode 'Rekenen & Wiskunde' werkten. In deze methode zijn de cijferleergangen methodisch en didactisch goed opgezet. En in de handleidingen zijn deze goed beschreven. Niettemin bleek het zinvol zes cursusavonden aan deze problematiek te wijden.

Wanneer de zorgverbreding centraal staat zal echter met nog elementairder onderwerpen gestart moeten worden. Het zijn met name de basisvaardigheden en de eenvoudige toepassingen daarmee, die in eerste instantie aangepakt moeten worden. We omschrijven basisvaardigheden als volgt:

- rekenen tot 20;
- rekenen tot 100;
- tafels van vermenigvuldiging;
- hoofdrekenen en
- schattend rekenen.

Soms worden cijferen, metriek e.d. ook wel tot de basisvaardigheden gerekend, maar we beperken ons nu tot bovenstaande omschrijving, zoals die trouwens ook in het 'Nationale programma' wordt gebezigd. Indien dit onderwerp, basisvaardigheden, diepgaand aan de orde gesteld wordt, kan het inhoudelijke aspect van de zorgverbredingsproblematiek tot z'n essentie teruggebracht worden.

2 inhoudelijke kennisverwerving

Goede leerboeken en goede materialen zijn nog geen garantie voor goed onderwijs. De leraar blijft immers de spil van goed onderwijs. Uit de proefcursussen van het Zwaluwproject, maar ook uit tal van directe en indirecte waarnemingen blijkt dat het overgrote deel van de leraren basisonderwijs te weinig deskundig is op het gebied van het reken-wiskundeonderwijs. Vaak zijn de betrokkenen zich dit niet eens bewust.

Het betreft lacunes ten aanzien van: vakinhoud, vakdidactiek, nieuwe ontwikkelingen, leertheorie en organisatie. Ook de kennis van de eigen methode bleek beperkt. Men bleek met name weinig zicht te hebben op longitudinale leerlijnen voor zover deze zich buiten het eigen leerjaar uitstrekken. Enigszins paradoxaal moge het dan ook voorkomen dat er voor nascholing op het gebied van rekenen en wiskunde weinig belangstelling bestaat. Gaat men echter op praktische en stimulerende wijze met de onderwijsgeveden aan de slag, dan wordt de interesse als vanzelf gewekt, zo blijkt uit de eerder genoemde proefcursussen.

Het zal wel duidelijk zijn dat binnen de nascholing op dit punt ingespeeld moet worden. En wel omdat een behoorlijke vakkennis één van de voorwaarden is tot het ontplooiën van de didactiek. Tevens blijkt het werken op eigen niveau een uitstekend principe in de nascholingsdidactiek te zijn, maar we komen hierop nog terug.

Kortom voor de speerpunt-cursussen zal *kennisverwerving van vakinhoud en vakdidactiek* een belangrijke component moeten zijn. Juist de basisvaardigheden zijn hiervoor een belangrijk aangrijpingspunt.

3 eigen activiteiten

Ausubel (1968) heeft eens gezegd:

'If I had to reduce all educational psychology to just one principle, I would say this: The most important single factor is what the learner already knows.'

Deze opvatting sluit uitstekend aan bij wat in de Zwaluwcursussen een kernpunt van de nascholingsdidactiek was: Begin met het zelf oplossen van opgaven. We lichten dit toe.

Soms kan deze activiteit even boven het niveau van de basisschool uitgaan, zoals bijvoorbeeld het werken in een ander talstelsel als opstap naar het cijferen, maar meestal gaat het om vraagstukken zoals ze ook in de gebruikte basisschoolmaterialen voorkomen. Zo wordt rekenkennis van de cursist bewust gemaakt. In aansluiting hierop kan de cursist deze rekenkennis vergroten. Tenminste als de opgaven zo gekozen zijn dat ze de mogelijkheid bieden juist iets van de structuur van het gebied bloot te leggen. Als voorbeeld kan men hier denken aan het rekenen met nullen, trucmatig versus inzichtelijk.

Maar een veel belangrijker aspect van het zelf oplossen van opgaven is het feit dat men zal ontdekken dat er totaal verschillende oplossingsmanieren gehanteerd worden door de medecursisten.

Er is met het *principe van werken op eigen niveau*, wiskunde doen in plaats van nadoen, al zo'n twintig jaar ervaring opgedaan binnen de nascholing rekenen-wiskunde. Het blijkt een werkzaam en motiverend principe te zijn. Kijken we echter terug dan blijkt dat de aard van de opgaven steeds dichterbij het niveau van de leerlingen is komen te liggen. In zekere zin dus steeds eenvoudiger stof,

maar tevens ook veel essentiëler. Met name blijkt dat opgaven die tot de schoolstof (zouden kunnen) behoren ook een directe verbinding met de didactische component van het betreffende onderdeel hebben, en dus ook aanleiding geven tot *eigen didactische activiteiten in de praktijk van de klas*. Kortom een nascholingscursus rekenen moet het element eigen activiteiten zowel op de cursus als voor de schoolpraktijk bevatten.

4 onderzoek

Informatie over onderzoek naar hoe kinderen leren, vooral in het aanvankelijk rekenen, kan hierbij als katalysator fungeren. Wie bijvoorbeeld door de methode gewend is om optellen over de tien heen altijd te onderwijzen via het aanvullen tot tien ($8+9=(8+2)+7$) kan door dergelijke onderzoeksresultaten op z'n minst aan het denken gezet worden over de eigen didactiek.

Naast allerlei telmethoden blijken leerlingen bij zo'n opgave als $8 + 9$ tal van herstructureringen te gebruiken, als:

$$\begin{aligned}
 8 + 9 = & \quad 8 + 8 = 16; 16 + 1 = 17 \\
 & \quad 5 + 3 + 5 + 5 (5 + 5) + 3 + 4 = 17 \\
 & \quad (8 - 1) + (9 + 1) = 7 + 10 = 17 \\
 & \quad 9 + 8 = 9 + 1 + 7 = 10 + 7 = 17 \\
 & \quad 8 + 2 + 7 = 10 + 7 = 17 \\
 & \quad 9 + 9 = 18 \quad 18 - 1 = 17 \\
 & \quad 10 + 8 = 18; 18 - 1 = 17
 \end{aligned}$$

Kinderen ontwerpen dus zelf allerlei gevarieerde oplossingsstrategieën. De erkenning van dit feit heeft zijn implicaties voor de didactiek. En de vraag dringt zich op of de eigen leerlingen deze maniertjes ook gebruiken. De eigen activiteit kan zo uitmonden in eigen onderzoek van de onderwijsgevenden naar de rekenstrategieën van de leerlingen in de eigen groep. Uit de gevonden oplossingsstrategieën van kinderen kunnen ook conclusies getrokken worden over het leren van kinderen. Blijkbaar is het niet zo dat kinderen domweg datgene doen wat ze voorgedaan is, integendeel, ze ontwerpen eigen procedures. Zo bezien bestaat het leren van de basisautomatismen voor de kinderen uit een actief proces van het zelf uitvinden van - voor jezelf - begrijpelijke procedures. Deze kijk op leren wordt ook ondersteund door onderzoeksgegevens waaruit blijkt dat ook achter de foute oplossingen begrijpelijke redeneringen schuil gaan. Kinderen hebben vaak niet alle regels van het (ons) rekenspel door, maar komen wel tot een voor hen logische interpretatie. Een didactiek die hierop aansluit is een reconstructieve didactiek. Reconstructie staat tegenover reproductie. We doelen dan op een didactische aanpak die de leerlingen in staat stelt zelf de beoogde rekenkennis te reconstrueren.

5 praktijktheorieën

Wie zich als nascholingsdocent tot onderwijsgevenden richt krijgt te maken met volwassenen met een (ruime) onderwijservaring. Dit maakt nascholing in zekere zin lastiger, maar ook zoveel uitdagender en - als men de groep meekrijgt - ook vaak interessanter dan het opleidingsonderwijs. Een belangrijk punt in deze - is ons gebleken tijdens het Zwaluwproject - is te trachten bij leraren een bewustmakingsproces op gang te brengen ten aanzien van hun eigen *praktijktheorieën*. Iedere onderwijsgevende houdt er praktijktheorieën op na. Hij of zij heeft eigen

theorieën over het vak, het leren en het onderwijzen daarvan. Vaak berusten deze theorieën op *hoe* men zelf vroeger is onderwezen en *wat* er onderwezen is.² Een mooi middel om deze opvattingen al direct boven tafel te brengen is het aanbieden van een aantal opgaven of toetsitems, en het bespreken van de behaalde resultaten en van de verschillende aanpakken voor remediëring waaruit gekozen kan worden.³

Het voert te ver om deze benadering thans geheel uit te werken, maar ons is gebleken dat in ieder geval de eigen theorieën bewust gemaakt kunnen worden en dat andere opvattingen ook ter discussie gesteld kunnen worden zonder dat dit voor de betrokkenen bedreigend is. Juist als het gaat om het doorbreken van logisch lijkende principes als 'eerst aanleren van de deelvaardigheden' zal het van belang zijn de onderwijsgevende eerst van de eigen theorieën bewust te maken. Nieuwe didactische aanpakken zullen alleen overgenomen kunnen worden als de onderwijsgevende zich bewust is van de wijze waarop deze verschilt van de eigen aanpak.

Het werken aan veranderingen in deze is een belangrijk maar moeilijk nascholingsdidactisch vraagstuk, dat in ieder geval één cursus (cijferen) door ons uitgewerkt is. Zij het dat niet het optimale resultaat is geboekt. Het ging hier echter om een vrij korte cursus (zes maal twee uur), waarin we dit principe aan het begin en aan het eind centraal gesteld hebben.

Bij een langduriger cursus kan deze kwestie uitgebreider aan de orde gesteld worden. Dan kan ook meer steun geboden worden bij het ontwikkelen van een bij de nieuwe aanpak passend handelingsrepertoire.

Zo bleken de cursisten die uit de cijfercursus begrepen hadden dat contexten een belangrijke steun kunnen bieden bij het rekenen met kommagetallen niet in staat zelf geschikte contexten te bedenken bij sommen als 200×0.05 .

Inzien dat contexten nuttig zijn, is klaarblijkelijk niet voldoende. De onderwijsgevende moet ook ondersteund worden bij het zoeken naar geschikte contexten. Daarnaast moet deze de *gelegenheid krijgen met de nieuwe principes te experimenteren en te oefenen*. Een *adequate begeleiding* is dan een essentiële voorwaarde. Uitermate belangrijk is het feit dat er ook over langere tijd follow-up wordt georganiseerd. In deze zal voor de schoolbegeleider een belangrijke taak weggelegd zijn.

Tevens dient opgemerkt te worden dat de onderwijsgevende ook zal moeten beschikken over *geschikte leermiddelen*. Onze ervaringen met de hoofdreken-cursus hebben uitgewezen dat de implementatie hiervan ernstig belemmerd werd door het ontbreken van een hoofdrekenleergang in de methode. Wanneer de basisvaardigheden in het kader van de zorgverbreding fundamenteeler aangepakt moeten worden, zal er bij vrijwel alle reken-wiskundemethoden (ook de realistische!) aanvullend materiaal ontwikkeld moeten worden.

6 cursusdocent

Uit de ervaringen met het Zwaluwproject is gebleken dat de *kredietwaardigheid van de cursusdocent* een belangrijke factor is voor het welslagen van de cursus. De basis hiervoor dient gevonden te worden in de vakkennis en praktijkkennis van de cursusdocent. Bij onze cursussen kreeg deze kredietwaardigheid extra reliëf doordat de cursusdocent de in de cursus opgenomen praktijkopdrachten ook zelf uitvoerde en op video zette. De cursusdocent die zelfstandig of samen met

de cursisten zo'n praktijkopdracht uitvoert, staat niet als de theoreticus voor de groep, maar wordt samen met de cursisten één van de praktijkdeskundigen.

Echter er zijn meer eisen waaraan de cursusdocent moet voldoen en die samengevat kunnen worden in de volgende kwaliteiten:

- op heldere wijze kunnen doceren;
- een discussie kunnen leiden en samenvatten;
- om kunnen gaan met groepen volwassenen;
- zelf interactief onderwijs kunnen geven;
- etc.

Het is misschien goed hier nog eens op te merken dat interactief onderwijs niet verward moet worden met zelfontdekkend leren zonder meer. De angst teveel voor te zeggen mag niet ontaarden in de cursisten (of leerlingen) maar aan laten modderen. Het is juist de kunst eigen vondsten van cursisten-leerlingen te benutten voor het leerproces van de groep.

Omdat het hier om vakspecifieke problemen gaat, juist in verband met het zorgverbredingsbeleid, zal de *voorscholing* van de docenten met de grootste zorg moeten gebeuren. Daarbij zullen de docenten van de ontwerpcursus een kernrol toebedeeld moeten krijgen.

7 cursusontwikkeling

Het ontwikkelen van een goede nascholingscursus is geen sinecure. Zeker nu het speerpunt zich zal moeten richten op een landelijk beleid, waarbij het principe van de zorgverbreding centraal staat. Reeds eerder hebben wij erop gewezen dat als onderwerp de basisvaardigheden - in de meest strikte zin - en eenvoudige toepassingen de grootste prioriteit verdienen. Uit onze ervaringen blijkt dat - onafhankelijk van de visie die onderwijsgevendens hebben op de methodisch-didactische aanpak van het rekenen - het belang van dit onderwerp unaniem erkend wordt.

De onderzoeksgegevens op dit gebied duiden erop dat een verbetering van het onderwijs in de basisvaardigheden gezocht moet worden in een reconstructieve didactiek. Dit kan losstaan van de gebruikte methode. Omdat het onderwerp zo fundamenteel is en zo'n bindend en toepasbaar karakter heeft past het onderwerp 'basisvaardigheden en eenvoudige toepassingen' bij elke methode.

Het accent van de zorgverbreding zal ons inziens meer op het onderwijs dan op de leerling moeten liggen. Te vaak wordt er vanuit gegaan dat uitvallen bepaald wordt door specifieke deficiënties bij de leerling. Anders gezegd de preventie van rekenproblemen lijkt ons beter dan het diagnostiseren en remediëren.

De bovengenoemde reconstructieve aanpak betekent bijvoorbeeld voor het rekenen tot twintig, het rekenen tot honderd en de tafels van vermenigvuldiging het volgende:

- start met een begripsvolle aanbieding;
- geef ruimte voor eigen constructies;
- zorg ook voor een tijdige en adequate wijze van inprenting en
- zorg voor het op peil houden van de basisvaardigheden.

De daadwerkelijke implementatie van een reconstructieve aanpak van de basisvaardigheden in de dagelijkse onderwijspraktijk zal dan ook een centrale plaats in de nascholingscursus moeten krijgen. Dan moet er overigens wel rekening mee gehouden worden dat het integreren van nieuwe theorieën, strategieën en onderwijsgedragingen de nodige tijd vergt.

De ontwikkeling van een dergelijke cursus vereist, zoals gezegd, vakmanschap en tijd van experimenteren. Ook de vervolgcursussen zullen liefst op kleine schaal en met de grootste behoedzaamheid opgezet dienen te worden om een teleurstelling als bij het lezen te voorkomen.

Noten

1. Feijs, E., K. Gravemeijer, E. de Moor en W. Uittenbogaard:
Oriëntatie op realistisch reken-wiskundeonderwijs (practicumboek, reader en docentenboek).
Cijferen (cursusboekjes & docentenboek).
Hoofdrekenen (cursusboekjes & docentenboek).
Uitgaven OW & OC.
2. Thompson, A.B.: The relationships of teachers' conceptions of mathematics teaching to institutional practice, *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1984, pag.105-129.
3. Uittenbogaard, W.: Het gebruik van toetsen in de nascholing, in *Toetsen, eindtermen en opvattingen over wiskundeonderwijs*, conferentieverlag, OW & OC, Utrecht 1987.